UNIVERSIDAD NACIONAL

SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

ALGORITMO PARA ESCRIBIR UN NÚMERO PAR QUE TERMINA EN CUATRO COMO LA SUMA DE DOS NÚMEROS PRIMOS

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA

AUTOR

Bach. REYES SALAZAR, Edgar Hugo

ASESOR

Dr. CERNA MAGUIÑA Bibiano Martín.

Huaraz – Perú

2018

N° Registro: T001

JURADO CALIFICADOR

MSc. **OLIVERA SÁNCHEZ JUAN MODESTO**
(PRESIDENTE)

MSc. **HINOSTROZA ENCARNACIÓN HEVER**
(SECRETARIO)

MSc. **GARCÍA MUÑOZ JAKSON**
(VOCAL)

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, a Dios por darme salud, por ser la fuente de toda sabiduría y por abrir a la humanidad las puertas del conocimiento que él mismo escribió con el lenguaje de las matemáticas**.**

Al Dr. por su valioso e indesmayable apoyo como docente, asesor y por su constante orientación en el desarrollo de la tesis.

A la universidad Santiago Antúnez de Mayolo, por brindarme el espacio y contribuir a mi formación profesional.

.

Edgar.

DEDICATORIA

A mis padres, hermanos y familiares quiénes supieron darme amor, cariño y comprensión en los momentos más difíciles de mi vida y sobre todo apoyo incondicional para ser profesional.

Edgar.

RESUMEN

Considerando que los números primos son tan importantes por constituir base fundamental de la teoría de números y motivados por uno de los problemas matemáticos más antiguos que aun hasta la fecha en su totalidad no ha sido resuelto, como es la Conjetura de GOLDBACH, el presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal **"elaborar un algoritmo que nos permite expresar a un número natural par que termina en cuatro como la suma de dos números primos".**

Para lograr dicho propósito partimos de las cuatro funciones enteras: $f_1(k) = 10k + 1,\ f_2(k) = 10k + 3\ , f_3(k) = 10k + 7\ y\ f_4(k) = 10k + 9,$ llamadas funciones generadoras, donde k es un numero entero natural, para luego aplicando los métodos científicos como es inductivo-deductivo y el análisis se establece el algoritmo: si m = 2k es un numero natural par que termina en cuatro, entonces $m = (10k_1 + 7) + (10k_2 + 7)$ o $m = (10k_1 + 3) + (10k_2 + 1),$ por su puesto con ciertas restricciones que cada caso requiere.

Aplicando dichos algoritmos se obtiene los resultados planteados en los objetivos del presente trabajo, tal como de demuestran en sus capítulos subsiguientes. Por lo tanto, existen números pares que terminan en cuatro y son expresados como la suma de dos números primos.

Palabras claves: Conjetura, algoritmo, ecuaciones Diofanticas, teorema.

ABSTARC.

Considering that prime numbers are so important because they constitute the fundamental basis of number theory and are motivated by one of the oldest mathematical problems that even to date in its entirety has not been resolved, as is the GOLDBACH Conjecture, the present work The main objective of the research is to "elaborate an algorithm that allows us to express a pair that ends in four as the sum of two prime numbers".

To achieve this purpose we start with the four whole functions: $f_1(k) = 10k + 1$, $f_2(k) = 10k + 3$, $f_3(k) = 10k + 7$ y $f_4(k) = 10k + 9$,9, called functions generators, where k is a natural whole number, then applying scientific methods such as inductive-deductive and analysis algorithm is established: if m = 2k is a natural number that ends in four, then $m = (10k_1 + 7) + (10k_2 + 7)$ or $m = (10k_1 + 3) + (10k_2 + 1)$, of course with certain restrictions that each case requires.

Keywords: Guess, algorithm, Diofacial equations, theorem.

INDICE GENERAL

I. INTRODUCCIÓN

Creemos que no existen algoritmos que nos permita en obtener números naturales que termina en cuatro como la suma de dos números primos, pues si existiera dicho algoritmo estaría disponible en la página web de google, según hemos consultado con algunos expertos y nos mencionan que de existir estos son considerados caja negra. En este trabajo hemos utilizado las siguientes funciones:

- $f_1(k) = 10k + 1$
- $f_2(k) = 10k + 3$
- $f_3(k) = 10k + 7$
- $f_4(k) = 10k + 9$

Donde “k” es un número natural, y hemos logrado tal propósito.

En la primera parte del algoritmo se hace un refinamiento de todas las posibles maneras de expresar un número natural par que termina en cuatro como la suma de dos números, las cuales pueden ser ambos impares, ambos primos, uno primo y el otro no, o ninguno de ellos números primos.

En la segunda parte del algoritmo, definitivamente se obtiene un número par, como la suma de dos números primos. Adicionalmente usando las funciones citadas obtenemos un teorema que nos asegura que sus imágenes están contenidas en el conjunto de los números primos. En este trabajo $\dot{n}$ representa los múltiplos de “n”, $\mathbb{N}$ representa el conjunto de los números naturales, P representa el conjunto de los números primos.

En esta investigación se logra construir un algoritmo que permite expresar un número natural par que termina en cuatro como la suma de dos números primos. Así mismo debo mencionar que es crucial saber resolver ecuaciones Diofánticas de grado dos en el menor tiempo posible, pero lo más importante de este algoritmo es que las ecuaciones que están involucradas son de fácil resolución. Además, no es necesario conocer de antemano los números primos menores que la raíz cuadrada del número que se pretende determinar si es número primo o no.

Este trabajo se ha estructurado de la siguiente manera.

Construcción del algoritmo. Describimos un método general para obtener un número natural que termina en cuatro como la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de tres cifras. Ejemplificamos cómo funciona el algoritmo descrito anteriormente. Con un número natural par que termina en cuatro escogidos aleatoriamente. Y luego lo escribimos como la suma de dos números primos en todas sus posibilidades.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cuatro cifras: Usamos el algoritmo para escribir un número natural par fijo de cuatro cifras que termina en cuatro escogidos al azar para expresar como la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cinco cifras: Damos aleatoriamente un número par que termina en cuatro de cinco cifras. Y luego lo escribimos coma la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de tres cifras: Escogemos al azar un número natural de 6 cifras que termine en cuatro y lo expresamos como la suma de dos números primos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Si bien es cierto que la demostración de esta conjetura antes mencionada aún no ha sido resuelta, sin embargo, surge la pregunta natural ¿existe algún algoritmo que nos permita escribir un número natural par que termina en cuatro como la suma de dos números primos?

OBJETIVOS.

Objetivo General.

Describimos un algoritmo para expresar un número natural par que termina en cuatro como la suma de dos números primos.

Objetivos Específicos

- Expresar todas las posibles sumas de un número par de tres cifras que termina en cuatro como la suma de dos números primos. Y el número de iteraciones.
- Expresar la posible suma de un número par de cuatro cifras que termina en cuatro como la suma de dos números primos. Y el número de iteraciones.
- Expresar la posible suma de un número par de cinco cifras que termina en cuatro como la suma de dos números primos. Y el número de iteraciones.
- Expresar la posible suma de un número par de seis cifras que termina en cuatro como la suma de dos números primos. Y el número de iteraciones.

HIPÓTESIS

Todo número natural par, que termina en cuatro, se puede expresar como la suma de dos números primos.

II. MARCO TEÓRICO:

2.1 Antecedentes. Nuestro problema se centra específicamente en la teoría de números, teniendo como punto de partida la conjetura de GOLDBACH, el cual afirma “que todo número par mayor o igual a cuatro puede ser escrito como la suma de dos números primos”, esta conjetura es llamada también como la conjetura fuerte de GOLDBACH.

Por ejemplo.

$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 5 + 3, 10 = 5 + 5 = 7 + 3,$ etc. etc. La conjetura débil de GOLDBACH afirma que todo número impar mayor o igual a 7 es la suma de tres números primos, el cual fue resuelto por el Peruano Harold Helfogt el año 2013. En teoría de números, la conjetura de GOLDBACH es uno de los problemas abiertos más antiguos en matemáticas. A veces se le califica del problema más difícil en la historia de esta ciencia. Concretamente G. H. Hardy en 1921 en su famoso discurso pronunciado en la sociedad Matemática de Copenhage comento que probablemente la conjetura de GOLDBACH no es solo uno de los problemas no resueltos más difíciles de la teoría de números, sino de todas las matemáticas. De los ejemplos dados en la parte de arriba se observa que la manera de expresar un número par como la suma de dos números primos no es única (Sierpinski, 1998) .

2.2 Conjetura: La conjetura consiste en una afirmación que, al no haber sido demostrada ni refutada se considera como cierta. Solo cuando haya sido demostrada esta pasara a llamarse teorema o ley (Cerna, 2018) .

2.3 Número primo: Es aquel número natural que solo es divisible por sí mismo y por la unidad, además la importancia radica de que nos generan a todos los números compuestos. El número uno no es considerado primo (Cerna, 2018).

2.4 Ecuaciones Diofánticas: Son ecuaciones enteras cuyas soluciones también son enteras (Cerna, 2018).

2.5 Algoritmo: Es un conjunto ordenado de operaciones sistemáticas que permiten hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problemas (Cerna, 2018).

2.6 Múltiplo de un número: Un múltiplo de un número es el que lo contiene un número entero de veces. En otras palabras, un múltiplo es un número tal que, dividido por a, da por resultado un numero entero (el resto de la división Euclidea es cero) (Haaser, 1992).

2.7 Funciones generadoras: son todas aquellas funciones que son de la forma:

- $f_1(k) = 10k + 1$
- $f_2(k) = 10k + 3$
- $f_3(k) = 10k + 7$
- $f_4(k) = 10k + 9$

Donde "k" es un número natural.

Además, se llaman así pues estas funciones generan un conjunto de todos los números primos excepto el número 2 y 5 (Cerna, 2018).

2.8 Definición: sea "n" un número entero positivo. Si a, b son dos enteros tales que $\left(\frac{n}{a-b}\right)$ o que es lo mismo decir $(a - b) = kn$ para algún número entero k, entonces se dice que "a" es congruente con "b" modulo "n"; esto será denotado por $a = b.modulo(n)$. Si "n" no divide a $(a - b)$ diremos que "a" es incongruente con "b" modulo "n", esto será denotado por $a \neq b.modulo(n)$ (Rudin, 1982).

2.9 Teorema: dos números enteros $a\ y\ b$ dejan el mismo residuo cuando son divisibles por un número entero positivo n, si y solo si $a = b.mod(n)$. (Pettofrezzo, 1972).

2.10Teorema: (teorema fundamental de la aritmética). Todo número entero positivo "n" mayor que uno puede ser expresado como el producto de números primos; esta representación es única, independientemente del orden en el cual aparecen los factores (Rudin, 1982).

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1.Tipo de investigación.

La investigación es de tipo descriptiva debido a que derivan de teorías formalizadas y además el problema está planteado con relativa claridad, ya que se hace un estudio y análisis correspondiente usamos los métodos de inducción y deducción.

IV. RESULTADOS

Construcción del Algoritmo.

Describimos un algoritmo para escribir un número natural que termina en cuatro como la suma de dos números primos.

Sea $m = 2k$, un número natural que termina en cuatro, se presentan los siguientes casos:

2.1 Primer caso es cuando: $m = (10k_1 + 7) + (10k_2 + 7)$, para ello se debe de tener en cuenta las siguientes condiciones.

A. $k_1 \neq \dot{7} - \{0\}, k_1 \neq \dot{3} + 2$.

B. $k_2 \neq \dot{7} - \{0\}, k_2 \neq \dot{3} + 2$.

Ahora determinamos "k_1" y "k_2" haciendo el siguiente artificio

$(10k_1 + 7) + (10k_2 + 7) = (k - u) + (k + u)$

Entonces tenemos: $(10k_1 + 7) = (k - u)$ y también $(10k_2 + 7) = (k + u)$

Donde: $k_1 = \frac{k-7-u}{10}$, $k_2 = \frac{k-7+u}{10}$; el valor de "u" queda determinado pues "k" es conocido, esta es la primera parte del algoritmo, la segunda parte consiste en verificar que los números $(10k_1 + 7)$ y $(10k_2 + 7)$ sean primos, para ello se debe cumplir lo siguiente:

1º. $(10k_1 + 7)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

- $(10k_1 + 7) = (10x + 9)(10y + 3)$.
- $(10k_1 + 7) = (10z + 1)(10w + 7)$.

No tienen soluciones enteras, paro lo cual se debe tener en cuenta algunas condiciones:

a) $x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3} - \{0\}$,

b) $z \neq \dot{3} + 2, w \neq k_1, w \neq \dot{7} - \{0\}, w \neq \dot{3} + 2$.

2º. $(10k_2 + 7)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_2 + 7) = (10x + 9)(10y + 3)$
- $(10k_2 + 7) = (10z + 1)(10w + 7)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones:

a) $x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3} - \{0\}$,

b) $z \neq \dot{3} + 2, w \neq k_2, w \neq \dot{7} - \{0\}, w \neq \dot{3} + 2$.

2.2 segundo caso es cuando: $m = (10k_1 + 3) + (10k_2 + 1)$, además se debe de tener en cuenta algunas condiciones

A. $k_1 \neq \dot{3} - \{0\}$

B. $k_2 \neq \dot{3} + 2$

Ahora determinamos "k_1" y "k_2" haciendo el siguiente artificio

$(10k_1 + 3) + (10k_2 + 1) = (k - u) + (k + u)$, tenemos dos posibilidades.

a) $(10k_1 + 3) = (k + u)$ y $(10k_2 + 1) = (k - u)$.

Donde: $k_1 = \frac{k-3+u}{10}$, $k_2 = \frac{k-u-1}{10}$

b) $(10k_1 + 3) = (k - u)$ y $(10k_2 + 1) = (k + u)$.

Donde: $k_1 = \frac{k-3-u}{10}$, $k_2 = \frac{k+u-1}{10}$

Este es la primera parte del algoritmo para el caso (II), la segunda parte consiste en verificar que los números $(10k_1 + 3)$ y $(10k_2 + 1)$ sean primos, para ello se debe tener en cuenta lo siguiente:

1º. $(10k_1 + 3)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_1 + 3) = (10x + 9)(10y + 7)$
- $(10k_1 + 3) = (10z + 3)(10w + 1)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones

a) $x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - \{0\}$,

b) $z \neq k_1, z \neq \dot{3} - \{0\}, w \neq \dot{3} + 2$.

2º. $(10k_2 + 1)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_2 + 1) = (10x + 9)(10y + 9)$
- $(10k_2 + 1) = (10z + 1)(10w + 1)$
- $(10k_2 + 1) = (10r + 7)(10s + 3)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones

a) $x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3}$,

b) $z \neq k_2, z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq k_2$.

c) $r \neq \dot{3} + 2\ , s \neq \dot{7} - \{0\}\ r \neq \dot{7} - \{0\}$

2.3 Tercer caso es cuando: $m = 5 + (10k_1 + 9)$, además se debe de tener en cuenta esta condición.

$k_1 \neq \dot{3}$; el número $(10k_1 + 9)$ es número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

A. $(10k_1 + 9) = (10x + 3)(10y + 3)$.

B. $(10k_1 + 9) = (10z + 9)(10w + 1)$.

C. $(10k_1 + 9) = (10r + 7)(10s + 7)$.

Donde se tienen las condiciones para $x;\ y; z;\ w;\ r;\ s$.

a) $x \neq \dot{3} - \{0\}, y \neq \dot{3} - \{0\}$.

b) $z \neq k_1, z \neq \dot{3}, w \neq \dot{3} + 2$.

c) $r \neq \dot{3} + 2\ , s \neq \dot{7} - \{0\} r \neq \dot{7} - \{0\}$.

No tienen soluciones enteras.

Por lo tanto, para cualquier otro número natural par que termina en 2, 6, 8, 0, se puede seguir el mismo esquema descrito.

Teorema: sea $f_i: N \to N, i = 1,2,3,4$ las funciones definidas por:

i) $f_1(k) = 10k + 1, k \neq \dot{3} + 2$, es primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k + 1) = (10x + 7)(10y + 3)$.
- $(10k + 1) = (10z + 9)(10w + 9)$.
- $(10k + 1) = (10r + 1)(10s + 1)$.

Donde tenemos las condiciones:

$x \neq \dot{3} + 2;\ y \neq \dot{3} - \{0\};\ x \neq \dot{7} - \{0\}; z \neq \dot{3};\ w \neq \dot{3};\ r \neq \dot{3} + 2\ ;\ s \neq \dot{3} + 2;\ r \neq k$.

No tienen soluciones enteras $f_i(N) \supseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

ii) $f_2(k) = 10k + 3, k \neq \dot{3} - \{0\}$, es primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k + 3) = (10x + 7)(10y + 9)$.
- $(10k + 3) = (10z + 1)(10w + 3)$.

Donde tenemos las condiciones:

$x \neq \dot{3} + 2;\ y \neq \dot{3};\ x \neq \dot{7} - \{0\}; z \neq \dot{3} + 2;\ w \neq \dot{3} - \{0\};\ w \neq k$.

No tienen soluciones enteras, entonces $f_2(N) \supseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

iii) $f_3(k) = 10k + 7, k \neq \dot{3} + 2$, si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

- $(10k + 7) = (10x + 9)(10y + 3)$.
- $(10k + 7) = (10z + 7)(10w + 1)$.

Donde tenemos las condiciones:

$x \neq \dot{3};\ y \neq \dot{3} - \{0\};\ z \neq \dot{3} + 2;\ z \neq \dot{7} - \{0\};\ w \neq \dot{3} + 2;\ z \neq k$.

No tienen soluciones enteras, entonces $f_3(N) \supseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

iv) $f_4(k) = 10k + 9, k \neq \dot{3}$, si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

- $(10k+9) = (10x+7)(10y+7)$
- $(10k+9) = (10z+3)(10w+3)$
- $(10k+9) = (10r+9)(10s+1)$

Donde tenemos las siguientes condiciones:

$x \neq \dot{3}+2;\ y \neq \dot{3}+2;\ x \neq \dot{7}-\{0\};\ y \neq \dot{7}-\{0\};\ z \neq \dot{3}-\{0\}$

$w \neq \dot{3}-\{0\};\ r \neq \dot{3};\ s \neq \dot{3}+2;\ r \neq k$ no tienen soluciones enteras, entonces $f_4(N) \supseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

Demostración: cualquiera que sea la manera de llegar a obtener las funciones $f_i(k)$, k=1, 2, 3, 4 estas están expresadas por los factores mencionados en cada caso.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de tres cifras.

En este parte vamos a ejemplificar con un número natural par de tres cifras fijo, que termina en cuatro, cómo funciona el algoritmo descrito anteriormente. Tal número lo obtendremos como la suma de dos números primos en todas sus formas posibles.

Ejemplo:

Sea el número $m = 484$ entonces tenemos que:

$2k = 484 \Rightarrow k = 242$

La primera posibilidad para llegar al número 484 es:

I. $m = (10k_1 + 7) + (10k_2 + 7)$

Ahora determinamos "k_1" y "k_2" haciendo el siguiente artificio

$(10k_1 + 7) + (10k_2 + 7) = (k - u) + (k + u)$

Entonces tenemos: $(10k_1 + 7) = (k - u)$ y $(10k_2 + 7) = (k + u)$

$k_1 = \frac{242-7-\alpha}{10}$, $k_2 = \frac{242+\alpha-7}{10}$

$k_1 = \frac{235-\alpha}{10}$, $k_2 = \frac{235+\alpha}{10}$

$\alpha = 5 \Rightarrow k_1 = 23, \quad k_2 = 24$

$\alpha = 15 \Rightarrow k_1 = 22, \quad k_2 = 25$

$k_1 \neq \dot{7}, k_1 \neq \dot{3} + 2 , k_2 \neq \dot{7}, k_2 \neq \dot{3} + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\star$

Observación: los valores de "α" siempre son positivos.

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$
5	23	24
15	22	25
25	21	26

35	20	27
45	19	28
55	18	29
65	17	30
75	16	31
85	15	32
95	14	33
105	13	34
115	12	35
125	11	36
135	10	37
145	9	38
155	8	39
165	7	40
175	6	41
185	5	42
195	4	43
205	3	44
215	2	45
225	1	46
235	0	47

De esta tabla eliminamos los que se mencionó en $(\star)$ y nos queda los siguientes valores de k_1 y k_2.

$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$
22	25
16	31
13	34
10	37
4	43
1	46

Luego quedan los siguientes pares ordenados: (227; 257), (167; 317), (137; 347), (47; 437), (17; 467), veamos a continuación cuál de estos pares ambos números son primos.

Primero para el número 227, lo cual puede ser expresado:

$227 = (10x + 9)(10y + 3).$

$227 = (10z + 1)(10w + 7).$

Si ambas ecuaciones independientes no tienen solución entera. Entonces 227 es un número primo.

a) $227 = 100xy + 30x + 90y + 27$, donde $x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$.

$200 = 100xy + 30x + 90y.$

$20 = 10xy + 3x + 9y$ no tiene solución pues $x \geq 1\,; y \geq 1$.

Además $x, y \in \mathbb{N}$.

b) $227 = 100zw + 70z + 10w + 7.$

$220 = 100zw + 70z + 10w.$

$22 = 10zw + 7z + w.$

Teniendo en cuenta las condiciones siguientes.

$z \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{7}, w \neq k_1, w \geq 1, z=0 \Rightarrow w=22=k_1$ esto no es posible, luego $w \geq 1, z \geq 1$.

De a) y b) 227 es un número primo.

Segundo para el número 257, lo cual puede ser expresado:

i) $257 = 100xy + 30x + 90y + 27$, $x \neq \dot{3}$, $y \neq \dot{3}$.

$230 = 100xy + 30x + 90y$.

$23 = 10xy + 3x + 9y$, $x \geq 1$, $y \geq 1; x, y \in \mathbb{N}$ no tiene solución entera pues: $x \geq 1 \wedge y \geq 1$

ii) $257 = 100zw + 70z + 10w + 7$.

$250 = 100zw + 70z + 10w$.

$25 = 10zw + 7z + w$.

$z \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{7}, w \neq k_2$. Además $z \geq 1$ y $w \geq 1; x, y \in \mathbb{N}$

De i) y ii) 257 es un número primo.

Tercero para el número 167, lo cual puede ser expresado:

1º. $167 = 100xy + 30x + 90y + 27$, $x \neq \dot{3}$, $y \neq \dot{3}$

$140 = 100xy + 30x + 90y$

$14 = 10xy + 3x + 9y$, $x \geq 1$, $y \geq 1; x, y \in \mathbb{N}$

No hay solución.

2º. $167 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{3}+2, w \neq \dot{7}, w \neq k_1$

$160 = 100zw + 70z + 10w$

$16 = 10zw + 7z + w$

$z \geq 1 \wedge w \geq 1 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Luego de 1° y 2° 167 es un número primo

Cuarto para el número 317, lo cual puede ser expresado:

A. $317 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

$290 = 100xy + 30x + 90y$

$29 = 10xy + 3x + 9y\,, x \geq 1\,,\ \ y \geq 1$

No hay solución luego 317 es un número primo posible

B. $317 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7}, w \neq k_2$

$31 = 10zw + 7z + w$

$z \geq 1\ \wedge\ w \geq 1$, no hay solución entera.

Luego de A y B 317 es un número primo

Quinto para el número 137, lo cual puede ser expresado:

- $137 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $110 = 100xy + 30x + 90y$

  $11 = 10xy + 3x + 9y\,, x \geq 1\,,\ \ y \geq 1\,;\ \ x, y \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

- $137 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7}, w \neq k_1$

  $13 = 10zw + 7z + w$

  $z \geq 1\ \wedge\ w \geq 1$, no hay solución entera.

Por lo tanto 137 es un número primo.

Sexto para el número 347, lo cual puede ser expresado:

- $347 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $320 = 100xy + 30x + 90y$

  $32 = 10xy + 3x + 9y\,, x \geq 1\,,\ \ y \geq 1\,;\ \ x, y \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

- $347 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7}, w \neq k_2$

  $340 = 100zw + 70z + 10w$

  $34 = 10zw + 7z + w$

$z \geq 1 \ \wedge \ w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 347 es un número primo.

Séptimo para el número 477, lo cual puede ser expresado:

- $477 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $450 = 100xy + 30x + 90y$

  $45 = 10xy + 3x + 9y$, para $x = 15\,,\ \ y = 0$; hay solución entera.

- $477 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7}, w \neq k_1$

  $47 = 10zw + 7z + w$

  $z \geq 1$ y $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 477 no es un número primo.

Octavo para el número 437, lo cual puede ser expresado:

- $437 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $410 = 100xy + 30x + 90y$

  $41 = 10xy + 3x + 9y\,, x \geq 1\,,\ \ y \geq 1\,;\ \ x, y \in \mathbb{N}.$

  $x = 1\,,\ \ y = 2 \Rightarrow 41 = 20 + 3 + 18$ hay solución.

Luego 437 no es un número primo pues $437 = 19x23$. Además, ya no realizamos en otro caso.

Noveno para el número 17, lo cual puede ser expresado:

- $17 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$; no hay solución.
- $17 = 100zw + 70z + 10w + 7\ \ x \geq 1\,,\ \ y \geq 1\,;\ \ x, y \in \mathbb{N}$

  $z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7},\ w \neq k_2$, no hay solución.

Luego 17 es un número primo.

Décimo para el número 467, lo cual puede ser expresado:

- $467 = 100xy + 30x + 90y + 27, x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

$44 = 10xy + 3x + 9y \;\; x \geq 1\,, \;\; y \geq 1\,; \;\; x, y \in \mathbb{N}$

No hay solución.

- $467 = 100zw + 70z + 10w + 7, z \neq \dot{3} + 2\,, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7}, \;\; w \neq k_2$

$46 = 10zw + 7z + w \;\; z \geq 1\,, \;\; w \geq 1\,; \;\; w, z \in \mathbb{N}$

No hay solución entera. Luego 467 es primo.

II. La segunda posibilidad para llegar al número mencionado es:

$m = (10k_1 + 3) + (10k_2 + 1)$. Sabiendo que $m = 2k$ tenemos lo siguiente.

$(10k_1 + 3) + (10k_2 + 1) = (k + \alpha) + (k - \alpha) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (*)$

De $(*)$ se tienen los siguientes casos.

$(\boldsymbol{a})$ $(10k_1 + 3) = (k + \alpha)$ y $(10k_2 + 1) = (k - \alpha)$ donde $k_1 \neq \dot{3} - \{0\}, k_2 \neq \dot{3} + 2$.

$k_1 = \frac{k-3+\alpha}{10}$ y $k_2 = \frac{k-\alpha-1}{10}$; además se conoce también $k = 242$

$k_1 = \frac{239+\alpha}{10}$ y $k_2 = \frac{241-\alpha}{10}$

$(\boldsymbol{b})$ $(10k_1 + 3) = (k - \alpha)$ y $(10k_2 + 1) = (k + \alpha)$ donde $k_1 \neq \dot{3} - \{0\}, k_2 \neq \dot{3} + 2$

$k_1 = \frac{k-3-\alpha}{10}$ y $k_2 = \frac{k+\alpha-1}{10}$; además se conoce también $k = 242$

$k_1 = \frac{239-\alpha}{10}$ y $k_2 = \frac{241+\alpha}{10}$

Nótese que el valor de "α" en el caso $(\boldsymbol{a})$ es distinto que en el caso $(\boldsymbol{b})$.

En la tabla siguiente se muestran los valores admisibles para k_1 y k_2

	$\boldsymbol{m_1}$			$\boldsymbol{m_2}$	
$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$
1	24	24			
11	25	23	9	23	25
21	26	22	19	22	26
31	27	21	29	21	27

41	28	20	39	20	28
51	29	19	49	19	29
61	30	18	59	18	30
71	31	17	69	17	31
81	32	16	79	16	32
91	33	15	89	15	33
101	34	14	99	14	34
111	35	13	109	13	35
121	36	12	119	12	36
131	37	11	129	11	37
141	38	10	139	10	38
151	39	9	149	9	39
161	40	8	159	8	40
171	41	7	169	7	41
181	42	6	179	6	42
191	43	5	189	5	43
201	44	4	199	4	44
211	45	3	209	3	45
221	46	2	219	2	46
231	47	1	229	1	47
241	48	0	239	0	48

De $\boldsymbol{m_1}$ se eliminan los múltiplos de $k_1 \neq \dot{3}$, $k_2 \neq \dot{3} + 2$

De $\boldsymbol{m_2}$ se eliminan los múltiplos de $k_2 \neq \dot{3}$, $k_1 \neq \dot{3} + 2$

Nos queda el siguiente cuadro:

$\boldsymbol{m_1}$		$\boldsymbol{m_2}$	
k_1	k_2	k_1	k_2
26	22	23	25
29	19	20	28
32	16	17	31
35	13	14	34
38	10	11	37
41	7	8	40
44	4	5	43
47	1	2	46

Luego tenemos los siguientes pares.

- Para "$\boldsymbol{m_1}$"

  (263, 221); (293, 191); (323, 161); (353, 131); (383, 101); (413, 71); (443, 41); (473, 11).

- Para "$\boldsymbol{m_2}$"

  (233, 251); (203, 281) (173, 311); (143, 341); (113, 371); (83, 401); (53, 431); (23, 461).

Veamos cuales de estos pares ordenados ambos números que lo conforman son números primos.

Caso I: Veamos qué primeras componentes pertenecientes a $\boldsymbol{m_1}$ son números primos.

Veamos para el número 263:

- $263 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7}$

  $200 = 100xy + 90y + 70x$

  $20 = 10xy + 9y + 7x, x \geq 1, y \geq 1; x, y \in \mathbb{N}$ no hay solución.

- $263 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 \ , z \neq \dot{3}$

  $26 = 10zw + z + 3w$, z≥ 1 , $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 263 es un número primo.

Veamos para el número 293:

- $293 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 \ , y \neq \dot{7}$

  $230 = 100xy + 90y + 70x$

  $23 = 10xy + 9y + 7x$, $x \geq 1$, $y \geq 1$; $x, y \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

- $293 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 \ , z \neq \dot{3}$

  $29 = 10zw + z + 3w$, z≥ 1 , $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 293 es un número primo.

Veamos para el número 323:

- $323 = 100xy + 90y + 70x + 63, x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 \ , y \neq \dot{7}$

  $26 = 10xy + 9y + 7x; x \geq 1 , \ y \geq 1$

  $x = 1 , \ y = 1$.

Luego 323 no es número primo.

Veamos para el número 353:

- $353 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 \ , y \neq \dot{7}$

  $290 = 100xy + 90y + 70x$

  $29 = 10xy + 9y + 7x$, $x \geq 1$, $y \geq 1$; no hay solución entera.

- $353 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 \ , z \neq \dot{3}$

  $25 = 10zw + z + 3w$, z≥ 1 , $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 353 es primo.

Veamos para el número 383:

- $383 = 100xy + 90y + 70x + 63, x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 \ , y \neq \dot{7}$

  $220 = 100xy + 90y + 70x$

$22 = 10xy + 9y + 7x$, $x \geq 1$, $y \geq 1$; no hay solución entera.

- $383 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 , z \neq \dot{3}$

$38 = 10zw + z + 3w$, z≥ 1 , $w \geq 1$ No hay solución entera.

Luego 383 es número primo.

Veamos para el número 413:

- $413 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 , y \neq \dot{7}$

$35 = 10xy + 9y + 7x$ $x \geq 1$, $y \geq 1$; no hay solución.

- $413 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 , z \neq \dot{3}$

$41 = 10zw + z + 3w$; z≥ 1 , $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 413 es número primo.

Veamos para el número 443:

- $443 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 , y \neq \dot{7}$

$38 = 10xy + 9y + 7x$; $x \geq 1$, $y \geq 1$; no hay solución entera.

- $443 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 , z \neq \dot{3}$

$44 = 10zw + z + 3w$; z≥ 1 , $w \geq 1$ no hay solución entera.

Luego 443 es número primo.

Veamos para el número 473:

- $473 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3} , y \neq \dot{3} + 2 , y \neq \dot{7}$

$41 = 10xy + 9y + 7x$ no hay solución entera.

- $473 = 100zw + 10z + 30w + 3; z \neq k_1 , w \neq \dot{3} + 2 , z \neq \dot{3}$

$47 = 10zw + z + 3w$; $z = 4$, $w = 1$

Luego 473 no es número primo.

$473 = 43x11$

<u>Caso II:</u> Veamos qué segundas componentes pertenecientes a $\boldsymbol{m_1}$ son números primos.

Veamos para el número 221:

- $221 = 100xy + 90x + 90y + 81; x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $14 = 10xy + 9x + 9y\ ;\ x \geq 1\ ,\ y \geq 1\ ;$ no hay solución entera.

- $221 = 100zw + 10z + 10w + 1; z \neq k_2\,, w \neq \dot{3} + 2\ , z \neq \dot{3} + 2$

  $22 = 10zw + z + w\ ; z \geq 1\ ,\ w \geq 1$

  No hay solución entera.

- $221 = 100rs + 30r + 70s + 21; r \neq \dot{3} + 2\,, s \neq \dot{3}; r \neq \dot{7}$

  $20 = 10rs + 3r + 7s \quad r = 1\ ,\ s = 1.$

Luego 221 no es primo.

Veamos para el número 191:

- $191 = 100xy + 90x + 90y + 81; x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3}$

  $11 = 10xy + 9x + 9y\ ;\ x \geq 1\ ,\ y \geq 1\ ;$ no hay solución entera.

- $191 = 100zw + 10z + 10w + 1.$

  $19 = 10zw + z + w\ ; z \geq 1\ ,\ w \geq 1$, no hay solución entera.

- $191 = 100rs + 30r + 70s + 21; r \neq \dot{3} + 2\,, s \neq \dot{3}; r \neq \dot{7}$

  $17 = 10rs + 3r + 7s\ ;\ r \geq 1\ ,\ s \geq 1\ ;$ no hay solución entera.

Luego 191 es un número primo.

Veamos para el número 161:

- $161 = 100xy + 90x + 90y + 81; x \geq 1\,, y \geq 1$, no hay solución.
- $161 = 100rs + 30r + 70s + 2; r \geq 1\,, r \geq 1$, no hay solución.
- $161 = 100zw + 10z + 10w + 1.$

  $16 = 10zw + z + w\ ; z \geq 1\ ,\ w \geq 1$, no hay solución

Luego 161 es un número primo.

Análogamente los números 131, 101, 71, 41, 11 son números primos.

Es claro que los números 83,53, 23 son números primos pues la ecuación.

- $83 = 100xy + 90y + 70x + 63$
- $83 = 100zw + 10z + 30w + 3$
- $53 = 100xy + 10y + 70x + 63$
- $53 = 100zw + 10z + 30w + 3$
- $23 = 100xy + 90y + 70x + 63$
- $23 = 100zw + 10z + 30w + 3$

No tienen solución.

<u>Caso III:</u> veamos qué primeras componentes pertenecientes a $\boldsymbol{m_2}$ son números primos.

Análogamente al caso II se tiene lo siguiente.

- $233 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3}\, , y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - \{0\}$

  $170 = 100xy + 90y + 70x; x \geq 1\, , y \geq 0$, no hay solución
- $233 = 100zw + 10z + 30w + 3; \neq k_1\, , w \neq \dot{3} + 2\ \ , z \neq \dot{3}$

  $23 = 10zw + z + 3w; z \geq 1, w \geq 1$, no hay solución

Luego 233 es primo.

- $203 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3}\, , y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - \{0\}$

  $140 = 10xy + 90y + 70x; x \geq 1\, , y \geq 0,$

  $14 = 10xy + 9y + 7x;$ hay solución $\ x = 2\, , y = 0,$
- $203 = 100zw + 10z + 30w + 3.$

  $20 = 10zw + z + 3w; z \neq k_1\, , w \neq \dot{3} + 2\ \ , z \neq \dot{3}$

Luego 203 no es primo.

- $173 = 100xy + 90y + 70x + 63; x \neq \dot{3}\, , y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - \{0\}$

  $110 = 100xy + 90y + 70x; x \geq 1\, , y \geq 0$, no hay solución.

- $173 = 100zw + 10z + 30w + 3$; $z \geq 0, z \neq \dot{3},\ w \neq \dot{3} + 2$

  $17 = 10zw + z + 3w;\ z \geq 1\ , w \geq 2. z = 1, w = 2$ luego no hay solución pues $w \neq \dot{3} + 2$

Por lo tanto 173 es primo.

- $143 = 100xy + 90y + 70x + 63$; $x \neq \dot{3},\ y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - [0]$

  $80 = 100xy + 90y + 70x;\ y \geq 1\ , x \geq 1$, no hay solución.

- $143 = 100zw + 10z + 30w + 3$; $z \neq k_1, z \neq \dot{3},\ w \neq \dot{3} + 2$

  $14 = 10zw + z + 3w;\ z = 1\ , w = 1.$

Luego 143 no es primo.

- $113 = 100xy + 90y + 70x + 63;\ x \neq \dot{3},\ y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - [0]$

  no hay solución.

  $113 = 100zw + 10z + 30w + 3;\ z \neq k_1, z \neq \dot{3} - [0], w \neq \dot{3} + 2$

  $11 = 10zw + z + 3w;\ z \geq 1\ , w \geq 1$. No hay solución.

Luego 113 es primo.

Caso IV: veamos qué segundas componentes pertenecientes a $\boldsymbol{m_2}$ son números primos.

Análogamente al caso II se tiene lo siguiente.

- $251 = 100xy + 90y + 90x + 81$ $x \neq \dot{3},\ y \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{7} - [0]$

  $170 = 100xy + 90y + 90x,\ y \geq 1\ , x \geq 1$, no hay solución.

- $251 = 100zw + 10z + 10w + 1$ $z \neq k_1, z \neq \dot{3} - [0], w \neq \dot{3} + 2$

  $25 = 10zw + z + w,\ z \geq 1\ , w \geq 1$. No hay solución.

- $251 = 100sr + 70s + 30r + 21$ $z \neq k_1, z \neq \dot{3} - [0], w \neq \dot{3} + 2$

  $23 = 10sr + 7s + 3r,\ s \neq \dot{3} + 2,\ r \neq \dot{3} + 2, r \neq \dot{7} - [0], s \neq \dot{7} - [0].$

No hay solución.

Luego 251 es primo.

- $311 = 100xy + 90y + 90x + 81; \;\; y \geq 1\, , x \geq 1$

  $23 = 10xy + 9y + 9x$, no hay solución.

- $311 = 100zw + 10z + 10w + 1$

  $31 = 10zw + z + w$, $z \geq 1\, , w \geq 1$. No hay solución.

- $311 = 100rs + 30r + 70s + 21$

  $29 = 10rs + 7s + 3r$; $r \geq 1\, , s \geq 1$ No hay solución.

  Luego 311 es primo.

- $371 = 100xy + 90y + 90x + 81; \;\; y \geq 1\, , x \geq 1$

  $29 = 10xy + 9y + 9x$, no hay solución.

- $371 = 100zw + 10z + 10w + 1$

  $37 = 10zw + z + w$, $z \geq 1\, , w \geq 1$, no hay solución.

- $371 = 100rs + 30r + 70s + 21$

  $35 = 10rs + 7s + 3r; r = 0; s = 5$.

  Luego $371 = 7x53$ no es primo.

- $401 = 100xy + 90y + 90x + 81; \;\; y \geq 1\, , x \geq 1$

  $32 = 10xy + 9y + 9x$, no hay solución.

- $401 = 100zw + 10z + 10w + 1$

  $40 = 10zw + z + w$, $z \geq 1$ No hay solución

- $401 = 100rs + 30r + 70s + 21$

  $38 = 10rs + 3r + 7s$. no hay solución.

  Luego 401 es primo.

- $431 = 100xy + 90y + 90x + 81;\ \ y \geq 1\,, x \geq 1$

  $35 = 10xy + 9y + 9x$, no hay solución.

- $431 = 100zw + 10z + 10w + 1$

  $43 = 10zw + z + w$, No hay solución.

- $431 = 100rs + 30r + 70s + 21$

  $41 = 10rs + 7s + 3r$, no hay solución.

  Luego 431 es primo.

- $461 = 100xy + 90y + 90x + 81;\ \ y \geq 1\,, x \geq 1$

  $38 = 10xy + 9y + 9x$, no hay solución.

- $461 = 100zw + 10z + 10w + 1$

  $46 = 10zw + z + w$, no hay solución.

- $461 = 100rs + 30r + 70s + 21$

  $44 = 10rs + 7s + 3r$ no hay solución.

  Por lo tanto 461 es primo.

Para finalizar tenemos la última posibilidad para llegar al número mencionado es;

III. $484 = 5 + (10k_1 + 9), k_1 \neq \dot{3}$

$479 = 10k_1 + 9$

$10k_1 = 470\ \Rightarrow k_1 = 47$

A. $479 = 100xy + 30y + 30x + 9;\ \ y \geq 1\,, x \geq 1$

   $47 = 10xy + 3y + 3x$, no hay solución.

B. $479 = 100zw + 10z + 90w + 9$

   $47 = 10zw + z + 9w$, No hay solución

C. $479 = 100rs + 70r + 70s + 49$

   $43 = 10rs + 7s + 3r$ no hay solución.

Luego 479 es primo.

Por lo tanto, el número 484 se puede escribir como la suma de dos primos en todas sus formas posibles:

(227, 257); (167, 317); (137, 347); (17, 467); (293, 191); (353, 131); (383, 101); (413, 71); (443, 41); (233, 251); (173, 311); (83, 401); (53, 431); (23, 461).

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cuatro cifras.

En este parte usaremos el algoritmo para describir como un número natural par fijo de cuatro cifras que termina en cuatro se puede expresar como la suma de dos números primos.

Ejemplo: sea $m = 8974 = 2k \Rightarrow k = 4487$

i) Luego:

$$k_1 = \frac{4487 - 7 - \alpha}{10} \quad ; \; k_2 = \frac{4487 + \alpha - 7}{10}$$

$$k_1 = \frac{4480 - \alpha}{10} \quad ; \; k_2 = \frac{4480 + \alpha}{10}$$

$$k_1 \neq \dot{7} - \{0\}$$

$$k_2 \neq \dot{7} - \{0\}$$

$$k_1 \neq \dot{3} + 2$$

$$k_2 \neq \dot{3} + 2$$

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

α	k_1	k_2
0	448	448
10	447	449
20	446	450
30	445	451
40	444	452
50	443	453
60	442	454
70	441	455
80	440	456

. . .	. . .	. . .
4480	0	896

Los primeros pares ordenados conformados por los posibles primos es:

(4477, 4497); (4457, 4517), (4427, 4547), …………………………….

Veamos cuál de estos pares ordenados ambas componentes son números primos.

a) $4477 = 100xy + 90y + 30x + 27;\ \ x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3} - [0]$

$4450 = 100xy + 90y + 30x.$

$445 = 10xy + 9y + 3x$……………….(*)

De. (*) tenemos;

Caso (A): $\begin{cases} x = 2x_1 \\ y = 2y_1 + 1 \end{cases}$ o también Caso (B): $\begin{cases} x = 2x_1 + 1 \\ y = 2y_1 \end{cases}$

Además: de (*) y Caso (A)

$\dot{3} + 1 = xy = (2x_1)(2y_1 + 1)$

$\dot{3} + 1 = 4x_1y_1 + 2x_1$

$\dot{3} + 1 = x_1y_1 + 2x_1 = x_1(y_1 + 2).$

Si $x_1 = \dot{3} + 1 \ \Rightarrow \ \dot{3} + 1 = (\dot{3} + 1)(y_1 + 2) = \dot{3} + y_1 + 2$

$\dot{3} = y_1 + 1 \Rightarrow y_1 = \dot{3} + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a_1)$

Si $x_1 = \dot{3} + 2 \Rightarrow \dot{3} + 1 = (\dot{3} + 2)\,(y_1 + 2) = \dot{3} + 2y_1 + \dot{3} + 1$

$\Rightarrow y_1 = \dot{3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a_2)$

Por lo tanto, tenemos de:

(a_1) y Caso (A) : $x_1 = 3x_2 + 1\,;\ y_1 = 3y_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta_1)$

(a_2) y Caso (A): $x_1 = 3x_2 + 2\,;\ \ y_1 = 3y_2 \ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta_2)$

Luego de (β_1) y Caso (A) tenemos lo siguiente:

$x = 2(3x_2 + 1)$; $y = 2(3y_2 + 2) + 1$ esta relación en (*)

$445 = 10(6x_2 + 2)(6y_2 + 5) + 9(6y_2 + 5) + 3(6x_2 + 2)$

$445 = 360x_2y_2 + 300x_2 + 120y_2 + 100 + 54y_2 + 45 + 18x_2 + 6$

$294 = 360x_2y_2 + 318x_2 + 174y_2; x_2 \geq 0;\ y_2 \geq 0\quad x_2, y_2 \in \mathbb{N}$

No hay solución.

Análogamente de (β_2) y Caso (A) tenemos lo siguiente:

$x = 2x_1 = 2(3x_2 + 2) = 6x_2 + 4$; $y = 2y_1 + 1 = 2(3y_2) + 1 = 6y_2 + 1$

esta relación en (*)

$445 = 10\,.\,2(3x_2 + 2)(2(3y_2) + 1) + 9(6y_2 + 1) + 3(6x_2 + 4)$

$445 = 10(6x_2 + 4)(6y_2 + 1) + 54y_2 + 9 + 18x_2 + 12$

$= 360x_2y_2 + 60x_2 + 240y_2 + 40 + 54y_2 + 9 + 18x_2 + 12$

$384 = 360x_2y_2 + 78x_2 + 294y_2, x_2 \geq 0;\ y_2 \geq 0\quad x_2, y_2 \in \mathbb{N}$

No hay solución.

Pasamos al Caso (B) $x = 2x_1 + 1,\ y = 2y_1$

De la ecuación dada en (*):

$\dot{3} + 1 = xy = (2y_1)(2x_1 + 1) = \dot{3} + x_1y_1 + 2y_1$

$\dot{3} + 1 = (x_1 + 2)y_1$

Análogamente al caso anterior tenemos:

Si $y_1 = \dot{3} + 1\ \Rightarrow\ x_1 = \dot{3} + 2$ ……………. (b_1)

Si $y_1 = \dot{3} + 2\ \Rightarrow\ x_1 = \dot{3}$ ………………….. (b_2)

Por lo tanto, de:

(b_1) y Caso (B) $\quad y_1 = 3y_2 + 1$; $x_1 = 3x_2 + 2$ …………… (α_1)

(b_1) y Caso (B) $\quad y_1 = 3y_2 + 2$; $x_1 = 3x_2$ ………………… (α_2)

Luego de (α_1) y Caso (B) tenemos lo siguiente:

$x = 2(3x_2 + 2) + 1 \; = 6x_2 + 5$, $y = 2(3y_2 + 1) = 6y_2 + 2$; esta relación en (*)

$445 = 10(6x_2 + 5)(6y_2 + 2) + 54y_2 + 9(6y_2 + 2) + 3(6x_2 + 5)$ observe.

$445 = 360x_2y_2 + 120x_2 + 300y_2 + 100 + 54y_2 + 18 + 18x_2 + 15$

$312 = 360x_2y_2 + 138x_2 + 354y_2$

No hay solución.

Luego de (α_2) y Caso (B) tenemos lo siguiente:

$x = 2(3x_2) + 1 = 6x_2 + 1$, $y = 2(3y_2 + 2) = 6y_2 + 4$ esta relación en (*)

$445 = 10(6x_2 + 1)(6y_2 + 4) + 9(6y_2 + 4) + 3(6x_2 + 1)$

$445 = 10(6x_2 + 1)(6y_2 + 4) + 9(6y_2 + 4) + 3(6x_2 + 1)$

$445 = 360x_2y_2 + 240x_2 + 60y_2 + 40 + 54y_2 + 18 + 18x_2 + 3$

$366 = 360x_2y_2 + 258x_2 + 114y_2, x_2 \geq 0;\; y_2 \geq 0 \;\; x_2, y_2 \in \mathbb{N}$ no hay solución.

b) Es otra posibilidad de expresar dicho número según la teoría dada en el capítulo (II).

$4477 = 100zw + 70z + 10w + 7$

$4470 = 100zw + 70z + 10w.$

$447 = 10zw + 7z + w \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**).$

De $(**)$ tenemos:

Caso (C): $\begin{cases} w = 2w_1 \\ z = 2z_1 + 1 \end{cases}$ O también Caso (D): $\begin{cases} w = 2w_1 + 1 \\ z = 2z_1 \end{cases}$

Además de $(**)$ y caso C tenemos:

$\dot{3} = zw + w + z \;\; \Rightarrow \;\; \dot{3} = (2z_1 + 1)2w + 2w_1 + 2z_1 + 1$

$\dot{3} = z_1w_1 + w_1 + 2z_1 + 1$

Si: $z_1 = \dot{3} \;\Rightarrow\; \dot{3} = w_1 + 1 \;\Rightarrow w_1 = \dot{3} + 2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots c_1$

Si: $z_1 = \dot{3} + 1 \Rightarrow \dot{3} = w_1(\dot{3} + 1) + w_1 + 2(\dot{3} + 1) + 1 = w_1 + w_1 + 3$

$\dot{3} = 2w_1 \ \Rightarrow \ w_1 = \dot{3}$ ………………………………………… c_2

Si: $z_1 = \dot{3} + 2 \Rightarrow \dot{3} = w_1(\dot{3} + 2) + w_1 + 2(\dot{3} + 2) + 2$

$\dot{3} = \dot{3} + 5$ Absurdo, esta probabilidad es imposible

Ahora de la condición c_1 y el caso C tenemos:

$z_1 = 3z_2;\ w_1 = 3w_2 + 2$

$w = 2(3w_2 + 2) = 6w_2 + 4\,; z = 2(3z_2) + 1 = 6z_2 + 1$, luego esta relación en $(**)$ tenemos:

$447 = 10(6z_2 + 1)(6w_2 + 4) + 6w_2 + 4 + 7(6z_2 + 1)$

$447 = 360z_2w_2 + 240z_2 + 60w_2 + 6w_2 + 4 + 42z_2 + 7 + 40$

$396 = 360z_2w_2 + 282z_2 + 66w_2.$

$z_2 = 0 \ \Rightarrow \ w_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad z_1 = 0\ , w_1 = 20$

$w = 40, z = 1$ luego $4477 = 11.(407)$

Por tanto 4477 no es primo.

Pasamos al siguiente par ordenado.

$4457 = 100xy + 90y + 30x + 27;\ \ x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3} - \{0\}$

$4430 = 100xy + 90y + 30x.$

$443 = 10xy + 9y + 3x$……………….(***)

Hacemos análogamente a lo realizado para el 4477.

De $(***)$ tenemos:

Caso (E): $\begin{cases} x = 2x_1 + 1 \\ y = 2y_1 \end{cases}$ o también Caso (F): $\begin{cases} x = 2x_1 \\ y = 2y_1 + 1 \end{cases}$

Además de (***) y caso (E)

$\dot{3} + 2 = xy$

$\dot{3} + 2 = (2x_1 + 1)2y_1$

$\dot{3} + 2 = 4x_1y_1 + 2y_1$

$\dot{3} + 2 = x_1y_1 + 2y_1 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (x_1 + 2)y_1$

Si:

$x_1 = 3x_2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (3x_2 + 2)y_1 = \dot{3} + 2y_1 \Rightarrow y_1$

$$= 3y_2 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(e_1)$$

Si:

$$x_1 = 3x_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (3x_2 + 4)y_1 = 4y_1 = y_1 \Rightarrow y_1$$

$$= 3y_2 + 2 \ldots\ldots..(e_2)$$

Por lo tanto, tenemos lo siguiente: de (e_2) y (E)

$x = 2(3x_2 + 2) + 1 = 6x_2 + 5$

$y = 2(3y_2 + 2) = 6y_2 + 4$; estas ecuaciones en $(***)$ tenemos:

Reemplazando las dos relaciones en $(***)$.

$443 = 10(6x_2 + 5)(6y_2 + 4) + 9(6y_2 + 4) + 3(6x_2 + 5)$

$445 = 360x_2y_2 + 120x_2 + 300y_2 + 100 + 54y_2 + 18 + 18x_2 + 15$

$310 = 360x_2y_2 + 120x_2 + 300y_2 + 54y_2 + 18x_2$

$310 = 360x_2y_2 + 354x_2 + 300y_2 + 138x_2$ no hay solución.

No hay solución.

Para el caso (e_1) y (E) tenemos:

Para $x = 2(3x_2) + 1 = 6x_2 + 1$; $y = 2(3y_2 + 1) = 6y_2 + 2$ estas ecuaciones en (***) tenemos:

$443 = 10(6x_2 + 1)(6y_2 + 2) + 9(6y_2 + 2) + 3(6x_2 + 1)$

$445 = 360x_2y_2 + 120x_2 + 60y_2 + 20 + 54y_2 + 18 + 18x_2 + 3$

$402 = 360x_2y_2 + 138x_2 + 114y_2$ no hay solución.

Pasamos a ver el caso (F)

para: $y = 2y_1 + 1$; $x = 2x_1$ tenemos:

$\dot{3} + 2 = 2x_1(2y_1 + 1)$

$\dot{3} + 2 = x_1y_1 + 2x_1 = (y_1 + 2)x_1$

Si: $x_1 = 3x_2 + 1 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (3x_2 + 1)(2 + y_1) = 2 + y_1 \Rightarrow y_1 = 3y_2$

Si: $x_1 = 3x_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (3x_2 + 2)(2 + y_1) = 4 + 2y_1 \Rightarrow \dot{3} + 1 = 2y_1$

$$\Rightarrow y_1 = 3y_2 + 2$$

Por lo tanto, para:

$x = 2(3x_2 + 1) = 6x_2 + 2$; $y = 2(3y_2) + 1 = 6y_2 + 1$ en (***)

$443 = 10(6x_2 + 2)(6y_2 + 1) + 9(6y_2 + 1) + 3(6x_2 + 2)$

$443 = 360x_2y_2 + 60x_2 + 120y_2 + 20 + 54y_2 + 9 + 18x_2 + 6$

$408 = 360x_2y_2 + 78x_2 + 174y_2$ no hay solución.

Para $x = 2(3x_2 + 2) = 6x_2 + 4$; $y = 2(3y_2 + 2) + 1 = 6y_2 + 5$

$443 = 10(6x_2 + 4)(6y_2 + 5) + 9(6y_2 + 5) + 3(6x_2 + 4)$

$443 = 360x_2y_2 + 240x_2 + 300y_2 + 200 + 54y_2 + 45 + 18x_2 + 12$

$186 = 360x_2y_2 + 318x_2 + 294y_2$ no hay solución.

Similarmente, al número 4457, también se obtiene vía la ecuación

$4457 = (10z + 1)(10w + 7)$

Continuamos con el algoritmo:

$4457 = 100zw + 70z + 10w + 7$

$4450 = 100zw + 70z + 10w.$

$445 = 10zw + 7z + w$; $z \geq 1$ … … … … … … … … $(*)$.

Análogamente al anterior se tiene:

Caso (i): $\begin{cases} w = 2w_1 \\ z = 2z_1 + 1 \end{cases}$ o también

Caso (ii): $\begin{cases} w = 2w_1 + 1 \\ z = 2z_1 \end{cases}$

Para el caso i) en $(*)$

$\dot{3} + 1 = zw + w + z = (2z_1 + 1)2w_1 + 2w_1 + 2z_1 + 1$

$\dot{3} = 4z_1w_1 + 2w_1 + 2z_1 = z_1w_1 + w_1 + 2z_1$

Si: $z_1 = 3z_2 \Rightarrow w_1 = 3w_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**)$

Si: $z_1 = 3z_2 + 1 \Rightarrow \dot{3} = (3z_2 + 1)w_1 + w_1 + 2(3z_2 + 1) = 2w_1 + 2$

$\Rightarrow w_1 = 3w_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (***)$

Si : $z_1 = 3z_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} = (3z_2 + 2)w_1 + w_1 + 2(3z_2 + 2) = \dot{3} + 1$ falso.

Luego de las relaciones $(**)$ y (i) tenemos:

$w = 2(3w_2) = 6w_2$; $z = 2(3\, z_2) + 1 = 6z_2 + 1$; estas relaciones en $(*)$ se obtiene.

$445 = 10(6w_2)(6z_2 + 1) + 6w_2 + 42z_2 + 7$

$438 = 360z_2w_2 + 42z_2 + 66w_2$ no hay solución.

Luego de las relaciones $(***)$ y (i) tenemos:

$w = 2(3w_2 + 2) = 6w_2 + 4$; $z = 2(3\, z_2 + 1) = 6z_2 + 3$ estas relaciones en $(*)$ se obtiene :

$445 = 10(6w_2 + 4)(6z_2 + 3) + (6z_2 + 3) + 6w_2 + 4$

$445 = 360z_2w_2 + 240z_2 + 180w_2 + 120 + 6w_2 + 4 + 42z_2 + 21$

$300 = 360z_2w_2 + 282z_2 + 186w_2$ no hay solución

Análogamente tenemos:

Para el caso ii) en $(*)$ tenemos:

$\dot{3} + 1 = 2z_1(2w_1 + 1) + 2w_1 + 1 + 2z_1$

$\dot{3} = z_1w_1 + z_1 + 2w_1$

Si: $z_1 = 3z_2 + 1 \Rightarrow \ \dot{3} = (3z_2 + 1)w_1 + 3z_2 + 1 + 2w_1 = \ \dot{3} + 1$ absurdo.

Si: $z_1 = 3z_2 + 2 \Rightarrow \ \dot{3} = (3z_2 + 2)w_1 + 3z_2 + 2 + 2w_1 = w_1 + 1$

$\Rightarrow w_1 = 3w_2 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(****)$

Si: $z_1 = 3z_2 \Rightarrow w_1 = 3w_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(*****)$

De $(****)$ y (ii) tenemos

$w = 2(3w_2) + 1 = 6w_2 + 1\,; z = 2(3z_2) = 6z_2$ esta relación en $(*)$ tenemos:

$445 = 10(6z_2)(6w_2 + 1) + 6w_2 + 1 + 42z_2$

$444 = 360z_2w_2 + 60z_2 + 60z_2 + 6w_2 + 42z_2$, no hay solución.

Similarmente de $(*****)$ y (ii) vemos que no hay solución.

Veamos el siguiente número: 4517

$4517 = 100xy + 90y + 30x + 27;\ \ x \neq \dot{3}\,, y \neq \dot{3} - \{0\}$

$4490 = 100xy + 90y + 30x.$

$449 = 10xy + 9y + 3x, x \geq 1; y \geq 1$……………….$(*)$

De $(*)$ también se presentan dos casos:

Caso (A): $\begin{cases} x = 2x_1 \\ y = 2y_1 + 1 \end{cases}$ o también Caso (B): $\begin{cases} x = 2x_1 + 1 \\ y = 2y_1 \end{cases}$

También se tiene de $(*)$:

$\dot{3} + 2 = xy \ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(**)$

Análogamente a lo realizado en el algoritmo se tiene de las relaciones $(**)$ y (A) lo siguiente:

$\dot{3} + 2 = 2x_1(2y_1 + 1) = x_1\, y_1 + 2x_1 = x_1(y_1 + 2)$

Luego tenemos:

Si: $x_1 = \dot{3} + 1;\ y_1 = \dot{3}$ $\quad i.e.\quad$ $x_1 = 3x_2 + 1\,;\ y_1 = 3y_2$ de esta relación en (A) tenemos:

$x = 2(3x_2 + 1) = 6x_2 + 2$ y también $y = 2(3y_2) + 1 = 6y_2 + 1$ estas expresiones en (*) da lo siguiente:

$449 = 10(6x_2 + 2)(6y_2 + 1) + 9(6y_2 + 1) + 3(6x_2 + 2)$

$449 = 360x_2y_2 + 60x_2 + 120y_2 + 20 + 54y_2 + 9 + 18x_2 + 6$

$414 = 360x_2y_2 + 78x_2 + 174y_2;\ x_2 \geq 1,\ y_2 \geq 1$ no hay solución

Continuando con el proceso tenemos:

si: $x_1 = \dot{3} + 2;\ y_1 = \dot{3} + 2$ $i.e.$ $x_1 = 3x_2 + 2\ ;\ y_1 = 3y_2 + 2,$ esta relación en (A) tenemos:

$x = 2(3x_2 + 2); y = 2(3y_2 + 2) + 1$ estas expresiones en (*) da lo siguiente:

$449 = 10(6x_2 + 4)(6y_2 + 5) + 9(6y_2 + 5) + 3(6x_2 + 4)$

$= 360x_2y_2 + 200x_2 + 300y_2 + 240 + 54y_2 + 45 + 18x_2 + 12$

$192 = 360x_2y_2 + 318x_2 + 294y_2$ esta ecuación no tiene solución.

De la relación (B) $y = 2y_1\ ;\ x = 2x_1 + 1$ tenemos en $(**)$ lo siguiente:

$\dot{3} + 2 = xy = (2x_1 + 1)2y_1$.

Si: $y_1 = \dot{3} + 1 \ \Rightarrow\ \dot{3} + 2 = (2x_1 + 1)(\dot{3} + 2) = 4x_1 + 2 = \ x_1 + 2$

$\Rightarrow x_1 = 3x_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b_1)$

Si: $y_1 = \dot{3} + 2 \ \Rightarrow\ \dot{3} + 2 = (2x_1 + 1)(\dot{3} + 1) = 2x_1 + 1$

$\Rightarrow\ \dot{3} + 1 = 2x_1 \Rightarrow x_1 = 3x_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b_2)$

Así tenemos de la relación (B) y (b_1)

$x = 2(3x_2) + 1\ ;\ y = 2(3y_2 + 1) = 6y_2 + 2$ esta relación en $(*)$ tenemos:

$449 = 10(6x_2 + 1)(6y_2 + 2) + 9(6y_2 + 2) + 3(6x_2 + 1)$

$= 360x_2y_2 + 120x_2 + 60y_2 + 20 + 54y_2 + 18 + 18x_2 + 3$

$408 = 360x_2y_2 + 138x_2 + 114y_2$, no hay solución.

Análogamente de la relación (B) y (b_2)

Para $x = 2(3x_1 + 2) + 1 = 6x_2 + 5$; $y = 2(3y_2 + 2) = 6y_2 + 4$ esta relación en $(*)$ tenemos:

$449 = 10(6x_2 + 5)(6y_2 + 4) + 9(6y_2 + 4) + 3(6x_2 + 5)$

$449 = 360x_2y_2 + 240x_2 + 300y_2 + 200 + 54y_2 + 36 + 18x_2 + 15$

$198 = 360x_2y_2 + 258x_2 + 354y_2$, no existe solución.

Para la siguiente forma de expresar el número 4517 tenemos la ecuación

$4517 = 100zw + 70z + 10w + 7$

$4510 = 100zw + 70z + 10w.$

$451 = 10zw + 7z + w$; … … $(*)$ $w \neq 451$ $z \geq 1, w \geq 1.$

Se presentan los siguientes casos

Caso (C): $\begin{cases} w = 2w_1 \\ z = 2z_1 + 1 \end{cases}$ o también Caso (D): $\begin{cases} w = 2w_1 + 1 \\ z = 2z_1 \end{cases}$

Además como $451 = \dot{3} + 1 = zw + w + z = (z + 1)(w + 1) - 1$

$\dot{3} + 2 = (z + 1)(w + 1)$

Como $w = 2w_1$, $z = 2z_1 + 1$ tenemos $\dot{3} + 2 = (2z_1 + 2)(2w_1 + 1)$

Si:

$z_1 = 3z_2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (\dot{3} + 2)(2w_1 + 1) = 4w_1 + 2 \Rightarrow w_1 = 3w_2 \ldots \ldots \ldots . . (C_1)$

Si $w_1 = 3w_2 + 1 \Rightarrow 2w_1 = \dot{3} + 2 \Rightarrow 2w_1 + 1 = \dot{3}$ absurdo.

Si $w_1 = 3w_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (2z_1 + 2)(\dot{3} + 4 + 1) = (2z_1 + 2)(\dot{3} + 2)$

$= 4z_1 + 1 = z_1 + 1 \Rightarrow z_1 = \dot{3} + 1 = 3z_2 + \cdots \ldots . . (C_2)$

Por lo tanto de las relaciones (C_1) y (C_2) tenemos:

$w = 2w_1 = 2(3w_2) = 6w_2$; $z = 2(3z_2) + 1 = 6z_2 + 1$, estas expresiones en $(*)$ se obtiene lo siguiente:

$451 = 10(6z_2 + 1)(6w_2) + 6w_2 + 7(6z_2 + 1)$

$443 = 360z_2w_2 + 66w_2 + 42z_2$ no hay solución.

De las relaciones (C_1) y (C_2) tenemos:

Para $w = 2(3w_2 + 2) = 6w + 4; z = 2(3z_2) + 1 = 6z_2 + 1$

Luego tenemos estas expresiones en $(*)$ lo siguiente:

$$451 = 10(6z_2 + 3)(6w_2 + 4) + 6w_2 + 4 + 7(6z_2 + 3)$$

$$= 360z_2w_2 + 240z_2 + 180w_2 + 120 + 6w_2 + 42z_2 + 21$$

$310 \; = 360z_2w_2 + 186w_2 + 282z_2$, no hay solución.

Para el caso $(\boldsymbol{D})$ tenemos lo siguiente:

$w = 2w_1 + 1 \; ; \quad z = 2z_1$ de esta relación en $(*)$ se tiene:

$\dot{3} + 2 = (2z_1 + 1)(2w_1 + 2)$.

Si $z_1 = 3z_2 \; \Rightarrow \dot{3} + 2 = \left(\dot{3} + 1\right)(2w_1 + 2) = 2w_1 + 2$

$$\Rightarrow w_1 = 3w_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(d_1)$$

Si $z_1 = 3z_2 + 2 \qquad \Rightarrow \dot{3} + 2 = \left(\dot{3} + 2\right)(2w_1 + 2) = w_1 + 1$

$$\Rightarrow w_1 = 3w_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(d_2)$$

De la relación $(\boldsymbol{D})$ y $(\boldsymbol{d_1})$ tenemos:

Si $z = 6z_2 \quad ; \quad w = 2(3w_2) + 1 = 6w_2 + 1$

$451 = 10(6z_2)(6w_2 + 1) + 6w_2 + 1 + 7(6z_2), z \geq 1 \; \Rightarrow z_2 \geq 1$

$450 = 360z_2w_2 + 102z_2 + 6w_2$, no hay solución.

Si $\quad z = 2(3z_2 + 2) = 6z_2 + 4, w = 2(3w_2 + 1) + 1 = 6w_2 + 3, \quad$ estas expresiones en $(*)$ da lo siguiente:

$$451 = 10(6z_2 + 4)(6w_2 + 3) + 6w_2 + 3 + 7(6z_2 + 4)$$

$$451 = 360z_2w_2 + 180z_2 + 240w_2 + 6w_2 + 3 + 42z_2 + 28 + \; 12$$

$300 = 360z_2w_2 + 222z_2 + 246w_2$, no hay solución.

Luego 4517 es primo, por tanto:

$8974 = \underbrace{4457}_{primo} + \underbrace{4517}_{primo}.$

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cinco cifras.

En esta parte damos un número natural par que termina en cuatro y lo escribimos como la suma de dos números primos.

Tal número par es escogido aleatoriamente y consta de cinco cifras.

Ejemplo: análogo a lo realizado en el capítulo III tenemos:

Sea: $m = 88974 \quad , 2k = 88974 \Rightarrow k = 44487$

Según el algoritmo tenemos lo siguiente:

$$k_1 = \frac{44487 - 7 - \alpha}{10} \quad ; \; k_2 = \frac{44487 + \alpha - 7}{10}$$

$$k_1 = \frac{44480 - \alpha}{10} \qquad ; \; k_2 = \frac{44480 + \alpha}{10}$$

$k_1 \neq \dot{7} - \{0\}$

$k_1 \neq \dot{3} + 2$

$k_2 \neq \dot{7} - \{0\}$

$k_2 \neq \dot{3} + 2$

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

α	k_1	k_2
0	4448	4448
10	4447	4449
20	4446	4450
30	4445	4451
40	4444	4452
50	4443	4453

60	4442	4454
70	4443	4455
80	4440	4456
90	4439	4457
100	4438	4458
110	4437	4459
120	4436	4460
130	4435	4461
140	4434	4462
150	4433	4463
160	4432	4464
170	4431	4465
180	4430	4466
190	4429	4467
. . .	. . .	. . .
44480	0	8896

Tomando algunos pares: $(44477, 44497), (44467,\ 44507), \ldots$

I. $44477 = (10x+9)(10y+3), x \neq \dot{3}, y \neq \dot{3} - \{0\}$

$44477 = 100xy + 30x + 90y + 27$

$44450 = 100xy + 30x + 90y$

$4445 = 10xy + 3x + 9y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(*)$

En $(*)$ se presentan los siguientes casos

$(A_1): x = 2x_1 \quad ; \quad y = 2y_1 + 1$ ó $(A_2): x = 2x_1 + 1 \quad ; \quad y = 2y_1$

Además de $(*)$ tenemos:

$\dot{3} + 2 = 2x_1(2y_1 + 1\ ) = x_1y_1 + 2x_1 = x_1(y_1 + 2\ )$

$y_1 = 3y_2 \Rightarrow x_1 = 3x_2 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (***)$

$y_1 = 3y_2 + 2 \Rightarrow x_1 = 3x_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (iv)$

De $(\boldsymbol{A_1})$ tenemos de $(***)$ $\boldsymbol{en}$ $(*)$

$x = 2(3x_2 + 1\ ) = 6x_2 + 2\ , y = 2(3y_2) + 1 = 6y_2 + 1$

$4445 = 10(6x_2 + 2)(6y_2 + 1) + 3(6x_2 + 2) + 9(6y_2 + 1)$

$4445 = 360x_2y_2 + 60x_2 + 120y_2 + 20 + 18x_2 + 6 + 54y_2 + 9$

$4410 = 360x_2y_2 + 78x_2 + 174y_2$

$2205 = 180x_2y_2 + 39x_2 + 87y_2$

$735 = 60x_2y_2 + 13x_2 + 29y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (v)$

De (v) tenemos dos casos:

Caso (B_1): $\begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$ o también Caso (B_2): $\begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$

Además de (v) tenemos:

$\dot{3} = x_2 + 2y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. (vi)$

De (vi) tenemos lo siguiente:

$\dot{3} = 2x_3 + 4y_3 + 2 = 2x_3 + y_3 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (vii)$

$y_3 = 3y_4 + 1 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + \dot{3} \Rightarrow x_3 = 3x_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (viii)$

$y_3 = 3y_4 + 2 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + 3y_4 + 4 = 2x_3 + 1 \Rightarrow 3x_4 + 1 \ldots\ldots\ldots. (ix)$

$y_3 = 3y_4 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + 2 \Rightarrow 3x_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots... (x)$

Luego de las relaciones (v) y $(viii)$

$a_1)$ $\quad 735 = 60(6x_4)[2(3y_4 + 1) + 1] + 13(6x_4) + 29(6y_4 + 3)$

$216 = 720x_4y_4 + 360x_4 + 26x_4 + 58y_4$; no hay solución.

De las relaciones $(ix)\ y\ (v)$ tenemos:

$a_2)$ $735 = 60[2(3x_4 + 1)][2(3y_4 + 2) + 1] + 13(6x_4 + 2) + 29(6y_4 + 5)$

$735 = 60(6x_4 + 2)(6y_4 + 5) + 78x_4 + 26x_4 + 26 + +145 + 174y_4$

no hay solución.

De las relaciones $(v)\ y\ (x)$ tenemos:

$a_3)$ $735 = 60[2(3x_4 + 2)][2(3y_4 + 1)] + 13(6x_4 + 4) + 29(6y_4 + 1)$

$735 = 60(6x_4 + 4)(6y_4 + 1) + 78x_4 + 52 + 174y_4 + 29$

$245 = 60(36x_4y_4) + 360x_4 + 24(60y_4) + 78x_4 + 174y_4$; no hay solución.

Esto ha sido trabajando con la posibilidad B_1.

Trabajando con la posibilidad (B_2) tenemos en (vi)

$\dot{3} = (2x_3 + 1) + 2(2y_3) = 2x_3 + 1 + y_3$

Si $y_3 = 3y_4 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + 1 \Rightarrow x_3 = 3x_4 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (xi)$

Si $y_3 = 3y_4 + 1 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + 1 + 3y_4 + 1 = 2x_3 + 2 = 2(3x_4 + 2) + 2$

$x_3 = 3x_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (xii)$

Si $y_3 = 3y_4 + 2 \Rightarrow \dot{3} = 2x_3 + 1 + 3y_2 + 2 = 2x_3 \Rightarrow x_3 = 3x_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (xiii)$

De $(xi)\ y\ (v)$ tenemos:

$b_1)$ $735 = 60[2(3x_4 + 1) + 1][2(3y_4)] + 13[2(3x_4 + 1) + 1] + 29[2(3y_4)]$

$735 = 60(6x_4 + 3)(6y_4) + 13(6x_4 + 3)78x_4 + 29(6y_4)$

$696 = 60(6x_4 + 3)(6y_4) + 78x_4 + 29(6y_4)$; no hay solución

De $(xii)\ y\ \ (v)$

$b_2)$ $735 = 60[2(3x_4 + 2) + 1][2(3y_4 + 1)] + 13(6x_4 + 5) + 29(6y_4 + 2)$

$735 = 60(6x_4 + 5)(6y_4 + 2) + 78x_4 + 65 + 29(6y_4) + 58$

$12 = 60(36x_4y_4) + 60(12x_4) + 60(30y_4) + 78x_4 + 29(6y_4)$; no hay solución.

De $(xiii)\ y\ \ \ (v)$ tenemos:

$b_3)$ $735 = 60[2(3x_4) + 1][2(3y_4 + 2)] + 13(6x_4 + 1) + 29(6y_4 + 4)$

$735 = 60(6x_4 + 2)(6y_4 + 4) + 78x_4 + 13 + 29(6y_4) + 116$

$126 = 60(36x_4y_4) + 60(12y_4) + 24 + 60x_4 + 78x_4 + 29(6y_4)$; no hay solución.

Para el caso A_2 tenemos:

$4445 = 10xy + 3x + 9y$ Tenemos:

$x = 2x_1 + 1 \quad ; \quad y = 2y_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (ii)$

$\dot{3} + 2 = xy$

De estas relaciones tenemos:

$4445 = \dot{3} + 2 = (2x_1 + 1)2y_1 = 4x_1y_1 + 2y_1$

$\dot{3} + 2 = x_1y_1 + 2y_1 = y_1(x_1 + 2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**)$

De $(**)$ tenemos dos posibilidades.

I. Si $y_1 = \dot{3} + 1 \Rightarrow x_1 = \dot{3}$, es decir tenemos ,lo siguiente:

$y_1 = 3y_2 + 1\ ;\ x_1 = 3x_2$, esta relación en la relación (ii) resulta.

$4445 = 10(2x_1 + 1)(2y_1) + 3(2x_1 + 1) + 9(2y_1)$

$4445 = 10(6x_2 + 1)(6y_2 + 2) + 3(6x_2 + 1) + 18(3y_2 + 1)$

$4445 = 360x_2y_2 + 120x_2 + 60y_2 + 18x_2 + 54y_2 + 20 + 3 + 18$

$4404 = 360x_2y_2 + 138x_2 + 114y_2$

$734 = 60x_2y_2 + 23x_2 + 19y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (C)$

De la relación (C) tenemos:

Caso (α_1): $\begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$ o también Caso (α_2): $\begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$

Además:

$\dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (***)$

De $(***)$ y la relación (α_1) tenemos:

$\dot{3} + 2 = 4x_3 + 2y_3 = x_3 + 2y_3$, por lo tanto:

$x_3 = \dot{3}$; $y_3 = \dot{3} + 1$ ó $x_3 = \dot{3} + 1$; $y_3 = \dot{3} + 2$ ó $x_3 = \dot{3} + 2$; $y_3 = \dot{3}$

Es decir, tenemos las siguientes posibilidades.

$x_3 = 3x_4$, $y_3 = 3y_4 + 1$ ó $x_3 = 3x_4 + 1$, $y_3 = 3y_4 + 2$ ó $x_3 = 3x_4 + 2$, $y_3 = 3y_4$, estas relaciones en (C) para obtener lo siguiente:

$c_1)$ $734 = 60(6x_4)(6y_4 + 2) + 23(6x_4) + 19(6y_4 + 2)$, esta posibilidad.

$$734 = 2160x_4y_4 + 720x_4 + 138x_4 + 114y_4 + 38$$

$696 = 2160x_4y_4 + 858x_4 + 114y_4$; no hay solución.

$c_2)$ $734 = 60(6x_4 + 2)(6y_4 + 4) + 23(6x_4 + 2) + 19(6y_4 + 4)$

$$734 = 2160x_4y_4 + 720y_4 + 360(4x_4) + 480 + 138x_4 + 46 + 76 + 114y_4$$

$132 = 2160x_4y_4 + 834y_4 + 1578x_4$; no hay solución.

$c_3)$ $734 = 60(6x_4 + 4)(6y_4) + 23(6x_4 + 4) + 19(6y_4)$

$642 = 60(36x_4y_4) + 24(60y_4) + 138x_4 + 114y_4$; no hay solución

Luego pasamos al caso(α_2):

$$x_2 = 2x_3 + 1 ; \quad y_2 = 2y_3 + 1 ; \quad \dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2$$

Así tenemos:

$\dot{3} + 2 = 4x_3 + 2 + 2y_3 + 1 = x_3 + 2y_3$. Lo cual implica que:

- $x_3 = 3x_4$; $y_3 = 3y_4 + 1$
- $x_3 = 3x_4 + 1$; $y_3 = 3y_4 + 2$
- $x_3 = 3x_4 + 2$; $y_3 = 3y_4$

Estas relaciones en (C) da lo siguiente:

$d_1)$ $734 = 60(6x_4 + 1)(6y_4 + 3) + 23(6x_4 + 1) + 19(6y_4 + 3)$ esta posibilidad.

$$734 = 2160x_4y_4 + 1080x_4 + 360y_4 + 180 + 138x_4 + 23 + 114y_4 + 57$$

$474 = 2160x_4y_4 + 1218x_4 + 474y_4$; no hay solución.

$d_2)\quad 734 = 60(6x_4+3)(6y_4+5)+23(6x_4+3)+19(6y_4+5)$; no hay solución.

$d_3)$ $734 = 60(6x_4+5)(6y_4+1)+23(6x_4+5)+19(6y_4+1)$

$734 = 300+60(36x_4y_4)+1800y_4+360x_4+138x_4+114y_4+134$

no hay solución.

Continuando con las posibilidades tenemos:

De $(**)$ el caso (II)

II. Si $y_1 = \dot{3}+2 \Rightarrow \dot{3}+2 = (2x_1+1)(2y_1) = x_1y_1+2y_1$

$$\dot{3}+2 = \left(\dot{3}+2\right)(x_1+2) \Rightarrow x_1 = \dot{3}+2$$

Por lo tanto.

$y_1 = 3y_2+2 \qquad x_1 = 3x_2+2$, de esta relación y (ii) tenemos:

$4445 = 10[2(3x_2+2)+1][2(3y_2+2)]+3(6x_2+5)+9(6y_2+4)$

$4445 = 10(6x_2+5)(6y_2+4)+3(6x_2+5)+9(6y_2+4)$

$4445 = 360x_2y_2+240x_2+300y_2+18x_2+15+54y_2+36+200$

$699 = 60x_2y_2+43x_2+59y_2\ , x_2, y_2 \geq 1$

Se podía seguir el esquema anterior, pero también podemos usar que para pequeños valores del lado izquierdo se puede hacer lo siguiente:

$x_2 = 2 \Rightarrow 699 = 120y_2+59y_2+86 = 179y_2+86 \Rightarrow 613 = 179y_2$, no hay solución.

$x_2 = 3 \Rightarrow 699 = 180y_2+59y_2+129 \Rightarrow 570 = 239y_2 \Rightarrow$, no hay solución.

$x_2 = 4 \Rightarrow 699 = 240y_2+59y_2+172 \Rightarrow 299y_2+172 \Rightarrow 199y_2 = 527$, no hay solución

$x_2 = 5 \Rightarrow 699 = 300y_2+59y_2+215 \Rightarrow 484 = 359y_2 \Rightarrow y_2 \in \emptyset$

$x_2 = 6 \Rightarrow 699 = 360y_2+59y_2+258 \Rightarrow 441 = 419y_2 \Rightarrow y_2 \in \emptyset$

$x_2 = 7 \Rightarrow 699 = 420y_2 + 59y_2 + 301 \Rightarrow 398 = 479y_2$ absurdo. Por lo tanto, no hay solución. Así tenemos que el número 44497 es primo, con lo cual.

$88974 = (44477) + (44497)$

El número escogido $m = 88974$ también puede ser expresado como:

$88974 = (10x + 1) + (10y + 3), x \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{3}$

$88970 = 10x + 10y$

$8897 = x + y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

De (i) tenemos algunos valores de "x" e "y"

x	y
8897	**0**
8896	1
8895	2
8894	**3**
8893	4
8892	5
8891	**6**
8890	7
8899	8
8898	**9**
8897	10
8896	11
8895	**12**
8894	13
8893	14

8892	**15**
8891	16
8890	17
8899	**18**
. . .	. . .
0	**8897**

Esta sería otra forma de escribir el mismo número 88974 como la suma de dos números primos es solo seguir el esquema anterior.

Otra manera de escribir $m = 88974$ como la suma dos números primos y otra técnica de encontrar estos números primos.

Luego tenemos que la manera de llegar a este número es de acuerdo al algoritmo lo siguiente.

$(i).\, 88974 = (10x + 7) + (10y + 7), x \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{3} + 2;\;\; x \neq \dot{7} - \{0\}, y \neq \dot{7} - \{0\}$

$(ii).\, 88974 = (10x + 3) + (10y + 1)$

$(iii).\, 88974 = (10x + 9) + 5$

De la ecuación (i) tenemos:

$88960 = 10x + 10y$

$8896 = x + y$

Damos algunos valores a "x" e "y", los cuales coinciden con los valores que toma k_1 y k_2

y	x
8896	0
8895	1
8893	3
8892	4
8891	5
8887	9
8886	10
. . .	. . .
0	**8896**

Los posibles primos cuya suma dará 88974 son: (7; 88967), (17; 88957), (37; 88937), (47; 88927), (67; 88917), (97; 88977), (107; 88867) …………

Es fácil ver que las primeras componentes hasta el 107 son números primos.

Es fácil ver que la componente del número 17 no es primo pues es divisible entre 11, por lo tanto, empecemos a averiguar si $N_1 = 88937$ es un número primo.

N_1 es primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas no tienen solución.

(A_1) $\quad 88937 = (10x + 3)(10y + 9)\ , x \neq \dot{3} - \{0\},\ \ y \neq \dot{3}$

(A_2) $\quad 88937 = (10x + 1)(10y + 7)\ , x \geq 1, y \neq \dot{7} - \{0\}, \qquad y \neq \dot{3} + 2, x \neq \dot{3} + 2$

Resolviendo el caso (A_1) tenemos:

$\dot{3} + 2 = x.y \qquad \dots \dots \dots \dots \dots .(*)$

De $(*)$ tenemos:

Si $x = 3x_1 + 1, y = 3y_1 + 2 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots .(i)$

Si $x = 3x_1 + 2, y = 3y_1 + 1 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots ..(ii)$

De (A_1) y (i) tenemos:

$88937 = (30x_1 + 13)\ (30y_1 + 29)$ ... ... (iii).

De (iii) se presentan dos casos:

Caso I:

$\sqrt{88937} \geq 30x_1 + 13$

$298.22 \geq 30x_1 + 13$

$x_1 \leq 9$

Caso II:

$\sqrt{88937} \geq 30y_1 + 29$

$298.22 \geq 30y_1 + 29$

$y_1 \leq 8$

Luego:

$x \in \{28; 25; 22; 19; 16; 13; 10; 7; 4; 1\} = R_1$

$y \in \{26; 23; 20; 17; 14; 11; 8; 5; 2\} = R_2$

De $\boldsymbol{R_1}$ y $(\boldsymbol{A_1})$ tenemos:

- Para $x = 28$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 283(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 25$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 253(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 22$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 223(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 19$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 193(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 16$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 163(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 13$ en (A_1) tenemos

  $88937 = 133(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 10$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 103(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 7$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 73(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 4$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 43(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 1$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 13(10y + 9)$, no hay solución entera.

Para $y \in R_2$ tenemos en (A_1) lo siguiente:

- Para $y = 26$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 269(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 23$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 239(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 20$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 209(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 17$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 179(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 14$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 149(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 11$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 119(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 8$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 89(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 5$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 59(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 2$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 29(10x + 3)$, no hay solución entera.

Por lo tanto de (i) y (A_1) no hay solución entera.

De $(\boldsymbol{A_1})$ y $(\boldsymbol{ii})$ tenemos:

$88937 = (30x_1 + 23)(30y_1 + 19)$

Tenemos dos casos:

Caso I

- $298.22 \geq 30x_1 + 23$

  $279.22 \geq 30x_1$

  $x_1 \leq 9$

  Por lo tanto, tenemos:

  $x \in \{29; 26; 23; 20; 17; 14; 11; 8; 5; 2\} = R_3$

Caso II:

- $298.22 \geq 30y_1 + 19$

  $279.22 \geq 30y_1$

  $y_1 \leq 9$

  Por lo tanto, tenemos:

  $y \in \{28; 25; 22; 19; 16; 13; 10; 7; 4; 1\} = R_4$

De $(\boldsymbol{R_3})$ y $(\boldsymbol{A_1})$ tenemos:

- Para $x = 29$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 293(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 26$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 263(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 23$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 233(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 20$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 203(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 17$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 173(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 14$ en (A_1) tenemos

  $88937 = 143(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 1$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 113(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 8$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 83(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 5$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 53(10y + 9)$, no hay solución entera.

- Para $x = 2$ en (A_1) tenemos:

  $88937 = 23(10y + 9)$, no hay solución entera.

De $\boldsymbol{R_4}$ y $(\boldsymbol{A_1})$ lo siguiente:

- Para $y = 28$:

  $88937 = 289(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 25$:

  $88937 = 259(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 22$:

  $88937 = 229(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 19$:

  $88937 = 199(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 16$:

  $88937 = 169(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 13$:

  $88937 = 139(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 10$:

  $88937 = 109(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 7$:

  $88937 = 79(10x + 3)$, no hay solución entera.

- Para $y = 4$:

  $88937 = 49(10x + 3)$, no hay solución entera

- Para $y = 1$:

  $88937 = 19(10x + 3)$, no hay solución entera

De (A_2) tenemos:

$\dot{3} + 2 = (x + 1)(y + 1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**)$

De $(**)$ se tiene:

Si $x = 3x_1 + 1 \;\Rightarrow y = 3y_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (iv)$

Si $x = 3x_1 \;\Rightarrow\; y = 3y_1 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (v)$

De (A_2) y (iv) tenemos:

$88937 = (30x_1 + 11)(30y_1 + 7) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (vi)$

De (vi) se presentan dos casos:

Caso I

- $\sqrt{88937} \geq 30x_1 + 11$
- $298.22 \geq 30x_1 + 11$

  $279.22 \geq 30x_1$

  $x_1 \leq 9$

Caso II:

- $\sqrt{88937} \geq 30y_1 + 7$

  $298.22 \geq 30y_1 + 7$

  $279.22 \geq 30y_1$

  $y_1 \leq 9$

Por lo tanto, tenemos:

$x \in \{28; 25; 22; 19; 16; 13; 10; 7; 4; 3\} = R_5$

$y \in \{27; 24; 21; 18; 15; 12; 9; 6; 3; 0\} = R_6$

Además $y \neq 21$ porque es múltiplo de 7.

De R_5 y (A_2) tenemos:

- $x = 28 \Rightarrow 88937 = 281(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 25 \Rightarrow 88937 = 251(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 22 \Rightarrow 88937 = 221(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 19 \Rightarrow 88937 = 191(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 16 \Rightarrow 88937 = 161(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 13 \Rightarrow 88937 = 131(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 10 \Rightarrow 88937 = 101(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 7 \Rightarrow 88937 = 71(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 4 \Rightarrow 88937 = 41(10y + 7)$ no hay solución entera.
- $x = 3 \Rightarrow 88937 = 31(10y + 7)$ no hay solución entera. No debe haber

De R_6 y (A_2) tenemos:

- $y = 27 \Rightarrow 88937 = 277(10x + 1)$ no hay solución entera.
- $y = 24 \Rightarrow 88937 = 247(10x + 1)$ no hay solución entera.
- $y = 18 \Rightarrow 88937 = 187(10x + 1)$ no hay solución entera.
- $y = 15 \Rightarrow 88937 = 157(10x + 1)$ no hay solución entera.

- ❖ $y = 12 \Rightarrow 88937 = 127(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 9 \Rightarrow 88937 = 97(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 6 \Rightarrow 88937 = 67(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 3 \Rightarrow 88937 = 37(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 0 \Rightarrow 88937 = 7(10x + 1)$ no hay solución entera.

Continuando con el proceso tenemos lo siguiente de (v) y (A_2)

$$88937 = (30x_1 + 1)(30y_1 + 17) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (vii)$$

De (vii) tenemos dos probabilidades.

I.

- $\sqrt{88937} \geq 30x_1 + 1$

$298.22 \geq 30x_1 + 1$

$297.22 \geq 30x_1$

$x_1 \leq 9$

II.

- $\sqrt{88937} \geq 30y_1 + 17$

$298.22 \geq 30y_1 + 17$

$281.22 \geq 30y_1$

$y_1 \leq 9$

Por lo tanto, tenemos:

$x \in \{27; 24; 21; 18; 15; 12; 9; 6; 3\} = R_7$; $\quad x \geq 1$

$y \in \{28; 25; 22; 19; 16; 13; 10; 7; 4; 1\} = R_8$.

Además, se elimina 28 y 7 porque son múltiplos de 7.

De R_7 y (A_2) tenemos:

- ❖ $x = 27 \Rightarrow 88937 = 271(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 24 \Rightarrow 88937 = 241(10y + 7)$ no hay solución entera.

- ❖ $x = 21 \Rightarrow 88937 = 211(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 18 \Rightarrow 88937 = 181(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 15 \Rightarrow 88937 = 151(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 12 \Rightarrow 88937 = 121(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 9 \Rightarrow 88937 = 91(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 6 \Rightarrow 88937 = 61(10y + 7)$ no hay solución entera.
- ❖ $x = 3 \Rightarrow 88937 = 31(10y + 7)$ no hay solución entera.

De R_8 y (A_2) tenemos:

- ❖ $y = 28 \Rightarrow 88937 = 287(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 25 \Rightarrow 88937 = 257(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 22 \Rightarrow 88937 = 227(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 19 \Rightarrow 88937 = 197(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 16 \Rightarrow 88937 = 167(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 13 \Rightarrow 88937 = 137(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 10 \Rightarrow 88937 = 107(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 4 \Rightarrow 88937 = 47(10x + 1)$ no hay solución entera.
- ❖ $y = 1 \Rightarrow 88937 = 17(10x + 1)$ no hay solución entera.

Luego 88937es un número primo. Por lo tanto: $88974 = 37 + 88937$ y ambos son primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de seis cifras.

En este parte escogemos al azar un número de 6 cifras que termine en 4 y lo expresamos como la suma de dos números primos.

Sea $m = 864784$

$(A).\ 864784 = (10x + 7) + (10y + 7),$ $\qquad x \neq 3 + 2, y \neq 3 + 2$

$864770 = 10x + 10y$ $\qquad x \neq 7 - \{0\},\ \ y \neq 7 - \{0\}$

$86477 = x + y$; listamos solo algunos posibilidades para algunos valores de $x\ e\ y$.

x	y
0	86477
1	86476
3	86474
4	86473
6	86471
7	86470
9	86468
10	86467
12	86465
13	86464
14	86463
15	
. . .	. . .

6.1. Para $x = 1 \Rightarrow y = 86476$ luego $10x + 7 = 17$ es primo.

Veamos si el número 864767 es un número primo.

Siguiendo el esquema del algoritmo tenemos:

$864767 = (10x + 9)(10y + 3), \quad y \neq \dot{3} - \{0\}, \quad x \neq \dot{3}$

$864767 = 100xy + 30x + 90y + 27$

$864740 = 100xy + 30x + 90y$

$86474 = 10xy = +3x + 9y \ldots \ldots \ldots (\alpha).$

De (α) tenemos las siguientes posibilidades:

$(A_1) \quad \begin{cases} x = 2x_1 \\ y = 2y_1 \end{cases}$ o también $\quad (B_1) \quad \begin{cases} x = 2x_1 + 1 \\ y = 2y_1 + 1 \end{cases}$

- **Las relaciones (α) $y(A_1)$ tenemos:**

$\dot{3} + 2 = xy$

$\dot{3} + 2 = 2x_1 . 2y_1 = x_1 y_1$

Si $x_1 = \dot{3} + 1 \Rightarrow y_1 = \dot{3} + 2$

Si $x_1 = \dot{3} + 2 \Rightarrow y_1 = \dot{3} + 1$

Luego:

- $x_1 = (3x_2 + 1) \Rightarrow \dot{3} + 2 = (\dot{3} + 1)y_1 \Rightarrow \dot{3} + 2 \Rightarrow y_1 = 3y_2 + 2 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (A_{11})$
- $x_1 = 3x_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = (\dot{3} + 2)\, y_1 \Rightarrow \dot{3} + 2 = 2y_1 \Rightarrow y_1 = 3y_2 + 1 \ldots \ldots . . (A_{12})$

de las relaciones (A_1) y (A_{11}) en (α) tenemos:

$86474 = 10(2x_1)(2y_1) + 3(2x_1) + 9(2y_1)$

$86474 = 40(x_1)(y_1) + 6(x_1) + 18(y_1)$

$86474 = 40(3x_2 + 1)(3y_2 + 2) + 6(3x_2 + 1) + 18(3y_2 + 2)$

$86474 = 40[9x_2y_2 + 6x_2 + 3y_2 + 2] + 18x_2 + 6 + 54y_2 + 36$

$86474 = 360x_2y_2 + 240x_2 + 120y_2 + 80 + 18x_2 + 6 + 54y_2 + 36$

$86474 = 360x_2y_2 + 258x_2 + 174y_2 + 122$

$86352 = 360x_2y_2 + 258x_2 + 174y_2$

$14392 = 60x_2y_2 + 43x_2 + 29y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(A_{112})$

De (A_{112}) tenemos.

(a_1) $\begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$ o también (a_2) $\begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$

Además de (A_{112}) se tiene $\dot{3} + 1 = x_2 + 2y_2$ entonces.

Si:$x_2 = 3x_3 \Rightarrow y_2 = 3y_3 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots..(\alpha_1)$

Si: $x_2 = 3x_3 + 1 \Rightarrow y_2 = 3y_3 \ldots\ldots\ldots\ldots..(\alpha_2)$

Si: $x_2 = 3x_3 + 2 \Rightarrow y_2 = 3y_3 + 1 \ldots\ldots\ldots(\alpha_3)$

De (A_{112}) y (α_1) tenemos:

$14392 = 60\,(3x_3)\,(3y_3 + 2) + 43(3x_3) + 29(3y_3 + 2)$

$14392 = 60[9x_3y_3 + 6x_3] + 129x_3 + 87y_3 + 58$

$14392 = 540x_3y_3 + 360x_3 + 129x_3 + 87y_3 + 58$

$14334 = 540x_3y_3 + 489x_3 + 87y_3$

$4778 = 180x_3y_3 + 163x_3 + 29y_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(A_{113})$

De la relación (A_{113}) tenemos:

(a_3) $\begin{cases} x_3 = 2x_4 \\ y_3 = 2y_4 \end{cases}$ o también (a_4) $\begin{cases} x_3 = 2x_4 + 1 \\ y_3 = 2y_4 + 1 \end{cases}$

De (A_{113}) y (a_3) se tiene.

$\dot{3} + 2 = x_3 + 2y_3$; de esta relación en (a_3)

$\dot{3} + 2 = 2x_4 + 2(2y_4)$

$\dot{3} + 2 = 2x_4 + y_4$ entonces.

Si:$x_4 = 3x_5 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots..(C_1)$

Si: $x_4 = 3x_5 + 1 \Rightarrow y_4 = 3y_5 \ldots\ldots\ldots\ldots..(C_2)$

Si: $x_4 = 3x_5 + 2 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 1 \ldots\ldots\ldots(C_3)$

De $(\boldsymbol{C_1})$ y $(\boldsymbol{A_{113}})$ tenemos lo siguiente:

$4778 = 180\left[2(3x_5)\left(2(3y_5+2)\right)\right] + 163(6x_5) + 29(6y_5+4)$

$4778 = 180[36x_5y_5 + 24x_5] + 978x_5 + 174y_5 + 116$

$4662 = 6480x_5y_5 + 5298x_5 + 174y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

De $(\boldsymbol{C_2})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{A_{113}})$ tenemos:

$4778 = 180x_3y_3 + 163x_3 + 29y_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(A_{113})$

$4778 = 180[(6x_5+2))(6y_5)] + 163(6x_5+2) + 29(6y_5)$

$4778 = 180[36x_5y_5 + 12y_5] + 978x_5 + 174y_5 + 326$

$4452 = 6480x_5y_5 + 2160y_5 + 978x_5 + 174y_5$

$4452 = 6480x_5y_5 + 978x_5 + 2334y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

De $(\boldsymbol{C_3})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{A_{113}})$ tenemos:

$4778 = 180[2(3x_5+2)\,2(3y_5+1)] + 163(6x_5+4) + 29(6y_5+2)$

$4778 = 180[(6x_5+4)\,(6y_5+2)] + 980x_5 + 652 + 174y_5 + 58$

$2628 = 6480x_5y_5 + 3140x_5 + 4494y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Ahora tenemos la relación de (A_{113}) y (a_4) se tiene.

Se conoce de (A_{113}) que se cumple $\dot{3} + 2 = x_3 + 2y_3$ y esta relación en (a_4)

$\dot{3} + 2 = (2x_4+1) + 2(2y_4+1)$

$\dot{3} + 2 = 2x_4 + 1 + 4y_4 + 2$

$\dot{3} + 2 = 2x_4 + y_4$ entonces:

Si $x_4 = 3x_5 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(d_1)$

Si $x_4 = 3x_5 + 1 \Rightarrow y_4 = 3y_5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots(d_2)$

Si $x_4 = 3x_5 + 2 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(d_3)$

Por lo tanto $(\boldsymbol{d_1})$ $\boldsymbol{en}$ $(\boldsymbol{A_{113}})$ tiene:

- $4478 = 180[6x_5+1][6y_5+5] + 163(6x_5+1) + 29(6y_5+5)$

$$4478 = 180[36x_5y_5 + 30x_5 + 6y_5 + 5] + 978x_5 + 163 + 174y_5 + 145$$

$$4478 = 6480x_5y_5 + 6378x_5 + 180y_5 + 900 + 163 + 145$$

$3270 = \ 6480x_5y_5 + 6378x_5 + 180y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Así de la relación $(\boldsymbol{d_2})\boldsymbol{y}\ (\boldsymbol{A_{113}})$ se tiene:

- $4478 = 180[6x_5 + 3][6y_5 + 1] + 163(6x_5 + 3) + 29(6y_5 + 1)$

  $4478 = 180[36x_5y_5 + 6x_5 + 18y_5 + 3] + 978x_5 + 489 + 174y_5 + 29$

  $4478 = 6480x_5y_5 + 1878x_5 + 3414y_5 + 1085$

  $3420 = \ 6480x_5y_5 + 1878x_5 + 3414y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Finalmente de la relación $(\boldsymbol{d_3})\ \boldsymbol{y}\ (\boldsymbol{A_{113}})$ se tiene.

- $4778 = \ 180x_3y_3 + \ 163x_3 + 29y_3$

  $4778 = 180(6x_5 + 5)(6x_5 + 5) + 163(6x_5 + 5) + 29(6y_5 + 3)$

  $4778 = 6480x_5y_5 + 3240x_5 + 5400y_5 + 2700 + 978x_5 + 815 + 174y_5 + 87$

  $4478 = 6480x_5y_5 + 4218x_5 + 5574y_5 + 3602$

  $876 = 6480x_5y_5 + 4218x_5 + 5574y_5$

  $292 = 2160x_5y_5 + 1406x_5 + 1858y_5$

  $146 = 1080x_5y_5 + 703x_5 + 929y_5$; para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Continuando con el proceso tenemos de la relación $(A_{112})\ \boldsymbol{y}\ (\boldsymbol{\alpha_2})$.

- $14392 = 60(3x_3 + 1)(3y_3) + 46(3x_3 + 1) + 29(3y_3)$

$14392 = 60(\ 9x_3x_3 + 3y_3) + 129x_3 + 43 + 87y_3$

$14392 = 540x_3y_3 + 180y_3 + 129x_3 + 43 + 87y_3$

$14349 = 540x_3y_3 + 129x_3 + 267y_3$

$4783 = 180x_3y_3 + 43x_3 + 89y_3, \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots .. \dots \dots \dots \dots . (I)$

$(a_5)\ \begin{cases} x_3 \ = 2x_4 \\ y_3 = 2y_4 + 1 \end{cases}$ o también $(a_6)\ \begin{cases} x_3 \ = 2x_4 + 1 \\ y_3 = 2y_4 \end{cases}$

Además de $(\boldsymbol{I})$

$\dot{3}+1=(\dot{3}+2)y_3+(\dot{3}+1)x_3$

$\dot{3}+1=2y_3+x_3$ de esta relación y (a_5) tenemos.

$\dot{3}+1=2(2y_4+1)+2x_4$

$\dot{3}+1=y_4+2x_4+2$ entonces.

Si $x_4=3x_5 \Rightarrow y_4=3y_5+2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_1)$

Si $x_4=3x_5+1 \Rightarrow y_4=3y_5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_2)$

Si $x_4=3x_5+2 \Rightarrow y_4=3y_5+1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_3)$

- **De las relaciones** $(\boldsymbol{e_1})$ **y** $(\boldsymbol{a_5})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783=180x_3y_3+43x_3+89y_3$

$4783=180(2x_4)(2y_4+1)+43(2x_4)+89(2y_4+1)$

$4783=180(6x_5)(6y_5+5)+43(6x_5)+89(6y_5+5)$

$4783=6480x_5y_5+5400x_5+258x_5+534y_5+445$

$4338=6480x_5y_5+5658x_5+534y_5$ para $x_5,y_5\in\mathbb{N}$ no hay solución entera.

- **De las relaciones** $(\boldsymbol{e_2})$ **y** $(\boldsymbol{a_5})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783=180x_3y_3+43x_3+89y_3$

$4783=180(2x_4)(2y_4+1)+43(2x_4)+89(2y_4+1)$

$4783=180(6x_5+2)(6y_5+1)+43(6x_5+2)+89(6y_5+1)$

$4783=6480x_5y_5+1080x_5+2160y_5+360+258x_5+86+534y_5+89$

$4248=6480x_5y_5+1338x_5+2694y_5$ para $x_5,y_5\in\mathbb{N}$ no hay solución entera.

- **De las relaciones** $(\boldsymbol{e_3})$ **y** $(\boldsymbol{a_5})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783=180x_3y_3+43x_3+89y_3$

$4783=180(6x_5+4)(6y_5+3)+43(6x_5+4)+89(6y_5+3)$

$4783 = 6480x_5y_5 + 3240x_5 + 4320y_5 + 2160 + 258x_5 + 172 + 534y_5 + 267$

$4783 = 6480x_5y_5 + 3498x_5 + 4854y_5 + 2599$

$2184 = 6480x_5y_5 + 3498x_5 + 4854y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Además de $(\boldsymbol{I})$

$\dot{3} + 1 = (\dot{3} + 2)y_3 + (\dot{3} + 1)x_3$

$\dot{3} + 1 = 2y_3 + x_3$ de esta relación y (a_6) tenemos.

$\dot{3} + 1 = 2(2y_4) + (2x_4 + 1)$

$\dot{3} = y_4 + 2x_4$ entonces.

Si $x_4 = 3x_5 \Rightarrow y_4 = 3y_5 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (F_1)$

Si $x_4 = 3x_5 + 1 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (F_2)$

Si $x_4 = 3x_5 + 2 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (F_3)$

- **De las relaciones**$(\boldsymbol{F_1})$ **y** $(\boldsymbol{a_6})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783 = 180x_3y_3 + 43x_3 + 89y_3$

$4783 = 180(6x_5 + 1)(6y_5) + 43(6x_5 + 1) + 89(6y_5)$

$4783 = 6480x_5y_5 + 258x_5 + 1080y_5 + 534y_5 + 43$

$4740 = 6480x_5y_5 + 258x_5 + 1614y_5$

$1580 = 2160x_5y_5 + 86x_5 + 538y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

- **De las relaciones**$(\boldsymbol{F_2})$ **y** $(\boldsymbol{a_6})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783 = 180x_3y_3 + 43x_3 + 89y_3$

$4783 = 180(6x_5 + 3)(6y_5 + 2) + 43(6x_5 + 3) + 89(6y_5 + 2)$

$4783 = 6480x_5y_5 + 2160x_5 + 3240y_5 + 1080 + 258x_5 + 534y_5 + 307$

$3396 = 6480x_5y_5 + 2418x_5 + 3774y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

- **De las relaciones**$(\boldsymbol{F_3})$ **y** $(\boldsymbol{a_6})$ **en** $(\boldsymbol{I})$ **tenemos.**

$4783 = 180x_3y_3 + 43x_3 + 89y_3$

$4783 = 180(6x_5 + 5)(6y_5 + 4) + 43(6x_5 + 5) + 89(6y_5 + 4)$

$4783 = 6480x_5y_5 + 4578x_5 + 5934y_5 + 4171$

$612 = 6480x_5y_5 + 4578x_5 + 5934y_5$

$204 = 2160x_5y_5 + 1526x_5 + 1978y_5$ para $x_5, y_5 \in \mathbb{N}$ no hay solución entera.

Similarmente se resuelve $(\boldsymbol{A_1}), (\boldsymbol{\alpha}), (\boldsymbol{A_{12}})$

$86474 = 10\ (6x_2 + 4)(6y_2 + 2) + 3(6x_2 + 4) + 9(6y_2 + 2)$

$86474 = 10(36x_2y_2 + 12x_2 + 24y_2) + 18x_2 + 12 + 54y_2 + 18 + 80$

$86364 = 360x_2y_2 + 138x_2 + 294y_2$

$14394 = 60x_2y_2 + 23x_2 + 49y_2$ ... (II)

Además de (II) se conoce.

$\dot{3} = 2x_2 + y_2$ ... (III)

Entonces de la relación (II) se presentan los siguientes casos:

$(a_7)\ \begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$ o también $(a_8)\ \begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$

De (III) y (a_7) tenemos.

$\dot{3} = 4x_2 + 2y_3$

$\dot{3} = 4x_2 + 2y_3$

Si:$x_3 = 3x_4 \Rightarrow\ y_3 = 3y_4 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. (n_1)$

Si: $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. (n_2)$

Si: $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow\ y_3 = 3y_4 + 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. (n_3)$

De las relaciones $(\boldsymbol{a_7})$ **y** $(\boldsymbol{n_1})$ **en (II) se determina que:**

$14394 = 60(2(3x_4))(2(3y_4)) + 23(2(3x_4)) + 49(2(3y_4))$

$$14394 = 60(6x_4)(6y_4) + 23(6x_4) + 49(6y_4)$$

$$2399 = 360x_4y_4 + 23x_4 + 49y_4 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .(*)$$

Podríamos continuar con el mismo esquema anterior para determinar si (*) tiene o no solución. Pero observamos que $x_4 \geq\ 1\ y_4 \geq 1 \quad y \quad x_4y_4 \leq 6$.

Así:

$x_4 = 0 \Rightarrow 2399 = 49y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 1 \Rightarrow 2376 = 769y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 2 \Rightarrow 2353 = 49y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 3 \Rightarrow 2330 = 1129y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 4 \Rightarrow 2307 = 1489y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 5 \Rightarrow 2284 = 1849y_4$; no hay solución entera.

$x_4 = 6 \Rightarrow 2261 = 2209y_4$; no hay solución entera.

Por lo tanto, no hay solución.

De las relaciones $(\boldsymbol{a_7})$ y $(\boldsymbol{n_2})$ en (II) se determina que:

$$14394 = 60\,[2(3x_4 + 1)][2(3y_4 + 1] + 23(6x_4 + 2) + 49(6y_4 + 2)$$

$$= 60(6x_4 + 2)(6y_4 + 2) + 23(6x_4 + 2) + 49(6y_4 + 2)$$

$$= 36(60x_4y_4) + 720y_4 + 720x_4 + 240 + 138x_4 + 394y_4 + 46 + 98$$

$$14010 = 36(60x_4y_4) + 858x_4 + 1014y_4$$

$$2335 = 360x_4y_4 + 143x_4 + 169y_4 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots ...(**)$$

Podríamos aplicar los esquemas anteriores para determinar la solución de $(**)$, pero haremos similar a lo hecho en $(*)$.

$x_4 = 1$; $2192 = 529y_4$, no hay solución.

$x_4 = 2$; $2049 = 889y_4$, no hay solución.

$x_4 = 3$; $1906 = 1249y_4$, no hay solución.

$x_4 = 4$; $1763 = 1609y_4$, no hay solución.

$x_4 = 5$; $2335 = 1969y_4$, no hay solución.

De las relaciones $(\boldsymbol{a_7})$ y $(\boldsymbol{n_3})$ en (II) se determina que:

$14394 = 60\ [2(3x_4 + 2)][2(3y_4 + 2] + 23(6x_4 + 4) + 49(6y_4 + 4)$

$14394 = 240\ (9x_4y_4 + 6x_4 + 6y_4 + 4)\ 138x_4 + 92 + 294y_4 + 196$

$14394 = 2160x_4y_4\ 1578x_4 + 1734y_4 + 288$

$2351 = 360x_4y_4 + 263x_4 + 289y_4$

$x_4 = 1$; $2088 = 649y_4$; no hay solución.

$x_4 = 2$; $1825 = 1009y_4$; no hay solución.

$x_4 = 3$; $1562 = 1369y_4$; no hay solución.

$x_4 = 4$; $1295 = 1729y_4$; no hay solución.

De la relación $(\boldsymbol{III})$ y $(\boldsymbol{a_8})$

$\dot{3} = 2x_2 + y_2$

$\dot{3} = x_3 + 2y_3$

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots\ldots.\ldots.(m_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \ldots\ldots\ldots.\ldots.(m_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 2 \ldots\ldots\ldots.\ldots.(m_3)$

De las relaciones $(\boldsymbol{m_1})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{II})$ tenemos:

$14394 = 60x_2y_2 + 23x_2 + 49y_2$

$14394 = 60\ (6x_4 + 1)(6y_4 + 1) + 23(6x_4 + 1) + 49(6y_4 + 1)$

$14394 = 60\ [36x_4y_4 + 6x_4 + 6y_4 + 1] + 138x_4 + 23 + 294y_4 + 49$

$14394 = 2160x_4y_4 + 498x_4 + 654y_4 + 132$

$14262 = 2160x_4y_4 + 498x_4 + 654y_4$

$2377 = 360x_4y_4 + 83x_4 + 109y_4$

De las relaciones $(\boldsymbol{m_2})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{II})$ tenemos:

$14394 = 60\ (6x_4 + 3)(6y_4 + 3) + 23(6x_4 + 3) + 49(6y_4 + 3)$

$14394 = 2160x_4y_4 + 1080y_4 + 1080x_4 + 540 + 69 + 147 + 138x_4 + 294y_4$

$14394 = 2160x_4y_4 + 1218x_4 + 1374y_4 + 756$

$13638 = 2160x_4y_4 + 1218x_4 + 1374y_4$

$2273 = 360x_4y_4 + 203x_4 + 229y_4$

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2070 = 589y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 1867 = 949y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 1664 = 1309y_4$; no hay solución entera.

De las relaciones m_3 y (II) tenemos:

$14394 = 60(6x_4 + 5)(6y_4 + 5) + 23(6x_4 + 5) + 49(6y_4 + 5)$

$14394 = 60\,[36x_4y_4 + 30x_4 + 30y_4 + 25] + 23(6x_4 + 5) + 49(6y_4 + 5)$

$14394 = 2160x_4y_4 + 1800x_4 + 1800y_4 + 1500 + 138x_4 + 294y_4 + 360$

$12534 = 2160x_4y_4 + 1800x_4 + 1800y_4 + 138x_4 + 294y_4$

$2089 = 360x_4y_4 + 323x_4 + 349y_4$

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 1766 = 709y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 1443 = 1069y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 1120 = 1429y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 797 = 1789y_4$; no hay solución entera.

- **Las relaciones (α) $y(B_1)$ tenemos:**

$86474 = 10(2x_1 + 1)(2y_1 + 1) + 3(2x_1 + 1) + 9(2y_1 + 1)$ simplificando tenemos:

$86474 = 40x_1y_1 + 26x_1 + 38y_1 + 22$

$86452 = 40x_1y_1 + 26x_1 + 38y_1$

$43226 = 20x_1y_1 + 13x_1 + 19y_1$ … … … … … … … … … … … … … … . . … (β_1)

De (β_1) tenemos:

(G_1) $\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ y_1 = 2y_2 \end{cases}$ o también (G_2) $\begin{cases} x_1 = 2x_2 + 1 \\ y_1 = 2y_2 + 1 \end{cases}$

De (β_1) y (G_1) :

$\dot{3} + 2 = 2x_1 y_1 + x_1 + y_1 = 2(2x_2)(2y_2) + 2x_2 + 2y_2$

$\dot{3} + 2 = 2x_2 y_2 + 2x_2 + 2y_2$

Si $x_2 = 3x_3 \Rightarrow y_2 = 3x_3 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots(\gamma_1)$

Si $x_2 = 3x_3 + 1 \Rightarrow y_2 = 3x_3 \ldots\ldots\ldots\ldots(\gamma_2)$

Si $x_2 = 3x_3 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = \dot{3} + 1$ (absurdo esta posibilidad es imposible)

Luego de $(\boldsymbol{\gamma_1})$ y $(\boldsymbol{\beta_1})$tenemos:

$43226 = 20(2x_2)(2y_2) + 13(2x_2) + 19(2y_2)$

$43226 = 20(6x_3)(6y_3 + 2) + 13(6x_3) + 19(6y_3 + 2)$

$43226 = 720x_3 y_3 + 240x_3 + 78x_3 + 114y_3 + 38$

$43188 = 720x_3 y_3 + 240x_3 + 78x_3 + 114y_3$

$7198 = 120x_3 y_3 + 53x_3 + 19y_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(S)$

Además de (S) sabemos que:

$\dot{3} + 1 = 2x_3 + y_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\alpha_1)$

Y también tenemos los siguientes casos:

(θ_1) $\begin{cases} x_3 = 2x_4 \\ y_3 = 2y_4 \end{cases}$ o también (θ_2) $\begin{cases} x_3 = 2x_4 + 1 \\ y_3 = 2y_4 + 1 \end{cases}$

Relacionando $\boldsymbol{\alpha_1}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{\theta_1}$ tenemos:

$\dot{3} + 1 = \dot{x}_4 + 2y_4$

Si $x_4 = \dot{3} + 1 \Rightarrow y_4 = 3y_5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\delta_1)$

Si $x_4 = 3x_5 + 2 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\delta_2)$

Si $x_4 = 3x_5 \Rightarrow y_4 = 3y_5 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\delta_3)$

Luego de las relaciones $(\boldsymbol{\delta_1})$ y $(\boldsymbol{S})$ tenemos:

$7198 = 120[2(3x_5 + 1)]2(3y_5) + 53[2(3x_5 + 1)] + 19(2)3y_5$

$7198 = 120[4(9x_5y_5 + 3y_5)] + 53(6x_5) + 53(2) + 19(6y_5)$

$7198 = 120[4(9x_5y_5)] + 120(12y_5) + 53(6x_5) + 53(2) + 19(6y_5)$

$1182 = 720x_5y_5 + 259y_5 + 53x_5$

$x_5 = 0$, no hay solución entera.

$x_5 = 1 \Rightarrow 1182 = 279y_5 + 53$, no hay solución entera.

De las relaciones $(\boldsymbol{\delta_2})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{S})$

$7198 = 120(2x_4)(2y_4) + 53(2x_4) + 19(2y_4)$

$7198 = 120[4(3x_5 + 2)](3x_5 + 2)(3y_5 + 1) + 53(3x_5 + 2) + 19[2(3y_5 + 1)]$

$7198 = 120[4(9x_5y_5 + 3x_5 + 6y_5 + 2)] + 53(6x_5) + 212 + 19[2(3y_5)] + 38$

$7198 = 120(36x_5y_5) + 120(12x_5) + 120(24y_5) + 53(6x_5) + 19(6y_5) + 1210$

$5998 = 4320x_5y_5 + 1440x_5 + 2880y_5 + 318x_5 + 114y_5$

$998 = 720x_5y_5 + 240x_5 + 480y_5 + 53x_5 + 19y_5$

$998 = 20x_5y_5 + 293x_5 + 499y_5$ … … … … … … … … … … … . … … … … … … … … … $(\tilde{\alpha})$

$(\tilde{\alpha})$ tiene solución para.

- $x_5 = 0 \Rightarrow \ y_5 = 2$

  De (δ_2) se obtiene que:

  $x_4 = 2 \Rightarrow \ y_4 = 7$

  De (θ_1) se obtiene el valor de:

  $x_3 = 4 \ \Rightarrow \ y_3 = 14$

  De (γ_1)se obtiene el valor de:

  $x_2 = 12 \Rightarrow \ y_2 = 3(14) + 1 = 43$

  De (G_1)se obtiene el valor de:

  $x_1 = 24 \ \Rightarrow \ y_1 = 86$

  De (B_1)se obtiene el valor de:

  $x = 49 \ \Rightarrow \ y = 2(86) + 1 = 172 + 1 = 173$

  Luego

$$864767 = [10(49) + 9][10(173) + 3]$$

$$864767 = 499\ (1733)$$

6.2. Para $\boldsymbol{x = 4}$, $\boldsymbol{y = 86473}$

Continuando con el proceso tenemos que:

$(10x + 7) = 47$ es número primo.

Veamos el número $(10y + 7) = 864730 + 7 = 864737$, este número es primo si las ecuaciones Diofánticas.

(I) $\qquad 864737 = (10x + 9)(10y + 3), x \neq \dot{3}\ y \neq \dot{3} - \{0\}$

(II) $\qquad 864737 = (10z + 1)(10w + 7) \quad z \neq \dot{3} + 2,\ w \neq \dot{7} - \{0\}$

$w \neq \dot{3} + 2$

no tiene solución entera.

Resolviendo la primera ecuación

$864737 = 100xy + 30x + 90y + 27$

$864710 = 100xy + 30x + 90y$

$86471 = 10xy + 3x + 9y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(i)$

De (i) tenemos:

$(A) \quad \begin{cases} x = 2x_1 \\ y = 2y_1 + 1 \end{cases}$ o también $\quad (B) \quad \begin{cases} x = 2x_1 + 1 \\ y = 2y_1 \end{cases}$

Además de la relación $(\boldsymbol{i})$ y $(\boldsymbol{A})$ obtenemos.

$\dot{3} + 2 = xy = 2x_1(2y_1 + 1) = x_1\ y_1 + 2x_1$

Si $x_1 = 3x_2 + 1 \Longrightarrow y_1 = 3y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(a_1)$

Si $x_1 = 3x_2 + 2 \Longrightarrow y = 3y_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(a_2)$

A. De las relaciones $(\boldsymbol{i})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{a_1})$ tenemos:

$86471 = 10xy + 3x + 9y$

$86471 = 10\ (6x_2 + 2)(6y_2 + 1) + 3(6x_2 + 2) + 9(6y_2 + 1)$

$86471 = 10[(36x_2y_2 + 6x_2 + 12y_2 + 2)] + 18x_2 + 6 + 54y_2 + 9$

$86471 = 360x_2y_2 + 60x_2 + 120y_2 + 20 + 18x_2 + 15 + 54y_2$

$86432 = 360x_2y_2 + 78x_2 + 174y_2$

$14406 = 60\ x_2y_2 + 13x_2 + 29y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(ii)$

De (ii) observamos que:

$(C)\ \begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2\ y_3 \end{cases}$ o también $(D)\ \begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$

1º. De la relación (C) y (ii) obtenemos:

$\dot{3} = x_2 + 2y_2 = 2x_3 + 4y_3 = 2x_3 + y_3$ de esta expresión tenemos lo siguiente:

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(c_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow y_3 + y_3 = 3y_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(c_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 + y_3 = 3y_4 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots(c_3)$

De (c_1) y (ii)

$14406 = 60[2(3x_4)] + 2[(3y_4)] + 13(6x_4) + 29(6y_4)$

$2401 = 360x_4y_4 + 13x_4 + 29y_4$

Observe que $240/360\ \cong$ 6.1, luego el máximo producto del $x_4\ y_4\ = 6$

Conviene en este caso dar valores a x_4 y hallar y_4

$x_4\ = 0$; no hay solución.

$x_4 = 1\ \Rightarrow 2401\ = 389y_4 + 13$; no hay solución entera.

$x_4 = 2 \Rightarrow 2401\ = 749y_4 + 26$; no hay solución entera.

$x_4 = 3 \Rightarrow 2401\ = 1109y_4 + 39$; no hay solución entera.

$x_4 = 4 \Rightarrow 2401\ = 1469y_4 + 52$; no hay solución entera.

$x_4 = 5 \Rightarrow 2401\ = 1829y_4 + 65$; no hay solución entera.

$x_4 = 6 \rightarrow 2401 \ = 2189y_4 + 78$; no hay solución entera.

De (c_2) y (ii) tenemos:

$14406 \ = 60(6x_4 + 4)(6y_4 + 4) + 13(6x_4 + 4) + 29(6y_4 + 4)$

$14406 = 60[4(3x_4 + 2)](3y_4 + 2) + 78x_4 + 52 + 29(6y_4\,) + 116$

$14406 \ = 60[36x_4y_4 + 24y_4 + 24y_4 + 6] + 78x_4 + 29\ (6y_4\,) + 168$

$14406 \ = 2160x_4y_4 + 1440x_4 + 1440y_4 + 960 + 78x_4 + 29\ (6y_4\,) + 168$

$13278 \ = 2160x_4y_4 + 1518x_4 + 1614y_4$

$2213 \ = 360x_4y_4 + 253x_4 + 269y_4$

Luego el máximo producto de $(x_4 . y_4) \ = 6$, conviene en este caso dar valores a x_4 y hallar y_4

Si $x_4 \ = 0$; no hay solución.

Si $x_4 = 1 \ \Rightarrow 695 \ = 1974y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 1707 \ = 989y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 1454 \ = 1349y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 1201 \ = 1709y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 5 \Rightarrow 948 \ = 2069y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 6 \Rightarrow 695 \ = 2429y_4$; no hay solución entera.

De (c_3) y (ii)

$14406 \ = \ 60\,[2(3x_4 + 1)][2(3y_4 + 1)] \ + \ 13[2(3x_4 \ + 1)] + 29[2(3y_4 + 1)]$

$14406 \ = 60 \times 4\ [9x_4y_4 + 3x_4 + 3y_4 + 1)] + 13(6x_4) + 26 + 29(6y_4) + 58$

$14406 \ = \ 60\ [4(9x_4y_4)] + 60(12x_4) + 60(12y_4) + 240 + 13(6x_4) + 29(6y_4) + 84$

$2347 \ = 60(6x_4\ y_4) + 120x_4 + 120y_4 + 13x_4 + 29y_4$

$2347 \ = \ 360x_4y_4 + 133x_4 + 149y_4$

Análogamente observamos que Máximo valor de $x_4y_4 = 6$

Para $x_4 = 0$; no hay solución.

Para $x_4 = 1 \Rightarrow 2347 = 509y_4 + 133$

$= 2214 = 509y_4$; no hay solución.

Para $x_4 = 2 \Rightarrow 2347 = 869y_4 + 266$

$= 2081 = 869y_4$; no hay solución.

Para $x_4 = 3 \Rightarrow 2347 = 1229y_4 + 399$; no hay solución.

Para $x_4 = 4 \Rightarrow 2347 = 1589y_4 + 532$; no hay solución.

Para $x_4 = 5 \Rightarrow 2347 = 1949y_4 + 665$; no hay solución.

2º. De la relación (ii) y (D) tenemos

$\dot{3} = x_2 + 2y_2 = 2x_3 + 1 + 2(2y_3 + 1) = 2x_3 + 1 + 4y_3 + 2$

$\dot{3} = 2x_3 + y_3$

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots . (d_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow \dot{3} = 2 + y_3 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \dots \dots \dots \dots (d_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow \dot{3} = 2 + y_3 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \dots \dots \dots \dots (d_3)$

De la relación (d_1) y (ii) tenemos

$14406 = 60[2(3x_4) + 1][2(3y_4) + 1] + 13(6x_4 + 4) + 29(6y_4 + 4)$

$14406 = 60(6x_4 + 1)(6y_4 + 1) + 78x_4 + 13 + 29(6y_4) + 29$

$14406 = 60(36x_4y_4) + 60(6x_4) + 60(6y_4) + 60 + 78x_4 + 29(6y_4) + 42$

$2384 = 360x_4y_4 + 60(6x_4) + 60(6y_4) + 13x_4 + 29y_4$

$2384 = 360x_4y_4 + 73x_4 + 13x_4 + 89y_4$

Para $x_4 = 0$; no hay solución entera.

Para $x_4 = 1 \Rightarrow 2384 = 449y_4 + 73 \Rightarrow 2311 = 449y_4$; no hay solución entera.

Para $x_4 = 2 \Rightarrow 2384 = 809y_4 + 146 \Rightarrow 2238 = 809y_4$; no hay solución entera.

Para $x_4 = 3 \Rightarrow 2384 = 1080y_4 + 219 + 89y_4 \Rightarrow 2311 = 1169y_4 + 219$; no hay solución entera.

Para $x_4 = 4 \Rightarrow 2384 = 1529y_4 + 292$; no hay solución entera.

Para $x_4 = 5 \Rightarrow 2384 = 1889y_4 + 365$; no hay solución entera.

De las relaciones $(\boldsymbol{d_2})\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{ii})$ tenemos:

$14406 = 60[2(3x_4 + 1) + 1)][2(3y_4 + 1) + 1] + 13[6x_4 + 3] + 29[6y_4 + 3]$

$14406 = 60(6x_4 + 3)(6y_4 + 3) + 13(6x_4) + 13(3) + 29(6y_4) + 29(3)$

$14406 = 60[36x_4y_4 + 18x_4 + 18y_4 + 9] + 13(6x_4) + 39 + 29(6y_4) + 87$

$14406 = 2160x_4y_4 + 1080x_4 + 1080y_4 + 540 + 78x_4 + 174y_4 + 126$

$13740 = 2160x_4y_4 + 1158x_4 + 1254y_4$

$2290 = 360x_4y_4 + 193x_4 + 209y_4$

Si $x_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2290 = 360y_4 + 209y_4 + 193$

$2097 = 569y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2290 = 270y_4 + 386 + 209y_4$

$1904 = 929y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2290 = 1080y_4 + 579 + 209y_4$

$1711 = 1289y_4$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2290 = 1080y_4 + 579 + 209y_4$

$1518 = 1649y_4$ no hay solución entera.

De las relaciones $(\boldsymbol{d_3})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{ii})$ tenemos.

$14406 = 60[2(3x_4 + 2) + 1][2(3y_4 + 2) + 1] + 13[6x_4 + 5] + 29[6y_4 + 5]$

$14406 = 60(6x_4 + 5)(6y_4 + 5) + 13(6x_4) + 13(5) + 29(6y_4) + 29(5)$

$14406 = 60[36x_4y_4 + 30x_4 + 30y_4 + 25] + 78x_4 + 65 + 174y_4 + 145$

$14406 = 2160x_4y_4 + 1878x_4 + 1974y_4 + 1500 + 210$

$12696 = 2160x_4y_4 + 1878x_4 + 1974y_4$

$2116 = 360x_4y_4 + 313x_4 + 329y_4$

Si $x_4 = 0 \Rightarrow y_4$ no tiene solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2116 = 360y_4 + 313x_4 + 329y_4$

$1803 = 689y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2116 = 720y_4 + 626 + 329y_4$

$1490 = 1049y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2116 = 1080y_4 + 939x_4 + 329y_4$

$1177 = 1409y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

B. Resolviendo $(\boldsymbol{i})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{a_2})$

$86471 = 10[2(3x_2 + 2)][2(3y_2 + 2) + 1] + 3(6x_2 + 4) + 9(6y_2 + 5)$

$86471 = 10(6x_2 + 4)(6y_2 + 5) + 3(6x_2) + 12 + 9(6y_2) + 45$

$86471 = 10[6(6x_2y_2)] + 10[6(5x_2)] + 10[6(4y_2)] + 200 + 3(6x_2) + 9(6y_2) + 45 + 12$

$14369 = 60x_2y_2 + 50x_2 + 40y_2 + 3x_2 + 9y_2$

$14369 = 60x_2y_2 + 53x_2 + 49y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(iii)$

De $(\boldsymbol{iii})$ observamos que:

(E) $\begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$ o también (F) $\begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$

$\dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2$ relacionando con (E).

$\dot{3} + 2 = x_3 + 2y_3 + 1$

De (iii) y (E) tenemos:

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow 3y_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(e_3)$

a) De $(\boldsymbol{iii})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{e_1})$ se tiene:

$14369 = 60[2(3x_4)][2(3y_4 + 1) + 1] + 53(6x_4) + 49(6y_4 + 5)$

$14369 = 60(6x_4)(6y_4 + 5) + 53(6x_4) + 49(6y_4) + 49(5)$

$14369 = 60(36x_4y_4) + 60[6(5x_4)] + 53(6x_4) + 53(2) + 49(6y_4)$

$2354 = 60(6x_4y_4) + 300x_4 + 53x_4 + 49y_4$

$2354 = 360x_4y_4 + 353x_4 + 49y_4$

De esta última relación tenemos:

Si $y_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 1 \Rightarrow 2354 - 49 = 713x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 2 \Rightarrow 2354 - 98 = 1073x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 3 \Rightarrow 2207 = 1433x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 4 \Rightarrow 2158 = 1793x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 5 \Rightarrow 2709 = 2153x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

b) De (iii) y (e_2) se tiene:

$14369 = 60[2(3x_4 + 1)][2(3y_4 + 1)] + 53(6x_4 + 2) + 49(6y_4 + 1)$

$14369 = 60(6x_4 + 2)(6y_4 + 1) + 53(6x_4) + 53(2) + 49(6y_4) + 49$

$14369 = 60(36x_4y_4) + 60(6x_4) + 60[6(2y_4)] + 120 + 53(6x_4) + 106 + 49(6y_4) + 49$

$2349 = 360x_4y_4 + 113x_4 + 169y_4$

Si $x_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2349 - 113 = 529y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2349 - 226 = 889y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2349 - 339 = 1249y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2349 - 452 = 1609y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 5 \Rightarrow 2349 - 565 = 1965y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

c) De (iii) y (e_3) se tiene:

$14369 = 60[2(3x_4 + 2)][2(3y_4 + 1)] + 53(6x_4 + 4) + 49(6y_4 + 3)$

$14369 = 60(6x_4 + 4)(6y_4 + 3) + 53(6x_4 + 4) + 49(6y_4 + 3)$

$14369 = 60(36x_4y_4) + 60[6(3x_4)] + 60[6(4y_4)] + 720 + 318x_4 + 212 + 294y_4 + 147$

$2215 = 360x_4y_4 + 233x_4 + 289y_4$

Resolviendo esta ecuación tenemos que:

Si $x_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2215 - 233 = 649y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2215 - 466 = 1009y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2215 - 699 = 1369y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2215 - 932 = 1729y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Pasando a la segunda posibilidad de $(iii) y\ (F)$ tenemos:

$\dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2$.

$\dot{3} + 2 = 2(2x_3 + 1) + 2y_3 = x_3 + 2y_3 + 2$, de estas relaciones tenemos:

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (f_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots\ldots (f_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots (f_3)$

i) De (f_1) y (iii)

$14369 = 60[2(3x_4 + 1)][2(3y_4)] + 53(6x_4 + 1) + 49(6y_4)$

$14369 = 60(6x_4 + 1)(6y_4) + 53(6x_4) + 49(6y_4) + 53$

$2386 = 60(6x_4y_4) + 60y_4 + 53x_4 + 49y_4$

$2386 = 360(x_4y_4) + 109y_4 + 53x_4$

Si $x_4 = 0$ no hay solución.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2386 - 59 = 649y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2386 - 106 = 829y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2386 - 159 = 1189y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2386 - 212 = 1549y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 5 \Rightarrow 2386 - 265 = 1300y_4 + 109y_4 = 2121$; no hay solución.

ii) De $(\boldsymbol{f_2})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{iii})$

$14369 = 60[2(3x_4 + 1) + 1][2(3y_4 + 1)] + 53(6x_4 + 3) + 49(6y_4 + 2)$

$14369 = 60(6x_4 + 3)(6y_4 + 2) + 53(6x_4) + 3(53) + 49(6y_4) + 49(2)$

$14369 = 60(36x_4y_4) + 720x_4 + 60[63(6y_4)] + 720 + 53(6x_4) + 159 + 294y_4 + 49(2)$

$2292 = 360x_4y_4 + 120x_4 + 180y_4 + 53x_4 + 49y_4$

$2292 = 360x_4y_4 + 173x_4 + 229y_4$

Si $x_4 = 0$ no hay solución.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2292 - 173 = 360y_4 + 229y_4 = 2119 = 589y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2292 - 346 = 949y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2292 - 519 = 1309y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2292 - 692 = 1600 = 1440y_4 + 229y_4$; no hay solución.

iii) De $(\boldsymbol{f_3})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{iii})$ tenemos:

$14369 = 60\ [2(3x_4 + 2) + 1]\ [2(3y_4 + 2)]\ +\ 53(6x_4 + 5)\ +\ 49(6y_4 + 4)$

$14369 = 60(6x_4 + 5)(6y_4 + 4) +\ 53(6y_4) + 265 + 49(6y_4) + 49(4)$

$14369 = 60(36x_4y_4) + 240(6x_4) + 60[6(5y_4)] + 60(20) + 53(6x_4) + 53(5) + 49(4)$

$2118 = 60(6x_4y_4) + 240x_4 + 300y_4 + 53x_4 + 49y_4$

$2118 = 360x_4y_4 + 293x_4 + 349y_4$

Resolviendo esta ecuación tenemos:

Si $x_4 = 0$ no hay solución.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2118 - 293 = 709y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2118 - 586 = 1069y_4$; no hay solución.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2118 - 879 = 1429y_4$; no hay solución.

Para finalizar debemos resolver la relación $(\boldsymbol{i})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{B})$

Esto es: $x = 2x_1 + 1$ y también $y = 2y_1$, estas relaciones en la ecuación (i) da lo siguiente:

$\dot{3} + 2 = (2x_1 + 1)\, 2y_1$

$\dot{3} + 2 = x_1 y_1 + 2y_1$

Si $y_1 = 3y_2 + 1 \Rightarrow \dot{3} + 2 = x_1(\dot{3} + 1) + 2(\dot{3} + 1) = x_1 + 2$

$\Rightarrow x_1 = 3x_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . (b_1)$

Si $y_1 = 3y_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = x_1(\dot{3} + 2) + 2(\dot{3} + 2) = 2x_1 + 1$

$\Rightarrow x_1 = 3x_2 + 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (b_2)$

Luego de las relaciones $(\boldsymbol{b_1})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{i})$

$86471 = 10\,[2(3x_2) + 1] + [2(3y_2 + 1)] + 3\,(6\,x_2 + 1) + 9(6y_2 + 2)$

$86471 = 10\,(\,6x_2 + 1)(\,6y_2 + 2) + 3(6\,x_2) + 3 + 9(6\,y_2) + 9(2)$

$86471 = 10[6(6x_2y_2)] + 10[6(2x_2)] + 10(6y_2) + 20 + 3(6\,x_2) + 3 + 9(6y_2) + 9(2)$

$14405 = 60\,x_2y_2 + 20x_2 + 10y_2 + 3x_2 + 9y_2$

$14405 = 60\,x_2y_2 + 23x_2 + 19y_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (iv)$

De $(\boldsymbol{iv})$ tenemos

$(G) \begin{cases} x_2 = 2x_3 \\ y_2 = 2y_3 + 1 \end{cases}$ o también $(H) \begin{cases} x_2 = 2x_3 + 1 \\ y_2 = 2y_3 \end{cases}$

Además de la relación $(\boldsymbol{iv})$ y $\boldsymbol{G}$ tenemos:

$\dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2 = 2(2x_3) + 2y_3 + 1$

$3 + 2 = x_3 + 2y_3 + 1$

Si $x_3 = 3x_4 \Rightarrow 3y_3 + 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (g_1)$

Si $x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (g_2)$

Si $x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (g_3)$

1) De la relación $(\boldsymbol{iv})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{g_1})$

$14405 = 60\,[2(3x_4)][2(3y_4 + 2) + 1] + 23\,(6x_4) + 19(6y_4 + 5)$

$14405 = 60[6(6x_4)](6y_4 + 5) + 23(6x_4) + 19(6y_4) + 5$

$14405 \ = 60(36x_4y_4) + \ 60[6(5x_4)] + 23\ (6x_4) + 19(6y_4)$

$2400 \quad\ = \ 60\ (6x_4y_4) + 323x_4 + 19y_4$

Si $y_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 1 \Rightarrow 2400 - 19 = 683x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 2 \Rightarrow 2400 - 38 = 1043x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 3 \Rightarrow 2343 = 1403x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 4 \Rightarrow 2400 - 76 = 1763x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $y_4 = 5 \Rightarrow 2400 - 95 = 2123x_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

2) De la relación (iv) $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{g_2})$ se tiene

$14405 = 60[2(3x_4 + 1)][2(3y_4) + 1] + 23(6x_4 + 2) + 19(6y_4 + 1)$

$14405 = 60[2(3x_4 + 1)](6y_4 + 1) + 23(6x_4 + 2) + 19(6y_4 + 1)$

$14405 = 60[2(36x_4y_4 + 3x_4 + 6y_4 + 1)] + 23(6x_4) + 23(2) + 19(6y_4) + 19$

$2370 = 60(6x_4y_4) + 60x_4 + 120y_4 + 23x_4 + 19y_4$

$2370 = 360x_4y_4 + 83x_4 + 139y_4$

Si $x_4 = 0$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2370 - 83 = 499y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2370 - 166 = 859y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2370 - 249 = 1219y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2370 - 332 = 2083 = 1579y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 5 \Rightarrow 2370 - 415 = 1939y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

3) De la relación (iv) y $(\boldsymbol{g_3})$ se tiene

$14405 = 60[2(3x_4 + 2)][2(3y_4 + 1) + 1] + 23(6x_4 + 4) + 19(6y_4 + 3)$

$14405 = 60(6x_4 + 4)(6y_4 + 3) + 23(6x_4) + 23(4) + 19(6y_4) + 19(3)$

$14405 = 2160x_4y_4 + 60[6(3x_4)] + 60[4(6y_4)] + 60(12) + 23(6x_4) + 15(6y_4) + 15(3)$

$2256 = 360x_4y_4 + 180x_4 + 240y_4 + 23(x_4) + 19y_4$

$2370 = 360x_4y_4 + 203x_4 + 259y_4$

De esta relación tenemos:

$Si\ x_4\ = 0 \Rightarrow$; no hay solución entera.

$Si\ x_4\ = 1 \Longrightarrow 2256 - 203 = 619y_4$; no hay solución entera.

$Si\ x_4\ = 2 \Longrightarrow 2256 - 406 = 979y_4$; no hay solución entera.

$Si\ x_4\ = 3 \Longrightarrow 2256 - 609 = 1339y_4$; no hay solución entera.

$Si\ x_4\ = 4 \Longrightarrow 2256 - 812 = 1699y_4$; no hay solución entera.

De la relación (iv) $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{H}$ tenemos:

$\dot{3} + 2 = 2x_2 + y_2 = 2(2x_3 + 1) + 2y_3 = x_3 + 2y_3 + 2$

$x_3 + 2y_3 = \dot{3}$

$Si\ x_3 = 3x_4 \Rightarrow y_3 = 3y_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . (h_1)$

$Si\ x_3 = 3x_4 + 1 \Rightarrow 2y_3 + 1 = \dot{3} \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (h_2)$

$Si\ x_3 = 3x_4 + 2 \Rightarrow 2 + 2y_3 = \dot{3} \Rightarrow y_3 = 3y_4 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (h_3)$

1º. De (iv) $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{h_1})$ tenemos:

$14405 = 60[2(3x_4)1][2(3y_4)] + 23(6x_4 + 1) + 19(6Y_4)$

$14405 = 60(6x_4 + 1)(6y_4) + 23(6x_4) + 23 + 19(6y_4)$

$14405 = 60(36x_4y_4) + 60(6y_4) + 23(6x_4) + 23 + 19(6y_4)$

$2397 = 360x_4y_4 + 60y_4 + 23x_4 + 19y_4$

$2397 = 360x_4y_4 + 23x_4 + 79y_4$

Si $x_4 = 0 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 1 \Rightarrow 2374 = 439y_4$ $\Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 2 \Rightarrow 2397 + 46 = 799y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 3 \Rightarrow 2397 - 69 = 1159y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 4 \Rightarrow 2397 - 92 = 1519y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 5 \Rightarrow 2397 - 115 = 1879y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

Si $x_4 = 6 \Rightarrow 2397 - 138 = 2239y_4 \Rightarrow$ no hay solución entera.

2º. De (iv) y (h_2) tenemos:

$14405 = 60[2(3x_4 + 1) + 1][2(3y_4 + 1)] + 23(6x_4 + 3) + 19(6y_4 + 2)$

$14405 = 60(6x_4 + 3)(6y_4 + 2) + 23(6x_4) + 23(3) + 19(6Y_4) + 19(2)$

$14405 = 60(36x_4y_4) + 60[6(3y_4)] + 60[2(6x_4)] + 360 + 23(6x_4) + 69 + 19(6y_4) + 38$

$2323 = 360x_4y_4 + 180y_4 + 120x_4 + 23x_4 + 19y_4$

$2322 = 360x_4y_4 + 143x_4 + 199y_4$

$2323 = 360x_4y_4 + 143x_4 + 199y_4$

Si $x_4 = 0$; no hay solución entera..

Si $x_4 = 1;\ 2323 - 143 = 559y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 2;\ 2323 - 286 = 919y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 3;\ 2323 - 429 = 1279y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 4;\ 2323 - 572 = 1639y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 5;\ 2323 - 715 = 1999y_4$; no hay solución entera.

3º. De la relación (iv) y (h_3) tenemos:

$14405 = 60[2(3x_4 + 2) + 1][2(3y_4 + 2)] + 23(6x_4 + 5) + 19(6y_4 + 4)$

$14405 = 60[6x_4 + 5][6y_4 + 4] + 23(6x_4) + 223(5) + 19(6y_4) + 19(4)$

$14405 = 2160x_4y_4 + 60[6(4x_4)] + 60[5(6y_4)] + 1200 + 23(6x_4) + 115 + 114y_4 + 76$

$2169 = 60(6x_4y_4) + 240x_4 + 300y_4 + 23x_4 + 19y_4$

$2169 = 360x_4y_4 + 263x_4 + 319y_4$

Si $x_4 = 0$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 1,\ 2169 - 263 = \ 679Y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 2,\ 2169 - 526 = \ 1039Y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 3,\ 2169 - 789 = \ 1399Y_4$; no hay solución entera.

Si $x_4 = 4,\ 2169 - 1052 = \ 1759Y_4$; no hay solución entera.

Pasamos a resolver la última ecuación, es decir la ecuación (II)

$864737 = (10z + 1)(10w + 7), \qquad z \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{3} + 2, w \neq \dot{7} - \{0\}$

$864737 = 100zw + 70z + 10w + 7$

$864730 = 100zw + 70z + 10w$

$86473 = 10zw + 7z + w \ldots (\tilde{I})$

En $(\tilde{I})$ podemos aplicar la técnica ya creada, pero usamos otra alternativa, y en esta aparecen los casos $(\hat{A})\ y\ (\hat{B})$

Caso $(\hat{A}) \quad 10w + 7 \geq (10z + 1)$

Caso $(\hat{B})\ 10z + 1 \geq 10w + 7$

Para el caso $(\hat{\boldsymbol{A}}) \quad \mathbf{10}\boldsymbol{w} + \mathbf{7} \geq (\mathbf{10}\boldsymbol{z} + \mathbf{1})$

Luego $864737 \geq (10z + 1)^2 \Rightarrow 930 \geq (10z + 1)$

$929 \geq 10z \Rightarrow z \leq 92.9 \Rightarrow z \leq 92 \cdots (II)$

De la relación $(\tilde{I})$

$\tilde{A}) \quad \begin{cases} z = 2z_1 + 1 \\ w = 2w_1 \end{cases}$ o también $\quad \tilde{B}) \quad \begin{cases} z = 2z_1 \\ w = 2w_1 + 1 \end{cases}$

Además de $(\tilde{I}) \quad y\ (\tilde{A})$

$\dot{3} + 1 = zw + z + w = (2z_1 + 1)2w_1 + 2z_1 + 2w_1 + 1$

$\dot{3} = z_1w_1 + w_1 + 2z_1$

$Si\ \ z_1 = 3z_2 \rightarrow w_1 = 3w_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a_1)$

$Si\ \ z_1 = 3z_2 + 1 \Rightarrow \dot{3} = (\dot{3} + 1)w_1 + w_1 + 2(\dot{3} + 1)$

$\dot{3} = 2w_1 + 2 \Rightarrow w_1 = 3w_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a_2)$

$Si\ \ z_1 = 3z_2 + 2 \Rightarrow\ \dot{3} = (\dot{3} + 2)w_1 + w_1 + 2(\dot{3} + 2)\ \Rightarrow w_1 \in \Phi$

De $(\widetilde{II})\ y\ (a_1)$: $z = 2z_1 + 1 = 2(3z_2) + 1 \leq 92 \Rightarrow 6z_2 \leq 91 \Rightarrow z_2 \leq 15$

Luego en $(\tilde{I})$ tenemos

$86473 = 10(6z_2 + 1)[2(3w_2)] + 7(6z_2 + 1) + 6w_2$

$86473 = 10[36(z_1 + 1)]w_2 + 7(6z_2) + 7 + 6w_2$

$41411 = 60z_2w_2 + 61w_2 + 7z_2\ \ , z_2 \leq 15$

$z_2 = 0 \Rightarrow$; no hay solución.

$z_2 = 1 \Rightarrow 41411 = 121w_2 + 7$; no hay solución.

$z_2 = 2 \Rightarrow 41411 - 14 = 181w_2$; no hay solución.

$z_2 = 3 \Rightarrow 41411 - 21 = 241w_2$; no hay solución.

$z_2 = 4 \Rightarrow 41411 - 28 = 301w_2$; no hay solución.

$z_2 = 5 \Rightarrow 41411 - 35 = 361w_2$; no hay solución.

$z_2 = 6 \Rightarrow 41411 - 42 = 421w_2$; no hay solución.

$z_2 = 7 \Rightarrow 41411 - 49 = 481w_2$; no hay solución.

$z_2 = 8 \Rightarrow 41411 - 56 = 541w_2$; no hay solución.

$z_2 = 9 \Rightarrow 41411 - 63 = 601w_2$; no hay solución.

$z_2 = 10 \Rightarrow 41411 - 70 = 661w_2$; no hay solución.

$z_2 = 11 \Rightarrow 41411 - 77 = 721w_2$; no hay solución.

$z_2 = 12 \Rightarrow 41411 - 84 = 781w_2$; no hay solución.

$z_2 = 13 \Rightarrow 41411 - 91 = 841w_2$; no hay solución.

$z_2 = 14 \Rightarrow 41411 - 98 = 901w_2$; no hay solución.

$z_2 = 15 \Rightarrow 41411 - 105 = 961w_2$; no hay solución.

De las soluciones $(\widetilde{\boldsymbol{II}})\ \boldsymbol{y}\ (\boldsymbol{a_2})$

$z = 2z_1 + 1 = 2(3z_2 + 1) + 1 \leq 92 \Rightarrow 6z_2 \leq 89 \Rightarrow z_2 \leq 14$

Luego en $(\tilde{I})$ tenemos:

$86473 = 11[2(3z_2 + 1) + 1][2(3w_2 + 2)] + 7(6z_2 + 2) + (6w_2 + 4)$

$86473 = 10(6z_2 + 3(6w_2 + 4) + 7(6z_2) + 21 + 6w_2 + 4$

$86473 = 10[6(6z_2w_2)] + 10[6(4z_2)] + 10[3(6w_2)] + 120 + 7(6z_2) + 21 + 6w_2 + 4$

$14388 = 60z_2w_2 + 40z_2 + 30w_2 + 7z_2 + 6w_2$

$14388 = 60z_2w_2 + 47z_2 + 36w_2, \qquad z_2 \leq 14$

$z_2 = 0 \Rightarrow 14388 = 36w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 1 \Rightarrow 14388 = 96w_2 + 47$; no hay solución entera.

$z_2 = 2 \Rightarrow 14388 - 94 = (120 + 36)w_2 = 14294 = 156w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 3 \Rightarrow 14388 - 141 = (180 + 36)w_2 = 14247 = 216w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 4 \Rightarrow 14388 - 188 = (240 + 36)w_2 = 14200 = 276w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 5 \Rightarrow 14388 - 235 = (300 + 36)w_2 = 14153 = 336w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 6 \Rightarrow 14388 - 282 = (360 + 36)w_2 = 14106 = 396w_2;$; no hay solución entera.

$z_2 = 7 \Rightarrow 14388 - 329 = (420 + 36)w_2 = 456w_2 = 14059$; no hay solución entera.

$z_2 = 8 \Rightarrow 14388 - 376 = (480 + 36)w_2 = 516w_2 = 14012$; no hay solución entera.

$z_2 = 9 \Rightarrow 14388 - 423 = (540 + 36\ )w_2 = 576w_2 = 13965$; no hay solución entera.

$z_2 = 10 \Rightarrow 14388 - 470 = (600 + 36)w_2 = 636w_2 = 13918$; no hay solución entera.

$z_2 = 11 \Rightarrow 14388 - 517 = (660 + 36)w_2 = 696w_2 = 13871$; no hay solución entera.

$z_2 = 12 \Rightarrow 14388 - 564 = (720 + 36)w_2 = 756w_2 = 13824$; no hay solución entera.

$z_2 = 13 \Rightarrow 14388 - 611 = (780 + 36)w_2 = 816w_2 = 13777$; no hay solución entera.

$z_2 = 14 \Rightarrow 14388 - 658 = (840 + 36)w_2 = 876w_2 = 13730$; no hay solución entera.

De la relación $(\tilde{I})$ y $(\tilde{B})$

$\dot{3} + 1 = zw + z + w = (2z_1)(2w_1 + 1) + 2z_1 + 2w_1 + 1$

$\dot{3} + 1 = z_1w_1 + z_1 + 2w_1 + 1$

$\dot{3} = z_1w_1 + z_1 + 2w_1$

Si $w_1 = 3w_2 \Rightarrow z_1 = 3z_2$ ……………………………………………………………..(b_1)

Si $w_1 = 3w_2 + 1 \Rightarrow \dot{3} = z_1(\dot{3} + 1) + z_1 + 2(\dot{3} + 1)$

$\dot{3} = z_1 + 2 \Rightarrow \dot{3} = 2z_1 + 2 \Rightarrow z_1 = 3z_2 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b_2)$

Si $w_1 = 3w_2 + 2 \Rightarrow \dot{3} = (\dot{3} + 2)z_1 + z_1 + 2(\dot{3} + 2) = \dot{3} + 1$ absurdo.

De la relación $(\tilde{I})\ y\ (b_1)$ tenemos:

$86473 = 10[2(3z_2)][2(3w_2) + 1] + 7(6z_2) + 6w_2 + 1\ ; z = 2(z_1) = 2(3z_2) \leq 92$

$z_2 \leq 15$

$86473 = 60z_2(6w_2 + 1) + 7(6z_2) + 6w_2 + 1$

$= 60(6z_2w_2) + 60z_2 + 7(6z_2) + 6w_2$

$14412 = 60z_2w_2 + 17z_2 + w_2$

Como. $z \leq 92 \Rightarrow w \geq 92$

$w = 2w_1 + 1 = 2(3w_2) + 1 \geq 92$

$6w_2 \geq 91 \Rightarrow w_2 \geq 96$

Luego

$z_2 = 0 \Rightarrow w_2 = 14412$

$\Rightarrow z_1 = 0 \Rightarrow w_1 = 3w_2 + 1$

$\Rightarrow z = 0\ \Rightarrow$ no hay solución pues "z" debe ser diferente de cero

$14412 = 60z_2w_2 + 17z_2 + w_2\ ;\qquad z_2 \leq 15$

$z_2 = 1 \Rightarrow 14412 - 17 = 61w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 2 \Rightarrow 14412 - 34 = 121w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 3 \Rightarrow 14412 - 51 = 181w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 4 \Rightarrow 14412 - 68 = 241w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 5 \Rightarrow 14412 - 85 = 301w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 6 \Rightarrow 14412 - 102 = 361w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 7 \Rightarrow 14412 - 119 = 421w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 8 \Rightarrow 14412 - 136 = 481w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 9 \Rightarrow 14412 - 153 = 541w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 10 \Rightarrow 14412 - 170 = 601w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 11 \Rightarrow 14412 - 187 = 661w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 12 \Rightarrow 14412 - 204 = 721w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 13 \Rightarrow 14412 - 221 = 781w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 14 \Rightarrow 14412 - 238 = 841w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 15 \Rightarrow 14412 - 255 = 901w_2$; no hay solución entera.

De la relación $(\tilde{I})$ y (b_2) tenemos:

$86473 = 10[2(3z_2 + 2)][3(3w_2 + 1) + 1] + 7(6z_2 + 4) + 6w_2 + 3$

$86473 = 10(6z_2 + 4)(6w_2 + 3) + 7(6z_2) + 7(4) + 6w_2 + 3$

$86473 = 10[6(6z_2w_2)] + 10[6(3z_2)] + 10[4(6w_2)] + 10(12) + 42z_2 + 7(4) + 6w_2 + 3$

$14387 = 60z_2w_2 + 30z_2 + 40w_2 + 7z_2 + w_2; z = 2z_1 = 2(3z_2 + 2) \leq 92$

$6z_2 \leq 88$; $z_2 \leq 14$

$14387 = 60z_2w_2 + 37z_2 + 41w_2$

$z_2 = 1 \Rightarrow 14387 - 37 = 101w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 2 \Rightarrow 14387 - 74 = 161w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 3 \Rightarrow 14387 - 111 = 221w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 4 \Rightarrow 14387 - 148 = 281w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 5 \Rightarrow 14387 - 185 = 341w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 6 \Rightarrow 14387 - 222 = 401w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 7 \Rightarrow 14387 - 259 = 461w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 8 \Rightarrow 14387 - 296 = 521w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 9 \Rightarrow 14387 - 333 = 581w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 10 \Rightarrow 143872 - 370 = 641w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 11 \Rightarrow 14387 - 407 = 701w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 12 \Rightarrow 14387 - 444 = 761w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 13 \Rightarrow 14387 - 481 = 821w_2$; no hay solución entera.

$z_2 = 14 \Rightarrow 14387 - 518 = 681w_2$; no hay solución entera.

Finalmente resolveremos el caso $(\widehat{\boldsymbol{B}})$.

$(\hat{B})$ $10z + 1 \geq 10w + 7$

Luego $930 \geq 10w + 7 \Rightarrow 923 \geq 10w \Rightarrow w \leq 92$

Usamos las mismas ecuaciones dados en el caso $(\hat{A})$

$41411 = 60z_2w_2 + 61w_2 + 7z_2$; $w = 2w_1 = 2(3w_2) \leq 92 \Rightarrow w_2 \leq 15$

$w_2 = 0 \Rightarrow 41411 = 7z_2$; no hay solución.

$w_2 = 1 \Rightarrow 41411 - 61 = 67z_2$; no hay solución.

$w_2 = 2 \Rightarrow 41411 - 122 = 127z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 3 \Rightarrow 41411 - 183 = 187z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 4 \Rightarrow 41411 - 244 = 247z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 5 \Rightarrow 41411 - 305 = 307z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 6 \Rightarrow 41411 - 366 = 367z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 7 \Rightarrow 41411 - 427 = 427z_2$; no hay solución. entera.

$w_2 = 8 \Rightarrow 41411 - 488 = 487z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 9 \Rightarrow 41411 - 549 = 547z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 10 \Rightarrow 41411 - 610 = 607z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 11 \Rightarrow 41411 - 671 = 667z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 12 \Rightarrow 41411 - 732 = 727z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 13 \Rightarrow 41411 - 793 = 787z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 14 \Rightarrow 41411 - 854 = 847z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 15 \Rightarrow 41411 - 915 = 907z_2$; no hay solución entera.

$14388 = 60z_2w_2 + 47z_2 + 36w_2$; $w = 2(w_1) = 2(3w_2 + 2) \leq 92 \Rightarrow w_2 \leq 14$

$w_2 = 0 \Rightarrow 14388 = 47z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 1 \Rightarrow 14388 - 36 = 407z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 2 \Rightarrow 14388 - 72 = 167z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 3 \Rightarrow 14388 - 108 = 227z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 4 \Rightarrow 14388 - 144 = 287z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 5 \Rightarrow 14388 - 180 = 347z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 6 \Rightarrow 14388 - 216 = 407z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 7 \Rightarrow 14388 - 252 = 467z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 8 \Rightarrow 14388 - 288 = 527z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 9 \Rightarrow 14388 - 324 = 587z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 10 \Rightarrow 14388 - 360 = 647z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 11 \Rightarrow 14388 - 396 = 707z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 12 \Rightarrow 14388 - 432 = 767z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 13 \Rightarrow 14388 - 468 = 827z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 14 \Rightarrow 14388 - 504 = 887z_2$; no hay solución entera.

$14412 = 60z_2w_2 + 17z_2 + w_2$; $w = 2w_1 + 1 = 2[3w_2] + 1 \leq 92 \Rightarrow w_2 \leq 15$

$w_2 = 0 \Rightarrow 17z_2 = 14412$; no hay solución entera.

$w_2 = 1 \Rightarrow 77z_2 = 14412 - 1$; no hay solución entera.

$w_2 = 2 \Rightarrow 137z_2 = 14412 - 2$; no hay solución entera.

$w_2 = 3 \Rightarrow 197z_2 = 14412 - 3$; no hay solución entera.

$w_2 = 4 \Rightarrow 257z_2 = 14412 - 4$; no hay solución entera.

$w_2 = 5 \Rightarrow 317z_2 = 14412 - 5$; no hay solución entera.

$w_2 = 6 \Rightarrow 377z_2 = 14412 - 6$; no hay solución entera.

$w_2 = 7 \Rightarrow 437z_2 = 14412 - 7$; no hay solución entera.

$w_2 = 8 \Rightarrow 497z_2 = 14412 - 8$; no hay solución entera.

$w_2 = 9 \Rightarrow 557z_2 = 14412 - 9$; no hay solución entera.

$w_2 = 10 \Rightarrow 617z_2 = 14412 - 10$; no hay solución entera.

$w_2 = 11 \Rightarrow 677z_2 = 14412 - 11$; no hay solución entera.

$w_2 = 12 \Rightarrow 737z_2 = 14412 - 12$; no hay solución entera.

$w_2 = 13 \Rightarrow 797z_2 = 14412 - 13$; no hay solución entera.

$w_2 = 14 \Rightarrow 857z_2 = 14412 - 14$; no hay solución entera.

$w_2 = 15 \Rightarrow 917z_2 = 14412 - 15$; no hay solución entera.

$14387 = 60z_2w_2 + 37z_2 + 41w_2$, $w = 2w_1 + 1 = 2(3w_2 + 1) + 1 \leq 92 \Rightarrow w_2 \leq 14$

$6w_2 \leq 89 \Rightarrow w_2 \leq 14$

$w_2 = 0 \Rightarrow 14387 = 37z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 1 \Rightarrow 14387 - 41 = 97z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 2 \Rightarrow 14387 - 82 = 157z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 3 \Rightarrow 14387 - 123 = 217z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 4 \Rightarrow 14387 - 164 = 277z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 5 \Rightarrow 14387 - 205 = 337z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 6 \Rightarrow 14387 - 246 = 397z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 7 \Rightarrow 14387 - 287 = 457z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 8 \Rightarrow 14387 - 328 = 517z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 9 \Rightarrow 14387 - 369 = 577z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 10 \Rightarrow 14387 - 410 = 637z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 11 \Rightarrow 14387 - 451 = 697z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 12 \Rightarrow 14387 - \ 492 = 757z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 13 \Rightarrow 14387 - 233 = 817z_2$; no hay solución entera.

$w_2 = 14 \Rightarrow 14388 - 574 = 877z_2$; no hay solución entera.

Por lo tanto, el número 864784 es un número primo.

Así tenemos que: $864784 = 864737 + 47$

V. DISCUSIONES

En base a las funciones generadoras como son:

- $f_1(k) = 10k + 1.$
- $f_2(k) = 10k + 3.$
- $f_3(k) = 10k + 7.$
- $f_4(k) = 10k + 9.$

Se expresan todas las sumas posibles para un número dado “m” que termina en cuatro, y se obtienen los siguientes:

- $m = (10k_1 + 7) + (10k_2 + 7).$
- $m = (10k_1 + 3) + (10k_2 + 1).$
- $m = 5 + (10k_1 + 9).$

Además teniendo en cuenta todas las restricciones posibles para cada caso, se consiguió en el capítulo II expresar como la suma de dos números primos en todas sus posibilidades, para un número dado “m” que termina en cuatro y en el capítulo III, IV y V también se logró a expresar el número dado “m” que termina en cuatro como la suma de dos números primos pero no en todas sus posibilidades; logrando de este modo el objetivo general.

VI. CONCLUSIONES

1) Usando las funciones generadoras como son:

    - $f_1(k) = 10k + 1$
    - $f_2(k) = 10k + 3$
    - $f_3(k) = 10k + 7$
    - $f_4(k) = 10k + 9$

    Se pudo construir un algoritmo, para obtener un número par que termina en cuatro como la suma de dos números primos.

2) Análogamente se construyó el algoritmo para los números naturales que terminan en cuatro de 4; 5 y 6 cifras respectivamente.

3) Hemos obtenido dos técnicas distintas para resolver ecuaciones Diofánticas de grado dos, en dos variables.

4) Los números primos hallados coinciden con los números primos que figuran en internet o textos.

VII. RECOMENDACIONES

1. Darse un número natural par que termina en cuatro de siete cifras y expresarlo como la suma de dos números primos.
2. Darse un número natural par que termina en cuatro de cuatro cifras y expresarlo como la suma de dos números primos en todas sus posibles maneras.
3. Darse un número natural par que termina en cuatro de ocho cifras y expresarlo como la suma de dos números primos.
4. Realizar una programación de este algoritmo, para números naturales de 3; 4; 5 y 6 cifras que terminan en cuatro.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Burton, D.M. (1980). Elementary Number Theory (6th ed.). U.S.A: Allyn and Bacon, Inc.
- Cerna, B. (2018). SOME RESULTS ON PRIME NUMBER, IJPAM Iternational journal.
- Haaser, N., La Salle, J., Sullivan, J. (1992). Análisis matemático (2nd ed. Vol II). México.
- Ivan Niven, H. (1991). And Introduction to the Theory of Number (5th ed.) U.S.A: Jhon Wiley and Sons, Inc.
- Pettofrezzo, A. (1972). Introduction to number theory (1st ed.). U.S.A: Pretince - Hall International.
- Rudin, W. (1982). Principios de Análisis Matemático (2nd ed. Vol II). México
- Sierpinski, W. (1988). Elementary Theory of Number (2nd ed. Vol I). Poland: North-Holland Mathematical Library.

DIRECIONES ELECTRÓNICAS.

❖ Valverde, J. L. (2013). Jochinchilla @.ter,ac. Montevideo, Uruguay: https// Semur.edu.uy. cibem.org

❖ Hitos, J.R. (2017). Pensamiento matemático Brasil file:///C:/Users/INTEL/Documents/ Dialnet – Ecuaciones Diofanticas.

❖ SCHMIDT R.F. y THEWS G. (1993) "Fisiología humana". Interamericana, Madrid, / Mc Graw-Hill.https://talentomatematico.files.wordpress.com

❖ Antonio, D. (1999). TeoriaAritmetica.pdf, Madri, España: matdiscreta. http://www. dma.fi.upm.es/docencia/primercic

ANEXO

1. Datos del Autor:

Apellidos y Nombres: REYES SALAZAR EDGAR HUGO

Código de alumno: 01.0131.6.AO Teléfono: 947466675 - 928726741

Correo electrónico: matematico.reyes@hotmail.com DNI: 41223445

2. Modalidad de trabajo de investigación:

( ) Trabajo de Investigación ( ) Trabajo académico

( ) Trabajo de suficiencia personal (X) Tesis

3. Título profesional o grado académico

( ) Bachiller (X) Titulo ( ) Segunda especialidad

( ) Licenciado ( ) Magister ( ) Doctor

4. Título del trabajo de investigación

"ALGORITMO PARA ESCRIBIR UN NÚMERO PAR QUE TERMINA EN CUATRO COMO LA SUMA DE DOS NÚMEROS PRIMOS"

5. Facultad de Ciencias

6. Escuela, Carrera o programa: Escuela Académica Profesional de Matemática.

7. Asesor:

Apellidos y Nombres: Dr. CERNA MAGUIÑA, BIBIANO MARTÍN.

Teléfono: 943756087

Correo electrónico: mcm1508@hotmail.com DNI: 06908215

A través de este medio autorizo a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, publicar el trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional Digital, Repositorio Nacional Digital de Acceso Libre (ALICIA) y el Registro Nacional de Trabajos de Investigación (RENATI).

Asimismo, por la presente dejo constancia que los documentos entregados a la UNASAM, versión impresión y digital, son las versiones finales del trabajo sustentado y aprobado por el jurado y son de autoría del suscrito en estricto respeto a la legislación en materia de propiedad intelectual

FIRMA..................................

DNI: 41223445

12 de noviembre de 2018