UNIVERSIDAD NACIONAL

“SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO”

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

INFORME FINAL

OPTIMIZACIÓN DE RUTAS PARA LA RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS CON USO DE CONTENEDORES APLICANDO EL ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS EN LA CIUDAD DE HUARAZ

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:

Bach. MACKIVER YONATAN HERMITAÑO MENDOZA

ASESOR:

Mag. HENRRY ÁNGEL GARRIDO ANGULO

HUARAZ – PERÚ

2019

Registro N° T006

MIEMBROS DEL JURADO

Mag. Mario Ninaquispe Castillo
Presidente

Mag. Vladimir Rodríguez Sabino
Secretario

Dr. Maximiliano Asís López
Vocal

ASESOR

Mag. Henrry Ángel Garrido Angulo

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS vii

ÍNDICE DE FIGURAS viii

RESUMEN ix

ABSTRACT x

I. INTRODUCCIÓN 1

II. MARCO TEÓRICO 3

2.1. ANTECEDENTES 3

2.1.1. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN 5

2.2. BASES TEÓRICAS 6

2.2.1. MÉTRICAS 6

2.2.2. NORMAS 7

2.2.3. TEORÍA DE GRAFOS 8

2.2.4. EL PROBLEMA DE RUTAS DE VEHÍCULOS (VRP) 13

2.2.5. METAHEURÍSTICAS 20

2.2.6. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS 21

III. MATERIALES Y MÉTODOS 23

3.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ACTUAL DE RECOJO DE RESIDUOS SÓLIDOS EN LA CIUDAD DE HUARAZ 23

3.1.1. SITUACIÓN ACTUAL DEL MANEJO DE RESIDUOS SÓLIDOS ASPECTO TÉCNICO OPERATIVO - 2018 23

3.1.2. GENERACIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS 24

3.1.3. ALMACENAMIENTO Y BARRIDO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS 25

3.1.4. RECOLECCIÓN DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS 25

3.1.5. TRANSPORTE PARA EL TRASLADO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS 26

3.1.6. DISPOSICIÓN FINAL Y RECICLAJE DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS 26

3.1.7. LAS ACTIVIDADES QUE SE REALIZA EN LA PLANTA 26

3.1.8. ASPECTOS GERENCIALES Y ADMINISTRATIVAS 26

3.1.9. FINANCIAMIENTO 28

3.1.10. RECOLECCIÓN DE DATOS 29

3.1.11. METODOLOGÍA 29

1.2. DISEÑO DE MEJORA 33

IV. RESULTADOS 38

4.1. RESULTADOS 38

4.1.1. PROPUESTA DE MEJORA AL SISTEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS EN LA ZONA CENTRO DE LA CIUDAD DE HUARAZ 38

4.1.2. DESARROLLO DEL SISTEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS APLICANDO EL ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS 41

4.1.3. SOLUCIÓN DE LA APLICACIÓN A TRAVÉS DEL USO DE CONTENEDORES PARA EL RECOJO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS 42

4.1.4. RESULTADO GENERADO EN FICO XPRESS-MOSEL 61

V. DISCUSIÓN 62

VI. CONCLUSIONES 66

VII. RECOMENDACIONES 68

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 69

ANEXOS 71

A. FOTOGRAFÍAS DE LOS CONTENEDORES (UBICACIÓN PROPUESTA) 71

B. PLANO DE LA CIUDAD DE HUARAZ ZONA CENTRO (UBICACIÓN PROPUESTA) 74

C. CÓDIGO GENERADO EN FICO XPRESS-MOSEL 75

D. BASE DE DATOS DEL PROBLEMA PARA EL PROGRAMA EN FICO XPRESS-MOSEL 83

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Vehículos de recojo de residuos sólidos – zona centro de la ciudad de Huaraz 25

Tabla 2. Personal administrativo de la gerencia de servicios municipales 27

Tabla 3. Personal de limpieza y barrido para la ciudad de Huaraz 27

Tabla 4. Personal del servicio de recolección y transporte 27

Tabla 5. Personal de la disposición final de los residuos sólidos..... 28

Tabla 6. Tarifa del servicio de limpieza pública. Arbitrio de limpieza pública, parques, jardines y tratamiento de los residuos sólidos..... 28

Tabla 7. Costo del manejo de residuos sólidos 29

Tabla 8. Datos de la ubicación de los contenedores y el depósito 40

Tabla 9. Distancia entre los contenedores y el depósito (en metros) 40

Tabla 10. Probabilidad según cada hormiga artificial en cada una de las rutas ... 57

Tabla 11. Concentraciones de feromonas en todos los arcos del grafo..... 60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. VRP, un depósito o centro y varios destinos (rutas) 19

Figura 2. Etapas de la recolección de los residuos sólidos en la ciudad de Huaraz. 24

Figura 3. Rutas naturales de las hormigas en busca de su alimento. 31

Figura 4.Ruta obtenida con Mosel Ive 2019 61

Figura 5. Nodo 0, Av. Agustín Gamarra con Jr. 28 de Julio 71

Figura 6. Nodo 1, Av. Pedro Villón con Jr. 27 de noviembre 71

Figura 7. Nodo 2, Av. Confraternidad Internacional Este - Cementerio de Huaraz 72

Figura 8. Nodo 3, Av. Confraternidad Internacional Este con Av. Raimondi 72

Figura 9. Nodo 4, Av. Antonio Raimondi con Av. Confraternidad Internacional Oeste 73

Figura 10. Nodo 5, Av. 27 de noviembre con Jr. Mariscal Cáceres 73

Figura 11.Plano de ubicación de contenedores 74

RESUMEN

En esta investigación, el objetivo es evaluar las distancias generadas a partir del diseño de rutas realizado para el recojo e implementar un programa computacional para el diseño de rutas del recojo de basura con uso de contenedores en la ciudad de Huaraz utilizando el lenguaje de programación Mosel Ive 2019. Se recopilaron los datos del Plan Integral de Gestión Ambiental de Residuos Sólidos (PIGARS) utilizando los planos y las distribuciones de recojo. Se aplicó el algoritmo colonia de hormigas para modelar la ubicación de contenedores de acuerdo a las zonas críticas y a través de ello, determinar las distancias generadas, y una implementación del mismo a través del Mosel Ive 2019 como lenguaje de programación. En la modelización de la ubicación de los contenedores con 5 nodos se obtuvo como ruta mínima de 5952.70 metros de recorrido, con una actualización de feromona para el algoritmo de 0.50428. Podemos observar que el problema resulta muy complejo aún para los tipos de problemas considerados y aún sujeto a restricciones. Además, es importante resaltar que los resultados serían más exactos si disponemos de ciertos aparatos tecnológicos como son los SIG (sistema de información geográfica) para la ubicación más exacta de la localización de los contenedores, recolectores y el depósito.

Palabras clave: *Ruta de vehículos, residuos sólidos, algoritmo de colonia de hormigas.*

ABSTRACT

In this research, the objective is to evaluate the distances generated from the design of routes made for the collection and implement a computer program Mosel Ive 2019. For the design of garbage collection routes using containers in the city of Huaraz using a programming language. Data from the Comprehensive Solid Waste Environmental Management Plan (PIGARS) was collected using the plans and the collection distributions. The ant colony algorithm was applied to model the location of containers according to the critical areas through it, to determine the distances generated. and its implementation through Mosel Ive 2019 as a programming language. In the modeling of the location of the containers with 5 nodes, a minimum route of 5952.70 meters of route was obtained, with a pheromone update for the algorithm of 0.50428. We can observe that the problem is very complex even for the types of problems considered next to restrictions, it is also important to highlight that the results would be more accurate if we have certain technological devices such as GIS (geographic information system) for the most exact location of the location of the containers, collectors and the depot.

Keywords: *Vehicle routing problem, solid waste, ant colony algorithm.*

I. INTRODUCCIÓN

Los modos de subsistencia que el ser humano ejerce en el día a día va acompañado también de afrontar otras diversas problemáticas en su entorno y hábitat; entre ellas una relacionada a la problemática de salud ambiental que se manifiesta a través de la contaminación ya sea de tipo doméstico, comercial, industrial, entre otros, generando una buena parte de desechos que se consideran inservibles y que se denomina residuos sólidos (López, 2009). Es así, que la problemática de los residuos generados, trae como consecuencia otro problema que es de recolección y su posterior transporte, referido a rutas asignadas para el recojo, es decir, se debe tener una ruta óptima para minimizar medidas de distancia (costos y tiempos) de recojo; para ello nos planteamos como problema de investigación: ¿Es posible optimizar rutas de recolección de residuos sólidos con uso de contenedores en la ciudad de Huaraz aplicando el algoritmo colonia de hormigas? Como objetivos de la investigación se propone: Adaptar matemáticamente un problema de rutas para el recojo de los residuos sólidos con uso de contenedores. Evaluar las distancias generadas a partir del diseño de rutas implementado para el recojo de los residuos sólidos. Implementar un programa computacional para el diseño de rutas del recojo de basura con uso de contenedores en la ciudad de Huaraz utilizando un lenguaje de programación. Se plantea la siguiente hipótesis: Es posible optimizar rutas para el recojo de residuos sólidos con uso de contenedores en la ciudad de Huaraz aplicando el Algoritmo Colonia de Hormigas.

De acuerdo a las necesidades teóricas matemáticas de estudio se ha visto por conveniente tratar los temas referidos a métricas, normas, teoría de grafos, el problema de ruta de vehículos y el algoritmo colonia de hormigas. Este diseño de rutas puede ser determinado con ayuda de algunas herramientas matemáticas, uno de ellos es el uso de la teoría de grafos y que, a través de la formulación de un problema de rutas de vehículos, y el uso de sus metodologías de resolución, tal es el algoritmo Colonia de Hormigas, permita ordenar a través del uso de contenedores en la ciudad de Huaraz al aplicar un diseño de rutas que permita reducir la distancia de recolección y por ende la distancia de traslado. Por ello, se plantea diseñar una ruta eficiente que sirva de guía a los recolectores de basura, recoger los residuos sólidos y puedan ser trasladados a los sitios de depósitos de residuos.

II. MARCO TEÓRICO

2.1.ANTECEDENTES

El bienestar y limpieza en zonas urbanas de una ciudad tiene como un fin la recolección de residuos sólidos generados en las viviendas, parques, jardines, vía pública, oficinas, mercados, establecimientos de servicio y en general todos aquellos generados en actividades urbanas que no requieran técnicas especiales para su control.

Existen trabajos de investigación a nivel de postgrado y de pregrado realizados por algunos egresados de la Escuela Profesional de Matemática de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo que abordaron esta problemática del recojo de residuos sólidos, haciendo uso de otras metodologías o enfoques de estudio.

El trabajo de tesis realizado por Leiva (2005) titulado *"Aplicaciones de técnicas multicriterio para el establecimiento de puntos óptimos del recojo de basura en la ciudad de Huaraz"*, concluye que existe un trato informal, asistemático y acientífico del recojo de basura en la ciudad de Huaraz, generando costos excesivos al Gobierno Local y junto a ello, el malestar a la población; pero a su vez presenta un modelo matemático basado en el análisis multicriterio que contribuye significativamente al estudio y logro de la optimización de varias funciones objetivos utilizadas en el recojo de la basura; por otro lado, Coral (2005) en su tesis titulada: *"Aplicación de técnicas multicriterio para la determinación de rutas de recojo de basura en la provincia de Huaraz"*, concluye

que si es posible aplicar métodos multicriterios alternativos como solución al problema de recojo de basura en la provincia de Huaraz.

La investigación realizado por Palma (2011) titulado “Determinación de una ruta eficiente en el recojo de basura de residuos sólidos en la ciudad de Huaraz como aplicación del problema del agente viajero”, concluye que existe mejoras en costos y tiempos en el recojo de basura, cuando es resuelto con el uso de algoritmos y metodologías apropiadas de solución, en relación comparación al recojo usual que lleva a cabo los entes competentes, además, señala que la cantidad diaria generada en la ciudad de Huaraz es de 850 m^3 de basura la cual es llevado al relleno sanitario. Por tanto, es oportuno hacer una nueva propuesta de mejora a esta problemática aun existente y vigente, mediante el uso de un sistema de rutas que con los resultados obtenidos anteriormente sea posible hacer una comparación e interpretación de las metodologías más convenientes y que a su vez sirva de ayuda a la toma de decisión cuando se afronta esta problemática del recojo de basura.

En la recolección de residuos sólidos, es indispensable tener en cuenta ciertos parámetros y variables, como la cantidad de residuos, la topografía, el ancho y estado de las vías dado el tamaño del vehículo recolector y la facilidad de acceso, costos de transporte, distancias de recolección, capacidad de carga de los camiones, distancia al sitio de disposición final, la frecuencia de recolección, organización de las cuadrillas, los métodos de recolección, etc.

Un mal diseño de rutas de recolección y el no uso de contenedores, trae graves consecuencias al sistema de recolección; entre los que se pueden citar: la

deficiente operación y funcionamiento del equipo, planificación inadecuada del personal, la reducción de las coberturas del servicio de recolección y la proliferación de botaderos clandestinos a cielo abierto en diferentes puntos de la ciudad de Huaraz, esta última se puede apreciar dado que al no poder cubrir la demanda, los usuarios empiezan arrojar los residuos sólidos en botaderos no aptos para este fin.

El aporte de la investigación consiste en dar una propuesta de mejora de solución al problema de recolección de basura, pero, con uso de contenedores en la ciudad de Huaraz, mediante el desarrollo de un modelo matemático del problema de rutas de vehículos, y además mostrar que existe al menos una metodología que permite estudiar alguna metaheuristica, como es el caso del Algoritmo Colonia de Hormigas; esto complementado con el apoyo de trabajos de investigación ya realizados, que permita disponer de una herramienta científica de ayuda más eficiente y luego comparar los resultados actuales de esta problemática de todos los días.

2.1.1. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación está sujeta a las siguientes limitaciones:

- Se hace uso solo de un modelo matemático del problema de rutas de vehículos, es decir considerando un solo depósito y varios contenedores.
- Los vehículos que se utilizan para el recojo de los residuos sólidos son del mismo modelo y desde luego con la misma capacidad.
- Se considera un tipo de algoritmo de hormigas – técnica Ant Q, y de la cual se toma sus características y procedimiento.

- Los contenedores para almacenar los residuos sólidos son de la misma capacidad.
- Para el recojo de los residuos sólidos de los contenedores ubicados en la ciudad de Huaraz, se ha elegido a modo piloto la zona centro de la ciudad para la aplicación del algoritmo de colonia de hormigas.
- Se eligió el programa computacional Xpress Ive 64 bit, versión estudiante 8.5.3 2019.
- La investigación, se limita a investigar las causas de la contaminación ambiental en la ciudad de Huaraz.
- La investigación, se limita al estudio de los impactos nocivos a la población generados por el mal manejo de los residuos sólidos.
- El estudio de investigación no hace uso de alguna teoría de localización para la ubicación del depósito y los contenedores.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. MÉTRICAS

El concepto de métricas juega un rol importante para el uso de la teoría de grafos, en ese sentido se da a conocer las métricas más usuales utilizadas. En particular, sobre $\mathbb{R}^n$ se puede definir las siguientes métricas.

Definición 1.- Sean los puntos $x=(x_1,x_2,...,x_n),\ y=(y_1,y_2,...,y_n)\in\mathbb{R}^n$:

La métrica del máximo $D_1 = d_{max}: \mathbb{R}^n x \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida por

$$d_{max}(x,y) = \max\{|x_i - y_i| : 1 \leq i \leq n\}$$

La métrica de la suma $D_2 = d_{suma}: \mathbb{R}^n x \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida por

$$d_{suma}(x,y) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|$$

La métrica euclidiana $D_3 = d_u : \mathbb{R}^n x \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, definida por

$$d_u(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2}$$

Proposición 1.- sean (X,d), un espacio métrico y x,y,z,w en X, entonces $|d(x,z)-d(y,w)| \leq d(x,y)+d(z,w)$.

En particular, es $|d(x,z)-d(y,z)| \leq d(x,y)$.

2.2.2. NORMAS

Definición 2.- Una norma en un espacio vectorial V es una función real dado por: $|\ \ |: V \to R_0^+$ tal que

$$x \in V \ \to \ \|x\| \in \mathrm{R}_0^+$$

y sean $x, y \in V$ y para todo $\lambda \in R$ se cumple que:

- $\|x\| \geq 0$ *(positividad)*
- $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$ *(desigualdad triangular)*
- $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$ *(homogeneidad)*
- $\|x\| = 0$, *sí y sólo si* $x = 0$ *(separación)*

Al número $\|x\|$ se le dice norma del vector x en V.

Definición 3.- Un espacio normado es un par $(V, \|.\|)$, donde V es un espacio vectorial y $\|.\|$ es una norma en V.

Ejemplo del espacio normado más usual:

Sea el espacio vectorial real $\mathbb{R}^n$, cuyos elementos son

$$x = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$$

y si se toma la norma:

$$\| x \| = \left(\sum_{k=1}^{n} x_k^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

se verifican todos los axiomas de la norma, que es equivalente a la métrica

$$d(x, y) = \|x - y\| = \left(\sum_{k=1}^{n} \left(x_k - y_k\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Definición 4.- Sea X un espacio de normado. Una funcional lineal continua en X es una función lineal $f : X \to \mathrm{R}^{\mathrm{n}}$ que es continua.

2.2.3. TEORÍA DE GRAFOS

La teoría de grafos se utiliza en el tratamiento de diversos problemas cotidianos; los grafos constituyen una abstracción muy útil para modelar muy diversas situaciones reales como por ejemplo: el problema de rutas de vehículos, y su mayor trascendencia se manifiesta en la teoría de redes, en las ciencias de la computación y las telecomunicaciones, entre muchas otras.

El matemático *König* , húngaro de origen judío, es considerado el pionero en proponer diagramas o grafos que consistían en el uso de puntos y líneas, publicó el primer libro de teoría de grafos en 1936 en el cual desarrolló un estudio sistemático de sus propiedades.

Definición 5.- Un grafo $G=(V,E)$ es una par ordenado en la que V es un conjunto no vacío de elementos llamados vértices y E es un conjunto de elementos llamados aristas, que consta de pares no ordenados de vértices, tales que sí $\{x,y\}\subset E$, entonces decimos que x e y son vértices adyacentes; se representa mediante una línea no orientada que una a dichos vértices.

Definición 6.- El orden de un grafo G, denotado por $|G|$, es la cardinalidad del conjunto V. Por lo general, se utiliza n para denotar el orden de G.

Definición 7.- La dimensión o tamaño del grafo G, denotado por E, es la cardinalidad del conjunto E. Por lo general se utiliza m para denotar el tamaño de G.

Definición 8.- Dado un grafo $G=(V,E)$, entonces se dice que:

Es un lazo o bucle a toda arista de la forma con ($v \in$ V)

Las aristas son múltiples cuando las aristas que aparecen repetidas en E.

Los vértices son adyacentes si están unidos por una arista.

Las aristas son adyacentes si tienen un vértice en común.

Una arista y un vértice son incidentes si el vértice es extremo de la arista.

Un vértice es aislado si no es adyacente a ningún otro vértice.

Un grafo es simple si no tiene bucles ni aristas múltiples.

Definición 9.- Dado un grafo $G=(V,E)$, se dice grado de un vértice al número de aristas incidentes en él, contando los bucles como dos aristas. Se denota por $\deg(v)$ al grado del vértice v.

Proposición 2.- Dado un grafo $G=(V,E)$, se cumple que:

$$\sum_{v\in V}\deg(v)=2|E|$$

Demostración

Cada arista contribuye en 1 al grado de cada uno de los vértices en los cuales es incidente. Por lo tanto, si G tiene m aristas, debe tenerse:

$$2m=d(v_1)+...+d(v_n)$$

Corolario 1.- El número de vértices de grado impar en un grafo $G=(V,E)$ es par.

Definición 10.- Dado un grafo $G=(V,E)$. Un subgrafo $H=(V_H,E_H)$ de $G=(V,E)$ es un grafo, si y solo si $V_H\subseteq V$ y $E_H\subseteq E$.

Observación 1: Particularmente los subgrafos importantes son aquellos que se obtienen de un grafo, suprimiendo uno o varios vértices y las aristas incidentes en estos vértices.

Definición 11.- Un grafo $G=(V,E)$ es simple si a lo sumo una arista de E une dos vértices cualesquiera de V.

Definición 12.- Un grafo $G=(V,E)$ es completo, si para cada par de vértices de V en el grafo G, siempre existe la unión de ellos mediante una arista.

Un grafo completo de n vértices tiene exactamente $\frac{n(n-1)}{2}$ aristas.

Definición 13.- Camino sea $G=(V,E)$ un grafo no vacío. Un camino $P=(V_P,E_P)$ es un subgrafo de G tal qué $V_P=\{v_0,v_1,...,v_k\}$ y $E_P=\{v_0v_1,v_1v_2,...,v_{k-1}v_k\}$

donde los v_i son diferentes. Los vértices v_0 y v_k asociados al camino P se llaman extremos de P.

Definición 14.- (Grafo conexo) Un grafo $G=(V,E)$ es conexo, si cada par de vértices está conectado por un camino. Es decir, si para cualquier par de vértices (u,v), existe al menos un camino posible desde u hacía v.

Definición 15.- (Camino Hamiltoniano) Un camino es Hamiltoniano si contiene cada arista del grafo exactamente una sola vez.

Ejemplo: El camino que la pieza el caballo realiza al recorrer todas las casillas de un tablero de ajedrez sin pasar dos veces por la misma.

Definición 16.- (Grafo Orientado) Un dígrafo o grafo orientado $D=(V,E)$, consiste de un conjunto finito no vacío V cuyos elementos se llaman vértices y una familia finita E de pares ordenados de vértices a cuyos elementos llamaremos aristas.

Al par (u,v) en E lo denotaremos por uv y diremos que u es el extremo inicial y que v es el extremo final.

Definición 17.- Dado un dígrafo $D=(V,E)$, se llama grado de entrada de un vértice al número de aristas que lo tienen por extremo final y se llama grado de salida de un vértice al número de aristas que lo tienen por extremo inicial.

Definición 18.- Dado un grafo $G=(V,E)$. Si $P=v_0v_1,...,v_{k-1}$ es un camino en el grafo G para $k \geq 3$, entonces el grafo C definido por $C = P + v_{k-1}v_0$ es un ciclo.

Se denota por C_n al ciclo de n vértices.

Observación 2: Un circuito es un camino cerrado en el que no se repiten aristas, es decir, una trayectoria cerrada donde el nodo inicial y el final de la trayectoria coinciden.

Definición 19.- (Ciclos Hamiltonianos) Dado un grafo no dirigido G, un ciclo Hamiltoniano es un ciclo simple que visita todos los vértices.

Un ciclo Hamiltoniano en un grafo es un camino que contiene a todos los vértices del grafo exactamente una vez (salvo el vértice inicial que coincide con el vértice final, cuando el camino es cerrado).

Teorema 1.- (Ore, 1960) Si un grafo tiene $n \geq 3$vértices y la suma de los grados de cualquier par de vértices no adyacentes es mayor o igual que n, entonces el grafo es Hamiltoniano.

Corolario 2.- (Dirac, 1952) Si $G = (V, E)$ es un grafo de orden $n \geq 3$ y grado mínimo mayor o igual que $\frac{n}{2}$, entonces G es un grafo Hamiltoniano.

Definición 20.- (Función de coste) Sea $G = (V, E)$ un grafo, a la correspondencia dado por $f: A \to R$ en G, tal que a cada arista e del grafo G se le asigna un único valor $f(e) > 0$, se le dice función de coste.

Definición 21.- (Grafo ponderado) Un grafo G es ponderado, si sus aristas tienen asignado un valor o función de coste. Si cada arista e tiene un valor numérico no negativo $u(a)$, llamado peso o longitud de a, se dice que G tiene peso. En este caso, cada camino P de G tendrá asociado un peso o longitud que será la suma de las aristas que forman el camino P.

2.2.4. EL PROBLEMA DE RUTAS DE VEHÍCULOS (VRP)

El VRP (*Vehicle Routing Problem*, en inglés) es uno de los problemas más conocidos, así como cautivante y desafiante de la optimización combinatoria entera, se sitúa en la categoría los problemas denominada NP - completos, esto es, aquellos problemas que no pueden resolverse en tiempo polinomial en función del tamaño de entrada del problema. Para este tipo de problemas es a menudo deseable obtener soluciones aproximadas, dado que pueden ser encontradas lo bastante rápido y sean suficientemente satisfactorio para su propósito específico. Usualmente este resultado se logra utilizando varios métodos metaheurísticos, que dependen de cierta visión interna de la naturaleza del problema.

El VRP constituye un amplio conjunto de variantes y personalizaciones de problemas. Desde los que son más sencillos hasta algunos que hoy en día siguen siendo aún materia de investigación.

En la mayoría se trata de averiguar las rutas de una flota de transporte para dar servicio a los clientes. Según la literatura científica, Dantzig y Ramser fueron los primeros autores de este tipo de problema en 1959, cuando estudiaron una aplicación real referida a la distribución de gasolina para estaciones de carburante.

La función objetivo depende de la tipología y características del problema. Lo más habitual es intentar minimizar el coste total de operación (el tiempo total de transporte, la distancia total recorrida), minimizar el tiempo de espera, maximizar el beneficio, maximizar el servicio al cliente, minimizar la utilización de vehículos, equilibrar la utilización de los recursos, etc.

Definición 22.- El VRP consiste en el problema de encontrar un conjunto de rutas óptimas (o mejor dicho satisfactorias en el contexto *real*) para realizar el reparto de una serie de objetos (demandas) a sus correspondientes destinos (clientes). Todos los objetos se encuentran inicialmente en un almacén (depósito) y los vehículos de transporte deben repartirlos de forma que se minimice el tiempo o coste de reparto. Además, hay que tener en cuenta que los vehículos utilizados para el transporte tienen una capacidad limitada y una tasa de consumo de combustible determinada.

Elementos básicos del VRP

Los elementos principales de este problema son los siguientes:

- La red de transporte
- La flota de vehículos
- Los clientes y/o proveedores
- El depósito central (o depósitos)
- Los servicios a atender (demandas y/o consumos)
- Las rutas solución

Pero, los VRP obedecen principalmente a tres elementos básicos, los cuales se explica a continuación:

Los Clientes

Olivera (2004) indica que cada cliente tiene cierta demanda que deberá ser satisfecha por algún vehículo. En muchos casos, la demanda es un bien que ocupa lugar en los vehículos y es usual que un mismo vehículo no pueda satisfacer la demanda de todos los clientes en una misma ruta.

En otros casos, la demanda no es un bien sino un servicio. El cliente simplemente debe ser visitado por el vehículo. Un mismo vehículo podría, potencialmente, visitar a todos los clientes. En otra variante del problema, cada cliente tiene una ubicación y desea ser transportado hacia otro sitio. Aquí la capacidad del vehículo impone una cota sobre la cantidad de clientes que puede alojar simultáneamente (Olivera, 2004).

Es usual que cada cliente deba ser visitado exactamente una vez. Sin embargo, en ciertos casos se acepta que la demanda de un cliente sea satisfecha en momentos diferentes y por vehículos diferentes (Olivera, 2004).

Los Depósitos

Tanto los vehículos como las mercaderías a distribuir (si las hubiera) suelen estar ubicadas en depósitos. Usualmente se exige que cada ruta comience y termine en un mismo depósito, aunque este podría no ser el caso en algunas aplicaciones, en los problemas con múltiples depósitos cada uno de estos tiene diferentes características, por ejemplo, su ubicación y capacidad máxima de producción (Olivera, 2004).

Los Vehículos

La capacidad de un vehículo podría tener varias dimensiones, como por ejemplo peso y volumen. Cuando en un mismo problema existen diferentes mercaderías, los vehículos podrían tener compartimentos, de modo que la capacidad del vehículo depende de la mercadería de que se trate.

Los problemas en que los atributos (capacidad, costo, etc.) son los mismos para todos los vehículos se denominan de *flota homogénea*, y, si hay diferencias, de *flota heterogénea* (Olivera, 2004).

Formulación Matemática del VRP

El VRP, es el problema en la cual cada cliente $i \in V - \{0\}$ tiene asociada una demanda d^i y cada vehículo tiene una capacidad C (la flota es homogénea).

Para un conjunto S de clientes, $d(S) = \sum_{i \in S} d^i$ es su demanda total y $r(S)$ indica la mínima cantidad de vehículos necesarios para atender a todos los clientes. En la formulación llamada el *flujo de vehículos de dos índices*, se utilizan las variables binarias x_{ij} con valores 0 y 1 para determinar si el arco (i,j) se utiliza o no en la solución.

MODELO MATEMÁTICO DEL VRP

Un tipo de VRP propuesto por (Miller, Tucker, & Zemlin, 1960) a través de un modelo matemático, se formuló de la siguiente manera:

$$(CVRP)\min \sum_{i}\sum_{j} c_{ij}x_{ij} \qquad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i\in\Delta^{-}(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V-\{0\} \qquad (2)$$

$$\sum_{j\in\Delta^{+}(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V-\{0\} \qquad (3)$$

$$\sum_{i\in\Delta^{-}(0)} x_{i0} = m \qquad (4)$$

$$\sum_{j\in\Delta^{+}(0)} x_{0j} = m \qquad (5)$$

$$\sum_{i\in S,\, j\in\Delta^{+}(i)-S} x_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \subset V-\{0\} \qquad (6)$$

$$m \geq 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \qquad (7)$$

Donde, la función objetivo en (1), representa la función de la solución al problema. La variable x_{ij}, toma de valor de uno cuando el vehículo atiende la ruta que va del cliente *i* al cliente *j*.

La restricción (2) y (3), restringen la asignación de cada cliente a una sola ruta vehicular, esto es, el cliente es atendido por un solo vehículo. Además, deben de entrar y salir una sola vez (excepto del depósito).

La restricción (4) y (5) indican que m es la cantidad de vehículos utilizados en la solución y que todos los vehículos que parten del depósito deben regresar. La restricción (6) actúa de restricción de eliminación de sub-rutas y a la vez impone que la demanda total de los clientes visitados por un vehículo no puede superar la cantidad C. La restricción (7) son restricciones que definen al modelo como lineal entero binario.

Variantes del VRP

Según las diferentes necesidades y situaciones problemáticas del problema del transporte de vehículos, surgen diversas variantes del VRP que a continuación se listan, entre las más conocidas:

- Problema con capacidades (CVRP)
- Problema con ventanas de tiempo (VRPTW)
- Problema con múltiples depósitos (VRP - MDVRP)
- Problema con entregas y devoluciones (VRPPD)
- Problema de entregas divididas con diferentes vehículos (SDVRP)
- Problema con diferentes valores al azar como el número de clientes, tiempo de servicio, tiempo de recorrido (SVRP)
- Varios orígenes y varios destinos con valores conocidos de las disponibilidades y las necesidades (Problema de Transporte)
- Un origen y varios destinos (Rutas)

Esta última variante del VRP, de un origen y varios destinos es el tipo de problema que abordaremos en este estudio de investigación, en el cual desde un depósito previamente ubicado se tiene que atender las demandas (residuos

sólidos) de los contenedores ubicados en determinados lugares de algunas intersecciones de calles de la zona centro de la ciudad de Huaraz, respetando ciertos criterios. Este problema puede ser planteado en numerosos y diversos sectores de un lugar geográfico, en ocasiones no se trata solo de distribuir uno o varios productos, sino también de recoger materiales, desperdicios, información, y en otros no hay distribución ni recogida, sino que se trata de brindar un servicio. En esa medida, (Brito, 1994), (Corominas, 1991), (Martínez, 1982) y (Santos, 1993) señala: Existe una red de comunicación que une un conjunto de clientes $u_1, u_2, ..., u_n$ y disponemos de un depósito o almacén central u_0 en el que se encuentran vehículos de capacidades determinadas y se desea determinar las rutas para servir a los clientes de los que se conoce su posición en la red y su demanda, que puede ser de uno o varios productos

En general, para realizar el servicio es necesario establecer más de una ruta (varios vehículos o varias rutas de un mismo vehículo).

La representación gráfica de un VRP se muestra en la figura1.

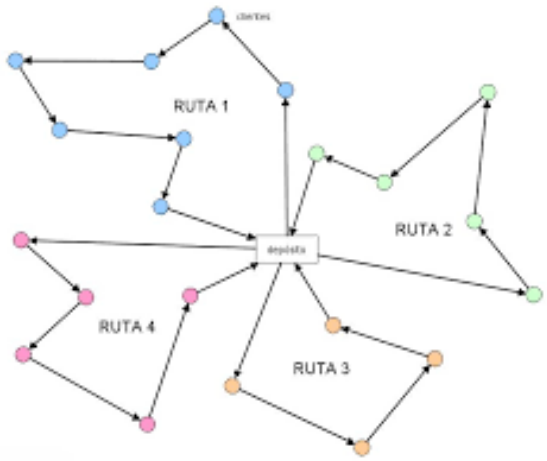

Figura 1. VRP, un depósito o centro y varios destinos (rutas)
Fuente: Rodríguez (2012)

TÉCNICAS DE SOLUCIÓN DEL VRP

Las técnicas de solución del VRP son en su mayoría metaheurísticas dado que los métodos exactos de solución no garantizan encontrar una solución óptima en un tiempo razonable de cálculo computacional, aún más si el número de destinos o clientes es de tamaño grande.

Así tenemos, un grupo de técnicas llamados métodos de construcción que construyen de forma gradual una solución factible a la vez que tratan de minimizar el coste, pero de por si no manifiestan rápidamente una fase de mejora. Entre éstos se encuentran:

- El Método de los ahorros de (Clarke & Wright, 1964)
- El Método de emparejamientos
- La Heurística de mejora de multirutas

Otro grupo de métodos de solución al VRP, lleva al estudio de las denominadas metaheurísticas.

2.2.5. METAHEURÍSTICAS

Usualmente para resolver un tipo de problema, se utilizan parámetros dados que actúan sobre procedimientos heurísticos, genéricos y abstractos de una manera que se espera eficiencia. Esto es en esencia las metaheurísticas, generalmente se aplican a problemas que no tienen un algoritmo o heurística específica que dé una solución satisfactoria y relativamente rápida; o bien cuando no es posible implementar un método óptimo.

Definición 23.- La metaheurística constituye una clase de método o estrategia especial que realiza una exploración intensiva del espacio de

soluciones. La calidad de las soluciones de estos métodos es mucho mejor que la obtenida por las heurísticas clásicas.

Los métodos metaheurísticos más conocidas son:

- Recocido simulado (Simulated Annealing, 1993)
- Algoritmos genéticos (Holland, 1960)
- Búsqueda tabú (Glover, 1986)
- Procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria voraz (Horowitz, 1978)
- Algoritmos de colonia de hormigas (Dorigo, 1999)
- Búsqueda local guiada (1999)
- Búsqueda de la vecindad de variable (2003)

2.2.6. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

- **Residuos sólidos.** Conjunto de elementos desechados del uso útil por el ser humano.
- **Contenedor.** Recipiente fijo de material plástico o de metal para el almacenamiento temporal de residuos sólidos.
- **Algoritmo.** Es un sistema de reglas, que de una sucesión estricta de operaciones matemáticas lleven al resultado buscado en un problema. Se construye un proceso infinito que converge con la solución buscada. El proceso se interrumpe en un paso (los cómputos no pueden continuarse infinitamente), y el valor obtenido de tal modo se considera aproximadamente como la solución del problema considerado.

- **Heurísticas.** Son aquellas que realizan una exploración limitada del espacio de búsqueda y típicamente producen soluciones buenas en poco tiempo; relativamente son simple en su implementación y pueden ser fácilmente adaptadas para incluir restricciones encontradas en aplicaciones reales. Una heurística es la aproximación de los algoritmos que permiten tener ambos de estos objetivos fundamentales en la implementación computacional, encontrar algoritmos comprobablemente buenos y de calidad en la solución óptima. Es decir, es usual conseguir soluciones bastante buenas, pero hay pruebas de las soluciones que podrían determinar fácilmente lo óptimo o que usualmente la implementación corre razonablemente rápido pero no se argumenta que esto puede suceder.
- **Hormiga artificial.** Es un ente de proceso de construcción estocástica que construye una solución de manera incremental, añadiendo paso a paso componentes oportunamente elegidas.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ACTUAL DE RECOJO DE RESIDUOS SÓLIDOS EN LA CIUDAD DE HUARAZ

La descripción del sistema actual de recojo de residuos sólidos, se lleva a cabo mediante el Plan Integral de Gestión Ambiental de Residuos Sólidos (PIGARS) para la ciudad de Huaraz, aprobado en el año 2013. A la fecha se encuentra en evaluación un nuevo Plan de Gestión Ambiental, pero que no está aprobado.

3.1.1. SITUACIÓN ACTUAL DEL MANEJO DE RESIDUOS SÓLIDOS ASPECTO TÉCNICO OPERATIVO - 2018

Los aspectos técnicos operativos se han realizado siguiendo el ciclo de vida típico de los residuos sólidos.

Cada una de las etapas del ciclo de vida de los residuos sólidos que se muestran, se detalla de manera objetiva, previa verificación de la información recopilada, de tal manera que la misma garantice consistencia, para una adecuada planificación en el recojo de residuos sólidos.

En la provincia de Huaraz se utilizan las siguientes etapas en el manejo de residuos sólidos, según se muestra en la figura 2.

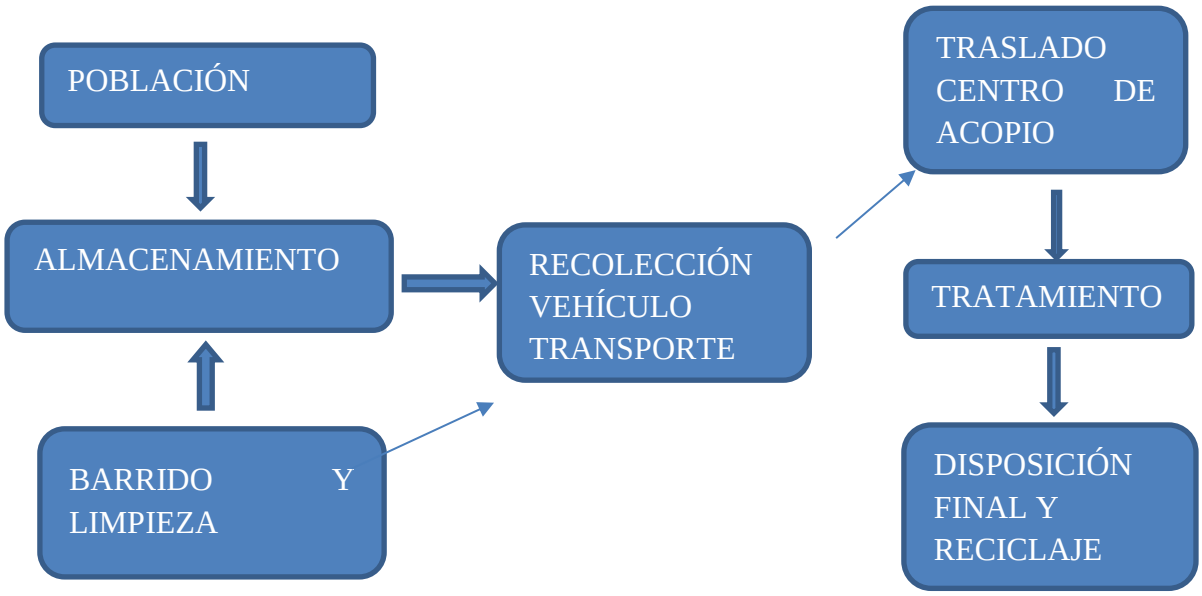

Figura 2. Etapas de la recolección de los residuos sólidos en la ciudad de Huaraz. Fuente: Palma (2011)

3.1.2. GENERACIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS

La generación de los residuos sólidos es producida por las diversas actividades que se realizan en la ciudad de Huaraz y son del tipo:

- Residuos comerciales
- Residuos hospitalarios
- Residuos de instituciones educativas
- Residuos de limpieza pública
- Residuos domiciliarios
- Residuos tecnológicos

3.1.3. ALMACENAMIENTO Y BARRIDO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS

- Almacenamiento domiciliario, comercial e institucional
- Almacenamiento público

3.1.4. RECOLECCIÓN DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS

La recolección se realiza por vehículos recolectores de relativa capacidad, de modo tal que pueda desplazarse cómodamente en toda la ciudad de Huaraz siguiendo las rutas establecidas.

La recolección de los residuos sólidos se realiza por administración directa. La prestación del servicio de limpieza urbana se efectúa todos los días de la semana. La Municipalidad Provincial de Huaraz cuenta con 5 vehículos recolectores los cuales tienen determinadas rutas y horarios asignados previamente.

Tabla 1. Vehículos de recojo de residuos sólidos – zona centro de la ciudad de Huaraz

Placa del vehículo compactador	Color	Capacidad (m^3)
EGH-778 EGH-800 EGH-752 EGH-781 EGH-782	Blanco	13

Fuente: Elaboración propia

Cada vehículo recolector cuenta con el siguiente personal:

- 1 personal chofer
- 2 personales como recolectores de residuos sólidos

3.1.5. TRANSPORTE PARA EL TRASLADO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS

El transporte de los residuos sólidos se realiza directamente a través de la carretera Huaraz a Casma hasta la planta de tratamiento en el km 13 en Carhuash Jirca.

3.1.6. DISPOSICIÓN FINAL Y RECICLAJE DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS

Para el estudio, la totalidad de residuos sólidos recolectados tiene como destino final la planta de tratamiento de Carhuash Jirca que se encuentra en la región de Ancash, provincia de Huaraz, distrito de Independencia, localidad de Carhuash Jirca.

Está ubicado en la Quebrada Ornuyoc que pertenece a la Cordillera Negra en los pisos latitudinales entre 3628 y 3712 msnm.

3.1.7. LAS ACTIVIDADES QUE SE REALIZA EN LA PLANTA

- Segregación
- Producción de compost
- Comercialización
- Trabajos de producción agro ecológica

3.1.8. ASPECTOS GERENCIALES Y ADMINISTRATIVAS

La organización del servicio se debe a:

Del personal

Tabla 2. Personal administrativo de la gerencia de servicios municipales

Personal administrativo	**N° personal**
Sub Gerencia de gestión ambiental	01
Jefe de la división de servicios públicos	No se tiene
Ingeniero de gestión ambiental	01
Inspector técnico en el área de saneamiento	01
Secretaria	01
Total	04

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3. Personal de limpieza y barrido para la ciudad de Huaraz

Limpieza y barrido	**N° Personal**
Barrido y recolección de RS de las calles	47
Limpieza de parques y jardines	38
Total	85

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4. Personal del servicio de recolección y transporte

Recolección y transporte	**N° Personal**
Recolección y recepción de Residuos Sólidos	23
Choferes	17
Total	40

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5. Personal de la disposición final de los residuos sólidos

Disposición final	N° Personal
Ingeniero residente	01
Segregadores	25
Vivero	No se tiene
Vigilante	02
Técnico	No se tiene
Total	28

Fuente: Elaboración propia

3.1.9. FINANCIAMIENTO

Tabla 6. Tarifa del servicio de limpieza pública. Arbitrio de limpieza pública, parques, jardines y tratamiento de los residuos sólidos

Descripción	Tarifa
Casa habitación	
Rural	No se tiene
Urbana (mensual)	
Mínimo	No se tiene
Máximo	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7. Costo del manejo de residuos sólidos

Actividad	Costo total
Recolección y limpieza pública	
Parques y jardines	No se tiene
Disposición final	
Total	

Fuente: Elaboración propia

3.1.10. RECOLECCIÓN DE DATOS

La recolección de datos se realizó a través de una entrevista con el responsable de la Oficina de Medio Ambiente de la Municipalidad Provincial de Huaraz que dio a conocer lo siguiente:

- El estado situación actual del sistema de recolección de residuos sólidos en la ciudad de Huaraz.
- Los botadores de basura existentes en la ciudad de Huaraz.
- Las mejoras de recolección de residuos sólidos con uso de contenedores.

3.1.11. METODOLOGÍA

ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS

El Algoritmo Colonia de Hormigas (Ant Colony Optimization, siglas en inglés ACO) es una metodología de optimización combinatoria que actúa como una técnica probabilística para solucionar problemas de rutas y que pueden reducir la búsqueda de los mejores caminos o rutas en el VRP.

El Algoritmo Colonia de Hormigas, fue propuesto por el italiano especialista en ciencias aplicadas (Dorigo, 1992) en su tesis de doctorado *"Optimización y aprendizaje de algoritmos naturales"*. El primer algoritmo surgió como un método para buscar el camino óptimo en un grafo, basado en el comportamiento de las hormigas cuando estas están buscando un camino entre la colonia y una fuente de alimentos. La idea original se ha diversificado en muchas aristas para resolver una amplia clase de problemas numéricos, y como resultado, han surgido también gran cantidad de problemas nuevos, basándose en diversos aspectos y características del comportamiento de las hormigas.

En el mundo natural, se observa que las hormigas (inicialmente) vagan de manera arbitraria y aleatoria, y una vez encontrada la comida regresan a su colonia dejando un rastro de sustancia llamada feromona. Si otras hormigas encuentran dicho rastro, es muy probable que estas no sigan caminando aleatoriamente, sino que estas sigan el rastro de las feromonas ya emanadas, regresando y reforzándolo si estas encuentran la comida finalmente. La única vía de comunicación de las hormigas naturales es a través de la sustancia feromona.

Pero, con el paso del tiempo el rastro de feromonas comienza a evaporarse, reduciéndose su fuerza de atracción, esto se debe a que, cuanto más tiempo le tome a una hormiga viajar por el camino y regresar de vuelta otra vez, más tiempo tienen las feromonas para evaporarse. Un camino corto, en comparación, es recorrido más frecuentemente, y por lo tanto la densidad o incidencia de feromonas se hace más fuerte en caminos cortos que en los largos. Si no hubiese evaporación en absoluto, los caminos elegidos por la primera hormiga tenderían a

ser excesivamente atractivos para las siguientes hormigas. En este caso, el espacio de búsqueda de soluciones sería limitado.

Por tanto, un camino de menor recorrido por una hormiga entre la colonia y la fuente de alimento, tiene más posibilidades de que otras hormigas sigan recorriendo este camino y con una retroalimentación positiva se conduce finalmente a todas las hormigas a un solo camino, con lo cual, el algoritmo colonia de hormigas busca imitar este comportamiento con "hormigas simulada" u “hormigas artificiales” caminando a través de un grafo que representa el problema en estudio.

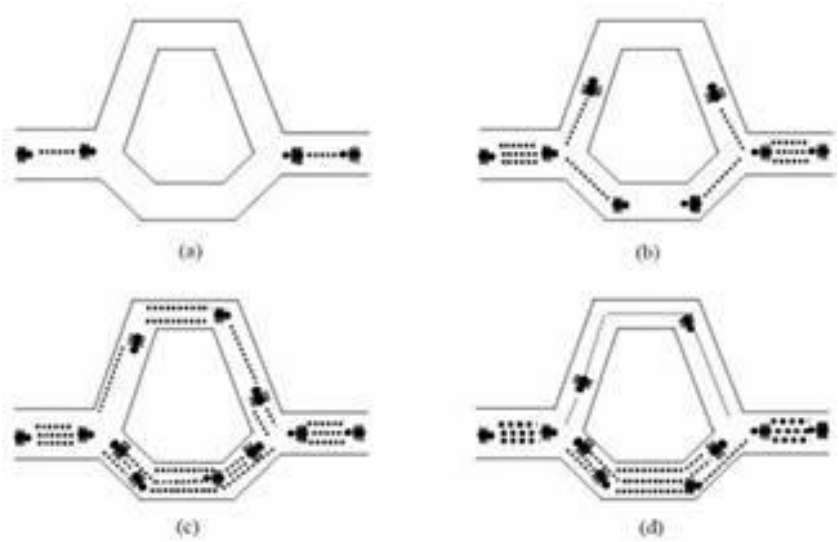

Figura 3. Rutas naturales de las hormigas en busca de su alimento.
Fuente: Dorigo y Gambardella (1997)

La idea proviene de la observación de explotación de los recursos alimenticios entre hormigas, en el que las habilidades cognitivas de las hormigas son individualmente limitadas y en conjunto son capaces de buscar el menor camino existente entre la fuente de comida y su nido o colonia (Esparcia, 2014)

El procedimiento de búsqueda de las hormigas es el siguiente:

- La primera hormiga encuentra la fuente de alimentos a través de cualquier camino, entonces retorna a la colonia, dejando tras sí un rastro de feromona.
- Las hormigas indiscriminadamente siguen todos los caminos posibles, pero el fortalecimiento de la trayectoria hace más atractivo la ruta más corta.
- Las hormigas toman la ruta más corta y largas porciones de otras rutas empiezan a perder su rastro de feromonas.

En una serie de experimentos en una colonia de hormigas donde existe la elección de dos rutas de distancias diferentes que llevan hasta la fuente de comida, los biólogos observaron que las hormigas tienden a usar la ruta más corta, mencionado por (Deneubourg, Aron, Goss, & Pasteels, 1990). El siguiente modelo explica tal comportamiento:

- Una hormiga camina de manera aleatoria alrededor de la colonia.
- Si esta encuentra una fuente de comida, retorna a la colonia de manera más o menos directa, dejando tras sí un rastro de feromona.
- Estas feromonas son atractivas, las hormigas más cercanas se verán atraídas por ellas y seguirán su pista de manera más o menos directa.
- Regresando a la colonia estas hormigas habrán fortalecido dicha ruta.
- Si existen dos rutas para que lleguen a la misma fuente de alimentos entonces, en una misma cantidad de tiempo dado, la ruta más corta será recorrida por más hormigas que la ruta más larga.
- La ruta más corta habrá aumentado en cantidad de feromonas y por tanto empezará a ser más atractiva.

- La ruta más larga irá desapareciendo debido a que las feromonas son volátiles.
- Finalmente, todas las hormigas habrán determinado y escogido el camino más corto.

Las hormigas utilizan el entorno como medio de comunicación e intercambian información depositando feromonas en su trayectoria. La información intercambiada tiene un ambiente local, solo para hormigas ubicadas cerca de las feromonas depositadas. Este sistema está basado en la retroalimentación positiva (el depósito de feromonas atrae otras hormigas y estas fortalecerán dicha retroalimentación) y la retroalimentación negativa (disipación de la ruta por evaporación) Lo que permite elegir una ruta. El algoritmo se moverá de un estado inestable en el que ninguna arista es más fuerte que otra, a un estado estable donde una ruta está compuesta por las aristas más fuertes.

1.2. DISEÑO DE MEJORA

PRINCIPIOS BÁSICOS DEL ALGORITMO DE COLONIA DE HORMIGAS

1. Cada hormiga debe visitar cada fuente de alimento exactamente una vez, excepto la inicial en la que estará dos veces (salida y llegada final).
2. Una fuente de alimento distante tiene menor posibilidad de ser elegida (visibilidad).
3. Cuanto más intenso es el rastro de las feromonas de una arista entre dos fuentes de alimentos, mayor es la probabilidad de que esa arista sea elegida por la hormiga.

4. Después de haber completado su recorrido, la hormiga deposita más feromonas en todas las aristas, si la distancia es pequeña.
5. Después de cada iteración, algunas feromonas de las hormigas son evaporadas.

COMPORTAMIENTO DEL TRABAJO DE LAS HORMIGAS

1. Trabajo en equipo
2. Son capaces de encontrar el camino más corto entre la fuente del alimento y la colonia de hormigas o llamado también el hormiguero
3. Mientras una hormiga realiza su recorrido, deja en su rastro su feromona, que puede ser detectada por sus compañeras
4. El rastro permite a la hormiga inicial emprender el camino de regreso, y a sus compañeras encontrar las fuentes de alimento descubiertas
5. Tienden a escoger el camino que tenga mayores concentraciones de feromona
6. Las hormigas que eligen por azar el camino más corto incrementar el rastro de feromona más rápidamente que los que recorren rutas más largas

MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS CON USO DE CONTENEDORES Y DEL VRP

Formulación del Problema

La red de transporte por la que deben circular los vehículos recolectores de residuos sólidos con la propuesta del uso de contenedores ubicados geográficamente dispersados en la zona centro de la ciudad de Huaraz, se modela mediante el uso de un grafo completo y ponderado $G=(V,E)$. Los nodos del grafo representan a los contenedores, así como del depósito de los vehículos recolectores; éstos fueron ubicados a través del uso de la cartografía, mapa de la ciudad de Huaraz y el programa computacional Autocad 2017.

En este caso el problema se plantea en una instancia, dado por:

Un depósito denotado por el nodo n_0 y los contenedores $n=4$ denotados por los nodos $n_1, n_2, n_3 y\, n_4$.

Cada arco representa el costo de $(i,j)\in E$ e indica el mejor camino para ir desde el contenedor i hacia el contenedor j en el grafo G, y tiene asociado una distancia d_{ij} (un tiempo de recorrido t_{ij} o un costo c_{ij}). Según la estructura de distancias (los costos y los tiempos) y las características específicas del grafo del caso práctico en estudio, además el grafo es simétrico. Indicar que G es un grafo completo, porque entre cualquier par de contenedores y el depósito del grafo existe siempre un camino.

Para el recojo de los residuos sólidos desde los contenedores, existe una flota de vehículos $veh=\{1,2,3,4,5\}$ con una capacidad conocida y denotada por

CAP donde el número de vehículos es considerado como una variable en el problema. Asimismo, se conoce la distancia (el tiempo de viaje o el costo). El número de vehículos recolectores k será minimizado cuando el servicio de vehículos recolectores efectúe el recojo, logrando reducir distancias (tiempos o costos) de transporte.

Modelo Matemático

Para la formulación del modelo matemático se hace necesario establecer la siguiente variable de decisión $x(i, j, k)$, donde (i, j) en E, k en veh; $x(i, j, k) = x_{ij}^{k}$ toma valores en {0,1}, cuando $x(i, j, k) = 1$, el vehículo recolector

$$Z_{vrp} = Min \sum_{k \in veh} \sum_{(i,j) \in ubicacionxubicacion} d_{ij} \; x_{ij}^{k} \qquad (1)$$

k se desplaza desde el contenedor i al j sí y solamente si el contenedor en la distancia es atendido por el vehículo k y toma $x(i, j, k) = 0$ en otros casos.

$$s.a: \sum_{k \in veh} \sum_{j \in ubicacion} x_{ij}^{k} = 1 \;, \forall \;\; i \in contenedor \quad (2)$$

$$\sum_{k \in veh} \sum_{i \in ubicacion} x_{ij}^{k} = 1 \;, \forall \;\; j \in contenedor \quad (3)$$

$$\sum_{j \in ubicacion} x_{1j}^{k} = 1 \;, \forall \;\; k \in veh \quad (4)$$

$$\sum_{i \in contenedor} \sum_{j \in ubicacion} contenedor_i \;\; x_{ij}^{k} \leq CAP \;, \; \forall \;\; k \in veh \; (5)$$

$$\sum_{i \in ubicacion} x_{ih}^{k} = \sum_{j \in ubicacion} x_{hj}^{k} \;, \forall \;\; h \in contenedor \; \forall \;\; k \in veh \quad (6)$$

$$\sum_{j \in ubicacion} x_{16}^{k} = 1 \;, \forall \;\; k \in veh \quad (7)$$

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\} \;, \; (i, j) \in ubicacionxubicacion \;, \forall \;\; k \in veh \quad (8)$$

Donde, Z_{vrp} indica que la distancia total de transporte es minimizada.

La ecuación 1 representa la función objetivo del problema, en este caso minimizar la distancia recorrida (tiempo o costo) del recojo de los residuos sólidos.

La restricción 2 expresa que deben visitarse todos los contenedores en a lo sumo 5 itinerarios, la conservación de flujo en el contenedor se expresa a través de la ecuación 3, las restricciones 4 y 5 están vinculadas a la distancia (tiempo, o costo), 4 representa la restricción de la distancia recorrida, las restricciones 6 y 7 están asociadas con la capacidad del vehículo; la restricción 8 hace notar que los valores de la variable de decisión son solo binarias, es decir, valores de 0 o 1.

IV. RESULTADOS

4.1. RESULTADOS

4.1.1. PROPUESTA DE MEJORA AL SISTEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS EN LA ZONA CENTRO DE LA CIUDAD DE HUARAZ

Para la solución del problema sobre la recolección de residuos sólidos con uso de contenedores se adecuó un modelo matemático según el VRP, y se necesitó disponer de la siguiente información relacionada a la ubicación del depósito y los contenedores, así como la localización de los mismos con el uso del programa computacional AutoCAD 2017.

- Un depósito n_0 (hormiguero)
- Ubicado junto al conjunto de contenedores en la zona centro de la ciudad de Huaraz, en la intersección de la Av. Agustín Gamarra y el Jr. 28 de Julio y localización, en 2D distancia en metros: (580, 375)
- Un conjunto de contenedores (fuente de alimentos)

1. Contenedor "1", n_1 que representa al punto 1.

   Ubicación: Jr. 27 de noviembre y la Av. Pedro Villón

   Localización, en 2D distancia en metros: (546, 258)

2. Contenedor "2", n_2 que representa al punto 2.

   Ubicación: Av. Pedro Villón y la Av. Confraternidad Internacional Este

   Localización, en 2D distancia en metros: (331,200)

3. Contenedor "3", n_3 que representa al punto 3.

Ubicación: Av. Confraternidad Internacional Oeste y la Av. Antonio Raimondi

Localización, en 2D distancia en metros: (373, 485)

4. Contenedor “4”, n_4 que representa al punto 4.

   Ubicación: Av. Antonio Raimondi y Av. Confraternidad Internacional Oeste

   Localización, en 2D distancia en metros: (725, 646)

5. Contenedor “5”, n_5 que representa al punto 5.

   Ubicación: Jr. Andrés Avelino Cáceres y el Jr. 27 de noviembre

   Localización, en 2D distancia en metros: (1237, 1055)

- La demanda de los residuos sólidos en los contenedores (cantidad de residuos sólidos que se almacena en cada uno de los contenedores, que es una variable constante, y a lo más es de 30 m^3, concordante con la capacidad considerado por el vehículo recolector que dispone la Municipalidad Provincial de Huaraz.
- Las distancias (o en otros casos tiempo o costes) entre cada uno de los contenedores ubicados, y también con el depósito de vehículos recolectores, se calculó en base al uso del Autocad-2017.
- Se muestran algunas tablas con la información necesaria para la solución del problema de recolección de residuos sólidos de los contenedores ubicados en la zona centro de la ciudad de Huaraz.

Tabla 8. Datos de la ubicación de los contenedores y el depósito

Depósito y contenedores	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4
POS	[580 375]	[546 258]	[331 200]	[373 485]	[725 646]
Capacidad del contenedor (m^3)	30	30	30	30	30

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a la capacidad de los vehículos recolectores de residuos sólidos para el servicio de la recolección de residuos sólidos, en promedio es para 30 toneladas o metros cúbicos.

Tabla 9. Distancia entre los contenedores y el depósito (en metros)

Depósito y contenedor	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4
n_0	0	947.29	1206.22	1193.62	1315.06
n_1		0	1229.48	2194.58	1112.37
n_2			0	1335.70	2341.85
n_3				0	1351.12
n_4					0

Fuente: Elaboración propia

4.1.2. DESARROLLO DEL SISTEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS APLICANDO EL ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS

El algoritmo de colonia de hormigas, llamado también Ant System , tiene como objetivo resolver el problema de rutas de vehículos, que en su formulación más simple, es denominado el problema del agente viajero, y consiste en encontrar, según la teoría de grafos, el camino Hamiltoniano más corto en un grafo completo y ponderado.

El algoritmo general es relativamente simple y está basado en un conjunto de hormigas artificiales, cada una haciendo una posible ruta entre las ciudades. En cada estado las hormigas artificiales eligen moverse de una ciudad a otra teniendo siguiendo el procedimiento que a continuación se detalla:

En cada iteración t del algoritmo, con m hormigas establecen distintas rutas en n etapas.

En cada paso, la hormiga artificial decide a que nodo dirigirse de entre los que han sido visitados, según una regla probabilística.

$$\mathrm{P}_{ij}^{k}(t) = \frac{\left(\tau_{ij}^{\alpha}(t)\right)\left(\eta_{ij}^{\beta}\right)}{\sum_{S\epsilon N_i^k}\left(\tau_{ij}^{\alpha}(t)\right)\left(\eta_{ij}^{\beta}\right)}, \quad j\epsilon N_i^k \qquad (1)$$

La tabla de decisión del nodo i: probabilidad con la que la hormiga artificial k-ésima decide moverse desde el nodo i al nodo j durante la iteración t.

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow (1-\rho)\tau_{\mathrm{ij}}^{\alpha} + \sum_{k} \Delta\tau_{\mathrm{ij}}^{k} \qquad (2)$$

$$\Delta\tau_{\mathrm{ij}}^{k} = \begin{cases} Q / L_k \\ 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Una solución al problema permite encontrar un cierto orden en el conjunto de nodos en el orden de visita de los nodos.

4.1.3. SOLUCIÓN DE LA APLICACIÓN A TRAVÉS DEL USO DE CONTENEDORES PARA EL RECOJO DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS

Descripción de los elementos básicos de ACO:

i, j : Denota a los contenedores del problema

k : Número de hormigas artificiales intervinientes en el problema

N_i^k : Conjunto de contenedores vecinos de i no visitados aún por la hormiga k

N_i : Conjunto de contenedores vecinos de i

τ_{ij} : Concentración de feromona de los arcos que unen los contenedores i, j

ρ : Coeficiente de evaporación dentro del rango $0 < \rho \leq 1$

η_{ij} : Información heurística y que cumple $\eta_{ij} = \dfrac{1}{d_{ij}}$, donde d_{ij} es la distancia entre un par de contenedores.

α y β : Parámetros que establecen la importancia relativa de la feromona con respecto a la información heurística

$\mathrm{T}^k(t)$: Ruta realizada por la hormiga artificial k-ésima en la iteración t

$L^k(t)$: Longitud de la ruta

$\Delta\tau_{ij}^k(t)$: Cantidad de feromona que la hormiga artificial k deposita en cada arco que ha utilizado

Fijando los siguientes parámetros para el uso del ACO, según la tabla 9:

$\alpha = 1\ y\ \beta = 2$

$\rho = 0.5$

$\tau_0 = 0.2$

Número de hormigas artificiales $m = 12$

Número de contenedores $n = 4$

La aplicación de la metodología ACO se ha desarrollado para una instancia. Según la tabla 9 y sin fijar ninguno de los nodos (incluye el hormiguero y los contenedores), el número de rutas en total (todas las combinaciones posibles) se determina mediante el valor de $\mathrm{n}!$.

Para este caso $n = 5$, entonces se genera $5! = 120$ rutas que se detallan:

Fijando

Nodo $n_0 = 0$

N: Ubicación de los contenedores y la colonia denominados nodos

N(abcdea): la distancia entre nodo y nodo

$a \to b \to c \to d \to e \to a$: Recorrido entre nodo y nodo

$$N(012340) = 947.29 + 1229.48 + 1335.70 + 1351.12 + 1315.06 = 6178.65$$

$$N(012430) = 947.29 + 1229.48 + 2341.85 + 1351.12 + 1193.62 = 7063.36$$

$$N(013240) = 947.29 + 2194.58 + 1335.70 + 2341.85 + 1315.06 = 8134.48$$

$$N(013420) = 947.29 + 2194.58 + 1351.12 + 2341.85 + 1206.22 = 8041.06$$

$$N(014230) = 947.29 + 1112.37 + 2341.85 + 1335.70 + 1193.62 = 6930.83$$

$$N(014320) = 947.29 + 1112.37 + 1351.12 + 1335.70 + 1206.22 = 5952.70$$

$$N(021340) = 1206.22 + 1229.48 + 2194.58 + 1351.12 + 1315.06 = 7296.46$$

$$N(021430) = 1206.22 + 1229.48 + 1112.37 + 1351.12 + 1193.62 = 6092.81$$

$$N(023140) = 1206.22 + 1335.70 + 2194.58 + 1112.37 + 1315.06 = 7163.93$$

$$N(023410) = 1206.22 + 1335.70 + 1351.12 + 1112.37 + 947.29 = 5952.70$$

$$N(024130) = 1206.22 + 2341.85 + 1112.37 + 2194.58 + 1193.62 = 8048.64$$

$$N(024310) = 1206.22 + 2341.85 + 1351.12 + 2194.58 + 947.29 = 8041.06$$

$$N(031240) = 1193.62 + 2194.58 + 1229.48 + 2341.85 + 1315.06 = 8274.59$$

$$N(031420) = 1193.62 + 2194.58 + 1112.37 + 2341.85 + 1206.22 = 8048.64$$

$$N(032140) = 1193.62 + 1335.70 + 1229.48 + 1112.37 + 1315.06 = 6186.23$$

$$N(032410) = 1193.62 + 1335.70 + 2341.85 + 1112.37 + 947.29 = 6930.83$$

$$N(034120) = 1193.62 + 1351.12 + 1112.37 + 1229.48 + 1206.22 = 6092.81$$

$$N(034210) = 1193.62 + 1351.12 + 2341.85 + 1229.48 + 947.29 = 7063.36$$

$$N(041230) = 1315.06 + 1112.37 + 1229.48 + 1335.70 + 1193.62 = 6186.23$$

$$N(041320) = 1315.06 + 1112.37 + 2194.58 + 1335.70 + 1206.22 = 7163.93$$

$$N(042130) = 1315.06 + 2341.85 + 1229.48 + 2194.58 + 1193.62 = 8274.59$$

$$N(042310) = 1315.06 + 2341.85 + 1335.70 + 2194.58 + 947.29 = 8134.48$$

$$N(043120) = 1315.06 + 1351.12 + 2194.58 + 1229.48 + 1206.22 = 7296.46$$

$$N(043210) = 1315.06 + 1351.12 + 1335.70 + 1229.48 + 947.29 = 6178.65$$

Nodo $n_1 = 1$

$$N(102341) = 947.29 + 1206.22 + 1335.70 + 1351.12 + 1112.37 = 5952.7$$

$$N(102431) = 947.29 + 1206.22 + 2341.85 + 1351.12 + 2194.58 = 8041.06$$

$$N(103241) = 947.29 + 1193.62 + 1335.70 + 2341.85 + 1112.37 = 6930.83$$

$$N(103421) = 947.29 + 1193.62 + 1351.12 + 2341.85 + 1229.48 = 7063.36$$

$$N(104321) = 947.29 + 1315.06 + 1351.12 + 1335.70 + 1229.48 = 6178.65$$

$$N(104231) = 947.29 + 1315.06 + 2341.85 + 1335.70 + 2194.58 = 8134.48$$

$$N(120341) = 1229.48 + 1206.22 + 1193.62 + 1351.12 + 1112.37 = 6092.81$$

$$N(120431) = 1229.48 + 1206.22 + 1315.06 + 1351.12 + 2194.58 = 7296.46$$

$$N(123041) = 1229.48 + 1335.70 + 1193.62 + 1315.06 + 1112.37 = 6186.23$$

$$N(123401) = 1229.48 + 1335.70 + 1351.12 + 1315.06 + 947.29 = 6178.65$$

$$N(124031) = 1229.48 + 2341.85 + 1315.06 + 1193.62 + 2194.58 = 8274.59$$

$$N(124301) = 1229.48 + 2341.85 + 1351.12 + 1193.62 + 947.29 = 7063.36$$

$$N(132041) = 2194.58 + 1335.70 + 1206.22 + 1315.06 + 1112.37 = 7163.93$$

$$N(132401) = 2194.58 + 1335.70 + 2341.85 + 1315.06 + 947.29 = 8134.48$$

$$N(130241) = 2194.58 + 1193.62 + 1206.22 + 2341.85 + 1112.37 = 8048.64$$

$$N(130421) = 2194.58 + 1193.62 + 1315.06 + 2341.85 + 1229.48 = 8274.59$$

$$N(134021) = 2194.58 + 1351.12 + 1315.06 + 1206.22 + 1229.48 = 7296.46$$

$$N(134201) = 2194.58 + 1351.12 + 2341.85 + 1206.22 + 947.29 = 8041.06$$

$$N(140231) = 1112.37 + 1315.06 + 1206.22 + 1335.70 + 2194.58 = 7163.93$$

$$N(140321) = 1112.37 + 1315.06 + 1193.62 + 1335.70 + 1229.48 = 6186.23$$

$$N(142031) = 1112.37 + 2341.85 + 1206.22 + 1193.62 + 2194.58 = 8048.64$$

$$N(142301) = 1112.37 + 2341.85 + 1335.70 + 1193.62 + 947.29 = 6930.83$$

$$N(143021) = 1112.37 + 1351.12 + 1193.62 + 1206.22 + 1229.48 = 6092.81$$

$$N(143201) = 1112.37 + 1351.12 + 1335.70 + 1206.22 + 947.29 = 5952.7$$

Nodo $n_2 = 2$

$$N(201342) = 1206.22 + 947.29 + 2194.58 + 1351.12 + 2341.85 = 8041.06$$

$$N(201432) = 1206.22 + 947.29 + 1112.37 + 1351.12 + 1335.7 = 5952.70$$

$$N(203142) = 1206.22 + 1193.62 + 2194.58 + 1112.37 + 2341.85 = 8048.64$$

$$N(203412) = 1206.22 + 1193.62 + 1351.12 + 1112.37 + 1229.48 = 6092.81$$

$$N(204132) = 1206.22 + 1315.06 + 1112.37 + 2194.58 + 1335.70 = 7163.93$$

$$N(204312) = 1206.22 + 1315.06 + 1351.12 + 2194.58 + 1229.48 = 7296.46$$

$$N(210342) = 1229.48 + 947.29 + 1193.62 + 1351.12 + 2341.85 = 7063.36$$

$$N(210432) = 1229.48 + 947.29 + 1315.06 + 1351.12 + 1335.70 = 6178.65$$

$$N(213042) = 1229.48 + 2194.58 + 1193.62 + 1315.06 + 2341.85 = 8274.59$$

$$N(213402) = 1229.48 + 2194.58 + 1351.12 + 1315.06 + 1206.22 = 7296.46$$

$$N(214032) = 1229.48 + 1112.37 + 1315.06 + 1193.62 + 1335.70 = 6186.23$$

$$N(214302) = 1229.48 + 1112.37 + 1351.12 + 1193.62 + 1206.22 = 6092.81$$

$$N(230142) = 1335.70 + 1193.62 + 947.29 + 1112.37 + 2341.85 = 6930.83$$

$$N(230412) = 1335.70 + 1193.62 + 1315.06 + 1112.37 + 1229.48 = 6186.23$$

$$N(231042) = 1335.70 + 2194.58 + 947.29 + 1315.06 + 2341.85 = 8134.48$$

$$N(231402) = 1335.70 + 2194.58 + 1112.37 + 1315.06 + 1206.22 = 7163.93$$

$$N(234102) = 1335.70 + 1351.12 + 1112.37 + 947.29 + 1206.22 = 5952.7$$

$$N(234012) = 1335.70 + 1351.12 + 1315.06 + 947.29 + 1229.48 = 6178.65$$

$$N(240132) = 2341.85 + 1315.06 + 947.29 + 2194.58 + 1335.70 = 8134.48$$

$$N(240312) = 2341.85 + 1315.06 + 1193.62 + 2194.58 + 1229.48 = 8274.59$$

$$N(241302) = 2341.85 + 1112.37 + 2194.58 + 1193.62 + 1206.22 = 8048.64$$

$$N(241032) = 2341.85 + 1112.37 + 947.29 + 1193.62 + 1335.70 = 6930.83$$

$$N(243102) = 2341.85 + 1351.12 + 2194.58 + 947.29 + 1206.22 = 8041.06$$

$$N(243012) = 2341.85 + 1351.12 + 1193.62 + 947.29 + 1229.48$$
$$= 7063.36$$

Nodo $n_3 = 3$

$$N(301243) = 1193.62 + 947.29 + 1229.48 + 2341.85 + 1351.12$$
$$= 7063.36$$

$$N(301423) = 1193.62 + 947.29 + 1112.37 + 2341.85 + 1335.70$$
$$= 6930.83$$

$$N(302143) = 1193.62 + 1206.22 + 1229.48 + 1112.37$$
$$+ 1351.12 = 6092.81$$

$$N(302413) = 1193.62 + 1206.22 + 2341.85 + 1112.37$$
$$+ 2194.58 = 8048.64$$

$$N(304123) = 1193.62 + 1315.06 + 1112.37 + 1229.48$$
$$+ 1335.70 = 6186.23$$

$$N(304213) = 1193.62 + 1315.06 + 2341.85 + 1229.48$$
$$+ 2194.58 = 8274.59$$

$$N(310243) = 2194.58 + 947.29 + 1206.22 + 2341.85 + 1351.12$$
$$= 8041.06$$

$$N(310423) = 2194.58 + 947.29 + 1315.06 + 2341.85 + 1335.70$$
$$= 8134.48$$

$$N(312043) = 2194.58 + 1229.48 + 1206.22 + 1315.06$$
$$+ 1351.12 = 7296.46$$

$$N(312403) = 2194.58 + 1229.48 + 2341.85 + 1315.06$$
$$+ 1193.62 = 8274.59$$

$$N(314023) = 2194.58 + 1112.37 + 1315.06 + 1206.22$$
$$+ 1335.70 = 7163.93$$

$$N(314203) = 2194.58 + 1112.37 + 2341.85 + 1206.22$$
$$+ 1193.62 = 8048.64$$

$$N(320143) = 1335.70 + 1206.22 + 947.29 + 1112.37 + 1351.12$$
$$= 5952.7$$

$$N(320413) = 1335.70 + 1206.22 + 1315.06 + 1112.37 + 2194.58 = 7163.93$$

$$N(321043) = 1335.70 + 1229.48 + 947.29 + 1315.06 + 1351.12 = 6178.65$$

$$N(321403) = 1335.70 + 1229.48 + 1112.37 + 1315.06 + 1193.62 = 6186.23$$

$$N(324013) = 1335.70 + 2341.85 + 1315.06 + 947.29 + 2194.58 = 8134.48$$

$$N(324103) = 1335.70 + 2341.85 + 1112.37 + 947.29 + 1193.62 = 6930.83$$

$$N(340123) = 1351.12 + 1315.06 + 947.29 + 1229.48 + 1335.70 = 6178.65$$

$$N(340213) = 1351.12 + 1315.06 + 1206.22 + 1229.48 + 2194.58 = 7296.46$$

$$N(341023) = 1351.12 + 1112.37 + 947.29 + 1206.22 + 1335.70 = 5952.7$$

$$N(341203) = 1351.12 + 1112.37 + 1229.48 + 1206.22 + 1193.62 = 6092.81$$

$$N(342013) = 1351.12 + 2341.85 + 1206.22 + 947.29 + 2194.58 = 8041.06$$

$$N(342103) = 1351.12 + 2341.85 + 1229.48 + 947.29 + 1193.62 = 7063.36$$

Nodo $n_4 = 4$

$$N(401234) = 1315.06 + 947.29 + 1229.48 + 1335.70 + 1351.12 = 6178.65$$

$$N(401324) = 1315.06 + 947.29 + 2194.58 + 1335.70 + 2341.85 = 8134.48$$

$$N(402134) = 1315.06 + 1206.22 + 1229.48 + 2194.58 + 1351.12 = 7296.46$$

$$N(402314) = 1315.06 + 1206.22 + 1335.70 + 2194.58 + 1112.37 = 7163.93$$

$$N(403124) = 1315.06 + 1193.62 + 2194.58 + 1229.48 + 2341.85 = 8274.59$$

$$N(403214) = 1315.06 + 1193.62 + 1335.70 + 1229.48 + 1112.37 = 6186.23$$

$$N(410234) = 1112.37 + 947.29 + 1206.22 + 1335.70 + 1351.12 = 5952.7$$

$$N(410324) = 1112.37 + 947.29 + 1193.62 + 1335.70 + 2341.85 = 6930.83$$

$$N(412034) = 1112.37 + 1229.48 + 1206.22 + 1193.62 + 1351.12 = 6092.81$$

$$N(412304) = 1112.37 + 1229.48 + 1335.70 + 1193.62 + 1315.06 = 6186.23$$

$$N(413024) = 1112.37 + 2194.58 + 1193.62 + 1206.22 + 2341.85 = 8048.64$$

$$N(413204) = 1112.37 + 2194.58 + 1335.70 + 1206.22 + 1315.06 = 7163.93$$

$$N(420134) = 2341.85 + 1206.22 + 947.29 + 2194.58 + 1351.12 = 8041.06$$

$$N(420314) = 2341.85 + 1206.22 + 1193.62 + 2194.58 + 1112.37 = 8048.64$$

$$N(421034) = 2341.85 + 1229.48 + 947.29 + 1193.62 + 1351.12 = 7063.36$$

$$N(421304) = 2341.85 + 1229.48 + 2194.58 + 1193.62 + 1315.06 = 8274.59$$

$$N(423014) = 2341.85 + 1335.70 + 1193.62 + 947.29 + 1112.37 = 6930.83$$

$$N(423104) = 2341.85 + 1335.70 + 2194.58 + 947.29 + 1315.06 = 8134.48$$

$$N(430124) = 1351.12 + 1193.62 + 947.29 + 1229.48 + 2341.85 = 7063.36$$

$$N(430214) = 1351.12 + 1193.62 + 1206.22 + 1229.48 + 1112.37 = 6092.81$$

$$N(431024) = 1351.12 + 2194.58 + 947.29 + 1206.22 + 2341.85 = 8041.06$$

$$N(431204) = 1351.12 + 2194.58 + 1229.48 + 1206.22 + 1315.06 = 7296.46$$

$$N(432014) = 1351.12 + 1335.70 + 1206.22 + 947.29 + 1112.37 = 5952.7$$

$$N(432104) = 1351.12 + 1335.70 + 1229.48 + 947.29 + 1315.06 = 6178.65$$

Observamos que, si bien es cierto que se tienen 24 rutas para cada nodo fijo, es decir, 120 rutas en total, se nota que se repiten por la mitad de ellas según cada nodo fijo, en parte es justificable dado que la matriz de distancias es de tipo simétrica; en este caso solo se desarrollan para las doce primeras rutas de valor diferente, y fijando únicamente el nodo hormiguero.

Nodo $n_0 = 0$

$R1: N(012340) = 947.29 + 1229.48 + 1335.70 + 1351.12 + 1315.06$
$= 6178.65$

$R2: N(012430) = 947.29 + 1229.48 + 2341.85 + 1351.12 + 1193.62$
$= 7063.36$

$R3: N(013240) = 947.29 + 2194.58 + 1335.70 + 2341.85 + 1315.06$
$= 8134.48$

$R4: N(013420) = 947.29 + 2194.58 + 1351.12 + 2341.85 + 1206.22$
$= 8041.06$

$R5: N(014230) = 947.29 + 1112.37 + 2341.85 + 1335.70 + 1193.62$
$= 6930.83$

$R6: N(014320) = 947.29 + 1112.37 + 1351.12 + 1335.70 + 1206.22$
$= 5952.70$

$R7: N(021340) = 1206.22 + 1229.48 + 2194.58 + 1351.12 + 1315.06$
$= 7296.46$

$R8: N(021430) = 1206.22 + 1229.48 + 1112.37 + 1351.12 + 1193.62$
$= 6092.81$

$R9: N(023140) = 1206.22 + 1335.70 + 2194.58 + 1112.37 + 1315.06$
$= 7163.93$

$R10: N(024130) = 1206.22 + 2341.85 + 1112.37 + 2194.58 + 1193.62$
$= 8048.64$

$R11: N(031240) = 1193.62 + 2194.58 + 1229.48 + 2341.85 + 1315.06$
$= 8274.59$

$R12: N(032140) = 1193.62 + 1335.70 + 1229.48 + 1112.37 + 1315.06$
$= 6186.23$

PASO 1

1era Iteración: t=1

1era hormiga artificial, es decir k=1

$$\tau_{01}(t) = (1-\rho)t_0 + \Delta\tau_{01}(t)$$

Primera probabilidad: $\mathrm{p}_{01}^{1}(1) = \frac{(\tau_{01}^{1}(1))(\eta_{01}^{2})}{\sum_{s\in\{1,2,3,4\}}(\tau_{0s}^{1}(1))(\eta_{0s}^{2})}$, $j \in N_0^k = \{1,2,3,4\}$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{p}_{01}^{1}(1) = \frac{(0.2)\left(\frac{1}{947.29}\right)^2}{(0.2)\left(\frac{1}{947.29}\right)^2 + (0.2)\left(\frac{1}{1229.48}\right)^2 + (0.2)\left(\frac{1}{2194.58}\right)^2 + (0.2)\left(\frac{1}{1112.37}\right)^2}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{01}^{1}(1) \approx 0,362$

Segunda probabilidad: $\mathrm{p}_{12}^{1}(1) = \frac{(\tau_{12}^{1}(1))(\eta_{12}^{2})}{\sum_{s\in\{2,3,4\}}(\tau_{12}^{1}(1))(\eta_{12}^{2})}$, $\mathrm{j} \in N_1^k = \{2,3,4\}$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{p}_{12}^{1}(1) = \frac{\tau_0^1(1)(\eta_{1s}^2)}{\tau_{12}^1(1)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(1)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(1)(\eta_{14}^2)}$$

$$\mathrm{p}_{12}^{1}\ 1 = \frac{0,2\left(\frac{1}{1229.48}\right)^2}{0,2\left(\frac{1}{1229.48}\right)^2 + 0,2\left(\frac{1}{2194.58}\right)^2 + 0,2\left(\frac{1}{1112.37}\right)^2}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{P}_{12}^{1}(1) \approx 0,394$

Tercera probabilidad:

$$\mathrm{p}_{23}^{1}(1) = \frac{(\tau_{23}^{1}(1))(\eta_{23}^{2})}{\sum_{s\in\{3,4\}}(\tau_{2s}^{1}(1))(\eta_{2s}^{2})},\ j \in N_1^k = \{3,4\}$$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{p}_{23}^{1}(1) = \frac{\tau_{0}^{1}(1)(\eta_{23}^{2})}{\tau_{23}^{1}(1)(\eta_{23}^{2}) + \tau_{24}^{1}(1)(\eta_{24}^{2})}$$

$$\mathrm{p}_{23}^{1}(1) = \frac{(0.2)\left(\frac{1}{1335.70}\right)^{2}}{(0.2)\left(\frac{1}{1335.70}\right)^{2} + (0.2)\left(\frac{1}{2341.85}\right)^{2}}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{23}^{1}(1) \approx 0{,}755$

Cuarta probabilidad:

$$\mathrm{p}_{34}^{1}(1) = \frac{\left(\tau_{34}^{1}(1)\right)(\eta_{34}^{2})}{\sum_{s\in\{4\}}\left(\tau_{3s}^{1}(1)\right)(\eta_{3s}^{2})},\ j \in N_{1}^{k} = \{4\}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{34}^{1}(1) = 1$

Quinta probabilidad:

$$\mathrm{p}_{40}^{1}(1) = \frac{\left(\tau_{40}^{1}(1)\right)(\eta_{40}^{2})}{\sum_{s\in\{0\}}\left(\tau_{4s}^{1}(1)\right)(\eta_{4s}^{2})},\ j \in N_{0}^{k} = \{0\}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{40}^{1}(1) = 1$

2da Iteración: t=1

Para la hormiga artificial k=2

Primera probabilidad:

$$\mathrm{P}_{01}^{2}(1) = \frac{\left(\tau_{01}^{1}(1)\right)(\eta_{01}^{2})}{\sum_{s\in\{1,2,3,4\}}\left(\tau_{0s}^{1}(1)\right)(\eta_{0s}^{2})},\ j \in N_{0}^{k} = \{1,2,3,4\}$$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{P}_{01}^{2}(1) = \frac{\tau_{0}^{1}(1)(\eta_{0s}^{2})}{\tau_{01}^{1}(1)(\eta_{01}^{2}) + \tau_{12}^{1}(1)(\eta_{12}^{2}) + \tau_{13}^{1}(1)(\eta_{13}^{2}) + \tau_{14}^{1}(1)(\eta_{14}^{2})}$$

$$P_{01}^{2}(1)=\frac{(0.2)\left(\frac{1}{947.29}\right)^{2}}{(0.2)\left(\frac{1}{947.29}\right)^{2}+(0.2)\left(\frac{1}{1229.48}\right)^{2}+(0.2)\left(\frac{1}{2194.58}\right)^{2}+(0.2)\left(\frac{1}{1112.37}\right)^{2}}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{01}^{2}(1) \approx 0{,}362$

Segunda probabilidad:

$$\mathrm{p}_{12}^{2}(1)=\frac{\left(\tau_{12}^{1}(1)\right)(\eta_{12}^{2})}{\sum_{s\in\{2,3,4\}}\left(\tau_{1s}^{1}(1)\right)(\eta_{1s}^{2})},\ j\in N_{0}^{k}=\{2,3,4\}$$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{p}_{12}^{2}(1)=\frac{\tau_{0}^{1}(1)(\eta_{1s}^{2})}{\tau_{12}^{1}(1)(\eta_{12}^{2})+\tau_{13}^{1}(1)(\eta_{13}^{2})+\tau_{14}^{1}(1)(\eta_{14}^{2})}$$

$$\mathrm{p}_{12}^{2}(1)=\frac{(0.2)\left(\frac{1}{1229.48}\right)^{2}}{(0.2)\left(\frac{1}{1229.48}\right)^{2}+(0.2)\left(\frac{1}{2194.58}\right)^{2}+(0.2)\left(\frac{1}{1112.37}\right)^{2}}$$

Luego, se tiene que $\mathrm{p}_{12}^{2}(1) \approx 0{,}394$

Tercera probabilidad:

$$\mathrm{p}_{24}^{2}(1)=\frac{\left(\tau_{24}^{1}(1)\right)(\eta_{24}^{2})}{\sum_{s\in\{4,3\}}\left(\tau_{2s}^{1}(1)\right)(\eta_{2s}^{2})},\ j\in N_{0}^{k}=\{4,3\}$$

Realizando el cálculo, se tiene:

$$\mathrm{p}_{24}^{2}(1)=\frac{\tau_{24}^{1}(1)(\eta_{24}^{2})}{\tau_{24}^{1}(1)(\eta_{24}^{2})+\tau_{24}^{1}(1)(\eta_{24}^{2})}$$

$$p_{24}^{2}(1) = \frac{(0.2)\left(\frac{1}{2341.85}\right)^{2}}{(0.2)\left(\frac{1}{2341.85}\right)^{2} + (0.2)\left(\frac{1}{1335.70}\right)^{2}}$$

Luego, se tiene que $p_{24}^{2}(1) \approx 0{,}245$

Cuarta probabilidad:

$$p_{43}^{2}(1) = \frac{\left(\tau_{43}^{1}(1)\right)(\eta_{43}^{2})}{\sum_{s\in\{3\}}\left(\tau_{4s}^{1}(1)\right)(\eta_{4s}^{2})},\ j \in N_0^k = \{3\}$$

Luego, se tiene que $p_{43}^{2}(1) = 1$

Quinta probabilidad:

$$p_{30}^{2}(1) = \frac{\left(\tau_{30}^{1}(1)\right)(\eta_{30}^{2})}{\sum_{s\in\{0\}}\left(\tau_{3s}^{1}(1)\right)(\eta_{3s}^{2})},\ j \in N_0^k = \{0\}$$

Luego, se tiene que $p_{30}^{2}(1) = 1$

Resumiendo, las iteraciones, la probabilidad para las 12 hormigas artificiales se detalla en la siguiente tabla 10.

Tabla 10. Probabilidad según cada hormiga artificial en cada una de las rutas

Hormiga K	**1° probabilidad**	**2° probabilidad**	**3° probabilidad**	**4° probabilidad**	**5° probabilidad**
K=1	0.362	0.394	0.755	1	1
K=2	0.362	0.394	0.245	1	1
K=3	0.362	0.124	0.506	1	1
K=4	0.362	0.124	0.494	1	1
K=5	0.362	0.482	0.250	1	1
K=6	0.362	0.482	0.750	1	1
K=7	0.223	0.471	0.204	1	1

K=8	0.223	0.471	0.796	1	1
K=9	0.223	0.399	0.275	1	1
K=10	0.223	0.130	0.596	1	1
K=11	0.228	0.158	0.450	1	1
K=12	0.228	0.426	0.784	1	1

Fuente: Elaboración propia

PASO 2

De este modo, las rutas que recorren las hormigas artificiales son:

Hormiga k=1: R_1: 0-1-2-3-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^1_{(1)} = 6178.65$

Hormiga k=2: R_2: 0-1-2-4-3-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^2_{(1)} = 7063.36$

Hormiga k=3: R_3: 0-1-3-2-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^3_{(1)} = 8134.48$

Hormiga k=4: R_4: 0-1-3-4-2-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^4_{(1)} = 8041.06$

Hormiga k=5: R_5: 0-1-4-2-3-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^5_{(1)} = 6930.83$

Hormiga k=6: R_6: 0-1-4-3-2-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^6_{(1)} = 5952.70$

Hormiga k=7: R_7: 0-2-1-3-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L^7_{(1)} = 7296.46$

Hormiga k=8: R_8: 0-2-1-4-3-0, siendo su longitud de la ruta:

$L_{(1)}^{8} = 6092.81$

Hormiga k=9: R_9: 0-2-3-1-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L_{(1)}^{9} = 7163.93$

Hormiga k=10: R_{10}: 0-2-4-1-3-0, siendo su longitud de la ruta:

$L_{(1)}^{10} = 8048.64$

Hormiga k=11: R_{11}: 0-3-1-2-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L_{(1)}^{11} = 8274.59$

Hormiga k=12: R_{12}: 0-3-2-1-4-0, siendo su longitud de la ruta:

$L_{(1)}^{12} = 6186.23$

PASO 3

Actualización de la concentración de la feromona utilizada en todos los arcos del grafo.

Para la hormiga artificial k=1, con la ruta 0-1-2-3-4-0

Arista 0-1:

$\tau_{01}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \Delta\tau_{01}(1)$, luego $\tau_{01}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \dfrac{1}{947.29} \approx 0.101056$

Arista 1-2:

$\tau_{12}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \Delta\tau_{12}(1)$, luego $\tau_{12}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \dfrac{1}{1229.48} \approx 0.0000813$

Arista 2-3:

$\tau_{23}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \Delta\tau_{23}(1)$, luego $\tau_{23}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \dfrac{1}{1335.7} \approx 0.0000749$

Arista 3-4:

$$\tau_{34}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \Delta\tau_{34}(1)\text{, luego } \tau_{34}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \frac{1}{1351.12} \approx 0.0000740$$

Arista 4-0:

$$\tau_{40}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \Delta\tau_{40}(1)\text{, luego } \tau_{40}(1) = (1-0.5)\,0.2 + \frac{1}{1315.06} \approx 0.0000760$$

En resumen, se determinan todas las concentraciones de feromonas en todos los arcos del grafo, y se muestran en la siguiente tabla 11.

Tabla 11. Concentraciones de feromonas en todos los arcos del grafo

RUTAS	**LISTA DE FEROMONAS POR ARCOS EN CADA UNA DE LAS RUTAS**					**CONCENTRACIÓN DE FEROMONA**	**LONGITUD**
Ruta 1	0.10106	0.10081	0.10075	0.10074	0.10076	0.50412	6178.65
Ruta 2	0.10106	0.10081	0.10043	0.10074	0.10084	0.50388	7063.36
Ruta 3	0.10106	0.10046	0.10075	0.10043	0.10076	0.50346	8134.48
Ruta 4	0.10106	0.10046	0.10074	0.10043	0.10083	0.50352	8041.06
Ruta 5	0.10106	0.1009	0.10043	0.10075	0.10084	0.50398	6930.83
Ruta 6	0.10106	0.1009	0.10074	0.10075	0.10083	0.50428	5952.7
Ruta 7	0.10083	0.10081	0.10046	0.10074	0.10076	0.5036	7296.46
Ruta 8	0.10083	0.10081	0.1009	0.10074	0.10084	0.50412	6092.81
Ruta 9	0.10083	0.10075	0.10046	0.1009	0.10076	0.5037	7163.93
Ruta 10	0.10083	0.10043	0.1009	0.10046	0.10084	0.50346	8048.64
Ruta 11	0.10084	0.10046	0.10081	0.10043	0.10076	0.5033	8274.59
Ruta 12	0.10084	0.10075	0.10081	0.1009	0.10076	0.50406	6186.23

Fuente: Elaboración propia

PASO 4

Decisión de la mejor ruta.

La Ruta 6: **0-1-4-3-2-0** es la ruta con mayor concentración de feromona 0,50428 y con la menor longitud recorrida igual a 5952.7 metros.

Por lo tanto, la Ruta 6 es la mejor ruta (óptima) para el VRP del recojo de residuos sólidos en la zona centro de la ciudad de Huaraz que incluye a cuatro (04) contenedores.

4.1.4. RESULTADO GENERADO EN FICO XPRESS-MOSEL

Ruta obtenida mediante software Mosel Ive 2019, donde su código de generación se encuentra en el anexo.

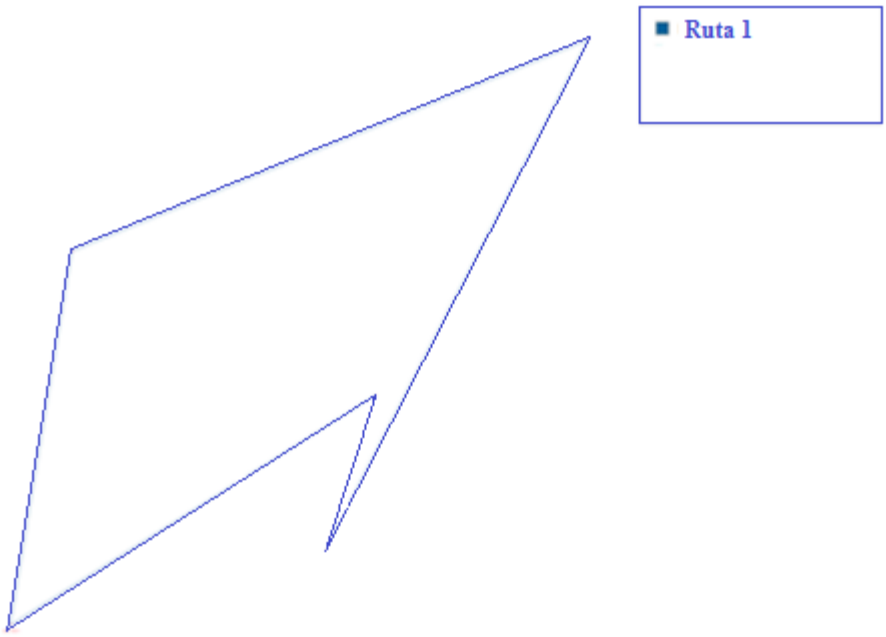

Figura 4.Ruta obtenida con Mosel Ive 2019
Fuente: Elaboración propia

V. DISCUSIÓN

En la ciencia matemática y otras afines a ella se cuenta con diversas herramientas de solución al problema de recojo de residuos, una de ellas, la metodología Colonia de Hormigas, como alternativa en resolver el problema de rutas de vehículos. Para ello, se hace necesario establecer un orden que consiste en, contar con un depósito que se asume mediante una representación del nodo 0 y en la que inicia su tarea de recojo de residuos sólidos a través de un conjunto de vehículos recolectores. Se asume algunas restricciones o "comodidades" en el problema, como la capacidad de cada contenedor es el mismo, la capacidad de los vehículos recolectores también es el mismo, si no fuera así conllevaría a un tema sumamente complejo. Los residuos sólidos tienen que ser recogidos desde los contenedores y los vehículos tienen que llegar oportunamente.

Se debe tener en cuenta los procesos logísticos de esta situación problemática, la prestación de los servicios de los vehículos recolectores de residuos sólidos resulta indispensable. Usualmente, el recojo de los residuos sólidos en la ciudad de Huaraz se realiza de casa por casa en cada una de las calles, y en ese trayecto se encuentran residuos sólidos amontonados; precisamente esta situación origina la propuesta de esta investigación, es decir, realizar la ubicación estratégica de contenedores en la ciudad para facilitar su recolección, donde, la propuesta es la zona centro de la ciudad. A simple vista, se puede notar que, con la ayuda de los contenedores, el recojo se haría de manera más ordenada, rápida y cuidado a la salud de los pobladores que permitiría reducir tiempos y costos para los vehículos recolectores.

El planeamiento del recojo de los residuos sólidos por los vehículos recolectores en la ciudad de Huaraz involucra varias etapas secuenciales, no obstante, el primer modelo más simple es de cumplir la tarea del recojo. Las medidas de traslado pueden ser desde distancia, tiempo y costos, y en otras ocasiones pueden ser variables, en función del tipo de vehículo recolector que se elija, o de la medida al desarrollar el conjunto de rutas.

Aun así, con las dificultades permite augurar ciertos resultados aproximativos al problema planteado, además es importante resaltar que los resultados podrían ser más exactos si dispusiéramos de algunos equipos tecnológicos como son los SIG (sistema de información geográfica) para la ubicación más exacta sobre la localización de los contenedores y el depósito.

Asimismo, indicar que es importante el tiempo computacional necesitado para resolver esta clase de problemas, que depende fuertemente de las variables discretas de valor 0-1 involucradas y su prohibición desde un punto de vista práctico, excepto para una modelo de tamaño pequeño.

Dado que en el estudio, los vehículos recolectores son idénticos en cuanto a su capacidad, entonces el modelo puede ser simplificado y no es necesario identificar al vehículo si va de la localización i a la localización j a través del arco (i,j). Así, el número de 0 - 1 variables decrece dado que es suficiente definir una única variable 0 -1 dado por x (i,j), indicando si el vehículo recolector se desplaza desde i a j o no. Así, esta reducción hace posible resolver el modelo con un número grande de contenedores en una cantidad razonable de tiempo computacional.

La solución de problemas normalmente está asociada a un proceso de búsqueda, salvo en problemas muy simples, la búsqueda de soluciones no puede realizarse en forma exhaustiva, por lo que otras investigaciones han desarrollado una gran cantidad de métodos alternativos de búsqueda que encuentren soluciones aceptables y eficientes a los casos que puedan ser inclusive óptimas. Lo mismo se aplica para solucionar problemas de optimización para los cuales se han desarrollado métodos aproximativos, a veces involucrando cierta aleatoriedad.

Finalmente, el ordenamiento del transporte, especialmente la recolección de residuos sólidos en nuestra ciudad tiene carácter urgente, dado que el recojo de los residuos sólidos se realizan de manera empírica, lo que origina desazón, desaliento, pérdida de tiempo y por tanto incomodidad, inseguridad e insatisfacción a los ciudadanos. Por ello es imperativo y necesario hacer un planeamiento del transporte en este servicio, teniendo en cuenta que el servicio de recolección de residuos sólidos es un sector muy delicado y potencialmente en crecimiento. Para ello, esta investigación pretende ser una alternativa de apoyo a los decisores sobre que rutas debe tomar el transporte de servicios de recojo con uso de contenedores, utilizando herramientas científicas ofreciendo una alternativa de solución al transporte de recolección que redundará en beneficio de los ciudadanos de la ciudad de Huaraz.

Los algoritmos de optimización, en especial el de colonias de hormigas son aplicados en muchos algoritmos de optimización combinatorios. Muchos métodos derivados han sido adaptados a problemas dinámicos en variables reales, problemas estocásticos, programación paralela y multi-objetivo. Incluso han sido

usados para producir soluciones bastante cercanas a las soluciones óptimas del problema del viajante. Ellos tienen una ventaja sobre los enfoques: recocido simulado y los algoritmos genéticos en problemas similares cuando el grafo puede cambiar su estructura de manera dinámica, el algoritmo de colonia de hormigas puede ser.

El estudio presentado es de tipo exploratoria y experimental. La línea de investigación que enmarca el problema de la planificación de rutas de transporte es principalmente la Optimización Combinatoria, que bajo un enfoque que involucra el problema de encontrar una solución sobre un conjunto de restricciones alternativas, la mejor elección es lograr una solución que permita ofrecer resultados satisfactorios en el problema.

Hay un número enorme de variables e híbridos propuestos, y muchas más metaheurísticas han sido probadas en problemas específicos. Este es un campo aún en investigación, con un cierto número de publicaciones en revistas, un gran número de investigadores, así como de usuarios. Las aplicaciones sobre esta problemática de residuos sólidos han llamado la atención de otros tesistas de la UNASAM, logrando hacer algunas propuestas, como por ejemplo, la tesis de (George, 2009) titulado *"Aplicaciones de técnicas multicriterio para el establecimiento de puntos óptimos del recojo de basura en la ciudad de Huaraz"* y la tesis de (Palma, 2011) titulado: *"Determinación de una ruta eficiente en el recojo de basura de residuos sólidos en la ciudad de Huaraz como aplicación del problema del agente viajero"*; las dos primeras señaladas a nivel de postgrado y la última a nivel de pregrado.

VI. CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación con la aplicación del algoritmo de colonia de hormiga como solución al problema de recolección de residuos sólidos con uso de contenedores ubicados en la zona centro de la ciudad de Huaraz permitió obtener el diseño de una ruta óptima, la Ruta 6, la mejor ruta, que también es entendida como satisfactoria y eficiente para la recolección de los residuos. Asimismo, este problema se ha formulado a través de un modelo matemático y una implementación del mismo a través del Mosel Ive 2019 como lenguaje de programación, así como la ayuda de un soporte informático para la medición entre los contenedores como es el AutoCad 2017.

Se ha modelado matemáticamente el problema de recolección de residuos sólidos con uso de contenedores por medio de los modelos existentes en los problemas de rutas de vehículos.

Se han calculado y evaluado las distancias (tiempos y costos) generadas de lo se ha considerado como depósito (donde se ubica la flota de vehículos recolectores) y el conjunto de contenedores ubicados en la zona centro de la ciudad de Huaraz a partir de la cual se ha diseñado las rutas y su implementación para el recojo de los residuos sólidos.

Se ha analizado el sistema de Algoritmo Colonia de Hormigas como metodología de solución al problema de rutas para la recolección de residuos sólidos sujeto a uso de contenedores en una de sus técnicas de solución.

Se ha evaluado comparativamente los resultados obtenidos por aplicación de la metodología Algoritmo Colonia de Hormigas obteniéndose una ruta satisfactoria y eficiente que indica la ruta con mayor concentración de feromona es: R6: 0-1-4-3-2-0 con una longitud de 5952.7 metros para el recojo de los residuos sólidos con uso de contenedores en la zona centro de la ciudad de Huaraz.

VII. RECOMENDACIONES

El manejo inadecuado de un sistema de transporte en la recolección de los residuos sólidos en cualquier ciudad genera una problemática económica, social y ambiental, por la demora en recorrer las rutas diseñadas sin una planificación adecuada que permita tener en cuenta medidas de tiempo y costo.

Por ello, se sugiere emprender de manera significativa acciones al respecto, para atenuar y reducir los impactos socio-económicos y ambientales a través de la puesta en marcha de actividades que tomen en cuenta las etapas de recojo y traslado de residuos sólidos hasta su evacuación en el centro de acopio. Asimismo, es pertinente señalar el uso de otras metodologías para solucionar esta problemática del recojo de residuos sólidos, y mejor aún si puede implementar equipos tecnológicos de control para el seguimiento y monitoreo del servicio de recojo.

Para posteriores estudios referido a este tema, se recomienda tomar la ubicación de los contenedores por zonas y generar rutas en cada una de ellas, con la finalidad de complementar el estudio de manera más detallada, lo cual proporcionará una implementación computacional completa. Además, para dar con una ubicación óptima de los contenedores, se recomienda hacer el estudio por el método de localización que tiene como objetivo que sitios tiene las mejores condiciones para instalar en este caso los contenedores.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clarke, G., & Wright, W. (1964). *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*.

Coral, G. (2005). *Aplicación de técnicas multicriterio para la determinación de rutas de recojo de basura*. Huaraz-Perú.

Deneubourg, J., Aron, S., Goss S., & Pasteels, J. (1990) *The self-organizing exploratory pattern of the Argentine ant, Journal of Insect Behavior*, volume 3, page 159.

Dirac, G. A. (1952). *Some theorems on abstract graphs*. London.

Dorigo, M. (1992). *Optimization, Learning and Natural Algorithms*.

Dorigo, M. y Gambardella, L (1997) *Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation*

Esparcia, L. (2014) *Desarrollo de una metodología eficiente de optimización de forma basado en algoritmos de tipo gradiente y un código mef de mallados cartesianos independientes de la geometría.* Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado de: https://riunet.upv.es/handle/10251/50759

George, L. (2009). *Aplicacion de técnicas de multicriterio para el establecimiento de puntos óptimos del recojo de basura*. Huaraz-Perú.

Leiva, J. (2005). *Aplicaciones de técnicas multicriterio para el establecimiento de puntos óptimos del recojo de basura*. Huaraz-Perú.

López, N. (2009). *Propuesta de un programa para el manejo de los residuos sólidos en la plaza de mercado de Carete*. Cordova: Universidad Pontificia

Javeriana. Recuperado de: https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/6132

Miller, A., Tucker, & Zemlin. (1960). *Integer programming formulation of traveling salesman problems*. *The ACM*, 326–329.

Olivera, A. (2004). *Heuristicas para el Problema de Ruteo*. Recuperado de: https://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0408.pdf

Ore, O. (1960). *Note on Hamilton circuits*. New York.

Palma, L. (2011). *Determinación de una ruta eficiente en el recojo de basura de residuos sólidos en la ciudad de Huaraz como aplicación del problema del agente viajero*. Huaraz-Perú.

Rodríguez, J. (2012). *Caracterización, Modelado y Determinación de las Rutas de la Flota en una Empresa de Rendering*. recuperado de: http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/70319/

ANEXOS

A. FOTOGRAFÍAS DE LOS CONTENEDORES (UBICACIÓN PROPUESTA)

Figura 5. Nodo 0, Av. Agustín Gamarra con Jr. 28 de Julio

Figura 6. Nodo 1, Av. Pedro Villón con Jr. 27 de noviembre

Figura 7. Nodo 2, Av. Confraternidad Internacional Este - Cementerio de Huaraz

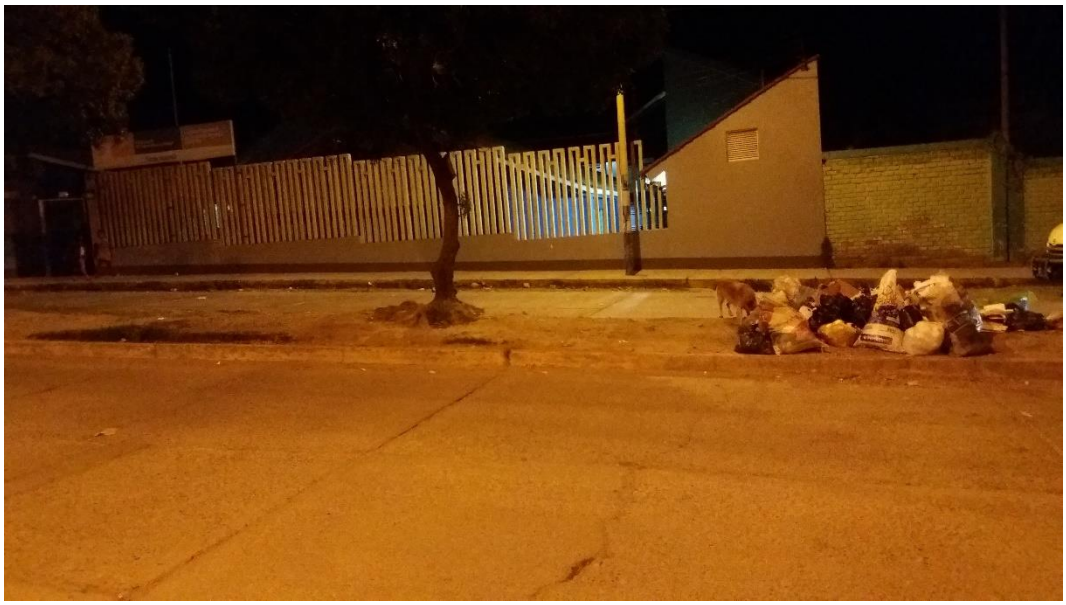

Figura 8. Nodo 3, Av. Confraternidad Internacional Este con Av. Raimondi

Figura 9. Nodo 4, Av. Antonio Raimondi con Av. Confraternidad Internacional Oeste

Figura 10. Nodo 5, Av. 27 de noviembre con Jr. Mariscal Cáceres

B. PLANO DE LA CIUDAD DE HUARAZ ZONA CENTRO (UBICACIÓN PROPUESTA)

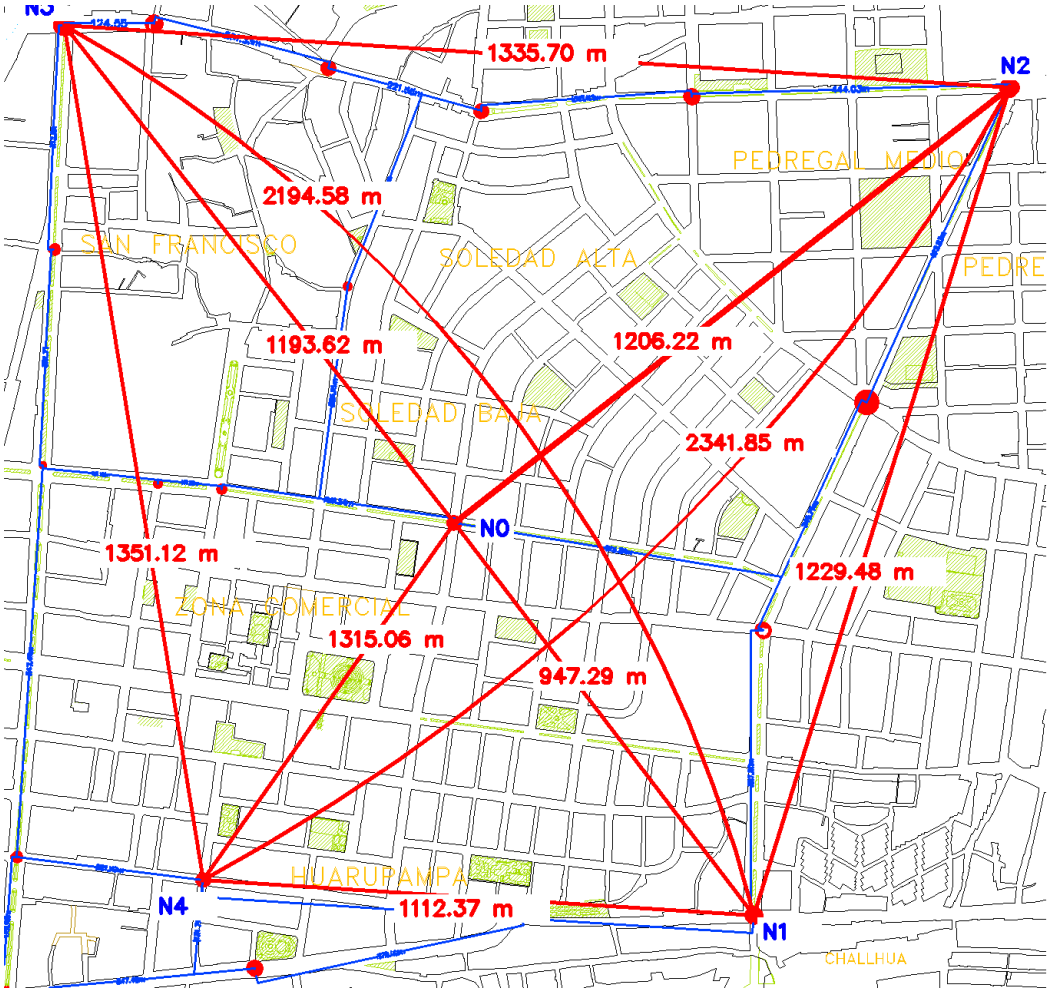

Figura 11.Plano de ubicación de contenedores

C. CÓDIGO GENERADO EN FICO XPRESS-MOSEL

==========

Archivo vrp.mos

TIPO: problema simétrico de ruta de vehículo recolectores

DESCRIPCIÓN: Un vehículo recolector de residuos sólidos inicia desde un depósito de vehículos una visita a todo un conjunto de contenedores distribuidos arbitrariamente y debe retornar al lugar de inicio.

La distancia entre los contenedores y estos con el lugar de inicio deben ser conocidos y lograr un recorrido total de distancia al haber visitado solo una vez cada contenedor.

```
**********************************************************!)
model "CONTENEDORES"
 uses "mmxprs", "mmsvg"
 forward procedure break_subruta
 forward procedure print_sol
 forward procedure draw_sol
 declarations
  NCONTENEDORES = 5
  CONTENEDORES = 1...NCONTENEDORES                    ! Contenedores
   DIST: array(CONTENEDORES,CONTENEDORES) of real  ! Distancia entre contenedores
  PROXIMOC: array(CONTENEDORES) of integer            ! Próximo contenedor después de i en la solución
```

```
X,Y: array(CONTENEDORES) of integer          ! x-y-coordenadas para la
solución gráfica
Recorrido: array(CONTENEDORES,CONTENEDORES) of mpvar     ! 1
si el recorrido desde i a j
end-declarations
initializations from 'CONTENEDORES.dat'
DIST [X,Y] as 'POS'
end-initializations
forall(i,j in CONTENEDORES | i<j) DIST(j,i):=DIST(i,j)

! Objetivo:  distancia total
TotalDist:= sum(i,j in CONTENEDORES | i<>j) DIST(i,j)*Recorrido(i,j)

! Visita a cada contenedor sola una vez
forall(i in CONTENEDORES) OneVisitI(i):= sum(j in CONTENEDORES
| i<>j) Recorrido(i,j) = 1
forall(j in CONTENEDORES) OneVisitJ(j):= sum(i in CONTENEDORES
| i<>j) Recorrido(i,j) = 1
forall(i,j in CONTENEDORES | i<>j) Recorrido(i,j) is_binary

! Solución del problema
minimize(TotalDist)
```

```
! Eliminación de las subrutas
 break_subruta
 svgwaitclose("Close browser window to terminate model execution.", 1)

!-----------------------------------------------------------------

 procedure break_subruta
  declarations
   RUTA,SMALLEST,TODOCONTENEDORES: set of integer
  end-declarations
  forall(i in CONTENEDORES)
   PROXIMOC(i):=    integer(round(getsol(sum(j    in    CONTENEDORES)
j*Recorrido(i,j) )))

! Imprime la actual solución
  print_sol
  draw_sol

! Obtiene la subruta incluyendo al contenedor 1
  RUTA:={}
  inicio:=1
  repeat
   RUTA+={inicio}
```

```
 inicio:=PROXIMOC(inicio)
 until inicio=1
 size:=getsize(RUTA)

! Encuentra la subruta más pequeña
 if size < NCONTENEDORES then
  SMALLEST:=RUTA
  if size>2 then
   TODOCONTENEDORES:=RUTA
   forall(i in CONTENEDORES) do
    if(i not in TODOCONTENEDORES) then
     RUTA:={}
     inicio:=i
     repeat
      RUTA+={inicio}
      inicio:=PROXIMOC(inicio)
     until inicio=i
     TODOCONTENEDORES+=RUTA
     if getsize(RUTA)<size then
      SMALLEST:=RUTA
      size:=getsize(SMALLEST)
     end-if
     if size=2 then
```

```
            break
           end-if
          end-if
         end-do
        end-if

      ! Agrega una subruta rompiendo la restricción
        sum(i in SMALLEST) Recorrido(i,PROXIMOC(i)) <=
getsize(SMALLEST) - 1

      ! Opcionalmente, tambien utiliza estas restricciones adicionales
      ! También excluye la subruta inversa
        if SMALLEST.size>2 then
         sum(i in SMALLEST) Recorrido(PROXIMOC(i),i) <=
getsize(SMALLEST) - 1
        end-if

      ! Una subruta fuerte elimina las restricciones
         sum(i in SMALLEST,j in CONTENEDORES-SMALLEST)
Recorrido(i,j) >= 1
      !)
      ! Re-suelve el problema
         minimize(TotalDist)
```

```
! Cierra la presentación gráfica que interrumpe el algoritm0
   if not svgclosing then break_subruta; end-if
  end-if
 end-procedure

!-----------------------------------------------------------------
! Imprime la solución actual
 procedure print_sol
  declarations
   TODOCONTENEDORES: set of integer
  end-declarations
  writeln("Total distancia: ", getobjval)
  TODOCONTENEDORES:={}
  forall(i in CONTENEDORES) do
   if(i not in TODOCONTENEDORES) then
    write(i)
    inicio:=i
    repeat
     TODOCONTENEDORES+={inicio}
     write(" - ", PROXIMOC(inicio))
     inicio:=PROXIMOC(inicio)
    until inicio=i
    writeln
```

```
  end-if
 end-do
end-procedure

!-----------------------------------------------------------------
! Grafica la solución actual
 procedure draw_sol
  declarations
   TODOCONTENEDORES: set of integer
  end-declarations
  svgerase
  minx:=min(i in CONTENEDORES) X(i); miny:= min(i in CONTENEDORES) Y(i)
svgsetgraphviewbox(minx-10, miny-10,
max(i in CONTENEDORES) X(i)+50-minx, max(i in CONTENEDORES) Y(i)+50-miny)
!SITEGRAPH:=IVEaddplot("CONTENEDORES",IVE_BLACK)
!CONTENEDORESGRAPH:=IVEaddplot("CONTENEDORES",IVE_RED)
!RUTAGRAPH:=IVEaddplot("RECOJO BASURA",IVE_BLUE)
!DEPGRAPH:=IVEaddplot("DEPOT",IVE_GREEN)
!forall(i in CONTENEDORES)do
 !IVEdrawpoint(CONTENEDORESGRAPH,X(i),Y(i))
```

```
!IVEdrawlabel(CONTENEDORESGRAPH,X(i),Y(i)+1,string(i))
!IVEdrawlabel(CONTENEDORESGRAPH,X(i),Y(i)+1,"CONTENEDORES")
!end-do
!IVEdrawpoint(DEPGRAPH,X(1),Y(1))
!IVEdrawlabel(DEPGRAPH,X(1),Y(1)+1,"DEPOT")

! Grafica la ruta(s)
TODOCONTENEDORES:={}; ct:=0
forall(i in CONTENEDORES) do
 if(i not in TODOCONTENEDORES) then
  svgaddgroup("R"+ct, "Ruta "+(ct+1))
  inicio:=i
  repeat
   TODOCONTENEDORES+={inicio}
   svgaddline(X(inicio), Y(inicio), X(PROXIMOC(inicio)),
Y(PROXIMOC(inicio)))
   inicio:=PROXIMOC(inicio)
  until inicio=i
  ct+=1
 end-if
end-do
```

```
  ! Dibuja los contenedores
  svgaddgroup("C", "Contenedores", SVG_RED)
  forall(i in CONTENEDORES) svgaddtext(X(i), Y(i), text(i))
  svgaddtext(minx-5,miny-5, "Ruta: "+getobjval)
  svgsetgraphscale(5)
  svgrefresh

  ! Pausa las iteraciones del algoritmo:
  if ct>1 then svgpause; end-if
 end-procedure
end-model
```

D. BASE DE DATOS DEL PROBLEMA PARA EL PROGRAMA EN FICO XPRESS-MOSEL

```
! Data file for `contenedores.mos'
DIST: [(1 2) 947.29   1206.22   1193.62   1315.06
             (2 3)      1229.48   2194.58   1112.37
                        (3 4)        1335.70   2342.85
                                     (4 5)        1351.12]
POS: [[580 375] [546 258] [331 200]  [373 485] [725 646]]
```

1. **Datos del autor:**

   Apellidos y Nombres: HERMITAÑO MENDOZA Mackiver Yonatan

   Código de alumno: 081.0503.591 Teléfono: 972965013

   Correo electrónico: mayher2016@gmail.com DNI: 45951595

2. **Modalidad de trabajo de investigación:**

   ( ) Trabajo de investigación ( ) Trabajo académico

   ( ) Trabajo de suficiencia profesional (X) Tesis

3. **Título profesional o grado académico:**

   ( ) Bachiller (X) Título ( ) segunda especialidad

   ( ) Licenciado ( ) Magister ( ) Doctor

4. **Título del trabajo de investigación:**

   Optimización de rutas para la recolección de residuos sólidos con uso de contenedores aplicando el algoritmo colonia de hormigas en la ciudad de Huaraz

5. **Facultad:** Ciencias
6. **Escuela:** Matemática
7. **Asesor:**

   Apellidos y Nombres: Mag. Henrry Ángel Garrido Angulo Teléfono: 943691437

   Correo electrónico: gaha1379@gmail.com DNI: 32800493

A través de este medio autorizo a la universidad nacional Santiago Antúnez de Mayolo, publicar el trabajo de investigación en formato digital en el repositorio Institucional Digital, Repositorio Nacional digital de acceso libre (ALICIA) y el Registro Nacional de Trabajos de Investigación (RENATI).

Asimismo, por la presente dejo constancia que los documentos entregados a la UNASAM, versión impresa y digital, son las versiones finales del trabajo sustentando y aprobado por el jurado y son de autoría del suscrito respecto de la legislación en materia de propiedad intelectual.

Firma:
D.N.I.: 45951595

FECHA: 27/11/2019