UNIVERSIDAD NACIONAL
"SANTIAGO ANTUNEZ DE MAYOLO"

FACULTAD DE ECONOMÍA Y CONTABILIDAD

INFLUENCIA DE LA INVERSIÓN PÚBLICA, EL STOCK DE CAPITAL, EMPLEO Y NIVEL TECNOLÓGICO EN EL CRECIMIENTO ECONÓMICO DEL PERÚ, 1950 – 2017

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE ECONOMISTA

AUTORES:

Bach. HIDALGO VEGA ALEX RAÚL

Bach. SOTELO LUCIANO MIGUEL ÁNGEL

ASESOR:

Dr. Econ. Huerta Berríos Francisco Enrique

HUARAZ - PERÚ

2021

FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN, CONDUCENTES A OPTAR TÍTULOS PROFESIONALES Y GRADOS ACADÉMICOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

1. Datos del autor:

Apellidos y Nombres: HIDALGO VEGA ALEX RAUL

Código de alumno: 111.1203.204 Teléfono: 920504104

E-mail: alexhidalgo2021@gmail.com D.N.I. n°: 48081894

(En caso haya más autores, llenar un formulario por autor)

2. Tipo de trabajo de investigación:

- (●) Tesis
- ( ) Trabajo de Suficiencia Profesional
- ( ) Trabajo Académico
- ( ) Trabajo de Investigación
- ( ) Tesinas (presentadas antes de la publicación de la Nueva Ley Universitaria 30220 – 2014)

3. Para optar el Título Profesional de:

ECONOMISTA

4. Título del trabajo de investigación:

Influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú, 1950 - 2017

5. Facultad de: Economía y Contabilidad

6. Escuela o Carrera: Economía

7. Línea de Investigación(*): ECONOMÌAS DEL DESARROLLO

8. Sub-línea de Investigación(*): TEORÍAS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO (5307.08)

(*)Según resolución de aprobación del proyecto de tesis

9. Asesor:

Apellidos y nombres HUERTA BERRÍOS FRANCISCO ENRIQUE D.N.I n°: 31615317

E-mail: ehuertab@gmail.com ID ORCID: 0000-0002-6018-2198

10. Referencia bibliográfica: Tesis en formato APA

11. Tipo de acceso al Documento:

- (●) Acceso público* al contenido completo.
- ( ) Acceso restringido** al contenido completo

Si el autor eligió el tipo de acceso abierto o público, otorga a la Universidad Santiago Antúnez de Mayolo una licencia no exclusiva, para que se pueda hacer arreglos de forma en la obra y difundirlo en el Repositorio Institucional, respetando siempre los Derechos de Autor y Propiedad Intelectual de acuerdo y en el Marco de la Ley 822.

En caso de que el autor elija la segunda opción, es necesario y obligatorio que indique el sustento correspondiente:

12. Originalidad del archivo digital

Por el presente dejo constancia que el archivo digital que entrego a la Universidad, como parte del proceso conducente a obtener el título profesional o grado académico, es la versión final del trabajo de investigación sustentado y aprobado por el Jurado.

Firma del autor

13. Otorgamiento de una licencia *CREATIVE COMMONS*

Para las investigaciones que son de acceso abierto se les otorgó una licencia Creative Commons, con la finalidad de que cualquier usuario pueda acceder a la obra, bajo los términos que dicha licencia implica.

El autor, por medio de este documento, autoriza a la Universidad, publicar su trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional, al cual se podrá acceder, preservar y difundir de forma libre y gratuita, de manera íntegra a todo el documento.

Según el inciso 12.2, del artículo 12º del Reglamento del Registro Nacional de Trabajos de Investigación para optar grados académicos y títulos profesionales - RENATI "Las universidades, instituciones y escuelas de educación superior tienen como obligación registrar todos los trabajos de investigación y proyectos, incluyendo los metadatos en sus repositorios institucionales precisando si son de acceso abierto o restringido, los cuales serán posteriormente recolectados por el Recolector Digital RENATI, a través del Repositorio ALICIA".

……

14. Para ser verificado por la Dirección del Repositorio Institucional

Seleccione la Fecha de Acto de sustentación:

Huaraz, 06/09/2021

Firma: Varillas Wiliam Eduardo
Asistente en Informática y Sistemas
- UNASAM -

*__Acceso abierto__: uso lícito que confiere un titular de derechos de propiedad intelectual a cualquier persona, para que pueda acceder de manera inmediata y gratuita a una obra, datos procesados o estadísticas de monitoreo, sin necesidad de registro, suscripción, ni pago, estando autorizada a leerla, descargarla, reproducirla, distribuirla, imprimirla, buscarla y enlazar textos completos (Reglamento de la Ley No 30035).

** **Acceso restringido:** el documento no se visualizará en el Repositorio.

FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN, CONDUCENTES A OPTAR TÍTULOS PROFESIONALES Y GRADOS ACADÉMICOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

1. Datos del autor:

Apellidos y Nombres: SOTELO LUCIANO MIGUEL ANGEL

Código de alumno: 111.1203.215 Teléfono: 951881985

E-mail: msoteloluciano@hotmail.com D.N.I. n°: 73704518

(En caso haya más autores, llenar un formulario por autor)

2. Tipo de trabajo de investigación:

- (●) Tesis
- ( ) Trabajo de Suficiencia Profesional
- ( ) Trabajo Académico
- ( ) Trabajo de Investigación
- ( ) Tesinas (presentadas antes de la publicación de la Nueva Ley Universitaria 30220 – 2014)

3. Para optar el Título Profesional de:

ECONOMISTA

4. Título del trabajo de investigación:

Influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú, 1950 - 2017

5. Facultad de: Economía y Contabilidad

6. Escuela o Carrera: Economía

7. Línea de Investigación(*): ECONOMÌAS DEL DESARROLLO

8. Sub-línea de Investigación(*): TEORÍAS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO (5307.08)

(*)Según resolución de aprobación del proyecto de tesis

9. Asesor:

Apellidos y nombres HUERTA BERRÍOS FRANCISCO ENRIQUE D.N.I n°: 31615317

E-mail: ehuertab@hotmail.com ID ORCID: 0000-0002-6018-2198

10. Referencia bibliográfica: Tesis en formato APA

11. Tipo de acceso al Documento:

- (●) Acceso público* al contenido completo.
- ( ) Acceso restringido** al contenido completo

Si el autor eligió el tipo de acceso abierto o público, otorga a la Universidad Santiago Antúnez de Mayolo una licencia no exclusiva, para que se pueda hacer arreglos de forma en la obra y difundirlo en el Repositorio Institucional, respetando siempre los Derechos de Autor y Propiedad Intelectual de acuerdo y en el Marco de la Ley 822.

En caso de que el autor elija la segunda opción, es necesario y obligatorio que indique el sustento correspondiente:

12. Originalidad del archivo digital

Por el presente dejo constancia que el archivo digital que entrego a la Universidad, como parte del proceso conducente a obtener el título profesional o grado académico, es la versión final del trabajo de investigación sustentado y aprobado por el Jurado.

Firma del autor

13. Otorgamiento de una licencia *CREATIVE COMMONS*

Para las investigaciones que son de acceso abierto se les otorgó una licencia Creative Commons, con la finalidad de que cualquier usuario pueda acceder a la obra, bajo los términos que dicha licencia implica.

El autor, por medio de este documento, autoriza a la Universidad, publicar su trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional, al cual se podrá acceder, preservar y difundir de forma libre y gratuita, de manera íntegra a todo el documento.

Según el inciso 12.2, del artículo 12º del Reglamento del Registro Nacional de Trabajos de Investigación para optar grados académicos y títulos profesionales - RENATI "Las universidades, instituciones y escuelas de educación superior tienen como obligación registrar todos los trabajos de investigación y proyectos, incluyendo los metadatos en sus repositorios institucionales precisando si son de acceso abierto o restringido, los cuales serán posteriormente recolectados por el Recolector Digital RENATI, a través del Repositorio ALICIA".

……

14. Para ser verificado por la Dirección del Repositorio Institucional

Seleccione la Fecha de Acto de sustentación:

Huaraz, 06/09/2021

Firma: Varillas Wiliam Eduardo
Asistente en Informática y Sistemas
- UNASAM -

***Acceso abierto**: uso lícito que confiere un titular de derechos de propiedad intelectual a cualquier persona, para que pueda acceder de manera inmediata y gratuita a una obra, datos procesados o estadísticas de monitoreo, sin necesidad de registro, suscripción, ni pago, estando autorizada a leerla, descargarla, reproducirla, distribuirla, imprimirla, buscarla y enlazar textos completos (Reglamento de la Ley No 30035).

****Acceso restringido:** el documento no se visualizará en el Repositorio.

MIEMBROS DEL JURADO

Dr. ARMANDO PASCO AMES
PRESIDENTE

Dr. JORGE TEÓFILO MANRIQUE CÁCERES
SECRETARIO

Mag. JOHN TARAZONA JIMÉNEZ
VOCAL

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo de investigación a mis padres: Nazario y Yolanda, a mi esposa: Fiorela e hija: Sigrid, que son ejemplos de perseverancia e inspiración en cada paso que doy. Quienes con su sacrificio y aliento me han llevado hasta donde estoy ahora.

Alex Hidalgo

Dedico este trabajo de investigación a Dios por regalarme cada minuto de mi vida y así poder lograr mis metas, a mis padres Abel y Alejandra quienes me brindan su amor y apoyo incondicional a cada momento.

Miguel Sotelo

AGRADECIMIENTOS

A nuestros maestros de la facultad de economía y contabilidad de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo – Huaraz, por sus enseñanzas brindadas e impulsar desarrollo a lo largo de nuestra formación profesional; de manera especial, agradecemos al Econ. Dr. Enrique Huerta Berrios, asesor del presente trabajo de investigación, quien sus conocimientos y experiencia ha permitido la culminación de este trabajo.

A todos ellos, muchas gracias.

Los tesistas

ÍNDICE

DEDICATORIA ii

AGRADECIMIENTOS iii

ÍNDICE iv

LISTA DE TABLAS vi

RESUMEN..... xi

ABSTRAC xii

I. INTRODUCCIÓN 1

1.1. Identificación, formulación y planteamiento del problema 1

1.2. Objetivos de la Investigación.....7

1.3. Justificación de la Investigación 8

1.4. Hipótesis 10

1.5. Variables 11

II. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL 13

2.1. Antecedentes:.....13

2.2. Marco teórico 20

2.3. Marco Conceptual:.....42

III. METODOLOGÍA 46

3.1. Metodología de la investigación 46

3.2. Diseño de la investigación 47

3.3. Población y muestra.....47

3.4. Variables de estudio 48

3.5. Formulación de la hipótesis y modelo econométrico.....49

3.6. Fuentes, instrumentos y técnicas de recopilación de datos 52

3.7. Procedimiento de tratamiento de datos 52

3.8. Procesamiento de datos 52

IV. ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS 53

4.1. Presentación de datos generales 53

4.2. Análisis estadístico y econométrico 55

4.3. Análisis Económico y prueba de hipótesis 108

V. DISCUSION DE LOS RESULTADOS 133

CONCLUSIONES 139

RECOMENDACIONES 141

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 143

ANEXOS Y APÉNDICES.....149

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Operacionalización de variables 12

Tabla 2 Producto Bruto Interno, inversión bruta privada e inversión pública 1950 –2017 (millones de soles de 2007) 53

Tabla 3 PEA, PEAo, del Perú en millones (1950-2017)..... 54

Tabla 4 Test de Chow periodo 1972-1974..... 59

Tabla 5 Test de Chow periodo 1992-1994..... 60

Tabla 6 Prueba de raíz unitaria al LNPBI agregado (DFA) 65

Tabla 7 Prueba de raíz unitaria al D(LNPBI) agregado (DFA) 66

Tabla 8 Prueba de raíz unitaria al LNIPU agregado (DFA) 67

Tabla 9 Prueba de raíz unitaria al D(LNIPU) agregado (DFA)..... 68

Tabla 10 Prueba de raíz unitaria al LNFBK agregado (DFA) 69

Tabla 11 Prueba de raíz unitaria al D(LNFBK) agregado (DFA) 70

Tabla 12 Prueba de raíz unitaria al LNPEAO agregado (DFA)..... 71

Tabla 13 Prueba de raíz unitaria al D(LNPEAO) agregado (DFA)..... 72

Tabla 14 Prueba de raíz unitaria al LNPBI per cápita (DFA)..... 74

Tabla 15 Prueba de raíz unitaria al D(LNPBIP) per cápita (DFA)..... 75

Tabla 16 Prueba de raíz unitaria al LNIPU per cápita (DFA) 76

Tabla 17 Prueba de raíz unitaria al D(LNIPUP) per cápita (DFA)..... 77

Tabla 18 Prueba de raíz unitaria al LNFBK per cápita (DFA) 78

Tabla 19 Prueba de raíz unitaria al D(LNFBKP) per cápita (DFA) 79

Tabla 20 Test de cointegración agregado: Engle-Granger. 1950-1973 84

Tabla 21 Modelo de largo plazo agregado 1950-1973 (Cointegración) 85

Tabla 22 Prueba de Raíz Unitaria del Residuo Agregado 1950-1973 86
Tabla 23 Modelo de corrección de errores agregado (corto plazo): 1950-1973 ... 87
Tabla 24 Test de cointegración per cápita: Engle-Granger. 1950-1973 88
Tabla 25 Modelo de largo plazo per cápita 1950-1973 (Cointegración) 89
Tabla 26 Prueba de Raíz Unitaria del Residuo per cápita 1950-1973 90
Tabla 27 Modelo de corrección de errores per cápita (corto plazo): 1950-1973 .. 91
Tabla 28 Test de cointegración agregada: Engle-Granger. 1974-1993..... 92
Tabla 29 Modelo de largo plazo agregado 1974-1993 (Cointegración) 93
Tabla 30 Prueba de Raíz Unitaria del Residuo Agregado 1974-1993 94
Tabla 31 Modelo de Corrección de Errores agregado (corto plazo): 1974-1993 . 95
Tabla 32 Test de Cointegración per cápita: Engle – Granger 1974-1993 96
Tabla 33 Modelo de largo plazo per cápita 1974-1993 (Cointegración) 97
Tabla 34 Prueba de Raíz unitaria del residuo per cápita 1974-1993..... 98
Tabla 35 Modelo de Corrección de Errores per cápita (corto plazo): 1974-1993 99
Tabla 36 Test de Cointegración agregado: Engle – Granger: 1994-2017..... 100
Tabla 37 Modelo de Largo plazo agregado 1994-2017 (Cointegración)..... 101
Tabla 38 Prueba de Raíz Unitaria del residuo agregado 1994-2017..... 102
Tabla 39 Modelo de Corrección de errores agregado (corto plazo): 1994-2017 103
Tabla 40 Test de Cointegración per cápita: Engle – Granger: 1994-2017..... 104
Tabla 41 Modelo de largo plazo per cápita 1994-2017 (Cointegración) 105
Tabla 42 Prueba de Raíz Unitaria del residuo per cápita 1994-2017..... 106
Tabla 43 Modelo de Corrección de Errores per cápita (Corto plazo): 1994-2017
..... 107

Tabla 44 Resumen de los modelos estimados por periodo 108
Tabla 45 Tasa promedio anual de crecimiento 1950 – 2017 en millones de soles del 2007 119
Tabla 46 Tasa promedio anual de crecimiento por periodos en millones de soles del 2007 120
Tabla 47 Participación de la formación bruta de capital y la inversión pública con respecto al PBI (agregada y per cápita) 125
Tabla 48 Contabilidad del crecimiento PTF agregada 1950 – 2017 127
Tabla 49 Contabilidad del crecimiento PTF per cápita 1950 – 2017 128
Tabla 50 Tasa promedio anual de crecimiento del PTF agregada y per cápita por periodos 129
Tabla 51 Tasa promedio anual de crecimiento del PTF 1950 – 2017 130
Tabla 52 Contabilidad del crecimiento – Productividad Total de Factores Perú 136
Tabla 53 Contabilidad del crecimiento – Productividad Total de Factores Perú método Primal periodo 2003 -2012 137

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Crecimiento del PBI, inversión privada e inversión pública del Perú, 1950 -2017 (Millones de soles)..... 3

Figura 2 Crecimiento de la población económicamente activa (PEA) del Perú, 1950 -2017 (Millones de Habitantes)..... 6

Figura 3 Modelo de Robert Solow con tasa de crecimiento exógeno de la Tecnología (Estado Estacionario) 25

Figura 4 Tasa de crecimiento del capital per cápita en el modelo AK 33

Figura 5 Sector público y sus componentes. 34

Figura 6 Tamaño Óptimo del Gobierno 37

Figura 7 Recursive residual..... 56

Figura 8 Cusum 57

Figura 9 Cusum al cuadrado 57

Figura 10 One – Sstep. 58

Figura 11 N – Step. 58

Figura 12 Logaritmo del Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de capital y Población Económicamente Activa Ocupada Perú, 1950 -2017 (Millones de soles). 61

Figura 13 Logaritmo del Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de capital per cápita del Perú, 1950 -2017 (Millones de soles)..... 63

Figura 14 Tasa anual de crecimiento del PBI, y PEAo 1950 – 2017..... 122

Figura 15 Tasa anual de crecimiento de la Inversión Pública y Formación bruta de capital, y PEAo 1950 – 2017..... 123

Figura 16 Tasa anual de crecimiento del PBI, la Inversión Pública y Formación bruta de capital (per cápita)1950 – 2017 124
Figura 17 Tasa anual de crecimiento del PBI Productividad Total de Factores nivel agregado 1950 – 2017 131
Figura 18 Tasa anual de crecimiento del PBI Productividad Total de Factores nivel per cápita 1950 – 2017 132

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo general explicar la influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú durante el periodo 1950 – 2017. El tipo de investigación fue cuantitativa y de naturaleza explicativo, correlacional – causal. Para el manejo de los datos de las variables se apeló al modelo de producción de tipo Cobb Douglas con rendimientos constantes a escala, y las técnicas econométricas de series de tiempo: Cointegración de Engle y Granger y el Modelo de Corrección de Errores (MCE), así como el Test de Quiebre estructural. La conclusión a la que se llegó fue que la inversión pública, el stock de capital, el empleo y el nivel tecnológico, contribuyeron en el crecimiento económico en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017. La inversión pública contribuyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993, pero negativamente en el periodo 1994-2017; el stock de capital influyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017; el empleo influyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 y por último, el nivel tecnológico influyó negativamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y relativamente positivo en el periodo 1994-2017.

Palabras claves: Crecimiento económico, inversión pública, stock de capital, empleo y nivel tecnológico.

ABSTRAC

The present research work had as general objective: to explain the influence of public investment, capital stock, employment and technological level in the economic growth of Peru during the period 1950 - 2017. The type of research was quantitative and explanatory in nature, correlational - causal. For the management of the data of the variables, the Cobb Douglas-type production model with constant returns to scale was used, and the econometric techniques of time series: Engle and Granger Cointegration and the Error Correction Model (MCE), as well as the Structural Break Test. The conclusion reached was that public investment, capital stock, employment and technological level contributed to economic growth in the periods 1950-1973, 1974-1993 and 1994-2017. Public investment contributed positively in the periods 1950-1973, 1974-1993, but negatively in the period 1994-2017; the capital stock had a positive influence in the periods 1950-1973, 1974-1993 and 1994-2017; employment had a positive influence in the periods 1950-1973, 1974-1993 and 1994-2017 and finally, the technological level had a negative influence in the periods 1950-1973, 1974-1993 and relatively positive in the period 1994-2017.

Keywords: Economic growth, public investment, capital stock, employment and technological level.

I. INTRODUCCIÓN

1.1. Identificación, formulación y planteamiento del problema

Durante la década de los cuarenta y cincuenta, la teoría del crecimiento económico se desarrolló a través de los trabajos de los economistas keynesianos y neoclásicos. Sin embargo, en la década de los setenta, el interés por los temas de crecimiento estaba extinguiéndose (Barro. J & Sala-i-Martin, 2004). No obstante, a finales de 1980 el crecimiento económico volvería al centro del debate teórico gracias a las contribuciones de la nueva teoría del crecimiento, también conocido como teoría del crecimiento endógeno.

Un tema constante dentro de la bibliografía del crecimiento económico endógeno, es responder la cuestión compleja y controversial acerca de que si el gasto público productivo (que se refleja en la denominada inversión pública), las inversiones privadas (Stock de Capital), el empleo y el nivel tecnológico contribuyen a generar mayores niveles de crecimiento del producto bruto interno (Aghion & Howitt, 1999).

(Navarro, 2010)**,** en "El modelo de crecimiento económico de Solow-Swan: implicaciones y limitaciones" menciona: ¿Ha oído hablar del "espectacular crecimiento" de la economía china?, ¿del estancamiento de la economía mexicana durante los años ochenta?, ¿de que Estados Unidos está en desaceleración? y ¿del exitoso desempeño de los llamados tigres asiáticos (Corea del Sur, Hong Kong, Singapur, Malasia, etc.) hasta hace muy poco tiempo?[…] ¿cuál es el motor del crecimiento económico?, ¿cómo es que se presentan

milagros del crecimiento, como Japón después de la Segunda Guerra Mundial, o Corea del Sur más recientemente?

Si analizamos el comportamiento de las inversiones privadas, inversiones públicas y el crecimiento del PBI en los últimos 67 años y en base a cifras publicadas por el (BCRP, 2018) y el (INEI, 2018), podemos observar que, la inversión privada en el periodo 1950 – 2017 ha representado valores que equivalen a 22.73% y 7.22% del PBI, alcanzando su pico máximo en 2013 y el mínimo en la gestión de 1985. El promedio de este, durante todo el periodo equivale a 28,165 millones de soles, que es lo mismo a 14.85% del PBI.

A pesar de que tuvo sus altibajos durante todo el periodo, la inversión privada, ha crecido en el largo plazo, sobre todo, a partir de las reformas estructurales impuestas por el consenso de Washington al gobierno de Alberto Fujimori.

La crisis financiera global de los años 2008-2009 provocó que la mayoría de los países aplicaran políticas de estímulo fiscal que contribuyeron a aumentar el gasto público, las que, acompañadas por una caída en los ingresos tributarios, generaron rápidamente incrementos en los déficits fiscales. Esto generó que gran parte de las economías del mundo, en especial las economías europeas, tomaran medidas de austeridad con respecto a su política fiscal, (Letelier, 2016)

Desde hace algunos años los efectos de la política fiscal (inversión pública) sobre el crecimiento a largo plazo ha recibido una especial atención en la literatura de crecimiento económico, tanto en terreno teórico como empírico. A estas investigaciones se ha acompañado una serie de discusiones sobre política

fiscal, la composición del gasto público y la elección de los tipos impositivos apropiados, con los cuales hay que financiarlos y dando lugar a niveles de renta mayores, (Letelier, 2016)

Por lo tanto, en relación a la inversión pública, su punto más bajo fue en 1960 con 1.22% del PBI, y el máximo en 1975 con 7.42% del PBI; que coincide con el fin del gobierno de Juan Velazco Alvarado. En términos promedio, durante todo el periodo fue de 4.5% del PBI, una cifra relativamente baja, si se considera, además, que solo ha crecido de 1.51% en 1950 a 4.53% en 2017 respecto del PBI.

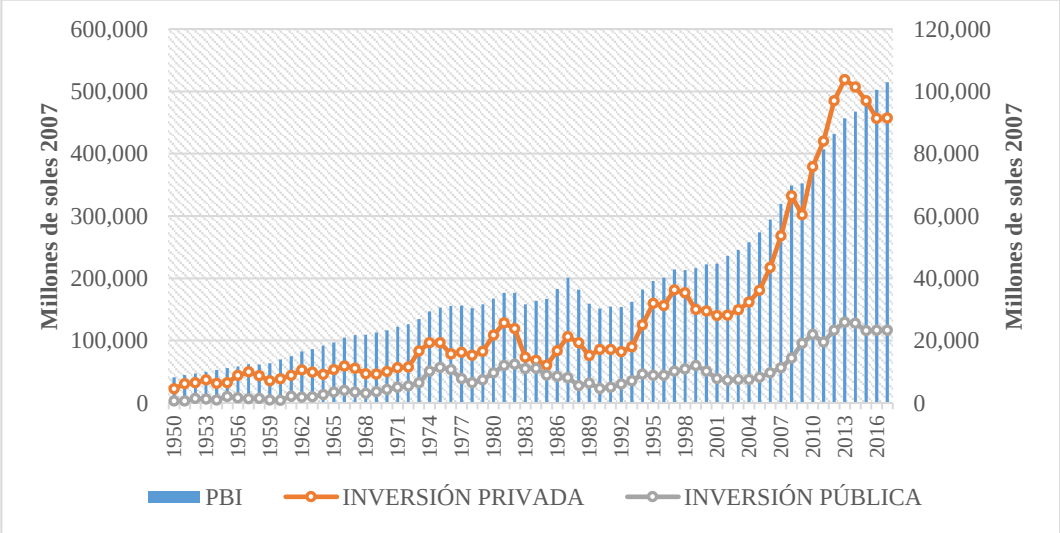

Figura 1

Crecimiento del PBI, inversión privada e inversión pública del Perú, 1950 -2017 (Millones de soles)

Fuente: Elaborado con datos del INEI y BCRP

El trabajo de Robert Barro (J. Barro, 1988 - 1990) correlaciona de forma positiva, el crecimiento y el tamaño de la inversión pública. Y de forma positiva entre inversiones privadas y crecimiento. Por el contrario, y de forma paralela en el tiempo, comienza a surgir una corriente que postula aspectos positivos entre inversión pública (tamaño del gobierno) y crecimiento. Se defiende que la relación entre el tamaño del sector público y el crecimiento es creciente.

Por otro lado, dichos autores, encontraron una relación negativa entre la inversión pública con la privada (efecto expulsión) sobre el crecimiento. Y como se puede apreciar en la figura 1, parece ser que el crecimiento del PBI responde más a las inversiones privadas que a la inversión pública, sobre todo desde 1990 hacia adelante. Pero a pesar de ello, se ve claramente que las inversiones públicas, han estado en ascenso con el crecimiento del PBI. La cuestión ultima es, si existe tamaño óptimo del sector público para el crecimiento económico.

Ahora bien, la otra parte del problema en la bibliografía de crecimiento; es conocer hasta qué punto contribuye el empleo y el nivel tecnológico. Al respecto (M. Solow, 1956) demostró que, en términos agregados, el crecimiento del PEA contribuye a mayores niveles de PBI, en tanto que en términos per cápita la reduce, y esto debido a los rendimientos marginales decrecientes del capital (K) y el trabajo (L).

Las nuevas teorías del crecimiento (Barro, Lucas, Rebelo y Romer), resaltan que existe un proceso de aprendizaje por parte de la PEA, lo cual no solo desvanece a los rendimientos decrecientes, sino crea rendimientos crecientes.

Además de que la productividad total de factores (nivel tecnológico) se endogeniza, generando aún niveles más altos de crecimiento económico.

Por tanto, si analizamos la siguiente figura 2, podemos recalcar que el crecimiento de la PEA (Población económicamente activa) y PEAO (Población económicamente activa ocupada), tienen la misma tendencia del crecimiento del PBI, lo que da una correlación positiva. Tal es así, que la PEA pasó de 3,426,759 habitantes en 1950 a 16,903,680 en 2017. Hasta qué punto contribuyó a la generación de PBI, es la cuestión importante.

Entonces, en base a todo lo anterior, citando "El Crecimiento Económico Colombiano en el siglo XX: Aspectos globales" donde se menciona que: las diferencias en los niveles de ingreso real entre países se deben a diferencias en las tasas de crecimiento de sus productos a través de largos períodos de tiempo. Por ejemplo, si Colombia hubiera alcanzado una tasa de crecimiento per cápita promedio anual de un punto adicional en el último siglo estaría más cerca de los países desarrollados que de aquellos en vía de desarrollo [...] – y más adelante – En 1950 el PIB per cápita colombiano a precios corrientes no alcanzó a ser 17% del de Estados Unidos; aún hoy, apenas llega a ser 20% del correspondiente a este país y medido a precios constantes ha tenido un crecimiento bastante lento con respecto al de éste. (GRECO - Grupo de estudios del crecimiento económico colombiano, 2000)**.**

Por último, al no contar con indicadores sobre cómo ha evolucionado el desarrollo de la tecnología y la productividad total de factores, ya que no es

posible cuantificarlo directamente, uno se cuestiona si tiene algo que ver con el crecimiento económico del Perú; ¿influye o no la tecnología en el crecimiento económico peruano?

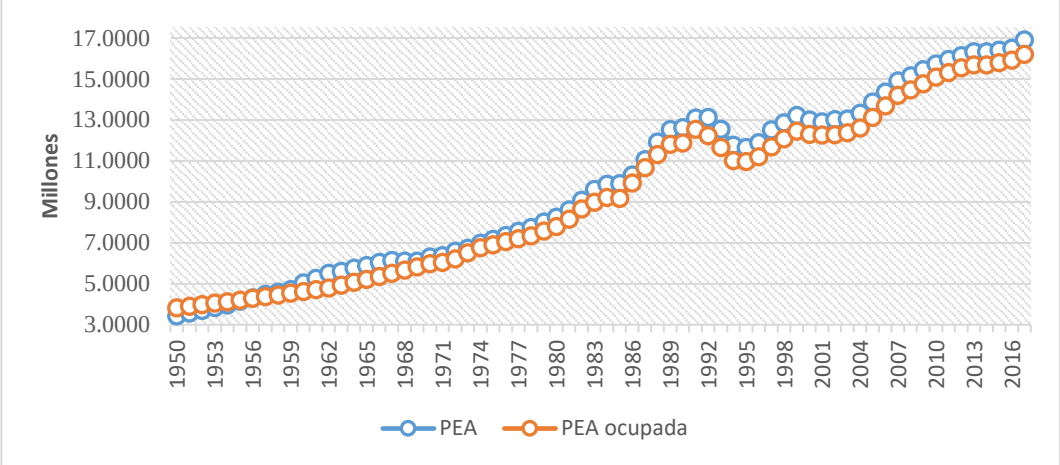

Figura 2

Crecimiento de la población económicamente activa (PEA) del Perú, 1950 - 2017 (Millones de Habitantes)

Fuente: Elaborado con datos de (Seminario, 2016), "Precios, población, demanda y producción desde 1700" – Universidad del Pacifico, 2016; (Castillo García, 2015), "Distribución Factorial del Ingreso en el Perú 1940 – 2013" – Universidad del Pacifico, 2015 y la INEI: PEA, PEAo 2008 - 2017.

Problema General

¿Cómo influyen la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 – 2017?

Problemas específicos

- ¿Cómo influye la inversión pública, en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017?
- ¿Cómo influye el Stock de capital, en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017?
- ¿Cómo influye el empleo, en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017?
- ¿Cómo influye el nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú el periodo 1950-2017?

1.2. Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Explicar la influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú durante el periodo 1950 – 2017.

Objetivos Específicos

- Explicar la influencia de la inversión pública en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017.
- Explicar la influencia del stock de capital en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017.

- Explicar la influencia del empleo en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017.

- Explicar la influencia de la tecnología en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950-2017, mediante el residuo de Solow, descontando de la contabilidad del crecimiento.

1.3. Justificación de la Investigación

a) Justificación social

En los últimos años se percibe una desaceleración económica del país que finalmente está generando niveles de vida insuficientes cuyas causas merecen ser explicadas. Hecho que se evidencia en las estadísticas sobre pobreza monetaria, de los últimos años (INEI, 2018) ¿La pobreza se deberá por la baja inversión pública, privada, poco empleo, y bajo crecimiento económico?

A partir del 2013 tanto el PBI, como la inversión pública y privada, se ha ido desacelerando, lo que ha generado una disminución en los ingresos, en el empleo, que afecta de manera directa al bienestar de la población peruana.

Es en ese sentido, el trabajo de investigación pretende abordar el tema del crecimiento económico de muy largo plazo, desde el punto de vista del modelo económico de Robert Barro con extensión de residuo de Solow, de manera que se pueda resolver los problemas del crecimiento que existe en la economía peruana, especialmente en estas últimas décadas.

b) Justificación científica

Al existir pocos estudios anteriores, sobre el crecimiento relacionado con el stock de capital, la inversión pública, el empleo y el nivel tecnológico y mucho

menos en términos per cápita (lado de la oferta), el BCRP, y algunas entidades públicas, solo han realizado estudios de crecimiento para periodos cortos y en términos agregados (lado de la demanda), y de cómo influye en este, la educación, la inversión privada y los precios internacionales de las materias primas.

Dado el bajo nivel de vida y bienestar en nuestro país, comparado con los países de América del Norte o Europa y de estar este, muy relacionado con el crecimiento económico de largo plazo, se hace necesario estudiar el modelo de crecimiento de Robert Barro con extensión del residuo de Solow para el caso de la economía peruana y tratar de resolver los problemas que aquejan a nuestra sociedad peruana.

c) Justificación metodológica

Aportar al conocimiento existente, el efecto que tiene la inversión pública, el stock de capital, empleo y la tecnología en el crecimiento económico del Perú, utilizando como instrumento de evaluación el modelo de Robert Barro con extensión del empleo y el residuo de Solow; cuyos resultados de esta investigación podrá sistematizarse en una propuesta para ser incorporado como conocimiento a las ciencias económicas, ya que se estaría demostrando que el uso de la inversión pública del gobierno no se está desempeñando de la mejor manera en el país.

Por tanto, el modelo de Robert Barro con extensión, contribuirá una vez más a respaldar una metodología que se usa en los modelos de crecimiento económico: la función de producción tipo Cobb Douglas**.**

d) Potenciales usuarios

Serán aquellos que de manera directa o indirecta les será útil este trabajo, como son las autoridades nacionales para la formulación de políticas económicas (MEF, BCRP, SUNAT, etc.) y regionales, como referencia, cuya preocupación es el desarrollo de sus regiones. Además de los futuros investigadores, que les servirá como antecedentes para sus respectivas investigaciones.

1.4. Hipótesis

Hipótesis General

La inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico influyen directamente en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 – 2017.

Hipótesis específicas

- La inversión pública influye, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo 1950 – 2017.
- El stock de capital influye, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo 1950 – 2017.
- El empleo influye, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo 1950 – 2017.
- El nivel tecnológico influye, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo 1950 – 2017.

1.5. Variables

Las variables de estudio son:

Variable dependiente

- Crecimiento económico

Variables independientes

- Inversión pública
- Stock de capital
- El empleo
- Nivel tecnológico

Tabla 1

Operacionalización de variables

Variable	Tipo de Variable	Definición operacional	Dimensión de la variable	Indicadores
Crecimiento económico Variable Dependiente	Cuantitativa (flujo)	Cambio porcentual del PBI, PNB, PBI per cápita etc.	Económica, social, demográfica y tecnológica	Tasa de crecimiento del PBI y PBI per cápita (Millones de soles constantes)
Inversión Pública Variable Independiente	Cuantitativo (Flujo)	Inversión publica	Económico, Social y demográfico	Tasa de crecimiento de la inversión pública, y per cápita (Millones soles constantes)
Stock Capital Variable Independiente	Cuantitativa (Stock)	Formación Bruta de Capital (FBK)	Físico y económico	Tasa de crecimiento de la FBK y FBK per cápita (Millones soles constantes)
Empleo Variable Independiente	Cuantitativo (Flujo)	PEA, PEAo, etc.	Demográfico	Tasa de crecimiento de la PEA, PEAo (millones de habitantes)
Productividad total de Factores Nivel Tecnológico (Residuo de Solow)	Cuantitativo (Flujo)	Productividad del trabajo, productividad del capital	Económica, social y tecnológica	Residuo de Solow, una vez estimada la función de producción, se descuenta de la contabilidad del crecimiento.

II. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

2.1. Antecedentes:

Según los resultados obtenidos para un grupo de departamentos menos desarrollados, para el caso de Colombia, (Venté Carabalí, 2016) demuestra que: “la inversión privada y la inversión pública tiene efectos positivos sobre el crecimiento económico y que a su vez estos efectos son mayores para los departamentos con un IDH más bajo” (p. 37). Como se puede constatar, existe una relación directa entre inversión pública y crecimiento económico, así mismo también para la inversión privada.

Para el caso de economías en desarrollo (Letelier Osés, Efectos del gasto público y de su composición en el crecimiento económico, 2016) concluye: “los gastos tanto en capital humano como en infraestructura incrementan el crecimiento, (…). Por otro lado, los gastos en protección social y en administración del Estado tienen efectos negativos, siendo significativo el efecto del primer tipo de gasto solamente” (p. 46), de aquí se muestra que el gasto en infraestructura (inversión pública) es la única que influye de manera positiva en el crecimiento.

En el trabajo de investigación, para el caso de Ecuador. (Quiñonez Ronquillo, 2015) concluye que “el gasto público presenta una contribución importante de manera que el crecimiento económico sea sostenible (…). Además, esta variable ha generado nuevas plazas de empleo en el Sector de Construcción, turismo, servicios entre otros que actualmente tienen gran

participación en el total del Producto Interno Bruto anual" (p. 52). Se constata entonces, que si existe efecto sobre el crecimiento.

En sus estudios (Barahona, 2014) concluye:

> Con base en el análisis realizado en el presente trabajo el crecimiento económico en Honduras para el periodo (1980-2012) tomado en cuenta para el mismo, refleja que en su mayor parte es generado por acumulación de factores productivos, jugando un rol secundario las ganancias en eficiencia. Estos resultados son similares a los obtenidos en el estudio realizado por Fuentes, Larraín y Schimidt-hebbel (2004).

(Pinilla Rodríguez, Jiménez Aguilera y Montero Gran, 2013) concluyen que:

> Para los países y durante los años de estudio, el gasto de consumo final del Gobierno, disminuyó en términos globales, pasando de una media de 15,73% del PIB en 1990, a un 13,22% del PIB en 2009. Dicha contracción, pareciera favorecer el crecimiento, ya que se desplaza hacia el punto óptimo de gasto, en el cual más se promociona el crecimiento (12% del PIB).

Por otro lado, para el caso de México, sobre el bono demográfico (Ortega Rivera, 2013) concluye: "la disminución en la tasa de dependencia demográfica no se ha traducido en un incremento de la productividad nacional, dado que el crecimiento en las últimas tres décadas ha sido precario" (p. 127). De esto se

concluye que el factor trabajo en términos per cápita reduce el capital per cápita, por tanto, el crecimiento del PBI per cápita.

Para la economía mexicana en el periodo 1980-2009. (Hernández Mota, 2010) concluye:

> El gasto público no será productivo ni generador de riqueza si se canaliza como desperdicio en usos no rentables en el nivel macroeconómico. Este desperdicio se refleja en que dicho gasto se utiliza más para financiar un mayor consumo, público y/o privado, que, para lograr una mayor productividad de la inversión, que puede darse, (…), por medio del fomento de la inversión productiva, pública o privada, no sustitutiva, dirigiéndola específicamente a la creación de infraestructuras económicas y sociales, (p. 93).

Lo cual demuestra que se debe invertir más en infraestructura productiva.

Para el caso de Guatemala, para un periodo de estudio de 1970-2008. (Brito, 2010) concluye: "la PTF solo representa un 10% del crecimiento económico del país en los últimos 40 años. Ante esto, el crecimiento económico fue impulsado principalmente por la acumulación de factores" (p, 39). De aquí se resalta que el nivel tecnológico contribuye poco, y que el factor capital como el factor trabajo son los más preponderantes en generar crecimiento económico.

(Méndez Sayago, Méndez Sayago, & Hernández Escolar, 2013) muestran: "para la muestra de datos anuales desde 1980 hasta 2009, puede concluirse una ligera caída en la eficiencia técnica en la productividad total de los factores

para la mayoría de los países. Los países más eficientes son Panamá, Uruguay y México, y los más ineficientes son Nicaragua, Bolivia, Honduras y Paraguay".

Para el caso de Centroamérica y República Dominicana (José, 2003) Concluye:

> La productividad total de los factores (PTF) del decenio pasado, para el conjunto de la región, se estimó en 0.7%, lo que refleja un nivel de desarrollo incipiente si se le compara con la situación de países con economías más dinámicas. Se observó una leve tendencia hacia la baja en la participación del capital y una productividad marginal muy baja o negativa en dos de los países, así como una disminución generalizada en la participación del trabajo por razones demográficas, de ahí la mayor importancia que adquirirá la PTF en el futuro. Crecer a tasas sostenidas del 6% sería consistente con aumentar la productividad del capital y trabajo, duplicar la cifra de la PTF y elevar las tasas de ahorro e inversión en al menos 5 puntos porcentuales respecto de los niveles más recientes.

Para el caso de Colombia (Posada & Escobar, 2001) mencionan:

> Según el modelo teórico, la mencionada base de datos y los resultados del ejercicio econométrico, a la economía colombiana le correspondería un nivel óptimo de gasto público (gobierno central) de 9,4% del PIB, y con tal gasto podría alcanzar la máxima tasa de

> crecimiento para su producto per cápita: 1,2% anual. Al comparar las tasas observadas de crecimiento anual y de gasto con sus niveles óptimos encontramos lo siguiente: desde 1982, por lo menos, el gasto observado ha superado el nivel óptimo, y tal exceso se acentuó con posterioridad a 1993.

Con respecto a la una función de producción tipo Cobb-Douglas (Azofeifa V, Ana Georgina ; Villanueva S, Marlene ;, 1996) concluyen que:

> Es la que más se acerca a la estructura productiva de Costa Rica. Específicamente se seleccionaron dos funciones. La primera se refiere al modelo linealizado, que incorpora el parámetro constante, el ITCER y como variable que aproxima el factor laboral se utilizó el número de horas trabajadas. En esta ecuación, las variables que representan los factores de producción fueron significativas, mostraron los signos esperados, con lo cual se comprobó la hipótesis de que los factores de producción tienen un aporte positivo al crecimiento de la producción. Además, superó las pruebas econométricas excepto el problema de multicolinealidad, lo cual es de esperar ya que las variables explicativas que intervienen en el proceso de producción están estrechamente, relacionadas.

Sobre efecto del gasto de capital del gobierno central en el crecimiento económico del Perú. (Soto Mantilla , 2017) menciona: “el gasto de capital del gobierno central no es significativo individualmente, obteniéndose inclusive un

coeficiente negativo (-1.036). Por lo tanto, el gasto de capital no ha tenido efecto relevante en el crecimiento económico en el periodo de estudio" (p. 56). Estos resultados fueron no esperados, ya que, la autora supuso efectos positivos del gasto de capital en el crecimiento económico.

(Céspedes, Lavado, & Ramírez Rondán, 2016) afirma que, la evolución de los salarios desde 1950 hasta 2015 es el resultado de la escasa atención que se le ha dado a la productividad desde una perspectiva de largo plazo. En efecto, durante este período, el PBI potencial creció a una tasa de 3.9% anual; el capital físico, a una tasa de 4.6%; el empleo potencial, a una tasa de 3.9%; pero la productividad total de los factores en términos potenciales muestra una tasa cercana a 0% de promedio anual.

El crecimiento económico de la economía peruana en los últimos 50 años ha sido, en términos generales bastante decepcionante. En promedio, la producción por habitante creció a un magro ritmo anual de 1.1 por ciento. Como la gran mayoría de los países en desarrollo, nuestro crecimiento no nos está permitiendo converger hacia las economías desarrolladas, que han crecido en términos per cápita por encima de nosotros. Pero, peor aún, nuestro crecimiento ha sido, también como promedio, bastante inferior tanto al de los demás países en desarrollo como al de América latina como conjunto.

En tanto que, (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003) mencionan:

> Nuestro estudio revela que el bajo crecimiento para estos 50 años, se debió al bajo crecimiento de la productividad (de -0.1 por ciento por año para ser

> preciso) … La contribución del factor trabajo ha suido relativamente constante. Por otro lado, si bien la contribución del capital ha sido más errática, su máxima desviación entre décadas es de 1.25 porcentuales.

Sobre los determinantes del crecimiento económico en el Perú. (Reymundo Chirinos, 2007) señala: "la inversión en capital físico y humano, así como una menor tasa de fertilidad se constituyen en poderosas herramientas que ayudan a elevar los estándares de vida de un país" (p. 33). Lo cual demuestra un efecto positivo de la inversión pública.

Para la medición del impacto de la inversión en infraestructura público-privada en la economía peruana. (Albújar Cruz, 2012) concluye:

> La infraestructura pública y público-privada tienen efectos importantes sobre el PIB per cápita. (…). Se ha podido encontrar una relación bastante significativa entre la producción y la inversión privada en infraestructura en la economía peruana, a la que se denomina inversión pública privada.

Para el caso de la región La Libertad, sobre la inversión pública y crecimiento económico. (Cruzado Pérez, 2016) menciona:

> La relación entre Inversión Pública y Crecimiento Económico es directa en la Región La Libertad, con una pendiente positiva equivalente a 0.3 y con un nivel de explicación de 0.71. Esto quiere decir que el 71% de las variaciones que sufre el crecimiento están explicadas por la inversión pública.

2.2. Marco teórico

Para el desarrollo del marco teórico y las teorías de crecimiento económico, estas, han sido fundamentadas en fuentes primarias y algunos libros.

2.1.1. Teorías de crecimiento económico con tasa de ahorro endógena sin progreso tecnológico

El interés por el tema del crecimiento surge en plena crisis a finales de los años treinta, gracias a los trabajos de Harrod y Keynes. Como las economías se encontraban en crisis con desempleo, y la propia crisis mostraba la inestabilidad de estas economías capitalistas, la teoría del crecimiento dejo de ocuparse de los límites que este enfrenta, para ocuparse de las posibilidades de que este crecimiento ocurra con pleno empleo y estabilidad. (Harrod, 1939), en “An Essay in Dynamic Theory”, sostiene que el crecimiento con pleno empleo y estabilidad es imposible. Con una propuesta teórica similar, (D. Domar, 1946) su obra Capital “Expansion Rate of Growth and Employment”.

Los modelos de Harrod y Domar asumían una función de producción con coeficientes fijos, es decir, no era posible la sustitución de factores capital y trabajo en la producción. Esta propiedad se traducía en una relación capital–producto fijo. Se asumía también que la tasa de ahorro de la economía, denominada también “propensión marginal a ahorrar”, era constante y se determinaba exógenamente al modelo.

Estas dos características, una relación capital–producto y una tasa de ahorro fija, implicaban que el crecimiento estable con pleno empleo no era probable. Por el contrario, podía esperarse que la economía entrara en prolongados periodos de inestabilidad y desempleo.

2.1.2. Teoría del de crecimiento con tasa de ahorro exógeno y progreso tecnológico exógeno

Modelo Teórico de Solow – Swan

El periodo del "golden age" se caracterizó por altas tasas de crecimiento de las economías, así como por la notable reducción de las tasas de desempleo, el incremento del comercio internacional, el mejoramiento de los estándares de vida de la población y los cambios tecnológicos basados en la electrónica y las telecomunicaciones. La prosperidad económica de los países parecía contradecir las conclusiones de los modelos de Harrod y Domar. En este periodo los teóricos neoclásicos abordan el tema del crecimiento. Se destacan los trabajos de (M. Solow, 1956), (Swan, 1956), (Cass, 1965) y (J. Koopmans, 1963).

El modelo de (M. Solow, 1956) - (Swan, 1956) pretende demostrar que es posible el crecimiento estable garantizando el pleno empleo. Solow consideraba que los resultados pesimistas de los modelos keynesianos se debían a la imposibilidad de sustitución entre factores. De este modo, se reemplaza la función de producción de coeficientes fijos por una función de producción neoclásica, la cual permitía la sustitución entre el capital y

el trabajo. Con esta modificación, Solow concluye que la tasa de crecimiento del stock de capital y del producto es igual a la tasa a la que crece la fuerza laboral y, por lo tanto, el pleno empleo estaba asegurado. Sin embargo, dado que el producto crecía a la misma tasa a la que crecía la fuerza laboral, el producto per cápita (equivalente al producto dividido entre la fuerza laboral) no estaba creciendo.

No obstante, en la realidad se observaban tasas de crecimiento del producto per cápita distintas a cero, contradiciendo los resultados del modelo de Solow-Swan. Para poder explicar el crecimiento del producto per cápita, era necesario introducir un factor adicional a la función de producción neoclásica: el cambio tecnológico. Asumiendo una tasa de cambio técnico exógena, el producto crecería a una tasa igual a la suma de la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y la tasa de cambio técnico, mientras que el producto per cápita lo haría a una tasa de crecimiento igual a la tasa de cambio técnico.

Ante los inconvenientes señalados por (Harrod, 1939) y (D. Domar, 1946) acerca de la incapacidad de la economía de lograr crecimiento y estabilidad con pleno uso de la fuerza laboral, el economista (M. Solow, 1956) presento su modelo de crecimiento neoclásico en “A contribution to the Theory of economic growth”. (Swan, 1956), en “Economic Growth and Capital Accumulation”, publicado el mismo año, presento un modelo similar, por eso el modelo neoclásico es conocido como el modelo de Solow-Swan. El propósito de este modelo era mostrar que la economía

capitalista puede crecer a la tasa de crecimiento de su fuerza laboral, y que este crecimiento es estable o converge a su equilibrio de largo plazo entre oferta y demanda agregadas.

Los dos problemas señalados por Harrod y Domar (inestabilidad e improbabilidad de crecimiento con pleno empleo) se deben a la ausencia de sustitución entre los factores trabajo y capital. Por lo tanto, la solución a los problemas señalados es permitir que los factores sean sustitutos, de este modo, se hace variable la relación capital–producto. Si es posible, sustituir trabajo por capital, y viceversa, entonces las variaciones de la relación capital–producto permitirán que la economía converja a su equilibrio de largo plazo o a su estado estacionario. Por lo tanto, no habrá razón para un crecimiento con desempleo involuntario. Tampoco habrá razón para la inestabilidad.

El principal resultado de este modelo es que, al aumentar el ahorro como proporción del producto, la acumulación del capital por trabajador, aumenta, generando mayores niveles de ingreso per cápita, además los agentes no eligen la secuencia del consumo y ahorro óptimamente, pues el consumo es una fracción constante del nivel de ingreso corriente.

Además del ahorro, existen otras dos fuentes del crecimiento económicos: Cambio tecnológico y Crecimiento poblacional. Por tanto, el crecimiento tiene tres fuentes a saber: Ahorro que determina la inversión y el Stock de Capital, Cambio tecnológico de manera exógena que

determina la productividad total de los factores y el crecimiento población que determina la Fuerza laboral y el empleo.

Para este caso, vamos a suponer una función de producción tipo Cobb-Douglas, con progreso tecnológico:

(1) $S = sY$ Función ahorro

(2) $I = dK + \delta K$ Inversión Bruta

(3) $I = S$ Condición de equilibrio

(4) $dL/L = n$ Tasa de crecimiento de la fuerza laboral

(5) $Y_t = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$

Llevando todo a términos per cápita, aplicando logaritmo natural, derivando y despejando, el sistema de ecuaciones se tiene:

$$\tilde{k} = s\tilde{y} - (\delta + \eta + \rho)\tilde{k}$$

Esta ecuación resultante demuestra que la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita depende positivamente de la propensión marginal a ahorrar (s) y negativamente de la tasa de depreciación, tasa de crecimiento poblacional y el progreso tecnológico.

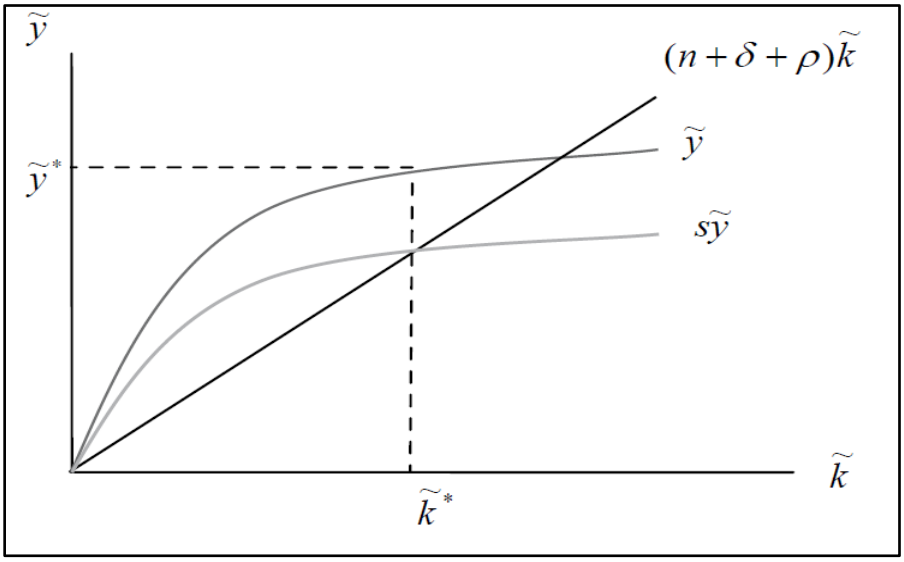

Figura 3

Modelo de Robert Solow con tasa de crecimiento exógeno de la Tecnología (Estado Estacionario)

Fuente: Jimenez, F. (2011). Crecimiento Económico: Enfoques y Modelos (Primera edición, noviembre de 2011 ed.). Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

y: Producción per cápita.

ρ: Tasa de crecimiento tecnológico

k*: Nivel de stock de capital en el estado estacionario.

η: Tasa de crecimiento población de la PEA

δ: Tasa de depreciación del *stock* de capital

s: Propensión marginal a ahorrar.

η: Tasa de crecimiento de la población o fuerza laboral.

ρ: Tasa de crecimiento de la tecnología exógena (Productividad total de factores)

Cuando k < k*, el stock de capital aumenta si el ahorro per cápita supera el break-even investment, pues el incremento en el stock de capital es más que suficiente para reponer el capital depreciado y dotar de capital a los nuevos miembros de la fuerza laboral. Esto implica que k está creciendo. Ocurre lo contrario si k > k*. El stock de capital disminuye, pues el ahorro per cápita es menor al break-even investment. Es decir, no es suficiente para reponer el desgaste del capital y a la vez dotar de capital a la creciente fuerza laboral. Por lo tanto, la relación capital por trabajador decrece.

El stock de capital y el producto crecen a una tasa igual a la suma de las tasas de crecimiento de la fuerza laboral y del progreso técnico. Las variables per cápita crecen a la tasa de crecimiento del progreso técnico exógeno. Como ya se había mencionado, el producto per cápita crecerá únicamente si hay progreso técnico.

Entonces el residuo de Solow representa a los otros factores que pueden incidir en el crecimiento, el progreso técnico o productividad total de los factores para explicar el porcentaje que no es explicado por factores productivos (capital y trabajo).

2.1.3. Teoría del crecimiento económico neoclásico con optimización del consumo

Una crítica adicional a los modelos de Harrod y Domar era la suposición de una tasa de ahorro exógena. Dentro de la literatura neoclásica sobre crecimiento económico, surgieron modelos que introducen el enfoque de la optimización Inter temporal para hallar una tasa de ahorro endógena. El trabajo de (P. Ramsey, 1928), "A Mathematical Theory of Saving", es el antecedente de este tipo de modelos, los modelos de Cass y Koopmans. A pesar de la introducción del enfoque Inter temporal, el modelo de Ramsey, Cass y Koopmans mantiene los resultados hallados por el modelo neoclásico de Solow-Swan. El supuesto neoclásico de rendimientos decrecientes de los factores tiene una consecuencia devastadora: no hay crecimiento económico sin progreso tecnológico exógeno. Sin embargo, a pesar de esta limitación, el modelo neoclásico y la función de producción neoclásica se situaron en el centro del análisis sobre el crecimiento económico.

Este modelo neoclásico se diferencia del modelo de (M. Solow, 1956) al obtener la trayectoria del consumo de la familia a partir de fundamentos microeconómicos, mediante la solución del problema de maximización Inter temporal. De este modo, la tasa de ahorro no es simplemente un porcentaje fijo de la producción, sino un resultado endógeno de las decisiones de los consumidores que el modelo toma en cuenta.

El objetivo es el de maximizar el bienestar Inter temporal de la sociedad, considerando las restricciones de la técnica, las dotaciones iniciales y la solución final en un horizonte infinito. El problema se puede expresar como sigue:

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\beta-\eta)t} U[c_t] L_t \, dt$$

$$\text{sujeto a:} \quad y_t = c_t + i_t$$

$$K_0 > 0, \quad L_0 > 0$$

Donde c es el consumo per cápita, i es la inversión bruta per cápita, y_t = f (k) es la producción per cápita. Asimismo, la fuerza laboral, que es igual a la población, crece a la tasa η. Por lo tanto, la dinámica demográfica se describe como:

Resolviéndola se tiene:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k) - (\beta + \delta)}{-c\dfrac{u''(c)}{u'(c)}}$$

$$\dot{k} = f(k) - c - k(\eta + \delta)$$

Esta es la llamada “ecuación de Euler”. Esta ecuación nos dice que para que el consumidor decida aceptar óptimamente una senda de consumo creciente, se le debe recompensar con un producto marginal superior.

Si la productividad marginal del capital, neta de depreciación, es superior a la tasa de descuento, resulta conveniente destinar buena parte del producto al ahorro (o inversión), con lo que el consumo será mayor en el futuro que en el presente. Por lo tanto, la trayectoria temporal del consumo será creciente.

Si la tasa de descuento es mayor que la productividad neta de depreciación, la estrategia optima será disminuir el ahorro (inversión) para incrementar el consumo presente con lo cual será menor el consumo futuro. Por lo tanto, la trayectoria temporal del consumo será decreciente.

2.1.4. Teorías del crecimiento con progreso tecnológico endógeno o nueva teoría del crecimiento endógeno

La crisis de los años 70s (estanflación) renueva la preocupación por el desempleo e incorpora otra: la preocupación por asegurar un crecimiento sostenido de la productividad para alcanzar niveles de bienestar más elevados. Los trabajos de (Romer, 1986) , (J. Barro, 1988 - 1990) y el de (Lucas, 1988) devolvieron el tema del crecimiento al campo de la investigación teórica. A diferencia de los neoclásicos, estos autores sostenían que, para que la tasa de crecimiento sea positiva, no se requiere del supuesto de una variable que crece en forma exógena.

Los avances teóricos más importantes de este periodo son:

- Se elimina los rendimientos marginales decrecientes y se introduce los retornos crecientes a escala ante la evidencia de la disminución de los

costos unitarios cuando aumenta la escala de producción. Aquí destacan los trabajos de (Kaldor, 1955-1956), (Romer, 1986), (Lucas, 1988), (Rebelo, 1991) y (J. Barro, 1988 - 1990).

- Se introduce la competencia imperfecta para construir modelos en los que la inversión en investigación y desarrollo (I&D) genera cambio tecnológico endógeno. Según estos modelos, la sociedad premia a las empresas investigadoras con el goce de un poder de monopolio si inventan un nuevo producto o si consiguen mejorar la calidad de productos existentes. Se requiere intervención del gobierno porque la tasa de crecimiento no es óptima (de Pareto), para garantizar derechos de propiedad física e intelectual, regular el sistema financiero, eliminar distorsiones, mantener un marco legal que garantice el orden, etcétera.

El modelo neoclásico visto anteriormente ha mostrado resultados similares entre sí: estacionalidad del producto per cápita en el largo plazo, la necesidad de tecnología exógena para lograr el crecimiento del producto per cápita y convergencia de los distintos países al margen de las condiciones iniciales. Según este modelo puede haber crecimiento a largo plazo solo si existen mejoras tecnológicas, pero no hay progreso tecnológico dentro del propio modelo, por esta razón el progreso tecnológico debe suponerse exógeno.

La nueva teoría de crecimiento está principalmente representada por el trabajo de (Romer, 1986) (Lucas, 1988), (J. Barro, 1988 - 1990) y (Rebelo, 1991).

El modelo simple de tecnología *AK*

Este modelo de crecimiento endógeno con tecnología AK, también conocido como modelo lineal de crecimiento endógeno. (Rebelo, 1991) presentó su trabajo "Long-Run Policy Analysis and Long- Run Growth", en el cual resalta que puede haber crecimiento a largo plazo si existen mejoras tecnológicas. Se abandona entonces la función de producción neoclásica y es reemplazada por una función lineal en el stock de capital. De este modo, Rebelo propone un modelo de crecimiento endógeno con retornos constantes a escala. En este modelo, existen dos tipos de factores de producción, los factores reproducibles, aquellos que pueden ser acumulados en el tiempo (por ejemplo, capital físico y capital humano), y los no reproducibles, aquellos que permanecen constantes en todos los períodos (por ejemplo, tierra).

El autor señala que "los retornos crecientes a escala y las externalidades no son necesarias para generar crecimiento endógeno. Mientras exista un Core de bienes de capital cuya producción no requiera de factores no reproducibles, el crecimiento endógeno es compatible con tecnologías de producción que exhiben retornos constantes a escala" (Rebelo, 1991).

Función de producción de tecnología AK

$$Y = F(K) = AK$$

Esta función es lineal en el stock de capital, donde el parámetro A es una constante. Es denominada función de producción de tecnología AK. En ella, K incorpora el capital físico y el capital humano. La función de producción ignora totalmente la existencia de trabajo y todos sabemos que se necesitan trabajadores para producir bienes y servicios. Sin embargo, si se incluye el concepto del capital humano esto no debe sorprender. Hay que gastar una serie de recursos (en forma de alimentación, medicamentos, educación, etcétera) para formar trabajadores. Por lo tanto, el factor trabajo necesita inversión. Nuestro supuesto de que el trabajo crece a una tasa n considera que ello ocurre de manera gratuita, sin gasto de recursos.

El factor trabajo, se dice, aumenta de manera parecida a cómo aumenta el capital: sacrificando consumo actual. Por lo tanto, el capital y el trabajo son en realidad dos tipos de capital diferentes, físico y humano, es decir, ambos son capital. En este tipo de modelos, no existen rendimientos marginales decrecientes con respecto al capital total K, porque este stock representa la sumatoria de distintos componentes de capital, de modo que mientras aumenta el factor capital, al no haber otro factor, no hay lugar para los rendimientos marginales decrecientes. Si todos los inputs de la función de producción son capital y existen rendimientos constantes a escala, la función de producción debe tener la forma AK.

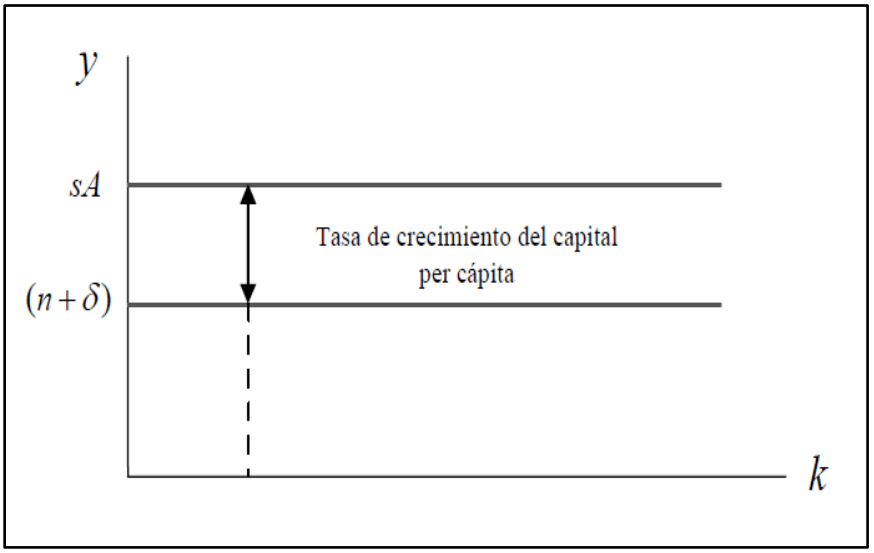

Figura 4

Tasa de crecimiento del capital per cápita en el modelo AK

Fuente: Jimenez, F. (2011). Crecimiento Económico: Enfoques y Modelos (Primera edición, noviembre de 2011 ed.). Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Modelo de crecimiento con gobierno – Enfoque Robert Barro

El presente trabajo de investigación se sustenta en el modelo de crecimiento endógeno de (J. Barro, 1988 - 1990) y el cual es una extensión del modelo de Solow con empleo y residuo tecnológico.

Este es un modelo que permite analizar el tamaño óptimo del gobierno y la relación entre el crecimiento y la tasa de ahorro. El gobierno dedica sus acciones, (carreteras, empresas, tecnología, parques públicos, hospitales, subsidios, etc.), para el beneficio de la sociedad. Para financiar estas acciones el gobierno cobra impuestos (a la renta, la rentabilidad de las inversiones privadas, IGV, etc.) y veremos cómo estos impuestos están

relacionados con la tasa de crecimiento de la economía, En consecuencia, Robert Barro nos dice que el gasto público es productivo y para esto nos propone una función de producción con dos factores: Capital privado K y el gasto del sector público G.

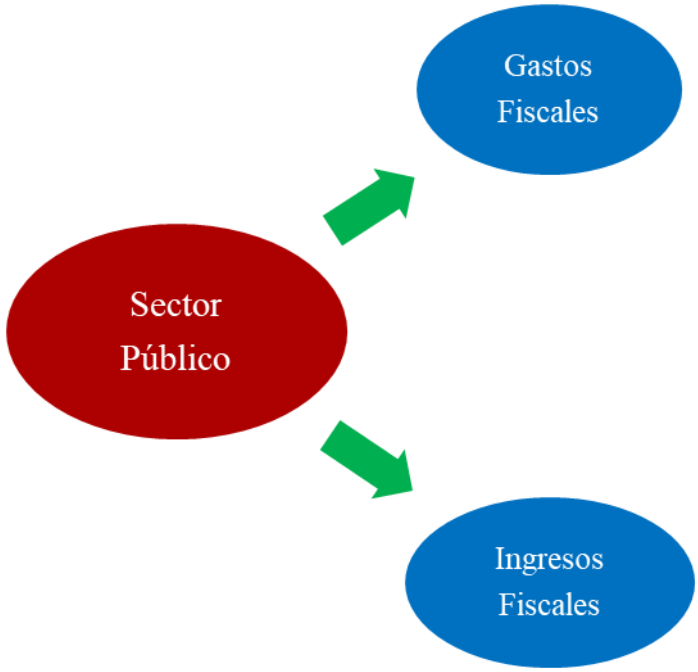

Figura 5

Sector público y sus componentes

Fuente: Elaborado con información extraída del Ministerio de Economía y Finanzas (MEF)

Función de producción per cápita

$$y = Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}$$

El gobierno financia su gasto cobrando un impuesto a la renta. Por lo tanto, el ingreso neto de impuestos de los agentes de la economía, también llamado ingreso disponible (*yd*), es igual a:

Suponiendo que el gobierno mantiene su presupuesto equilibrado, la restricción presupuestaria del gobierno está dada por:

$$g = t_y y \;\rightarrow\; g = t_y Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}$$

Despejamos el gasto per cápita:

$$g = \left(At_y\right)^{\frac{1}{\alpha}}k$$

Dado que, el parámetro *A* y la tasa impositiva (*ty*) están constantes, es decir, *dA*/ *A* = 0 y d*ty* / *ty* = 0, entonces, la tasa de crecimiento del producto per cápita es igual a la tasa de crecimiento del capital per cápita.

$$\frac{dy}{y} = \frac{dk}{k} = s\left(1 - t_y\right)A^{\alpha}t_y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta)$$

Por lo tanto, hay una relación no lineal entre la tasa de crecimiento de *k* y el gasto público como proporción del producto. En consecuencia, hay un valor de la tasa de tributación que maximiza la tasa de crecimiento económico. Es decir, podemos analizar la relación entre el tamaño del

gobierno óptima para favorecer el crecimiento de la economía y las principales variables del sistema.

El tamaño del gobierno óptimo para el crecimiento

En la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita, podemos analizar qué ocurre con la tasa de crecimiento, si la tasa de impuestos toma valores extremos, por ejemplo, en una economía sin gobierno (donde *ty* es igual a cero) o en una economía donde el gobierno recauda en impuestos el total del producto (*ty* igual a uno). Reemplazando estos valores en la ecuación de la tasa de crecimiento per cápita, se aprecia que, si la tasa de impuestos es cero o uno, la tasa de crecimiento es la tasa de crecimiento es negativa

Por lo tanto, para asegurar que la economía está creciendo, la tasa impositiva tiene que estar entre cero y uno. El modelo de Barro (1990) predice que existe un efecto negativo sobre la tasa de crecimiento del capital en países donde el tamaño del gobierno excede ciertos límites óptimos y ocurriría de igual forma en el caso de una ausencia total de gobierno.

Por un lado, una tasa impositiva muy elevada implica una menor cantidad de ingreso disponible destinado al ahorro, por lo que se reduce la tasa de crecimiento. Por otro lado, elevadas tasas impositivas aumentan la producción al hacer mayor la productividad marginal del capital y de este modo se incrementa la tasa de crecimiento de la economía (Barro 1990).

En consecuencia, hay un valor de la tasa de tributación que maximiza la tasa de crecimiento económico. Para hallar la tasa tributaria que maximiza la tasa de crecimiento económico, maximizamos la ecuación de la tasa de crecimiento per cápita con respecto a *ty*. Derivamos con respecto a t_y e se iguala con respecto a cero y se obtiene:

$$t_y = 1 - \alpha$$

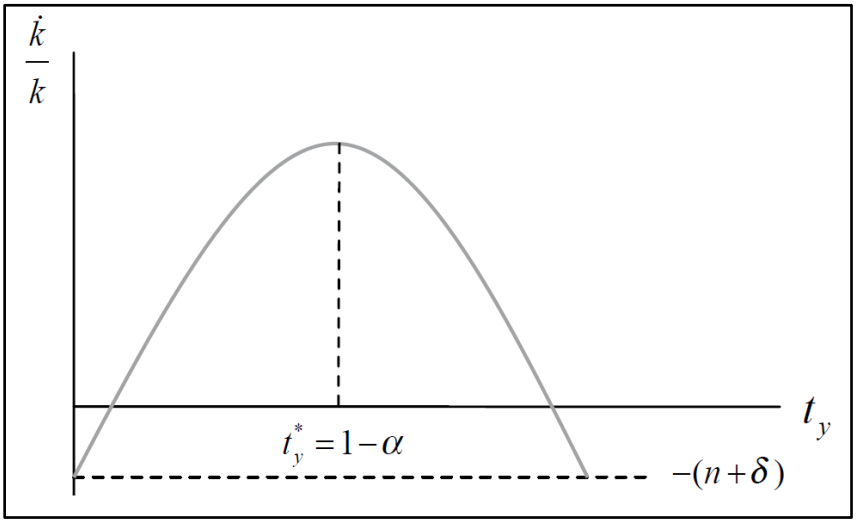

Figura 6

Tamaño Óptimo del Gobierno

Fuente: Jimenez, F. (2011). Crecimiento Económico: Enfoques y Modelos (Primera edición, noviembre de 2011 ed.). Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Por lo tanto, la tasa impositiva que maximiza la tasa de crecimiento es igual a 1 - α, presentada en la figura 6. Esta tasa depende únicamente del parámetro α, que representa la participación de los ingresos del capital en el ingreso total.

El modelo de Paul Romer

En su trabajo “Increasing Returns and Long-Run Growth”, (Romer, 1986) plantea una visión alternativa a los modelos de crecimiento neoclásicos: en un equilibrio competitivo completamente especificado, el producto per cápita puede crecer ilimitadamente, posiblemente a una tasa que es monotónicamente creciente en el tiempo. La tasa de inversión y la tasa de ganancia del capital pueden crecer, en lugar de decrecer, con los incrementos en el stock de capital.

El nivel del producto per cápita en diferentes países no tiene por qué converger; el crecimiento puede ser persistentemente más lento en países menos desarrollados e incluso puede no ocurrir. Estos resultados no dependen de ningún cambio tecnológico exógenamente especificado o diferencias entre países. Las preferencias y la tecnología son constantes e idénticas. Incluso el tamaño de la población puede mantenerse constante. Lo que es crucial para estos resultados es el abandono del supuesto de rendimientos decrecientes.

Romer propone un modelo de crecimiento endógeno en el cual el crecimiento de largo plazo está dirigido principalmente por la acumulación de conocimiento, considerado como un bien de capital intangible, por parte de agentes maximizadores de beneficios y previsores perfectos. A diferencia del capital físico, el nuevo conocimiento es producto de una investigación tecnológica que exhibe retornos decrecientes a escala. “Dado

el *stock* de conocimiento en un momento en el tiempo, duplicar los insumos necesarios para la investigación no duplicará la cantidad de nuevo conocimiento producido".

Por otro lado, la productividad marginal del conocimiento es creciente aún si todos los demás factores de producción permanecen constantes. Por lo tanto, el conocimiento aumentará ilimitadamente, pues la producción siempre aumenta cuando se incrementa el conocimiento. Además, la inversión en conocimiento implica una externalidad natural. "Se asume que la creación de nuevo conocimiento por parte de una firma tiene un efecto externo positivo en las posibilidades de producción de otras firmas porque el conocimiento no puede ser perfectamente patentado o mantenido en secreto".

Se construye así un modelo de crecimiento endógeno con retornos crecientes a escala en la producción del bien de consumo final o producto (*Y*). A pesar de la existencia de retornos crecientes a escala, existe un equilibrio competitivo con externalidades, aunque este equilibrio no es un óptimo de Pareto. La existencia de externalidades es esencial para la existencia del equilibrio. Sin embargo, la característica fundamental de este modelo es el supuesto de rendimientos marginales crecientes del bien de capital intangible, el conocimiento.

$$\dot{\mathrm{K}} = s\mathrm{A}\mathrm{K}^{\alpha}(\mathrm{HL})^{1-\alpha}$$

La tasa de crecimiento del producto será, por lo tanto, igual a la tasa de crecimiento del stock de capital:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{\mathrm{K}}}{\mathrm{K}} = \mathrm{sA}$$

En este sentido, Romer (1986) parece retomar la idea de los retornos crecientes a escala a causa del incremento en la oferta de un único factor (capital). De esta manera, el modelo de Romer encuentra una tasa de crecimiento del producto constante en el tiempo. Puesto que se asume que no hay crecimiento de la fuerza laboral, tanto el stock de capital per cápita como el producto per cápita crecerán a la tasa de crecimiento del stock de capital y del producto. Por lo tanto, el producto per cápita puede crecer ilimitadamente.

El modelo de capital humano de Lucas

En su trabajo “On the Mechanics of Economic Development”, (Lucas, 1988) plantea la construcción de una teoría neoclásica del crecimiento que sea compatible con los principales hechos empíricos del desarrollo económico. De este modo, si bien Lucas reconoce la importancia del modelo neoclásico de Solow en el estudio sobre teoría del crecimiento, considera que no puede ser tratado como una teoría del desarrollo, pues no explica las diferencias significativas en los niveles de crecimiento de los distintos países registradas empíricamente.

Por lo tanto, Lucas realiza modificaciones al modelo neoclásico original para obtener un sistema que refleje mejor las diferencias en los niveles de desarrollo de las economías del mundo. Para ello, incluye en el modelo tradicional los efectos del capital humano.

Existen dos tipos de capital: el capital físico, el cual es acumulado y utilizado en la producción y el capital humano, el cual mejora la productividad del trabajo y del capital físico y que es acumulado de acuerdo a una "ley", con la propiedad crucial de que un nivel constante de esfuerzo produce una tasa de crecimiento constante del stock, independientemente del nivel alcanzado.

Asimismo, Lucas (1988) diferencia los términos "tecnología", que equivale al conocimiento humano en general y que es igual para todos los países, del término "capital humano", el cual hace alusión al conocimiento adquirido por grupos de personas específicos.

El capital humano de un individuo es su nivel general de habilidad: si un trabajador posee un nivel de capital humano igual a h, entonces este individuo produce el doble de lo que produce un trabajador con un nivel de capital humano de $h / 2$, o la mitad de lo que produce un trabajador con un nivel de capital humano de $2h$. La teoría del capital humano, según Lucas, se centra en el hecho de que la asignación del tiempo de un individuo entre varias actividades en el período actual, afecta su productividad, o su nivel de capital humano, en períodos futuros.

De este modo, el modelo asume que hay L trabajadores en la economía con niveles de habilidad que van desde cero hasta infinito ($h \epsilon [0, \infty]$). El número de trabajadores con un nivel de habilidad h es L_h. Cada trabajador con nivel de habilidad h, dedica una fracción μ_h de su tiempo a la producción actual y la fracción restante, $1 - \mu_h$, de tiempo es dedicada a la acumulación de capital humano.

Por lo tanto, la introducción del capital humano en el modelo implica descifrar cómo los niveles de capital humano (*h*) afectan la producción actual y cómo la asignación de tiempo de los individuos (entre μ_h y $1 - \mu_h$) afecta la acumulación de capital humano (*h*).

2.3. Marco Conceptual:

Crecimiento económico

El crecimiento alude simplemente al aumento en ciertas magnitudes a través de las cuales se mide el comportamiento global de la economía: ingreso nacional, producto nacional bruto, etc. También son indicadores de crecimiento económico otras variables más específicas que sirven para mostrar la presencia de un proceso de crecimiento (empleo, inversión, producción de determinados rubros, etc.).

El crecimiento es, por lo tanto, un componente esencial del desarrollo económico, pero no cubre totalmente el significado de este último concepto pues desarrollo implica también un crecimiento más o menos armónico de los diversos sectores productivos, la creación de una infraestructura física y

jurídica, la existencia de una mano de obra adecuadamente capacitada y otros factores diversos, muchos de los cuales no se pueden medir con una mínima exactitud. Por ello el crecimiento resulta un concepto mucho más operativo que el de desarrollo, está menos sujeto a apreciaciones ideológicas y es, en última instancia, su más confiable indicador (DELOITTE, 2007)

Producto Bruto Interno (PBI)

Es el total de los bienes y servicios finales producidos por una economía en un período de tiempo (usualmente un año); es la más importante de las macro magnitudes de la economía. Su medición es normalmente una tarea compleja, dada la heterogeneidad de los conceptos involucrados, y puede realizarse a precios de mercado y a costos de factores. En períodos inflacionarios y a los efectos de evitar las distorsiones provocadas por este fenómeno, deben utilizarse deflactores a los efectos de que transformar los valores nominales en reales. El PBI es un concepto geográfico, y nos permite comparar el tamaño relativo de una economía con el resto de las economías del mundo. Conceptos relacionados: PBN, PNN, Renta Personal Disponible, PBI per cápita, Variación Anual del PBI (DELOITTE, 2007)

PBI per cápita

Es el total de los bienes y servicios finales producidos por una economía en un período de tiempo (usualmente un año), dividido por el total de habitantes de dicha economía. Es un indicador mucho más fiable que el PBI, por reflejar el nivel medio de vida de la población, (Jiménez, 2010)

Crecimiento del PBI

Es el crecimiento, o variación porcentual respecto al año base del total de bienes y servicios (Jiménez, 2010)

Crecimiento del PBI per cápita (PBI/L=Y/L)

Es el crecimiento, o variación porcentual respecto al año base del nivel medio de vida de la población (Jimenez, 2011).

Stock de Capital (K)

Es un factor de producción que, junto con la tierra y el trabajo, resulta indispensable para el desarrollo de las actividades productivas. Es decir, es el conjunto de recursos producidos por la mano del hombre que se emplean para la fabricación de nuevos bienes y/o servicios. Esto claramente incluye las herramientas y maquinarias utilizadas en el proceso productivo. Debe notarse, por tanto, que al usar el vocablo capital nos referiremos al capital físico más no, al capital financiero (Barro, Grilli, & Febrero, 1997)

Capital per cápita (K/L)

Es la cantidad de capital por trabajador o la cantidad de capital por habitante de una economía (Barro, Grilli, & Febrero, 1997)

Inversión Pública

Gastos hechos por el gobierno y sus agencias, como distinto del gasto que realizan los particulares y las empresas**.** Son gastos de inversión, que se refieren

a la compra de bienes de capital y a otras inversiones que realiza el Estado. (Jiménez, 2010)

Inversión Publica per cápita

Es la inversión pública por habitante o por el número de trabajadores (Jimenez, 2011)

Trabajo (L)

Uno de los factores productivos básicos, junto con la tierra y el capital, que se combina con ellos para la producción de bienes y servicios. El trabajo, por las particularidades que presenta, se negocia en un mercado con características propias, el mercado de trabajo**.** En términos prácticos es la cantidad de mano de obra usada en la producción y que por tanto forma parte de la fuerza laboral (DELOITTE, 2007).

Productividad total de Factores (Residuo de Solow – Nivel tecnológico)

Es el aporte al crecimiento económico que directamente no se puede observar o medir, es decir, es el aporte del progreso técnico y tecnológico al proceso productivo y por tanto al crecimiento de la producción de una economía. Se obtiene después de estimar la función de producción tanto en términos per cápita como en términos agregados y descontar los factores productivos; de ahí el nombre de residuo de Solow (Jimenez, 2011).

III. METODOLOGÍA

El presente trabajo de investigación se fundamentó en: (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014), (Bernal Torres, 2006), (Del Cid Pérez & Méndez, 2007) y (Mendoza Bellido, 2014)

3.1. Metodología de la investigación

El método general de investigación en ciencias económicas, como parte de las ciencias sociales es el método Hipotético – Deductivo de Karl R. Popper; que consiste como mecanismo para mejorar el conocimiento científico que promueve la escuela del Círculo de Viena.

Como criterio general, el método hipotético-deductivo se propone ampliar la calidad del conocimiento que se formula a partir de la inducción (del terreno específico al genérico) a través de la deducción (del terreno genérico a lo específico). Con este planteamiento, a la problemática inicial se incorpora la teoría o ley universal que la explica como objeto de estudio, con el fin de contrastar su lógica poniéndola a prueba.

De forma sucinta, el diseño técnico de la investigación que propone este método consiste en la siguiente estructura:

1. Detección de un problema.

2. Formulación de una hipótesis de partida o fundamental que incorpora una ley o teoría de alcance general, que explica el problema.

3. Deducción de una o más consecuencias observables de la hipótesis de partida, que se conciben como hipótesis derivadas.

4. Contraste de las hipótesis y, en conjunto, de la hipótesis de partida.

Así pues, el método hipotético-deductivo de Popper permite contrastar, con el uso de la lógica y el racionalismo crítico, las teorías o leyes generales generadas desde ciencia empírica, sin considerarlas verdaderas en su totalidad. En consecuencia, las teorías científicas nunca pueden considerarse verdaderas, sino a lo sumo no refutadas.

3.2. Diseño de la investigación

El diseño de investigación, es no experimental, porque no se manipularon variables, solo se limitó a observarlas y recopilarlas y a su vez fue de diseño longitudinal, porque se recopilaron datos de series de tiempo tal como se indica líneas antes en el acápite de limitación temporal. Fue retrospectivo, en cuanto se observaron datos de periodos ya ocurridos en la economía peruana.

El tipo de investigación fue cuantitativa, de naturaleza explicativo y correlacional - causal, porque explica las causas (Stock de capital, gasto público y nivel tecnológico) y ver su efecto en el crecimiento económico de largo plazo.

3.3. Población y muestra.

La población estuvo conformada por datos sobre indicadores de la economía peruana en la época republicana, es decir, las variables macroeconómicas como

el PBI, Inversión Pública, Stock de capital, empleo, inflación, tipo de cambio, etc. que abarcan de 1821 – 2018 y que reflejan la economía global del Perú.

La muestra fue censal, es decir los mismos datos sobre las variables PBI, stock de capital, inversión pública, empleo y nivel tecnológico, en el periodo de 1950 – 2017. Porque los grandes cambios de la economía se visualizan a partir de la segunda parte del siglo XX lo cual está emparentado con el surgimiento de diversas teorías económicas, caracterizado con un avance tecnológico, el cual repercute probablemente en el caso peruano.

Unidad de estudio está enmarcado en el comportamiento de los grandes agregados económicos como son: el PBI real, Inversión privada, inversión pública, empleo, niveles tecnológicos durante el periodo referido.

3.4. Variables de estudio

Variable dependiente

- Crecimiento económico

Variables independientes

- Inversión pública
- Stock de capital
- El empleo
- Nivel tecnológico

3.5. Formulación de la hipótesis y modelo econométrico

a) Formulación de la hipótesis

Hipótesis General

La inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico influyen directamente en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 – 2017.

Hipótesis específicas

- La inversión pública influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.
- El stock de capital influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.
- El empleo influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.
- El nivel tecnológico influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.

b) Modelo econométrico

Tanto el modelo matemático como el modelo econométrico van de acuerdo a la teoría de crecimiento endógeno de gasto público de Robert Barro. Ver (J. Barro, 1988 - 1990)

- **Modelo matemático:**

Global o agregada

$$\mathrm{LnY} = (+)\mathrm{LnA} + (+)\alpha\mathrm{LnK} + (+)\beta\mathrm{LnG} + (+)\theta\mathrm{LnL}$$

Per cápita

$$\mathrm{Lny} = \mathrm{LnA} + \alpha\mathrm{Lnk} + \beta\mathrm{Lng}$$

- **Modelo Econométrico**

Para la estimación y contrastación de las hipótesis se utilizó tanto el modelo econométrico global o agregado, así como el modelo econométrico per cápita, para hacer ver cuál de ellos se ajusta mejor al caso peruano.

Global o agregada

$$\mathrm{Ln(PBI)} = \widehat{\alpha_0} + \widehat{\beta_1}\mathrm{Ln(FBK)} + \widehat{\beta_2}\mathrm{Ln(IP)} + \widehat{\beta_3}\mathrm{Ln(PEA)} + \hat{\mu}$$

Donde:

PBI: es indicador de "Y"

$\widehat{\alpha_0}$: es el intercepto.

A: el nivel tecnológico agregado se descontó de la contabilidad del crecimiento una vez estimado la función de producción (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003).

$\widehat{\beta_1}, \widehat{\beta_2}, \widehat{\beta_3}$: son los parámetros estimados y representan a los parámetros reales: α, β y θ.

FBK: es el indicador del stock de capital (K)

IP: es el indicador de "Inversión pública"

PEA: es el indicador de "L"

$\hat{u}$: Es termino error, o error estocástico. Son las variables que no se consideran explícitamente y están fuera del modelo.

Per cápita

$$\text{Ln}\left(\frac{\text{PBI}}{\text{PEA}}\right) = \hat{\rho}_0 + \widehat{\pi_1}\text{Ln}\left(\frac{\text{FBK}}{\text{PEA}}\right) + \widehat{\pi_2}\text{Ln}\left(\frac{\text{IP}}{\text{PEA}}\right) + \hat{e}$$

Donde:

PBI/PEA: es indicador de "y" ingreso per cápita

$\widehat{\rho_0}$: es el intercepto

A: el nivel tecnológico agregado se descontó de la contabilidad del crecimiento una vez estimado la función de producción (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003).

$\widehat{\pi_1}, \widehat{\pi_2}$: son los parámetros estimados y representan a los parámetros reales: α, β.

FBK/PEA: es el indicador del stock de capital (K) per cápita

IP/PEA: es el indicador de "IP" per cápita

$\hat{e}$: Es termino error, o error estocástico. Son las variables que no se consideran explícitamente y están fuera del modelo.

3.6. Fuentes, instrumentos y técnicas de recopilación de datos

a) Fuentes de datos:

Al ser nuestros datos de tipo longitudinal, es decir, de series de tiempo, fue la información de tipo secundario, con lo cual, se prescindió de las técnicas y/o instrumentos de recolección. Ver Anexo 1.

Los datos provinieron de los registros estadísticos de instituciones públicas como el INEI, BCRP, y otras investigaciones, etc. nos proporcionaron datos, para el presente estudio.

3.7. Procedimiento de tratamiento de datos

Los datos que se muestran, están en términos constantes, y al ser ordenados en Excel nos ayudó a impórtalo a EViews y trabajar con todo los modelos y las pruebas posibles.

3.8. Procesamiento de datos

El procesamiento de datos y el análisis de los mismos, se desarrollaron en los siguientes softwares: EViews 10, Excel 2016, Word 2016, SPPS 23.

Las técnicas de datos fueron técnicas econométricas a utilizar y estas, son: Econometría de series de tiempo (pruebas de raíz unitaria y método de cointegración de Engle y Granger con modelo de corrección de errores (MCE)), y test de Chow para quiebre estructural.

IV. ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

4.1. Presentación de datos generales

Tabla 2

Producto Bruto Interno, inversión bruta privada e inversión pública 1950 – 2017 (millones de soles de 2007)

AÑO	PBI	FBK	INVERSIÓN PÚBLICA	AÑO	PBI	FBK	INVERSIÓN PÚBLICA
1950	40,920	4,492	620	1985	167,219	12,079	8,937
1951	44,711	6,165	656	1986	182,981	16,802	8,523
1952	47,347	6,519	1,468	1987	200,778	21,260	8,112
1953	50,085	7,400	1,226	1988	181,822	19,321	5,518
1954	52,762	6,285	960	1989	159,436	15,242	6,376
1955	55,858	6,475	2,102	1990	151,492	17,159	4,664
1956	58,484	8,812	1,663	1991	154,854	17,154	5,073
1957	62,371	10,022	1,384	1992	154,017	16,450	6,096
1958	61,706	8,769	1,422	1993	162,093	18,028	7,113
1959	63,653	7,067	940	1994	182,044	25,088	9,264
1960	69,946	7,740	857	1995	195,536	31,946	8,857
1961	75,085	8,835	2,158	1996	201,009	31,247	8,872
1962	82,620	10,573	1,903	1997	214,028	36,241	10,148
1963	86,196	9,898	1,971	1998	213,190	35,373	10,861
1964	91,840	9,112	2,677	1999	216,377	29,981	12,006
1965	97,003	10,647	3,464	2000	222,207	29,461	10,202
1966	104,995	11,845	4,001	2001	223,580	28,089	7,794
1967	109,040	11,099	3,457	2002	235,773	28,145	7,313
1968	109,206	9,328	3,060	2003	245,593	29,915	7,479
1969	113,044	9,241	3,641	2004	257,770	32,335	7,467
1970	116,849	10,089	4,373	2005	273,971	36,217	8,224
1971	122,213	11,284	5,051	2006	294,598	43,482	9,665
1972	126,463	11,492	5,490	2007	319,693	53,626	11,322
1973	134,401	16,620	6,478	2008	348,923	66,453	14,356
1974	147,017	19,321	10,171	2009	352,584	60,439	19,093
1975	153,340	19,277	11,381	2010	382,380	75,841	21,965
1976	155,559	15,768	10,732	2011	407,052	84,028	19,509
1977	156,102	16,200	7,867	2012	431,273	97,011	23,307
1978	151,977	15,333	6,514	2013	456,449	103,749	25,887
1979	158,194	16,589	7,432	2014	467,433	101,370	25,600
1980	167,596	21,770	9,678	2015	482,890	97,024	23,175
1981	176,901	25,700	12,045	2016	502,341	91,338	23,326
1982	176,507	23,835	12,475	2017	514,927	91,400	23,303
1983	158,136	14,651	10,983				
1984	163,842	13,639	11,065				

Fuente: INEI y BCRP.

Tabla 3

PEA, PEAo, del Perú en millones (1950-2017)

AÑO	PEA	PEAo	AÑO	PEA	PEAo	AÑO	PEA	PEAo
1950	3.43	3.83	1973	6.73	6.51	1996	11.88	11.2
1951	3.57	3.9	1974	6.98	6.76	1997	12.51	11.69
1952	3.7	3.98	1975	7.17	6.9	1998	12.86	12.07
1953	3.85	4.05	1976	7.36	7.06	1999	13.21	12.46
1954	3.97	4.13	1977	7.55	7.21	2000	12.99	12.29
1955	4.15	4.21	1978	7.74	7.35	2001	12.91	12.26
1956	4.31	4.29	1979	8.02	7.57	2002	13.02	12.28
1957	4.48	4.37	1980	8.25	7.79	2003	13.05	12.37
1958	4.59	4.45	1981	8.61	8.15	2004	13.32	12.61
1959	4.71	4.54	1982	9.08	8.65	2005	13.87	13.12
1960	5.04	4.62	1983	9.6	8.98	2006	14.36	13.68
1961	5.27	4.71	1984	9.85	9.22	2007	14.9	14.2
1962	5.51	4.8	1985	9.88	9.16	2008	15.16	14.46
1963	5.6	4.93	1986	10.31	9.92	2009	15.45	14.76
1964	5.76	5.07	1987	11.05	10.67	2010	15.74	15.09
1965	5.89	5.21	1988	11.91	11.31	2011	15.95	15.31
1966	6.04	5.36	1989	12.52	11.81	2012	16.14	15.54
1967	6.13	5.51	1990	12.62	11.86	2013	16.33	15.68
1968	6.1	5.66	1991	13.1	12.54	2014	16.33	15.68
1969	6.11	5.82	1992	13.12	12.23	2015	16.4	15.8
1970	6.31	5.99	1993	12.54	11.65	2016	16.5	15.92
1971	6.37	6.04	1994	11.76	11.01	2017	16.9	16.2
1972	6.59	6.22	1995	11.66	10.97			

Fuente: datos de Bruno Seminario, "Precios, población, demanda y producción desde 1700" – Universidad del Pacifico, 2016; César Catillo, "Distribución Factorial del Ingreso en el Perú 1940 – 2013" – Universidad del Pacifico, 2015 y el INEI PEA, PEAo 2008 – 2017

4.2. Análisis estadístico y econométrico

a. Pruebas de quiebre estructural (gráfica y test de Chow)

Cuando se utiliza un modelo de regresión que implica series de tiempo, tal vez se dé un cambio estructural en la relación entre la regresada y las regresoras. Por cambio estructural nos referimos a que los valores de los parámetros del modelo no permanecen constantes a lo largo de todo el periodo.

A veces el cambio estructural se debe a fuerzas externas (por ejemplo, el embargo petrolero impuesto por la OPEP en 1973 y 1979, o la Guerra del Golfo de 1990-1991), o a cambios en las políticas (como el golpe militar de Juan Velasco Alvarado en 1968 con el plan inca y la nacionalización de la economía o al cambio de modelo de crecimiento de Alberto Fujimori de 1993 con el autogolpe) u otras causas diversas.

En base a esto es que realmente se da comienzo con las pruebas de quiebre estructural gráfica y los tests de Chow que detectan si hubo cambio en los parámetros.

Pruebas graficas

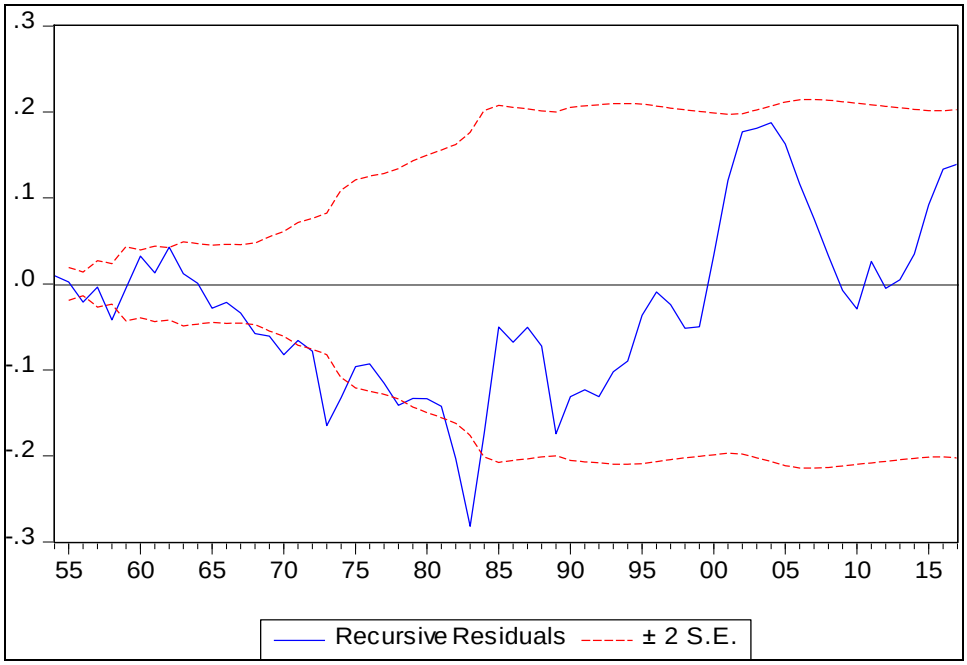

Figura 7

Recursive residual

Fuente: Salida del estadístico

De la figura 7 se observa que existe punto de quiebre entre los años 1971-1974 con lo cual hay cambio de parámetros. Esto puede ser por los efectos que se dio con el golpe de Estado de las fuerzas militares en el año 1968.

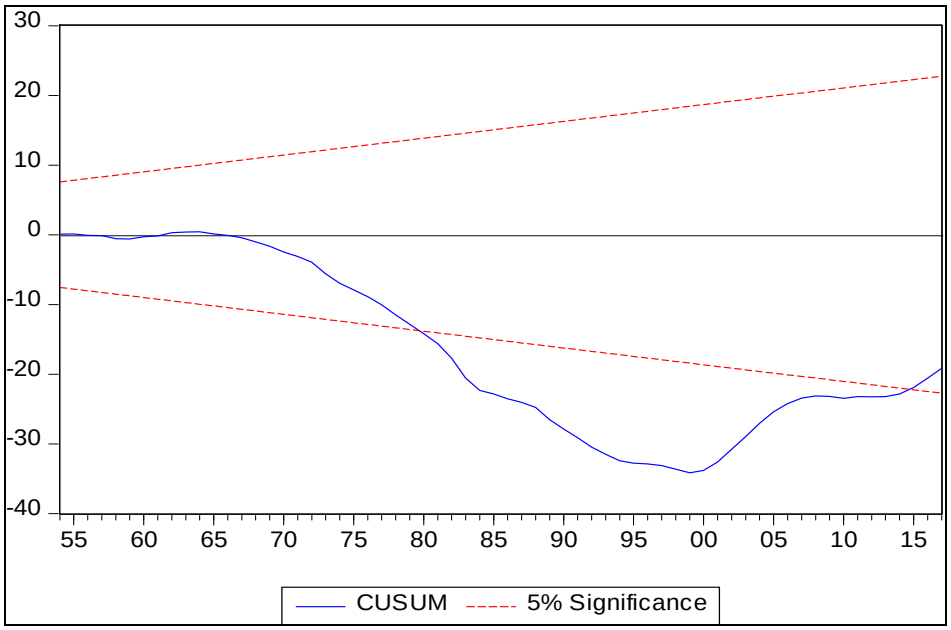

Figura 8

Cusum

Fuente: Salida del estadístico

La figura 9 que es la prueba Cusum, nos muestra otro quiebre estructural que se dio entre los años 1990-1995

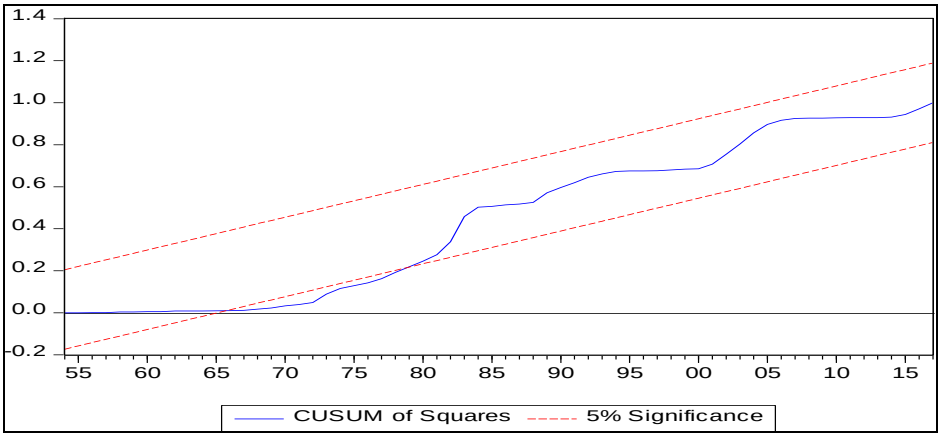

Figura 9

Cusum al cuadrado

Fuente: Salida del estadístico

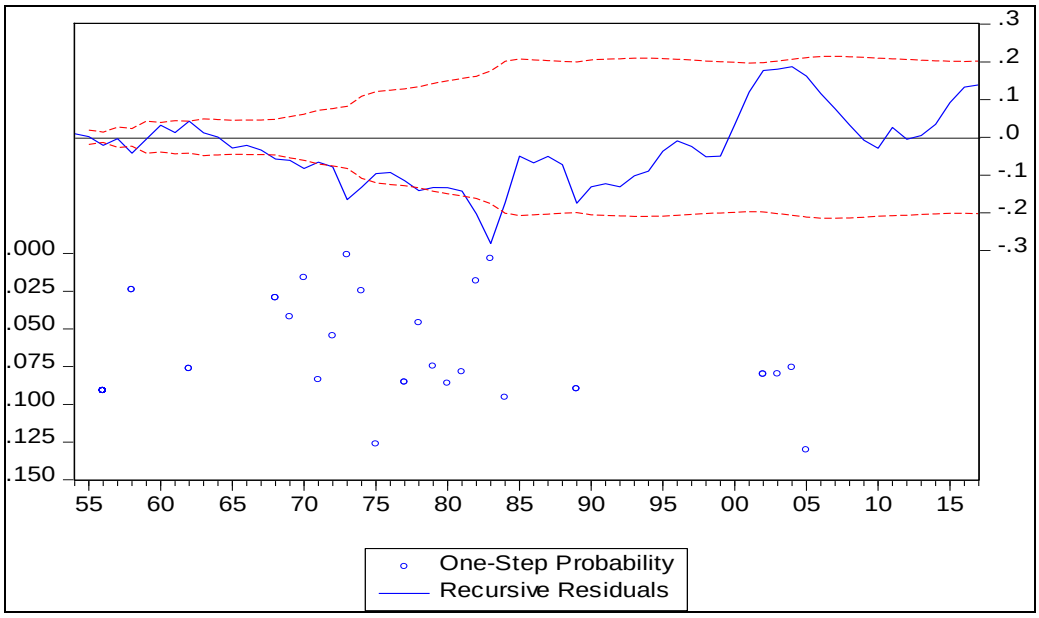

Figura 10.

One – Sstep

Fuente: Salida del estadístico

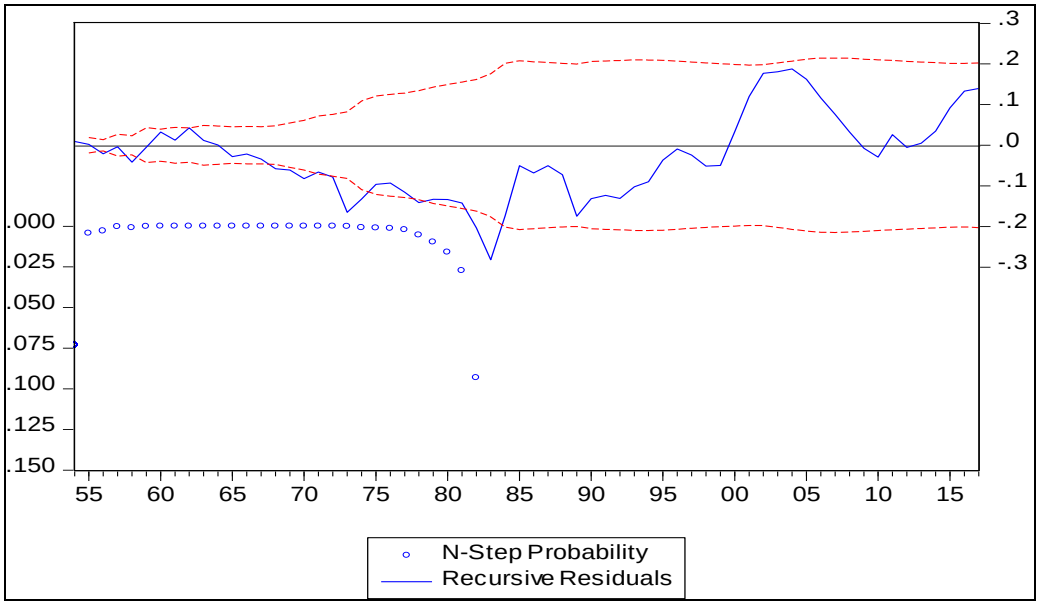

Figura 11.

N – Step

Fuente: Salida del estadístico

Las figuras 9, 10 y 11 nos vuelven a mostrar que el quiebre estructural se da entre los años 1971-1974 con los años de 1980-1985. Con lo cual efectivamente existe cambio estructural durante el periodo investigado.

Sin embargo, para una prueba más formal se utiliza el test de Chow que se muestra a continuación.

Test de Chow

De acuerdo a las gráficas anteriores, existe dos puntos de quiebre en la serie, veamos.

Tabla 4

Test de Chow periodo 1972-1974

Chow Breakpoint Test: 1972			
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints			
Varying regressors: All equation variables			
Equation Sample: 1950 2017			
F-statistic	14.07591	Prob. F(4,60)	0.0000
Log likelihood ratio	45.00647	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
Wald Statistic	56.30365	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
Chow Breakpoint Test: 1973			
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints			
Varying regressors: All equation variables			
Equation Sample: 1950 2017			
F-statistic	14.57677	Prob. F(4,60)	0.0000
Log likelihood ratio	46.16786	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
Wald Statistic	58.30709	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
Chow Breakpoint Test: 1974			
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints			
Varying regressors: All equation variables			
Equation Sample: 1950 2017			
F-statistic	12.37507	Prob. F(4,60)	0.0000
Log likelihood ratio	40.90762	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
Wald Statistic	49.50030	Prob. Chi-Square(4)	0.0000

Fuente: Salida del estadístico

Tabla 5

Test de Chow periodo 1992-1994

Chow Breakpoint Test: 1992
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 1950 2017

F-statistic	5.557997	Prob. F(4,60)	0.0007
Log likelihood ratio	21.43359	Prob. Chi-Square(4)	0.0003
Wald Statistic	22.23199	Prob. Chi-Square(4)	0.0002

Chow Breakpoint Test: 1993
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 1950 2017

F-statistic	5.666409	Prob. F(4,60)	0.0006
Log likelihood ratio	21.79124	Prob. Chi-Square(4)	0.0002
Wald Statistic	22.66563	Prob. Chi-Square(4)	0.0001

Chow Breakpoint Test: 1994
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 1950 2017

F-statistic	5.529810	Prob. F(4,60)	0.0007
Log likelihood ratio	21.34029	Prob. Chi-Square(4)	0.0003
Wald Statistic	22.11924	Prob. Chi-Square(4)	0.0002

Fuente: Salida del estadístico

Como la probabilidad de F es 0, se rechaza la hipótesis nula, con lo cual si existe quiebre estructural entre el periodo 1972-1974. Además de estos tres años, en 1973 el valor de F es mayor a las demás ya que en 1972 y 1974 son menores, con lo cual ese es el año de punto de inflexión o quiebre, con lo cual se da cambio de parámetros. En consecuencia, el año 1973 representa el punto de quiebre. Lo mismo sucede para 1992-1994.

Con lo cual nuestro periodo de investigación se divide en 3 subperiodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017.

Ahora analizamos la estacionariedad de las mismas; además al trabajar con variables logarítmicas en la especificación del modelo, utilizaremos los mismos. Siguiendo la metodología de los siguientes textos: (Gujarati, 2010), (Wooldridge, 2010), (Mauricio, 2007), (Pindyck & Rubinfeld, 2001), (Greene, 1999), (Wayne H, 1996) y (Hamilton, 1994), se calculan las siguientes pruebas:

b. Pruebas de Estacionariedad y orden de integración (gráfica y Test de DFA)

La prueba de Estacionariedad es indispensable ya que al ser series de tiempo se tiene que empezar por antes de hacer las regresiones netamente dichas.

Prueba grafica

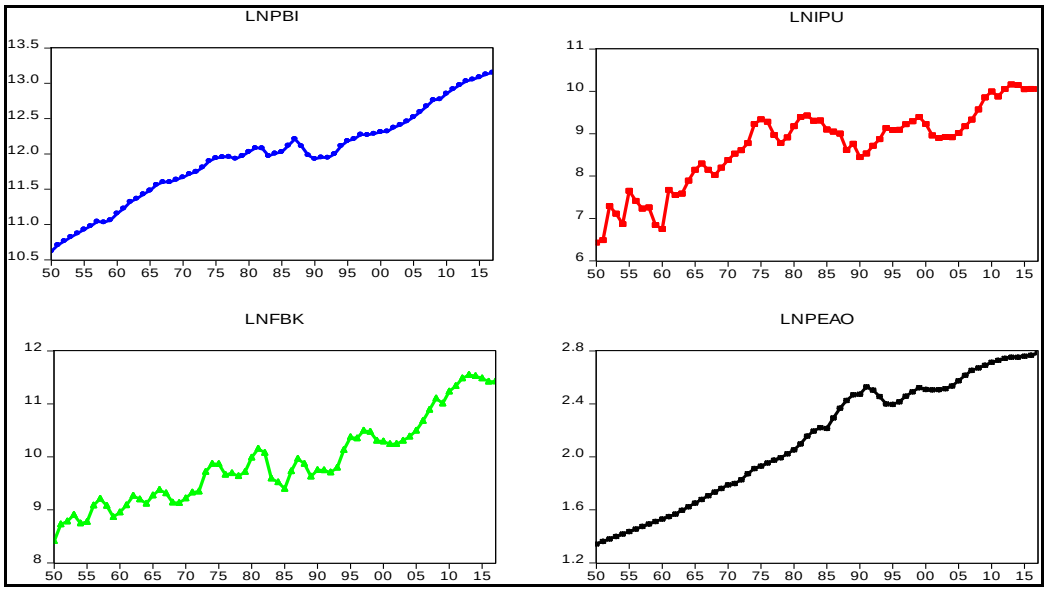

Figura 12

Logaritmo del Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de capital y Población Económicamente Activa Ocupada Perú, 1950 -2017 (Millones de soles)

Fuente: Salida del estadístico.

De acuerdo a la figura 12, las variables agregadas tomadas en logaritmos no son estacionarias, debido a que al pasar los años van ascendiendo, es decir, tienen tendencia, con lo cual la media, varianza y covarianza no son constantes, ya que varían con el tiempo.

Lo mismo sucede con las variables en términos per cápita (figuras 13), como se muestran. No son estacionarias, debido a que al pasar los años van ascendiendo, es decir, tienen tendencia, con lo cual la media, varianza y covarianza no son constantes, ya que varían con el tiempo.

Existe una alta autocorrelación positiva de cada una de las variables, dándonos a entender que la observación presente depende del pasado, es decir, que las observaciones pasadas influyen en el presente, generando así series no estacionarias y que además los estimadores por Mínimos cuadrados ordinarios no son los más eficientes y consientes.

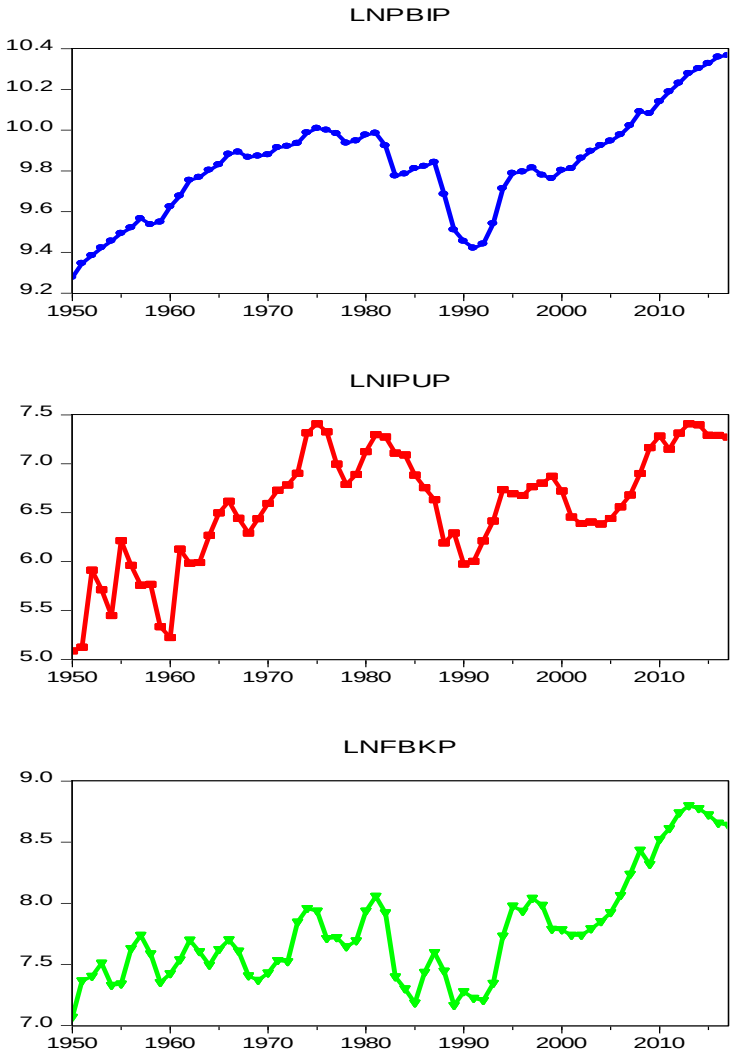

Figura 13

Logaritmo del Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de capital per cápita del Perú, 1950 -2017 (Millones de soles)

Fuente: Salida del estadístico

Prueba de Raíz Unitaria (ADF - Augmented Dickey-Fuller)

Las pruebas anteriores son informales, con lo cual se hace necesario contar con una prueba formal para detectar que son series de tiempo no estacionarias. Mediante la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller Aumentada, se formaliza del siguiente modo:

Hipótesis nula*:* Ho: $\delta = 0$ (es decir, existe una raíz unitaria, la serie de tiempo es no estacionaria o tiene tendencia estocástica).

Hipótesis alternativa: Hi: $\delta < 0$ (es decir, la serie de tiempo es estacionaria, posiblemente alrededor de una tendencia determinista

Si la probabilidad es menor a 0,05 se rechaza la Hipótesis Nula. Es extremadamente importante observar que los valores críticos de la prueba tau (τ) para probar la hipótesis de que $\delta = 0$ se contrasta con las tablas de prueba ADF, lo cual se ve claramente en el apéndice B.

Si el valor absoluto calculado del estadístico tau ($|\tau|$) es mayor la ADF absoluta o los valores críticos tau de MacKinnon, rechazamos la hipótesis nula de que $\delta = 0$ ($p<0,05$), en cuyo caso la serie de tiempo es estacionaria. Por otra parte, si el $|\tau|$ calculado no excede el valor crítico ADF, no rechazamos la hipótesis nula ($p>0,05$), en cuyo caso la serie de tiempo es no estacionaria.

Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de Capital y Población Económicamente Activa Ocupada - Agregada

LNPBI

Tabla 6

Prueba de raíz unitaria al LNPBI agregado (DFA)

Null Hypothesis: LNPBI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.673353	0.8458
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPBI)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 17:35
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNPBI(-1)	-0.005650	0.008391	-0.673353	0.5032
D(LNPBI(-1))	0.415271	0.112890	3.678561	0.0005
C	0.088806	0.100771	0.881266	0.3815

R-squared	0.184735	Mean dependent var	0.037027
Adjusted R-squared	0.158853	S.D. dependent var	0.045624
S.E. of regression	0.041844	Akaike info criterion	-3.465346
Sum squared resid	0.110308	Schwarz criterion	-3.365816
Log likelihood	117.3564	Hannan-Quinn criter.	-3.426017
F-statistic	7.137728	Durbin-Watson stat	1.849640
Prob(F-statistic)	0.001607		

Fuente: Salida del estadístico

|τ|= 0.673353<2.906210→ p=0.8458>0.05 se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo del Producto Bruto Interno es una serie no estacionaria.

Tabla 7

Prueba de raíz unitaria al D(LNPBI) agregado (DFA)

Null Hypothesis: D(LNPBI) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-5.174126	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPBI,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 18:15
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNPBI(-1))	-0.580846	0.112260	-5.174126	0.0000
C	0.021102	0.006670	3.163440	0.0024

R-squared	0.294933	Mean dependent var	-0.000968
Adjusted R-squared	0.283917	S.D. dependent var	0.049237
S.E. of regression	0.041665	Akaike info criterion	-3.488478
Sum squared resid	0.111102	Schwarz criterion	-3.422125
Log likelihood	117.1198	Hannan-Quinn criter.	-3.462259
F-statistic	26.77158	Durbin-Watson stat	1.854049
Prob(F-statistic)	0.000002		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que |τ|= 5.174126>1.945823→ p=0.00<0.05 se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo del Producto Bruto interno es una serie estacionaria. Con lo cual, el

logaritmo del Producto Bruto Interno, es una serie no estacionaria de Orden 1.

$$\boldsymbol{LN(PBI) \nrightarrow I(1)}$$

LNIPU

Tabla 8

Prueba de raíz unitaria al LNIPU agregado (DFA)

Null Hypothesis: LNIPU has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.963999	0.3018
Test critical values:	1% level	-3.531592	
	5% level	-2.905519	
	10% level	-2.590262	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNIPU)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 18:06
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 67

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNIPU(-1)	-0.061603	0.031366	-1.963999	0.0538
C	0.588196	0.273523	2.150440	0.0352

R-squared	0.056019	Mean dependent var	0.054132
Adjusted R-squared	0.041496	S.D. dependent var	0.246751
S.E. of regression	0.241577	Akaike info criterion	0.026142
Sum squared resid	3.793376	Schwarz criterion	0.091954
Log likelihood	1.124231	Hannan-Quinn criter.	0.052184
F-statistic	3.857293	Durbin-Watson stat	2.048845
Prob(F-statistic)	0.053809		

Fuente: Salida del estadístico

|τ|= 1.963999<2.905519→ p=3018>0.05 se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo de la Inversión Pública es una serie no estacionaria.

Tabla 9

Prueba de raíz unitaria al D(LNIPU) agregado (DFA)

Null Hypothesis: D(LNIPU) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.230862	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNIPU,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 21:55
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNIPU(-1))	-1.028824	0.124996	-8.230862	0.0000
C	0.055683	0.031587	1.762814	0.0827

R-squared	0.514221	Mean dependent var	-0.000869
Adjusted R-squared	0.506630	S.D. dependent var	0.356594
S.E. of regression	0.250473	Akaike info criterion	0.098902
Sum squared resid	4.015145	Schwarz criterion	0.165255
Log likelihood	-1.263761	Hannan-Quinn criter.	0.125121
F-statistic	67.74708	Durbin-Watson stat	1.869594
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que |τ|= 8.230862>2.906210→ p=0.00<0.05 se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo de la Inversión Pública es una serie estacionaria. Con lo cual, el

logaritmo de la Inversión Pública es una serie no estacionaria de Orden 1.

$LN(IPU) \rightsquigarrow I(1)$

LNFBK

Tabla 10

Prueba de raíz unitaria al LNFBK agregado (DFA)

Null Hypothesis: LNFBK has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.601225	0.8627
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNFBK)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 18:20
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNFBK(-1)	-0.014661	0.024384	-0.601225	0.5498
D(LNFBK(-1))	0.245902	0.119985	2.049442	0.0446
C	0.174651	0.241350	0.723641	0.4720

R-squared	0.064303	Mean dependent var	0.040853
Adjusted R-squared	0.034598	S.D. dependent var	0.155324
S.E. of regression	0.152614	Akaike info criterion	-0.877427
Sum squared resid	1.467326	Schwarz criterion	-0.777897
Log likelihood	31.95509	Hannan-Quinn criter.	-0.838098
F-statistic	2.164746	Durbin-Watson stat	1.838852
Prob(F-statistic)	0.123242		

Fuente: Salida del estadístico

|τ|= 0.601225<-2.906210→ p=0.86>0.05 se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo de Formación Bruta de capital es una serie no estacionaria.

Tabla 11

Prueba de raíz unitaria al D(LNFBK) agregado (DFA)

Null Hypothesis: D(LNFBK) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.434391	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNFBK,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 18:46
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNFBK(-1))	-0.762695	0.118534	-6.434391	0.0000
C	0.030022	0.019459	1.542870	0.1278

R-squared	0.392797	Mean dependent var	-0.004788
Adjusted R-squared	0.383310	S.D. dependent var	0.193367
S.E. of regression	0.151850	Akaike info criterion	-0.902009
Sum squared resid	1.475745	Schwarz criterion	-0.835655
Log likelihood	31.76629	Hannan-Quinn criter.	-0.875789
F-statistic	41.40139	Durbin-Watson stat	1.845037
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que |τ|= 6.434391>2.906210→ p=0.00<0.05 se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo de la Formación Bruta de Capital es una serie estacionaria. Con lo

cual, el logaritmo de la Formación Bruta de Capital es una serie no estacionaria de Orden 1. $LN(FBK) \rightsquigarrow I(1)$

LNPEAO

Tabla 12

Prueba de raíz unitaria al LNPEAO agregado (DFA)

Null Hypothesis: LNPEAO has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.032557	0.7369
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPEAO)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 21:44
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNPEAO(-1)	-0.005380	0.005210	-1.032557	0.3058
D(LNPEAO(-1))	0.528594	0.105776	4.997288	0.0000
C	0.021610	0.011810	1.829868	0.0720

R-squared	0.304115	Mean dependent var	0.021564
Adjusted R-squared	0.282023	S.D. dependent var	0.022467
S.E. of regression	0.019037	Akaike info criterion	-5.040472
Sum squared resid	0.022832	Schwarz criterion	-4.940942
Log likelihood	169.3356	Hannan-Quinn criter.	-5.001143
F-statistic	13.76607	Durbin-Watson stat	1.901342
Prob(F-statistic)	0.000011		

Fuente: Salida del estadístico

|τ|= 1.032557<2.906210→ p=0.7369>0.05 se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo de la Población Económicamente Activa Ocupada es una serie no estacionaria.

Tabla 13

Prueba de raíz unitaria al D(LNPEAO) agregado (DFA)

Null Hypothesis: D(LNPEAO) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.366496	0.0008
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPEAO,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 21:46
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNPEAO(-1))	-0.459228	0.105171	-4.366496	0.0000
C	0.009890	0.003264	3.030452	0.0035

R-squared	0.229531	Mean dependent var	-2.34E-05
Adjusted R-squared	0.217492	S.D. dependent var	0.021532
S.E. of regression	0.019047	Akaike info criterion	-5.053993
Sum squared resid	0.023218	Schwarz criterion	-4.987640
Log likelihood	168.7818	Hannan-Quinn criter.	-5.027774
F-statistic	19.06628	Durbin-Watson stat	1.902200
Prob(F-statistic)	0.000047		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que |τ|= 4.366496>2.906210→ p=0.00<0.05 se rechaza la hipótesis nula, es decir, la primera diferencia del

logaritmo de la Población Económicamente Activa Ocupada es una serie estacionaria. Con lo cual, el logaritmo de la Población Económicamente Activa Ocupada es una serie no estacionaria de Orden 1. $LN(PEAO) \rightsquigarrow I(1)$.

De acuerdo a los cálculos realizados, se puede concluir que el Producto Bruto Interno, la Inversión pública, la formación bruta de capital y la población económicamente activa ocupada, son series de tiempo no estacionarias y el orden de integración es 1.

Producto Bruto Interno, Inversión Pública, Formación Bruta de Capital - Per cápita.

Al igual que en términos agregados, en términos per cápita tiene resultados parecidos.

LNPBIP

Tabla 14

Prueba de raíz unitaria al LNPBI per cápita (DFA)

Null Hypothesis: LNPBIP has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.383434	0.5852
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPBIP)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:02
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNPBIP(-1)	-0.032117	0.023215	-1.383434	0.1714
D(LNPBIP(-1))	0.552426	0.104226	5.300263	0.0000
C	0.322036	0.228040	1.412190	0.1628

R-squared	0.313331	Mean dependent var	0.015463
Adjusted R-squared	0.291532	S.D. dependent var	0.053004
S.E. of regression	0.044614	Akaike info criterion	-3.337164
Sum squared resid	0.125394	Schwarz criterion	-3.237634
Log likelihood	113.1264	Hannan-Quinn criter.	-3.297835
F-statistic	14.37360	Durbin-Watson stat	1.808608
Prob(F-statistic)	0.000007		

Fuente: Salida del estadístico

$|\tau| = 1.383434 < 2.906210 \rightarrow p = 0.5852 > 0.05$ se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo del Producto Bruto Interno per cápita es una serie no estacionaria.

Tabla 15

Prueba de raíz unitaria al D(LNPBIP) per cápita (DFA)

Null Hypothesis: D(LNPBIP) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.440663	0.0006
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNPBIP,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:02
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNPBIP(-1))	-0.463334	0.104339	-4.440663	0.0000
C	0.006658	0.005790	1.149972	0.2544

R-squared	0.235542	Mean dependent var	-0.000944
Adjusted R-squared	0.223598	S.D. dependent var	0.050992
S.E. of regression	0.044931	Akaike info criterion	-3.337540
Sum squared resid	0.129203	Schwarz criterion	-3.271186
Log likelihood	112.1388	Hannan-Quinn criter.	-3.311320
F-statistic	19.71949	Durbin-Watson stat	1.792651
Prob(F-statistic)	0.000036		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que $|\tau|= 4.440663>2.906210 \rightarrow$ $p=0.0006<0.05$ se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo del Producto Bruto interno per cápita es una serie estacionaria. Con lo cual, el logaritmo del Producto Bruto Interno per cápita, es una serie no estacionaria de Orden 1. $LN(PBIp) \rightsquigarrow I(1)$

LNIPUP

Tabla 16

Prueba de raíz unitaria al LNIPU per cápita (DFA)

Null Hypothesis: LNIPUP has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.511742	0.1172
Test critical values:	1% level	-3.531592	
	5% level	-2.905519	
	10% level	-2.590262	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNIPUP)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:05
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 67

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNIPUP(-1)	-0.124599	0.049607	-2.511742	0.0145
C	0.848934	0.326303	2.601674	0.0115

R-squared	0.088472	Mean dependent var	0.032609
Adjusted R-squared	0.074449	S.D. dependent var	0.247517
S.E. of regression	0.238125	Akaike info criterion	-0.002648
Sum squared resid	3.685722	Schwarz criterion	0.063164
Log likelihood	2.088692	Hannan-Quinn criter.	0.023394
F-statistic	6.308848	Durbin-Watson stat	1.958294
Prob(F-statistic)	0.014507		

Fuente: Salida del estadístico

$|\tau|= 2.511742<2.905519 \rightarrow p=0.1172>0.05$ se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo de la Inversión Pública per cápita es una serie no estacionaria.

Tabla 17

Prueba de raíz unitaria al D(LNIPUP) per cápita (DFA)

Null Hypothesis: D(LNIPUP) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.084924	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNIPUP,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:06
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNIPUP(-1))	-1.010881	0.125033	-8.084924	0.0000
C	0.032897	0.031218	1.053786	0.2959

R-squared	0.505280	Mean dependent var	-0.000845
Adjusted R-squared	0.497550	S.D. dependent var	0.354579
S.E. of regression	0.251339	Akaike info criterion	0.105804
Sum squared resid	4.042952	Schwarz criterion	0.172157
Log likelihood	-1.491519	Hannan-Quinn criter.	0.132023
F-statistic	65.36599	Durbin-Watson stat	1.864219
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que $|\tau|= 8.084924>2.906210 \rightarrow$ $p=0.0000<0.05$ se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo de la Inversión Pública per cápita es una serie estacionaria. Con lo cual, el logaritmo de la Inversión Pública per cápita, es una serie no estacionaria de Orden 1. $LN(IPUp) \rightsquigarrow I(1)$

LNFBK

Tabla 18

Prueba de raíz unitaria al LNFBK per cápita (DFA)

Null Hypothesis: LNFBKP has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.527443	0.5137
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNFBKP)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:07
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNFBKP(-1)	-0.069346	0.045400	-1.527443	0.1317
D(LNFBKP(-1))	0.298401	0.119873	2.489309	0.0155
C	0.550402	0.352254	1.562515	0.1232

R-squared	0.102095	Mean dependent var	0.019289
Adjusted R-squared	0.073590	S.D. dependent var	0.156817
S.E. of regression	0.150937	Akaike info criterion	-0.899520
Sum squared resid	1.435264	Schwarz criterion	-0.799990
Log likelihood	32.68416	Hannan-Quinn criter.	-0.860191
F-statistic	3.581671	Durbin-Watson stat	1.836183
Prob(F-statistic)	0.033632		

Fuente: Salida del estadístico

$|\tau|= 1.527443<2.906210 \rightarrow p=0.5137>0.05$ se acepta la hipótesis nula, es decir, el logaritmo de la Formación Bruta de capital per cápita es una serie no estacionaria.

Tabla 19

Prueba de raíz unitaria al D(LNFBKP) per cápita (DFA)

Null Hypothesis: D(LNFBKP) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.307058	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.533204	
	5% level	-2.906210	
	10% level	-2.590628	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNFBKP,2)
Method: Least Squares
Date: 09/08/21 Time: 22:08
Sample: 1950 2017 IF 1950-12017
Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNFBKP(-1))	-0.743555	0.117892	-6.307058	0.0000
C	0.013120	0.018985	0.691103	0.4920

R-squared	0.383305	Mean dependent var	-0.004765
Adjusted R-squared	0.373669	S.D. dependent var	0.192695
S.E. of regression	0.152501	Akaike info criterion	-0.893459
Sum squared resid	1.488416	Schwarz criterion	-0.827106
Log likelihood	31.48416	Hannan-Quinn criter.	-0.867240
F-statistic	39.77898	Durbin-Watson stat	1.843258
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

Luego de la primera diferencia, vemos que $|\tau|= 6.307058>2.906210\rightarrow$ $p=0.0000<0.05$ se rechaza la hipótesis nula, es decir, *la primera diferencia* del logaritmo de la Formación Bruta de capital per cápita es una serie estacionaria. Con lo cual, el logaritmo de la Formación Bruta de capital per cápita, es una serie no estacionaria de Orden 1. $LN(FBKp) \rightsquigarrow I(1)$

Por tanto, son series de tiempo no estacionarias, el producto bruto interno per cápita, la inversión pública per cápita y la formación bruta de capital per cápita y orden de integración 1.

c. Estimación del modelo por periodos (cointegración de Engle-Granger y modelo de corrección de errores)

Si bien es cierto, encontramos que estas series de manera individual a través de un análisis de raíz unitaria, son no estacionarias o integradas de orden 1 *I* (1); es decir, que contienen una tendencia estocástica y porque tanto, al hacer la regresión, nos dará una regresión espuria.

Por otra parte, es muy posible que las series compartan la misma tendencia común, por lo que la regresión de unas variables, sobre la otra, no será necesariamente espuria. De ser el caso se dice que son variables cointegradas o existe Cointegración. En términos económicos, dos, tres o más variables serán cointegradas si existe una relación de largo plazo, o de equilibrio (Gujarati, 2010).

En resumen, en tanto se verifique que los residuos de las regresiones son I (0), "no tienen raíz unitaria o son estacionarios"; la metodología tradicional de regresión de corte trasversal (inclusive las pruebas t y F) aprendidas, es aplicable a las series de tiempo (no estacionarias). La contribución valiosa de los conceptos de raíz unitaria, cointegración, etc., es que obligan a determinar si los residuos de la regresión son estacionarios. Como observa Granger: "Una

prueba para la cointegración puede considerarse como una prueba para evitar las situaciones de regresiones espurias". (Gujarati, 2010)

En las publicaciones especializadas se han propuesto varios métodos para probar la cointegración. Aquí consideraremos un método relativamente sencillo: la prueba de raíz unitaria DF o DFA sobre los residuos estimados a partir de la regresión. La prueba utilizada es el de prueba de Engle-Granger aumentada (EGA), que viene a ser la Prueba de Raíz Unitaria (ADF - Augmented Dickey-Fuller) aplicado a los residuos de la regresión estimada.

De existir cointegración, se procede a corregir los modelos a corto plazo, es decir a estimar los modelos en diferencias.

Dado la regresión de largo plazo de las variables de series de tiempo integradas de orden 1.

Cointegración

$$Y = \alpha + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i + u_t$$

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + +\beta_3 X_3 + \cdots + \beta_n X_n u_t$$

Donde:

$$Y \rightsquigarrow I(1) \wedge X_i \rightsquigarrow I(1); i = 1,2,3, \dots n$$

y el término error, después de regresionar las series es:

$$u_t = \hat{Y} - \alpha - \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i$$

$$\widehat{u_t} = \hat{Y} - \alpha - \widehat{\beta_1} X_1 - \widehat{\beta_2} X_2 - \widehat{\beta_3} X_3 - \widehat{\beta_4} X_4 - \cdots - \widehat{\beta_n} X_n$$

Es de orden 0. $u_t \rightsquigarrow I(0)$

Entonces, se dice que las variables están cointegradas, o económicamente, tienen una relación de largo plazo, por lo cual su modelo de corrección de errores es:

Modelo de corrección de errores de *Engle-Granger*

$$\Delta Y = \gamma + \sum_{i=1}^{n} \delta_i \Delta X_i + \omega\left(\hat{Y} - \alpha - \widehat{\beta_1} X_1 - \widehat{\beta_2} X_2 - \widehat{\beta_3} X_3 - \widehat{\beta_4} X_4 - \cdots - \widehat{\beta_n} X_n\right)_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y = \gamma + \sum_{i=1}^{n} \delta_i \Delta X_i + \omega \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y = \gamma + \delta_1 \Delta X_1 + \delta_2 \Delta X_2 + \delta_3 \Delta X_3 + \cdots + \delta_n \Delta X_n + \omega \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

u_{t-1}: el termino error rezagada un periodo

ω: $coeficiente\ que\ corrige\ al\ modelo\ de\ largo\ plazo$

$$-1 \leq \omega \leq 0$$

Dado que las series están cointegradas, implica que hay una relación estable de equilibrio a largo plazo entre ellas; no obstante, en el corto plazo puede haber desequilibrio.

El término error "u" en la regresión de cointegración se interpreta como el error de equilibrio y es éste, precisamente, el que sirve para atar la conducta a corto plazo de la variable "Y" con su valor a largo plazo. "ω" Es el parámetro de ajuste a corto plazo o factor de corrección de error. La significación estadística de "ω" indica la proporción del desequilibrio Y, que es corregido en el siguiente período. Mientras más cerca esté "ω" de -1, más rápido será el ajuste hacia el equilibrio.

Veamos las estimaciones, para cada periodo, en términos agregados y per cápita.

Primer Periodo 1950-1973 cointegración de Engle y Granger y Modelo de corrección de errores (agregado y per cápita)

Agregado

Se procede a hacer el test de cointegración de Engle Granger.

Tabla 20

Test de cointegración agregado: Engle-Granger. 1950-1973

Date: 09/09/21 Time: 14:08
Series: LNPBI LNIPU LNFBK LNPEAO
Sample: 1950 1973
Included observations: 24
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=4)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBI	-2.252435	0.0100	-0.907501	0.0100
LNIPU	-2.818712	0.0055	-177.2289	0.0000
LNFBK	-2.831398	0.0054	-24.88725	0.0145
LNPEAO	-2.462528	0.0100	-1.595558	0.0100

*MacKinnon (1996) p-values.
Warning: p-values may not be accurate for fewer than 25 observations.

Intermediate Results:

	LNPBI	LNIPU	LNFBK	LNPEAO
Rho - 1	-0.039457	-0.813946	-0.826310	-0.069372
Rho S.E.	0.156304	0.288765	0.291838	0.149984
Residual variance	0.000968	0.044892	0.014796	0.000208
Long-run residual variance	0.000968	5.320948	0.027732	0.000208
Number of lags	0	3	1	0
Number of observations	23	20	22	23
Number of stochastic trends**	4	4	4	4

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 20, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables agregadas si están cointegradas para 1950-1973.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1950-1973.

Tabla 21

Modelo de largo plazo agregado 1950-1973 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBI
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 14:12
Sample: 1950 1973
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.549358	0.536262	12.21299	0.0000
LNIPU	0.016448	0.043295	2.999900	0.0071
LNFBK	0.162979	0.080104	2.315995	0.0354
LNPEAO	1.959737	0.180581	10.85239	0.0000

R-squared	0.980933	Mean dependent var	11.25590
Adjusted R-squared	0.978073	S.D. dependent var	0.367713
S.E. of regression	0.054450	Akaike info criterion	-2.832071
Sum squared resid	0.059295	Schwarz criterion	-2.635729
Log likelihood	37.98485	Hannan-Quinn criter.	-2.779982
F-statistic	342.9841	Durbin-Watson stat	0.360284
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 21, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1950-1973, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 22

Prueba de Raíz Unitaria del Residuo Agregado 1950-1973

Null Hypothesis: RESIDUO_AGREGADO has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=5)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.151238	0.0320
Test critical values:	1% level	-3.752946	
	5% level	-2.998064	
	10% level	-2.638752	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_AGREGADO)
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 14:15
Sample (adjusted): 1951 1973
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_AGREGADO (-1)	-0.024220	0.160143	-0.151238	0.8812
C	-0.004306	0.006648	-0.647811	0.5241

R-squared	0.001088	Mean dependent var	-0.004454
Adjusted R-squared	-0.046479	S.D. dependent var	0.030827
S.E. of regression	0.031535	Akaike info criterion	-3.992473
Sum squared resid	0.020884	Schwarz criterion	-3.893735
Log likelihood	47.91344	Hannan-Quinn criter.	-3.967641
F-statistic	0.022873	Durbin-Watson stat	1.375757
Prob(F-statistic)	0.881232		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 22, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo agregado, no tiene raíz unitaria, al ser la probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 21, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 23

Modelo de corrección de errores agregado (corto plazo): 1950-1973

Dependent Variable: D(LNPBI)
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 15:48
Sample (adjusted): 1951 1973
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.064037	0.016481	3.885380	0.0011
D(LNIPU)	0.003108	0.014289	2.317481	0.0303
D(LNFBK)	0.105107	0.031748	3.310691	0.0039
D(LNPEAO)	-0.829706	0.700233	-1.184900	0.2515
RESIDUO_AGREGADO(-1)	-0.640224	0.122333	-2.986836	0.0070

R-squared	0.403810	Mean dependent var	0.051705
Adjusted R-squared	0.271324	S.D. dependent var	0.025976
S.E. of regression	0.022174	Akaike info criterion	-4.590130
Sum squared resid	0.008850	Schwarz criterion	-4.343284
Log likelihood	57.78650	Hannan-Quinn criter.	-4.528049
F-statistic	3.047931	Durbin-Watson stat	1.936183
Prob(F-statistic)	0.044101		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 23, se comprueba que todos a excepción del LNPEAO, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo

en su conjunto. La interpretación económica, está en el siguiente apartado: análisis económico.

Per Cápita

De la misma manera que en términos agregados, se tiene los resultados en términos per cápita.

Tabla 24

Test de cointegración per cápita: Engle-Granger. 1950-1973

Date: 09/09/21 Time: 15:55
Series: LNPBIP LNIPUP LNFBKP
Sample: 1950 1973
Included observations: 24
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=4)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBIP	-2.673270	0.0429	-11.30942	0.0401
LNIPUP	-2.132982	0.0068	-27.42241	0.0006
LNFBKP	-3.146994	0.0244	-23.47455	0.0093

*MacKinnon (1996) p-values.

Intermediate Results:

	LNPBIP	LNIPUP	LNFBKP
Rho - 1	-0.491714	-0.580865	-0.740671
Rho S.E.	0.183937	0.272326	0.235358
Residual variance	0.009001	0.047969	0.014597
Long-run residual variance	0.009001	0.267279	0.030294
Number of lags	0	3	1
Number of observations	23	20	22
Number of stochastic trends**	3	3	3

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 24, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la

probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables per cápita si están cointegradas para 1950-1973.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1950-1973, en términos per cápita.

Tabla 25

Modelo de largo plazo per cápita 1950-1973 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBIP
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 15:56
Sample: 1950 1973
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.838717	1.111149	6.154633	0.0000
LNIPUP	0.313467	0.051855	6.045111	0.0000
LNFBKP	0.125099	0.166057	2.283350	0.0460

R-squared	0.736427	Mean dependent var	9.673980
Adjusted R-squared	0.711325	S.D. dependent var	0.210419
S.E. of regression	0.113055	Akaike info criterion	-1.405422
Sum squared resid	0.268409	Schwarz criterion	-1.258165
Log likelihood	19.86506	Hannan-Quinn criter.	-1.366354
F-statistic	29.33720	Durbin-Watson stat	0.977402
Prob(F-statistic)	0.000001		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 25, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1950-1973, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 26

Prueba de Raíz Unitaria del Residuo per cápita 1950-1973

Null Hypothesis: RESIDUO_PER CAPITA has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=5)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.612049	0.0105
Test critical values:	1% level	-3.752946	
	5% level	-2.998064	
	10% level	-2.638752	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_PERCAPITA)
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 15:58
Sample (adjusted): 1951 1973
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-0.491841	0.188297	-2.612049	0.0163
C	0.000694	0.020251	0.034281	0.9730

R-squared	0.245223	Mean dependent var	-0.000347
Adjusted R-squared	0.209282	S.D. dependent var	0.109200
S.E. of regression	0.097103	Akaike info criterion	-1.743150
Sum squared resid	0.198008	Schwarz criterion	-1.644412
Log likelihood	22.04623	Hannan-Quinn criter.	-1.718318
F-statistic	6.822800	Durbin-Watson stat	2.033170
Prob(F-statistic)	0.016280		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 26, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo per cápita, no tiene raíz unitaria, al ser la probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 25, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 27

Modelo de corrección de errores per cápita (corto plazo): 1950-1973

Dependent Variable: D(LNPBIP)
Method: Least Squares
Date: 09/09/21 Time: 16:00
Sample (adjusted): 1951 1973
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.025002	0.005447	4.589801	0.0002
D(LNIPUP)	0.006760	0.018882	2.958033	0.0072
D(LNFBKP)	0.092093	0.035949	2.561804	0.0191
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-0.006761	0.058810	-3.114967	0.0910

R-squared	0.295988	Mean dependent var	0.028636
Adjusted R-squared	0.184829	S.D. dependent var	0.027665
S.E. of regression	0.024978	Akaike info criterion	-4.384848
Sum squared resid	0.011854	Schwarz criterion	-4.187370
Log likelihood	54.42575	Hannan-Quinn criter.	-4.335183
F-statistic	2.662730	Durbin-Watson stat	1.558817
Prob(F-statistic)	0.077352		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 27, se comprueba que todos a excepción del residuo, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo en su conjunto.

Segundo Periodo 1974-1993 cointegración de Engle y Granger y Modelo de corrección de errores (agregado y per cápita).

Igual que en periodo anterior, se tiene hace los mismos procedimientos para este periodo.

Agregado

Tabla 28

Test de cointegración agregada: Engle-Granger. 1974-1993

Date: 09/10/21 Time: 09:25
Series: LNPBI LNIPU LNFBK LNPEAO
Sample: 1974 1993
Included observations: 20
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=3)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBI	-3.288054	0.0358	-23.71330	0.0085
LNIPU	-3.598708	0.0261	33.27127	0.0054
LNFBK	-3.255687	0.0370	-22.93986	0.0132
LNPEAO	-1.291385	0.0098	-3.947926	0.0098

*MacKinnon (1996) p-values.
Warning: p-values may not be accurate for fewer than 25 observations.

Intermediate Results:

	LNPBI	LNIPU	LNFBK	LNPEAO
Rho - 1	-0.441984	-0.947561	-0.621286	-0.207786
Rho S.E.	0.134421	0.263306	0.190831	0.160901
Residual variance	0.001012	0.018868	0.014217	0.008404
Long-run residual variance	0.008993	0.090870	0.059822	0.008404
Number of lags	1	3	1	0
Number of observations	18	16	18	19
Number of stochastic trends**	4	4	4	4

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 28, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables agregadas si están cointegradas para 1974-1993.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1974-1993.

Tabla 29

Modelo de largo plazo agregado 1974-1993 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBI
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:27
Sample: 1974 1993
Included observations: 20

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.787314	1.043986	8.417081	0.0000
LNIPU	0.133298	0.071223	2.211552	0.0497
LNFBK	0.154310	0.086379	2.286430	0.0430
LNPEAO	0.229853	0.097332	2.351529	0.0312

R-squared	0.389144	Mean dependent var	12.00450
Adjusted R-squared	0.274608	S.D. dependent var	0.079454
S.E. of regression	0.067671	Akaike info criterion	-2.371453
Sum squared resid	0.073270	Schwarz criterion	-2.172307
Log likelihood	27.71453	Hannan-Quinn criter.	-2.332578
F-statistic	3.397578	Durbin-Watson stat	0.469269
Prob(F-statistic)	0.043665		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 29, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1974-1993, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 30

Prueba de Raíz Unitaria del Residuo Agregado 1974-1993

Null Hypothesis: RESIDUO_AGRE_RAIZ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.196892	0.0393
Test critical values:	1% level	-3.920350	
	5% level	-3.065585	
	10% level	-2.673459	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Warning: Probabilities and critical values calculated for 20 observations
and may not be accurate for a sample size of 16
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_AGRE_RAIZ)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:30
Sample (adjusted): 1978 1993
Included observations: 16 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_AGRE_RAIZ(-1)	-0.818466	0.256019	-3.196892	0.0085
D(RESIDUO_AGRE_RAIZ(-1))	0.897696	0.252576	3.554158	0.0045
D(RESIDUO_AGRE_RAIZ(-2))	0.061161	0.265329	0.230511	0.8219
D(RESIDUO_AGRE_RAIZ(-3))	0.526033	0.279085	1.884850	0.0861
C	0.008530	0.008949	0.953218	0.3610

R-squared	0.603717	Mean dependent var	-0.004735
Adjusted R-squared	0.459614	S.D. dependent var	0.044657
S.E. of regression	0.032828	Akaike info criterion	-3.744760
Sum squared resid	0.011854	Schwarz criterion	-3.503326
Log likelihood	34.95808	Hannan-Quinn criter.	-3.732397
F-statistic	4.189490	Durbin-Watson stat	1.611645
Prob(F-statistic)	0.026580		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 30, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo agregado, no tiene raíz unitaria, al ser la probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 29, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 31

Modelo de Corrección de Errores agregado (corto plazo): 1974-1993

Dependent Variable: D(LNPBI)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:32
Sample (adjusted): 1975 1993
Included observations: 19 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.003959	0.013157	-0.300922	0.7679
D(LNIPU)	0.034948	0.049920	2.700088	0.0495
D(LNFBK)	0.254556	0.048803	5.215939	0.0001
D(LNPEAO)	0.415954	0.353236	3.177553	0.0259
RESIDUO_AGREGEGADO(-1)	-0.461432	0.190027	-2.428244	0.0292

R-squared	0.729368	Mean dependent var	0.005138
Adjusted R-squared	0.652045	S.D. dependent var	0.063851
S.E. of regression	0.037665	Akaike info criterion	-3.499262
Sum squared resid	0.019861	Schwarz criterion	-3.250725
Log likelihood	38.24299	Hannan-Quinn criter.	-3.457200
F-statistic	9.432710	Durbin-Watson stat	1.805714
Prob(F-statistic)	0.000649		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 31, se comprueba que todos a excepción del Intercepto, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del

estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo en su conjunto. La interpretación económica, está en el siguiente apartado: análisis económico.

Per cápita

Tabla 32

Test de Cointegración per cápita: Engle – Granger 1974-1993

Date: 09/10/21 Time: 09:35
Series: LNPBIP LNIPUP LNFBKP
Sample: 1974 1993
Included observations: 20
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=3)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBIP	-4.393801	0.0440	22.55091	1.0000
LNIPUP	-3.791949	0.0110	30.08754	1.0000
LNFBKP	-3.158285	0.0251	-21.43330	0.0106

*MacKinnon (1996) p-values.
Warning: p-values may not be accurate for fewer than 20 observations.

Intermediate Results:

	LNPBIP	LNIPUP	LNFBKP
Rho - 1	-1.093754	-1.052880	-0.596932
Rho S.E.	0.248931	0.277662	0.189005
Residual variance	0.001466	0.019951	0.014044
Long-run residual variance	0.002434	0.063641	0.055880
Number of lags	3	3	1
Number of observations	16	16	18
Number of stochastic trends**	3	3	3

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 32, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la

probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables per cápita si están cointegradas para 1974-1993.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1974-1993.

Tabla 33

Modelo de largo plazo per cápita 1974-1993 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBIP
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:36
Sample: 1974 1993
Included observations: 20

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.984473	0.492710	12.14605	0.0000
LNIPUP	0.280168	0.060557	4.626490	0.0002
LNFBKP	0.251801	0.095682	2.631642	0.0175

R-squared	0.864991	Mean dependent var	9.792117
Adjusted R-squared	0.849108	S.D. dependent var	0.209239
S.E. of regression	0.081278	Akaike info criterion	-2.044390
Sum squared resid	0.112305	Schwarz criterion	-1.895030
Log likelihood	23.44390	Hannan-Quinn criter.	-2.015233
F-statistic	54.45888	Durbin-Watson stat	0.559929
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 33, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1974-1993, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 34

Prueba de Raíz unitaria del residuo per cápita 1974-1993

Null Hypothesis: RESIDUO_PERCAPITA has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.176751	0.0061
Test critical values:	1% level	-3.920350	
	5% level	-3.065585	
	10% level	-2.673459	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Warning: Probabilities and critical values calculated for 20 observations
and may not be accurate for a sample size of 16

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_PERCAPITA)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:37
Sample (adjusted): 1978 1993
Included observations: 16 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-1.141059	0.273193	-4.176751	0.0015
D(RESIDUO_PERCAPITA(-1))	0.666083	0.204478	3.257481	0.0076
D(RESIDUO_PERCAPITA(-2))	0.627465	0.225089	2.787633	0.0177
D(RESIDUO_PERCAPITA(-3))	0.564132	0.252832	2.231251	0.0474
C	0.005404	0.010592	0.510192	0.6200

R-squared	0.658183	Mean dependent var	-0.011608
Adjusted R-squared	0.533886	S.D. dependent var	0.057888
S.E. of regression	0.039522	Akaike info criterion	-3.373618
Sum squared resid	0.017182	Schwarz criterion	-3.132184
Log likelihood	31.98895	Hannan-Quinn criter.	-3.361255
F-statistic	5.295241	Durbin-Watson stat	1.871946
Prob(F-statistic)	0.012604		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 34, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo per cápita, no tiene raíz unitaria, al ser la probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 33, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 35

Modelo de Corrección de Errores per cápita (corto plazo): 1974-1993

Dependent Variable: D(LNPBIP)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:38
Sample (adjusted): 1975 1993
Included observations: 19 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.008991	0.010097	-0.890539	0.3872
D(LNIPUP)	0.072604	0.053242	2.663646	0.0193
D(LNFBKP)	0.287041	0.058272	4.925867	0.0002
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-0.375234	0.142997	-2.624066	0.0192

R-squared	0.702287	Mean dependent var	-0.023475
Adjusted R-squared	0.642744	S.D. dependent var	0.070867
S.E. of regression	0.042358	Akaike info criterion	-3.300665
Sum squared resid	0.026913	Schwarz criterion	-3.101836
Log likelihood	35.35632	Hannan-Quinn criter.	-3.267015
F-statistic	11.79470	Durbin-Watson stat	1.966322
Prob(F-statistic)	0.000315		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 35, se comprueba que todos a excepción del Intercepto, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del

estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo en su conjunto. La interpretación económica, está en el siguiente apartado: análisis económico.

Tercer Periodo 1994-2017 cointegración de Engle y Granger y Modelo de corrección de errores (agregado y per cápita)

Agregado

Tabla 36

Test de Cointegración agregado: Engle – Granger: 1994-2017

Date: 09/10/21 Time: 09:40
Series: LNPBI LNIPU LNFBK LNPEAO
Sample: 1994 2017
Included observations: 24
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=4)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBI	-3.729161	0.0490	-24.43995	0.0176
LNIPU	-3.916875	0.0402	-12.09805	0.0543
LNFBK	-3.629920	0.0063	-11.82921	0.0564
LNPEAO	-3.479041	0.0275	-20.16326	0.0853

*MacKinnon (1996) p-values.
Warning: p-values may not be accurate for fewer than 25 observations.
Intermediate Results:

	LNPBI	LNIPU	LNFBK	LNPEAO
Rho - 1	-0.375365	-0.526002	-0.514313	-0.382974
Rho S.E.	0.137539	0.180331	0.195562	0.110080
Residual variance	0.000559	0.013909	0.006034	0.000104
Long-run residual variance	0.004896	0.013909	0.006034	0.000594
Number of lags	1	0	0	1
Number of observations	22	23	23	22
Number of stochastic trends**	4	4	4	4

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 36, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables agregadas si están cointegradas para 1994-2017.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1994 - 2017.

Tabla 37

Modelo de Largo plazo agregado 1994-2017 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBI
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:41
Sample: 1994 2017
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.645076	0.211356	26.70879	0.0000
LNIPU	-0.104787	0.067968	-2.254172	0.0139
LNFBK	0.315495	0.089954	2.507272	0.0022
LNPEAO	1.749778	0.238426	7.338878	0.0000

R-squared	0.983046	Mean dependent var	12.61370
Adjusted R-squared	0.980503	S.D. dependent var	0.344545
S.E. of regression	0.048110	Akaike info criterion	-3.079654
Sum squared resid	0.046291	Schwarz criterion	-2.883312
Log likelihood	40.95585	Hannan-Quinn criter.	-3.027565
F-statistic	386.5515	Durbin-Watson stat	0.395063
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 37, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1994-2017, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 38

Prueba de Raíz Unitaria del residuo agregado 1994-2017

Null Hypothesis: RESIDUO_AGREGADO has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=5)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.658073	0.0471
Test critical values:	1% level	-3.769597	
	5% level	-3.004861	
	10% level	-2.642242	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_AGREGADO)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:43
Sample (adjusted): 1996 2017
Included observations: 22 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_AGREGADO(-1)	-0.381769	0.143626	-2.658073	0.0155
D(RESIDUO_AGREGADO(-1))	0.670535	0.207535	3.230956	0.0044
C	-0.001219	0.005287	-0.230550	0.8201

R-squared	0.385289	Mean dependent var	0.002571
Adjusted R-squared	0.320582	S.D. dependent var	0.029386
S.E. of regression	0.024222	Akaike info criterion	-4.476991
Sum squared resid	0.011147	Schwarz criterion	-4.328213
Log likelihood	52.24690	Hannan-Quinn criter.	-4.441944
F-statistic	5.954409	Durbin-Watson stat	2.067741
Prob(F-statistic)	0.009826		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 38, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo agregado, no tiene raíz unitaria, al ser la probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 37, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 39

Modelo de Corrección de errores agregado (corto plazo): 1994-2017

Dependent Variable: D(LNPBI)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:44
Sample (adjusted): 1995 2017
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.034257	0.004412	7.764675	0.0000
D(LNIPU)	0.016201	0.030875	3.524738	0.0061
D(LNFBK)	0.199563	0.025116	7.945514	0.0000
D(LNPEAO)	-0.060646	0.241145	-2.251492	0.0804
RESIDUO_AGREGADO (-1)	-0.027537	0.071415	-2.785591	0.0304

R-squared	0.807777	Mean dependent var	0.045208
Adjusted R-squared	0.765061	S.D. dependent var	0.026017
S.E. of regression	0.012610	Akaike info criterion	-5.718920
Sum squared resid	0.002862	Schwarz criterion	-5.472073
Log likelihood	70.76758	Hannan-Quinn criter.	-5.656838
F-statistic	18.91031	Durbin-Watson stat	2.107690
Prob(F-statistic)	0.000003		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 39, se comprueba que todos a excepción del LNPEAO, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del

estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo en su conjunto. La interpretación económica, está en el siguiente apartado: análisis económico.

Per cápita

Tabla 40

Test de Cointegración per cápita: Engle – Granger: 1994-2017

Date: 09/10/21 Time: 09:47
Series: LNPBIP LNIPUP LNFBKP
Sample: 1994 2017
Included observations: 24
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=4)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNPBIP	-4.426969	0.0491	-5.504477	0.0852
LNIPUP	-3.009181	0.0290	-12.78550	0.0299
LNFBKP	-3.700919	0.0417	-12.25942	0.0334

*MacKinnon (1996) p-values.

Intermediate Results:

	LNPBIP	LNIPUP	LNFBKP
Rho - 1	-0.239325	-0.555891	-0.533018
Rho S.E.	0.167716	0.184732	0.197347
Residual variance	0.002564	0.014916	0.006251
Long-run residual variance	0.002564	0.014916	0.006251
Number of lags	0	0	0
Number of observations	23	23	23
Number of stochastic trends**	3	3	3

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution
Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 40, la hipótesis nula nos dice que las variables no están cointegradas, pero por los resultados, se rechaza esa hipótesis, dado que la

probabilidad del estadístico tau es menor a 0.05, con lo cual se concluye que las variables per cápita si están cointegradas para 1994-2017.

Una vez hecho el test de cointegración, se procede a regresionar el modelo de largo plazo o cointegración para 1994-2017.

Tabla 41

Modelo de largo plazo per cápita 1994-2017 (Cointegración)

Dependent Variable: LNPBIP
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:49
Sample: 1994 2017
Included observations: 24

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.792571	0.314111	18.44115	0.0000
LNIPUP	-0.179258	0.099655	-2.798798	0.0464
LNFBKP	0.664855	0.090091	7.379777	0.0000

R-squared	0.899056	Mean dependent var	10.01105
Adjusted R-squared	0.889442	S.D. dependent var	0.216983
S.E. of regression	0.072147	Akaike info criterion	-2.303748
Sum squared resid	0.109310	Schwarz criterion	-2.156491
Log likelihood	30.64498	Hannan-Quinn criter.	-2.264681
F-statistic	93.51817	Durbin-Watson stat	0.563819
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 41, nos muestra el modelo de largo plazo para el periodo 1994-2017, donde los estadísticos individuales de Student, son hallazgos estadísticamente significativos, así como la distribución F, para el modelo en su conjunto.

Un test adicional para probar si realmente están cointegradas es aplicar la prueba de raíz unitaria sobre los residuos del modelo regresionado.

Tabla 42

Prueba de Raíz Unitaria del residuo per cápita 1994-2017

Null Hypothesis: RESIDUO_PERCAPITA has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=5)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.351857	0.0487
Test critical values:	1% level	-3.752946	
	5% level	-2.998064	
	10% level	-2.638752	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUO_PERCAPITA)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:51
Sample (adjusted): 1995 2017
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-0.231875	0.171523	-1.351857	0.1908
C	0.005041	0.010798	0.466807	0.6454

R-squared	0.080058	Mean dependent var	0.006399
Adjusted R-squared	0.036251	S.D. dependent var	0.052522
S.E. of regression	0.051562	Akaike info criterion	-3.009141
Sum squared resid	0.055830	Schwarz criterion	-2.910402
Log likelihood	36.60512	Hannan-Quinn criter.	-2.984309
F-statistic	1.827518	Durbin-Watson stat	1.535672
Prob(F-statistic)	0.190803		

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 42, nos muestra que efectivamente las variables están cointegradas, ya que el residuo per cápita, no tiene raíz unitaria, al ser la

probabilidad menor a 0.05; con lo cual los resultados de la tabla 41, son los parámetros para el modelo de largo plazo.

Una vez hecho eso, se procede corregir el modelo de largo plazo, debido a que en el corto plazo existe desviaciones. Aplicando el modelo en diferencias e incluyendo el termino error rezagado un periodo del modelo de largo plazo se tiene:

Tabla 43

Modelo de Corrección de Errores per cápita (Corto plazo): 1994-2017

Dependent Variable: D(LNPBIP)
Method: Least Squares
Date: 09/10/21 Time: 09:53
Sample (adjusted): 1995 2017
Included observations: 23 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.021809	0.003800	5.738779	0.0000
D(LNIPUP)	-0.034691	0.033402	-3.038597	0.0312
D(LNFBKP)	0.194267	0.035432	5.482775	0.0000
RESIDUO_PERCAPITA(-1)	-0.037868	0.063418	-2.597113	0.0557

R-squared	0.658014	Mean dependent var	0.028440
Adjusted R-squared	0.604016	S.D. dependent var	0.026852
S.E. of regression	0.016897	Akaike info criterion	-5.166582
Sum squared resid	0.005425	Schwarz criterion	-4.969104
Log likelihood	63.41569	Hannan-Quinn criter.	-5.116917
F-statistic	12.18594	Durbin-Watson stat	1.779353
Prob(F-statistic)	0.000112		

Fuente: Salida del estadístico

En la tabla 43, se comprueba que todos a excepción del residuo, son hallazgos estadísticamente significativos, porque la probabilidad del estadístico Student es menor a 0.05, el Durbin y Watson es cercado a 2, con lo cual no existe autocorrelación y el estadístico F, es significativo para el modelo

en su conjunto. La interpretación económica, está en el siguiente apartado: análisis económico.

4.3. Análisis Económico y prueba de hipótesis

Al ser modelos LOG-LOG, los coeficientes de regresión representan la elasticidad y en el modelo tipo Cobb Douglas representa las ratios, que son lo mismo.

Tabla 44

Resumen de los modelos estimados por periodo

Periodo	**AGREGADO**
	Cointegración (Largo Plazo)
1950 – 1973	LN(PBI)=6.54+0.02*LN(IPU)+0.16*LN(FBK)+1.96*LN(PEAO)
1974 – 1993	LN(PBI)=8.78+0.13*LN(IPU)+0.15*LN(FBK)+0.22*LN(PEAO)
1994 – 2017	LN(PBI)=5.64 – 0.10*LN(IPU)+0.31*LN(FBK)+1.74*LN(PEAO)
	Modelo de Corrección de Errores (Corto Plazo)
1950 – 1973	ΔLN(PBI)=0.06+0.003*ΔLN(IPU)+0.10*ΔLN(FBK) – 0.82*ΔLN(PEAO) – 0.64*residuo
1974 – 1993	ΔLN(PBI)= -0.003+0.03*ΔLN(IPU)+0.25*ΔLN(FBK)+0.41*ΔLN(PEAO) – 0.46*residuo
1994 – 2017	ΔLN(PBI)=0.03+0.01*ΔLN(IPU)+0.19*ΔLN(FBK) – 0.06*ΔLN(PEAO) – 0.02*residuo
Periodo	**PERCAPITA**
	Cointegración (Largo Plazo)
1950 – 1973	LN(PBIp)=6.83+0.31*LN(IPUp)+0.12*LN(FBKp)
1974 – 1993	LN(PBIp)=5.98+0.28*LN(IPUp)+0.25*LN(FBKp)
1994 – 2017	LN(PBIp)=5.79 – 0.18*LN(IPUp)+0.66*LN(FBKp)
	Modelo de Corrección de Errores (Corto Plazo)
1950 – 1973	ΔLN(PBIp)=0.02+0.006*ΔLN(IPUp)+0.09*ΔLN(FBK) – 0.006*residuo
1974 – 1993	ΔLN(PBIp)=0.008+0.07*ΔLN(IPUp)+0.28*ΔLN(FBK) – 0.37*residuo
1994 – 2017	ΔLN(PBIp)=0.02 – 0.03*ΔLN(IPUp)+0.19*ΔLN(FBK) – 0.03*residuo

Fuente: Salida del estadístico

Cointegración Agregado: 1950 – 1973

LN(PBI)=6.54+0.02*LN(IPU)+0.16*LN(FBK)+1.96*LN(PEAO)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1950 -1973 en términos agregados, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente 0.02, es decir que, cuando aumenta la inversión pública en un 1%, el PBI solo aumenta en 0.02%; según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos agregados es de aproximadamente 0.16, para el periodo 1950 – 1973, es decir, que cuando el capital aumenta en un 1%, el PBI aumenta en 0.16%.

Por último, un incremento del 1% de la Población económicamente activa Ocupada aporta al crecimiento del PBI en un 1.96%, aproximadamente para el periodo 1950 – 1973.

Modelo de Corrección de Errores Agregado: 1950 – 1973

ΔLN(PBI)=0.06+0.003*ΔLN(IPU)+0.10*ΔLN(FBK) – 0.82*ΔLN(PEAO) – 0.64*residuo

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1950 -1973 en términos agregados, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es 0.003; es decir, en el corto plazo, el incremento de 1% la inversión pública genera un incremento de 0.003% en el PBI. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.02%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital, genera un crecimiento del PBI en 0.10% aproximadamente. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.16%).

En tanto la población económicamente activa ocupada, no es significativa, para el corto plazo, de ahí que su coeficiente sea cero, es decir se acepta la hipótesis nula de que el coeficiente es igual a cero.

El término –0.64*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.64%, aproximadamente, para el periodo 1950-1973.

Cointegración Agregado: 1974 – 1993

LN(PBI)=8.78+0.13*LN(IPU)+0.15*LN(FBK)+0.22*LN(PEAO)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1974 -1993 en términos agregados, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente 0.13, es decir que, cuando aumenta la inversión pública en un 1%, el PBI solo aumenta en 0.13%; según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos agregados es de aproximadamente 0.15, para el periodo 1974 – 1993, es decir, que cuando el capital aumenta en un 1%, el PBI aumenta en 0.15%.

Por último, un incremento del 1% de la Población económicamente activa Ocupada aporta al crecimiento del PBI en un 0.22%, aproximadamente para el periodo 1974 – 1993.

Modelo de Corrección de Errores Agregado: 1974 – 1993

$\Delta LN(PBI) = -0.003+0.03*\Delta LN(IPU)+0.25*\Delta LN(FBK)+0.41*\Delta LN(PEAO) – 0.46*residuo$

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1974 -1993 en términos agregados, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es 0.03; es decir, en el corto plazo, el incremento de 1% la inversión pública genera un incremento de 0.03% en el PBI. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.13%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital, genera un crecimiento del PBI en 0.25% aproximadamente. Hay que notar que este valor es mayor que la elasticidad en el largo plazo (0.15%).

En tanto la población económicamente activa ocupada, un incremento del 1%, genera un crecimiento del PBI en 0.41% aproximadamente. Hay que notar que este valor es mayor que la elasticidad en el largo plazo (0.22%).

El término –0.46*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.46%, aproximadamente, para el periodo 1974-1993.

Cointegración Agregado: 1994 – 2017

LN(PBI)=5.64 – 0.10*LN(IPU)+0.31*LN(FBK)+1.74*LN(PEAO)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1994 -2017 en términos agregados, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente -0.10, es decir que, cuando aumenta la inversión pública en un 1%, el PBI se reduce en 0.10%; según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos agregados es de aproximadamente 0.31, para el periodo 1994 – 2017, es decir, que cuando el capital aumenta en un 1%, el PBI aumenta en 0.31%.

Por último, un incremento del 1% de la Población económicamente activa Ocupada aporta al crecimiento del PBI en un 1.74%, aproximadamente para el periodo 1994 – 2017.

Modelo de Corrección de Errores Agregado: 1994 – 2017

$$\Delta LN(PBI)=0.03+0.01*\Delta LN(IPU)+0.19*\Delta LN(FBK) - 0.06*\Delta LN(PEAO) - 0.02*residuo$$

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1994 -2017 en términos agregados, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es 0.01; es decir, en el corto plazo, el incremento de 1% la inversión pública genera un incremento de 0.01% en el PBI. Hay que notar que este valor es mayor que la elasticidad en el largo plazo (-0.10%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital, genera un crecimiento del PBI en 0.19% aproximadamente. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.31%).

En tanto la población económicamente activa ocupada, no es significativa, para el corto plazo, de ahí que su coeficiente sea cero, es decir se acepta la hipótesis nula de que el coeficiente es igual a cero.

El término –0.02*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables

están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.02%, aproximadamente, para el periodo 1994-2017.

Cointegración per cápita: 1950 – 1973

LN(PBIp)=6.83+0.31*LN(IPUp)+0.12*LN(FBKp)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1950 -1973 en términos per cápita, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente 0.31, es decir que, cuando aumenta la inversión pública per cápita en un 1%, el PBI per cápita aumenta en 0.31%; según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos per cápita es de aproximadamente 0.12, para el periodo 1950 – 1973, es decir, que cuando el capital per cápita aumenta en un 1%, el PBI per cápita aumenta en 0.12%.

Modelo de Corrección de Errores per cápita: 1950 – 1973

ΔLN(PBIp)=0.02+0.006*ΔLN(IPUp)+0.09*ΔLN(FBK) – 0.006*residuo

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1950 -1973 en términos per cápita, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es 0.006; es decir, en el corto plazo, el incremento

de 1% la inversión pública per cápita genera un incremento de 0.006% en el PBI per cápita. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.31%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital per cápita, genera un crecimiento del PBI per cápita en 0.09% aproximadamente. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.12%).

El término –0.006*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. Pero no es significativo. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.006%, aproximadamente, para el periodo 1950-1973.

Cointegración Per cápita: 1974 – 1993

LN(PBIp)=5.98+0.28*LN(IPUp)+0.25*LN(FBKp)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1974 -1993 en términos per cápita, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente 0.28, es decir que, cuando aumenta la inversión pública per cápita en un 1%, el PBI per cápita aumenta en 0.28%; según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos per cápita es de aproximadamente 0.25, para el periodo 1974 – 1993, es decir, que cuando el capital per cápita aumenta en un 1%, el PBI per cápita aumenta en 0.25%.

Modelo de Corrección de Errores per cápita: 1974 – 1993

$$\Delta LN(PBIp)=0.008+0.07*\Delta LN(IPUp)+0.28*\Delta LN(FBK) - 0.37*residuo$$

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1950 -1973 en términos per cápita, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es 0.07; es decir, en el corto plazo, el incremento de 1% la inversión pública per cápita genera un incremento de 0.07% en el PBI per cápita. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.28%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital per cápita, genera un crecimiento del PBI per cápita en 0.28% aproximadamente. Hay que notar que este valor es mayor que la elasticidad en el largo plazo (0.25%).

El término –0.37*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. Pero no es significativo. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI

respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.37%, aproximadamente, para el periodo 1974-1993.

Cointegración Per cápita: 1994 – 2017

LN(PBIp)=5.79 – 0.18*LN(IPUp)+0.66*LN(FBKp)

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1994 -2017 en términos per cápita, para el modelo de largo plazo, la elasticidad inversión pública – producto, es de aproximadamente -0.18, es decir que, cuando aumenta la inversión pública per cápita en un 1%, el PBI per cápita disminuye en 0.18% según el modelo estimado.

En tanto que la elasticidad formación bruta de capital – producto en términos per cápita es de aproximadamente 0.66, para el periodo 1974 – 2017, es decir, que cuando el capital per cápita aumenta en un 1%, el PBI per cápita aumenta en 0.66%.

Modelo de Corrección de Errores per cápita: 1994 – 2017

ΔLN(PBIp)=0.02 – 0.03*ΔLN(IPUp)+0.19*ΔLN(FBK) – 0.03*residuo

De acuerdo a los modelos estimados, en el periodo 1994 -2017 en términos per cápita, para el modelo de corto plazo, el coeficiente de la elasticidad inversión pública – producto, es -0.03 es decir, en el corto plazo, el incremento de 1% la inversión pública per cápita genera una disminución de 0.03% en el PBI per cápita. Hay que notar que este valor es mayor que la elasticidad en el largo plazo (-0.18%).

De igual manera, en el corto plazo, un incremento del 1% en la formación bruta de capital per cápita, genera un crecimiento del PBI per cápita en 0.19% aproximadamente. Hay que notar que este valor es menor que la elasticidad en el largo plazo (0.66%).

El término –0.03*residuo, es el Mecanismo de Corrección de Errores. Note que el coeficiente presenta signo negativo correcto. Pero no es significativo. El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período *t*-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período *t*, o en el futuro. En el presente modelo se observa que la desviación del PBI respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo se corrige cada año en 0.03%, aproximadamente, para el periodo 1994-2017.

Hipótesis General

La inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico influyen directamente en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 1993, e inversamente en el periodo 1994-2017.

Hipótesis específicas

- La inversión pública influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.
- El stock de capital influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.

- El empleo influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.

- El nivel tecnológico influye, directamente en el crecimiento económico del Perú en el período 1950 - 2017.

Crecimiento promedio de las variables agregadas.

Analizando la data en Excel 2019, es decir, calculando las variaciones de un año respecto a la anterior de cada variable y promediando durante todo el periodo se tiene:

Tabla 45

Tasa promedio anual de crecimiento 1950 – 2017 en millones de soles del 2007

TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1950 - 2017			
PBI	3,96%	PBIp	1,78%
IPU	9,13%	IPUp	6,83%
FBK	5,87%	FBKp	3,63%
PEAo	2,20%*		

Fuente: Elaborado en base a datos del INEI usando el Excel. * Tasa de crecimiento de la PEAo en millones de habitantes.

El crecimiento promedio anual del PBI en términos agregados de los últimos 68 años fue de 3.96%, en tanto que el PBI per cápita solo creció en 1.78%. La inversión pública agregada creció en 9.13%, en tanto que la inversión pública per cápita solo creció en 6.83% promedio anual.

El factor capital, medido por la formación bruta de capital, creció en promedio anual en 5.87%, los últimos 68 años, en tanto que en términos per cápita solo creció en 3.63% anual.

El crecimiento promedio del factor trabajo medido por la PEAo, fue de 2.20% anual, en los últimos 68 años (ver tabla 45).

Al igual que la tabla anterior, aquí se promedió por periodos: 1950 – 1973, 1974 – 1993 y 1994 – 2017.

Tabla 46

Tasa promedio anual de crecimiento por periodos en millones de soles del 2007

TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1950 -1973			
PBI	5.34%	PBIp	2.94%
IPU	17.97%	IPUp	15.31%
FBK	7.12%	FBKp	4.66%
PEAo	2.34%*		
TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1974 -1993			
PBI	1.14%	PBIp	-1.72%
IPU	2.70%	IPUp	-0.16%
FBK	2.10%	FBKp	-0.88%
PEAo	3.00%*		
TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1994 - 2017			
PBI	4.98%	PBIp	3.58%
IPU	6.01%	IPUp	4.54%
FBK	7.81%	FBKp	6.41%
PEAo	1.41%*		

Fuente: Elaborado en base a datos del INEI usando el Excel. * Tasa de crecimiento de la PEAo en millones de habitantes.

La tasa de crecimiento promedio anual del PBI por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 5,34%, 1,17% y 4,98% respectivamente, en tanto que el PBI per cápita solo fue de 2,94%, -1,72% y 3,58% respectivamente.

La tasa de crecimiento promedio anual del Inversión pública por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 17,97%, 2,70% y 6,01% respectivamente, en tanto que la inversión pública per cápita solo fue de 15,31%, -0,16% y 4,54% respectivamente.

La tasa de crecimiento promedio anual Formación bruta de capital por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 7,12%, 2,10% y 7,81% respectivamente, en tanto que en términos per cápita solo fue de 4,66%, -10,88% y 6,41% respectivamente.

La tasa de crecimiento promedio anual población económicamente activa ocupada por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 2.34%%, 3.00% y 1.41% respectivamente.

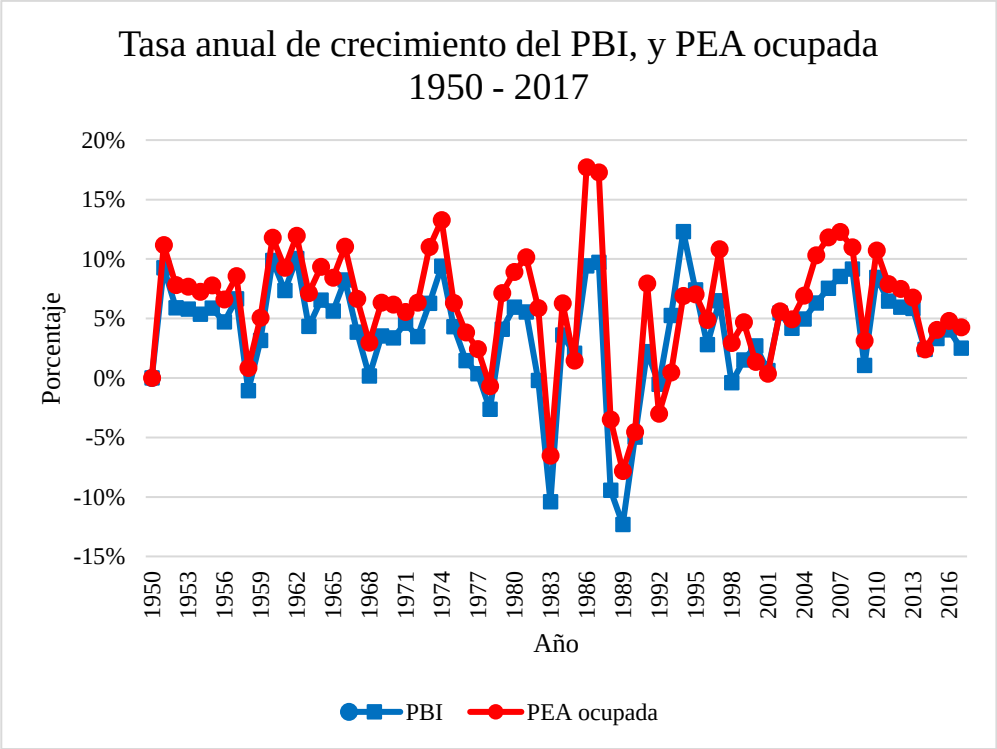

Figura 14

Tasa anual de crecimiento del PBI, y PEAo 1950 – 2017

Fuente: Salida del estadístico

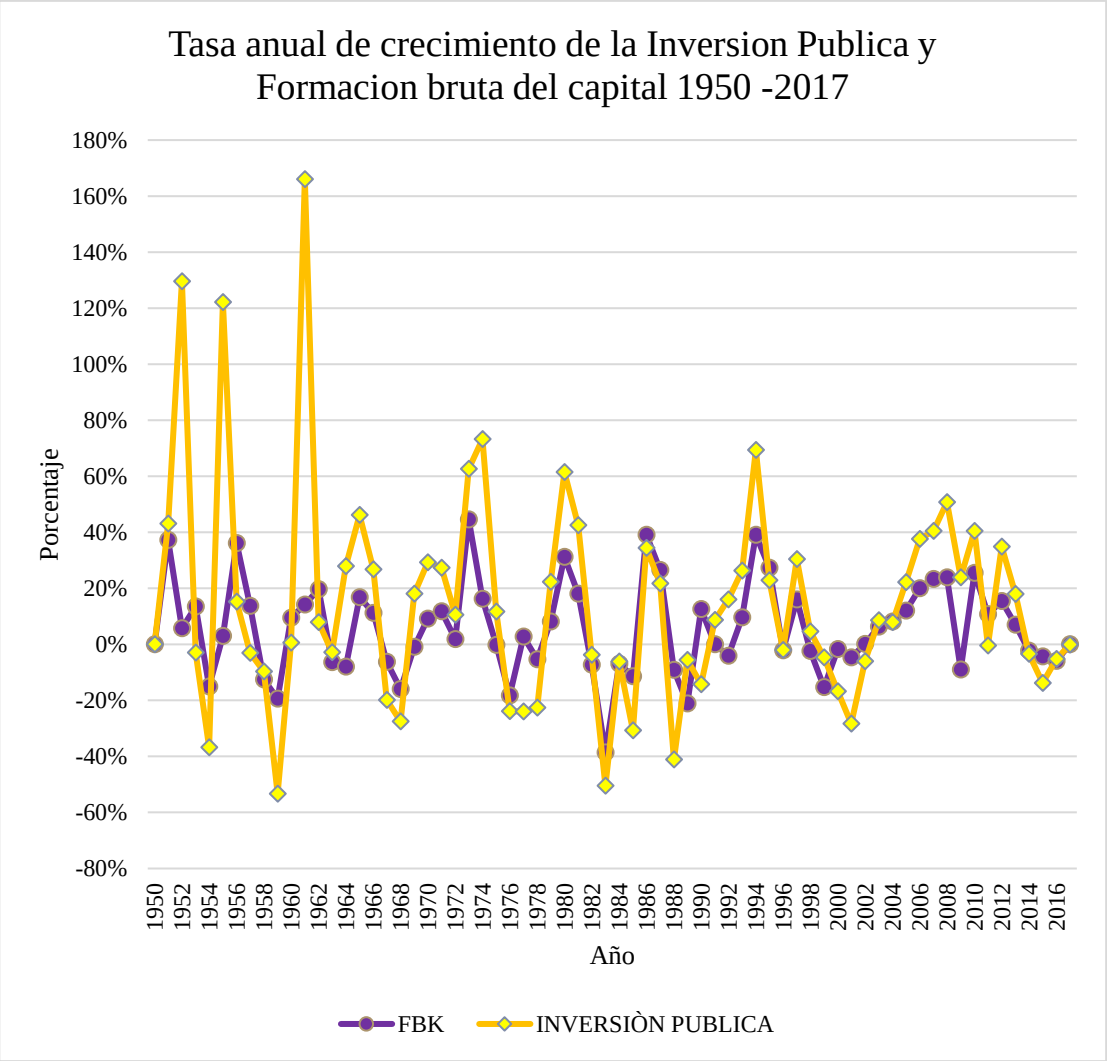

Figura 15

Tasa anual de crecimiento de la Inversión Pública y Formación bruta de capital, y PEAo 1950 – 2017

Fuente: Salida del estadístico

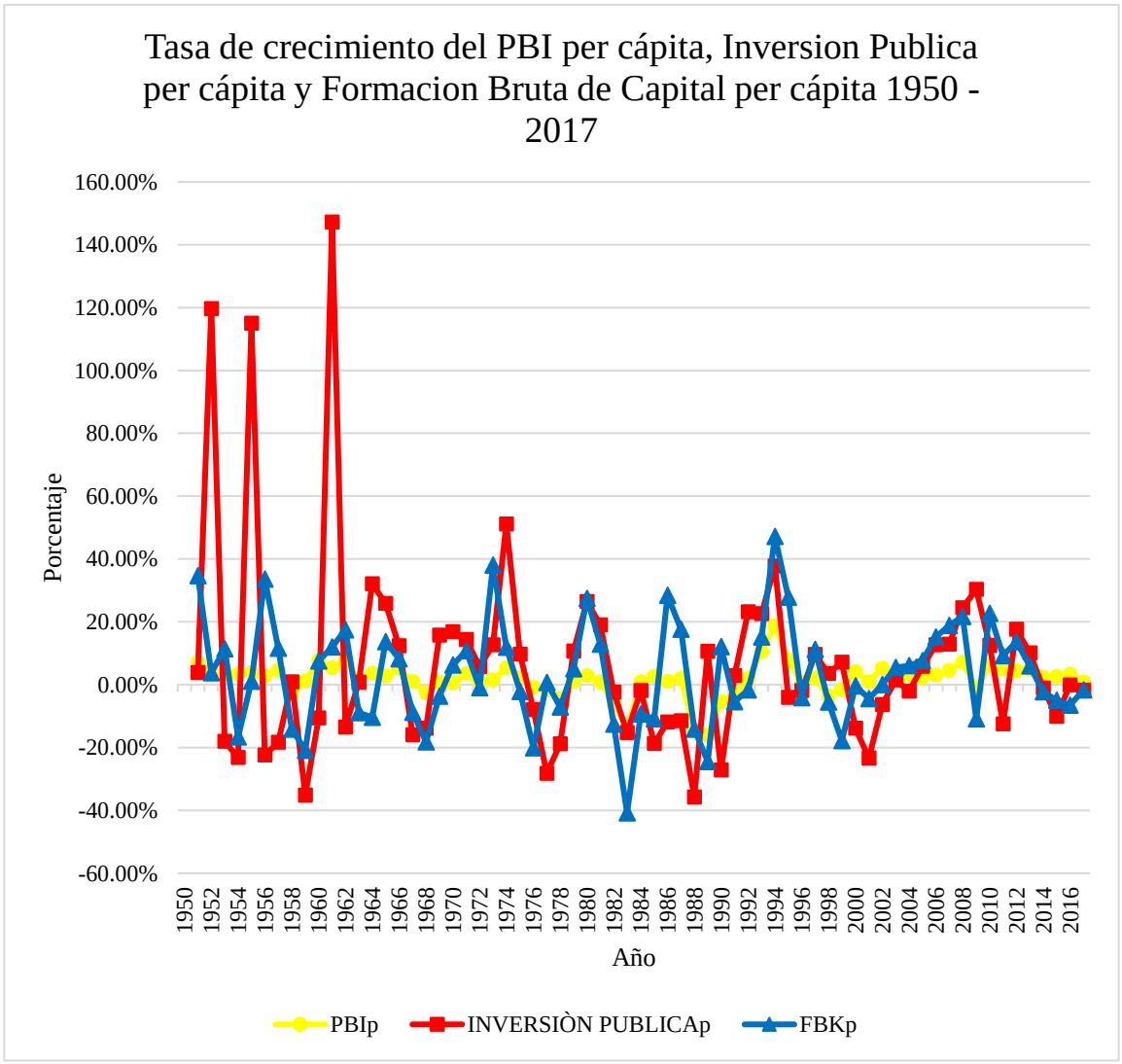

Figura 16

Tasa anual de crecimiento del PBI, la Inversión Pública y Formación bruta de capital (per cápita)1950 – 2017

Fuente: Salida del estadístico

Tabla 47

Participación de la formación bruta de capital y la inversión pública con respecto al PBI (agregada y per cápita)

	Participación de la FBK/PBI	Participación de la Inversión Pública/PBI
1950-1973	11.62%	2.84%
1974-1993	10.84%	5.22%
1994-2017	16.66%	4.46%

Fuente: Elaborado en base a los datos del INEI

La tabla 47 nos muestra la participación porcentual de la inversión pública con respecto al PBI. Tanto en términos per cápita como agregada son la misma para cada periodo, siendo 2.84% respecto al PBI para 1950-1973, 5.22% para 1974-1993 y 4.46% para el periodo 1994-2017. Al igual que la inversión pública la participación de la formación bruta de capital respecto al PBI son 11.62%, 10.84% y 16.66% respectivamente para cada periodo indicado**.**

Contabilidad del crecimiento del PTF

El residuo de Solow que no se ve directamente en el mundo real, sino que se deriva de la contabilidad del crecimiento, es decir de lo que queda realmente, una vez descontado los factores, explica el aporte en eficiencia y productividad total de los factores, es decir, el avance en nivel tecnológico, siguiendo la metodología de (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003) y (Céspedes, Lavado, & Ramírez Rondán, Productividad en el Perú: Medición, Determinantes e Implicancias, 2016).

Los modelos estimados por periodo tanto en términos agregados como per cápita nos sirve para calcular el residuo de Solow o productividad total de factores.

Por otro lado, no olvidemos que el "LN", representa una tasa de crecimiento para cada variable en tanto que LN-LN (cambio porcentual de una variable que afecta al cambio porcentual en la otra) y como tenemos los datos en porcentajes que son tasas de crecimiento respecto a cada año. Calculamos el residuo de Solow.

Tasa de crecimiento de PTF agregado (AGg)

Tabla 48

Contabilidad del crecimiento PTF agregada 1950 – 2017

AÑO	PEA	AÑO	PEA	AÑO	PEA
1950	0.00%	1973	-10.56%	1996	-0.11%
1951	-0.63%	1974	-1.61%	1997	-4.66%
1952	-0.80%	1975	2.29%	1998	-4.70%
1953	0.13%	1976	4.47%	1999	1.85%
1954	4.43%	1977	3.01%	2000	4.03%
1955	-0.31%	1978	0.03%	2001	0.07%
1956	-4.56%	1979	0.25%	2002	4.47%
1957	0.96%	1980	-3.58%	2003	1.08%
1958	-2.80%	1981	-1.55%	2004	-1.04%
1959	3.15%	1982	-0.98%	2005	-3.49%
1960	4.76%	1983	-3.76%	2006	-4.47%
1961	-1.18%	1984	3.96%	2007	-3.62%
1962	3.30%	1985	6.53%	2008	1.18%
1963	-0.18%	1986	2.11%	2009	3.75%
1964	1.76%	1987	4.54%	2010	-1.95%
1965	-3.09%	1988	-5.14%	2011	-0.65%
1966	0.66%	1989	-12.16%	2012	0.44%
1967	-0.38%	1990	-3.44%	2013	3.21%
1968	-2.55%	1991	-0.26%	2014	3.02%
1969	-2.13%	1992	-2.03%	2015	2.40%
1970	-3.95%	1993	2.64%	2016	4.59%
1971	0.51%	1994	12.63%	2017	-0.58%
1972	-2.53%	1995	-1.01%		
PROMEDIO	**-0.67%**	**PROMEDIO**	**-0.23%**	**PROMEDIO**	**0.68%**

Fuente: Salida del estadístico

Tasa de crecimiento de PTF per cápita (APg)

Tabla 49

Contabilidad del crecimiento PTF per cápita 1950 – 2017

Año	APg	Año	APg	Año	APg
1950	0.00%	1974	-12.02%	1998	0.73%
1951	1.69%	1975	0.09%	1999	11.52%
1952	-34.05%	1976	6.37%	2000	1.87%
1953	8.05%	1977	6.05%	2001	-0.39%
1954	12.72%	1978	2.57%	2002	4.13%
1955	-32.30%	1979	-3.24%	2003	0.00%
1956	5.56%	1980	-11.43%	2004	-1.43%
1957	8.96%	1981	-7.64%	2005	-1.87%
1958	-1.42%	1982	-2.11%	2006	-4.67%
1959	14.86%	1983	0.80%	2007	-5.64%
1960	10.22%	1984	3.78%	2008	-2.85%
1961	-42.30%	1985	10.68%	2009	11.68%
1962	10.02%	1986	-2.76%	2010	-6.80%
1963	2.36%	1987	0.80%	2011	-3.42%
1964	-5.11%	1988	-0.91%	2012	-1.60%
1965	-7.07%	1989	-12.87%	2013	2.71%
1966	0.39%	1990	-0.83%	2014	3.73%
1967	7.13%	1991	-2.75%	2015	4.06%
1968	4.07%	1992	-4.11%	2016	7.58%
1969	-3.79%	1993	0.42%	2017	1.52%
1970	-5.50%	1994	-5.83%		
1971	-2.27%	1995	-11.40%		
1972	-1.04%	1996	3.16%		
1973	-7.26%	1997	-3.65%		
PROMEDIO	-2.34%	PROMEDIO	-1.46%	PROMEDIO	0.13%

Fuente: Salida del estadístico

Tabla 50

Tasa promedio anual de crecimiento del PTF agregada y per cápita por periodos

TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1950 -1973			
AGg	-0.67%	APg	-2.34%
TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1974 -1993			
AGg	-0.23%	APg	-1.46%
TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO 1994 - 2017			
AGg	0.68%	APg	0.13%

Fuente: Salida del estadístico

Se tiene el residuo de Solow o tasa de crecimiento anual de la productividad total de factores en términos agregado y per cápita, como se muestra en las tablas 48 y 49, donde se muestra los altibajos positivos y negativos.

La tasa de crecimiento promedio anual del nivel tecnológico por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de -0.67%, -0.23% y 0.68% respectivamente, en tanto que en términos per cápita solo fue de -2.34%, -1.46% y 0.13% respectivamente.

La tabla 50 nos muestra la tasa de crecimiento promedio por periodos, debido a los cambios estructurales, en cada una de ellas es diferente, siendo el del último periodo ligeramente positivo tanto en términos agregados como per cápita.

Así también se tiene la tasa de crecimiento promedio anual, que en los últimos 68 años fue de -0.06% y -1.21%, en términos agregados y per cápita

respectivamente, es decir que disminuyo en vez de aumentar. Lo cual no explica o contribuye mucho al crecimiento del PBI. (ver tabla 51)

Tabla 51

Tasa promedio anual de crecimiento del PTF 1950 – 2017

TASA PROMEDIO ANUAL DE CRECIMIENTO DE LA PTF		
PERIODO	AGg	APg
1950-2017	-0,06%	-1,21%

Fuente: Salida del estadístico

La tabla 51, es un resumen de la tasa de crecimiento promedio anual de la productividad total de los factores, que abarca el periodo de investigación.

En consecuencia, siguiendo la Hipótesis especifica de investigación "El nivel tecnológico interviene, directamente en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950 - 2017", se observa que influye en promedio negativamente o inversamente al crecimiento del PBI tanto agregada como per cápita.

Las figuras 17 y 18, que se muestran a continuación, nos da la idea que a pesar de que en términos promedio de la productividad total de los factores durante todo el periodo, esta, no influyó mucho en el crecimiento económico; sí que tienden al unísono tanto en términos per cápita y agregada, siendo sin embargo de mayor volatilidad o variabilidad la tasa de crecimiento de la productividad total de factores que el del PBI.

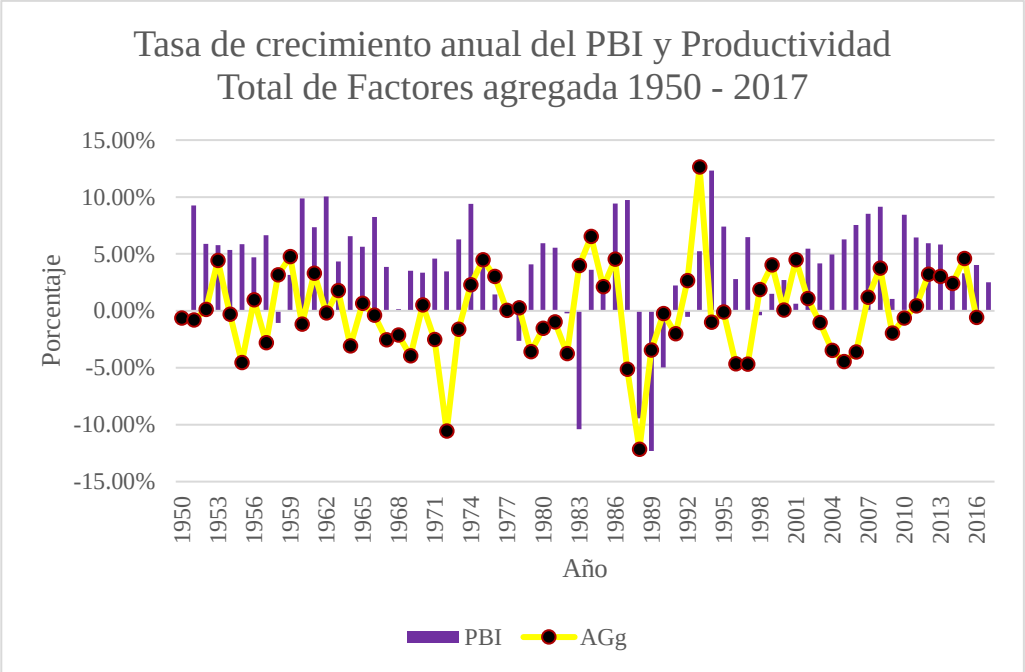

Figura 17

Tasa anual de crecimiento del PBI Productividad Total de Factores nivel agregado 1950 – 2017

Fuente: Salida del estadístico

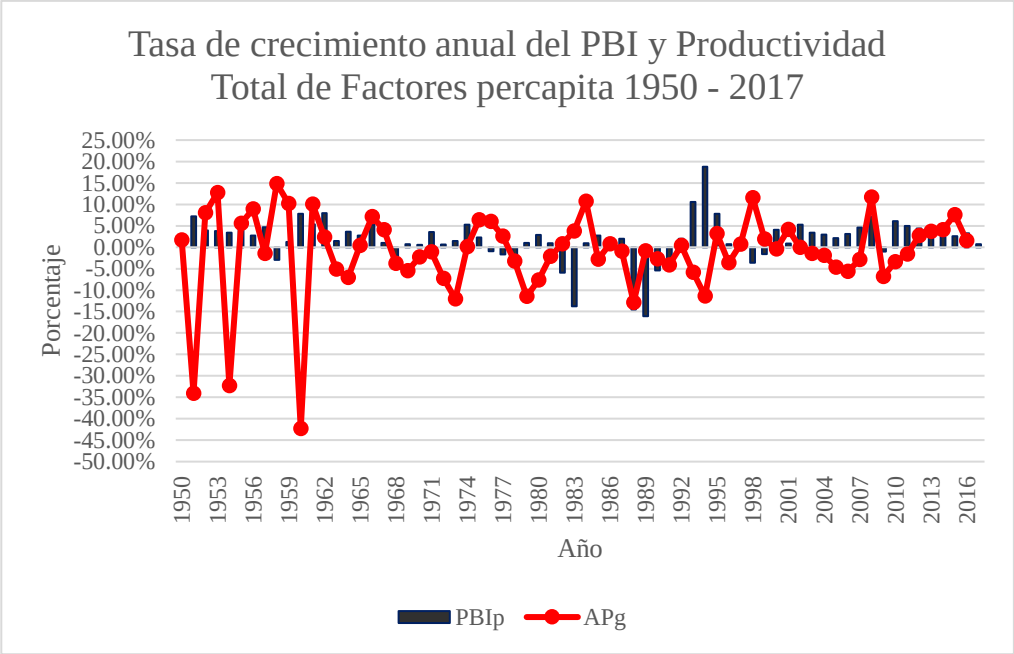

Figura 18

Tasa anual de crecimiento del PBI Productividad Total de Factores nivel per cápita 1950 – 2017

Fuente: Salida del estadístico

V. DISCUSION DE LOS RESULTADOS

El objetivo general de la presente investigación es explicar la influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú en el periodo 1950 – 2017. Por tanto, a partir del análisis de los resultados obtenidos la discusión de los resultados está centrada en explicar la influencia en el crecimiento económico de las variables ya estudiadas.

El hecho de que en los periodos 1950-1973 y 1974-1993 la inversión pública influya positivamente en el crecimiento del PBI, tiene relación con la teoría sostenida por Robert Barro (J. Barro, 1988 - 1990). Sin embargo, el último periodo 1994-2017, la inversión pública influye negativamente en el crecimiento contradiciendo la teoría antes mencionada.

El resultado del último periodo se asemeja al estudio de (Soto Mantilla , 2017) que concluye que: el gasto de capital del gobierno central no es significativo individualmente, obteniéndose inclusive un coeficiente negativo (-1.036). Por lo tanto, el gasto de capital no ha tenido efecto relevante en el crecimiento económico en el periodo de estudio" (pág. 56). Estos resultados fueron no esperados, ya que, la autora supuso efectos positivos del gasto de capital en el crecimiento económico.

A partir de los resultados analizados, se acepta la primera hipótesis especifica de investigación para los periodos 1950-1973 y 1974-1993 ya que influyeron directamente sobre el crecimiento económico, con una elasticidad

de 0.02 y 0.13 respectivamente, en términos agregados, en tanto que en términos per cápita fue 0.31 y 0.28. Pero se rechaza para el último periodo 1994-2017 por influir negativamente o inversamente proporcional al crecimiento económico con una elasticidad de -0.10 en términos agregados y -0.18 en términos per cápita. De esto se concluye que la elasticidad de la inversión pública ha sido ambivalente y descendiendo de periodo en periodo hasta hacerse negativa.

Por otro lado, la formación bruta de capital o stock de capital influyó positivamente o directamente proporcional al crecimiento económico en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 con elasticidades de 0.16, 0.15 y 0.31 respectivamente en términos agregados en tanto que en términos per cápita fue 0.12, 0.25 y 0.66 respectivamente. Con lo cual se acepta la segunda hipótesis específica para los tres periodos mencionados. Cabe recalcar que la elasticidad del stock de capital crece de un periodo para otro con lo cual la participación de la inversión privada se hace más importante en el crecimiento económico.

La población económicamente activa ocupada para el modelo agregado influyó positivamente en el crecimiento económico en los tres periodos indicados anteriormente. Las elasticidades de las mismas son 1.96, 0.22 y 1.74 respectivamente, por lo cual se acepta la tercera hipótesis especifica.

Con respecto a los dos factores de producción: capital y trabajo se asemeja a la investigación realizada por (Azofeifa V, Ana Georgina ; Villanueva S,

Marlene ;, 1996) de esta investigación se desprende, las variables que representan los factores de producción (capital y trabajo) fueron significativas, mostraron los signos esperados, con lo cual se comprobó la hipótesis de que los factores de producción tienen un aporte positivo al crecimiento de la producción.

El nivel tecnológico, medido por el Residuo de Solow o productividad total de factores (PTF) fue negativa en los periodos 1950-1973 y 1974-1993, con cual influyó negativamente o inversamente proporcional al crecimiento económico. Por lo que se rechaza la cuarta hipótesis especifica. Sin embrago, en último periodo 1994-2017, el nivel tecnológico fue positivo pero cercano a cero, aceptando la hipótesis solo para este periodo.

Este resultado se asemeja al encontrado por (Nikita Céspedes, 2016) que menciona: la evolución de los salarios desde 1950 hasta 2015 es el resultado de la escasa atención que se le ha dado a la productividad desde una perspectiva de largo plazo. En efecto, durante este período, el PBI potencial creció a una tasa de 3.9% anual; el capital físico, a una tasa de 4.6%; el empleo potencial, a una tasa de 3.9%; pero la productividad total de los factores en términos potenciales muestra una tasa cercana a 0% de promedio anual. El crecimiento económico de la economía peruana en los últimos 50 años ha sido, en términos generales bastante decepcionante.

En promedio, la producción por habitante creció a un magro ritmo anual de 1.1 por ciento. Como la gran mayoría de los países en desarrollo, nuestro

crecimiento no nos está permitiendo converger hacia las economías desarrolladas, que han crecido en términos per cápita por encima de nosotros. Pero, peor aún, nuestro crecimiento ha sido, también como promedio, bastante inferior tanto al de los demás países en desarrollo como al de América latina como conjunto.

En tanto que, (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003) menciona: Nuestro estudio revela que el bajo crecimiento para estos 50 años, se debió al bajo crecimiento de la productividad (de -0.1 por ciento por año para ser preciso). Los resultados revelan que el crecimiento de la productividad total de factores en los 68 años fue negativo como se ve según la tabla 29, se puede ver que el crecimiento de la PTF fue de -0.1 es decir nulo desde 1950 hasta el 2000, por tanto, tenemos poco progreso tecnológico y técnico.

Tabla 52

Contabilidad del crecimiento – Productividad Total de Factores Perú

	g_y	$\alpha.g_K$	$(1-\alpha).g_L$	g_A	$G_A/g_y.100$
1951-1960	5.7	3.5	0.7	1.5	26.3
1961-1970	5.3	2.9	1.0	1.4	27.4
1971-1980	3.9	3.5	1.2	-0.8	-20.8
1981-1990	-1.0	1.8	1.1	-3.9	n.a.
1991-2000	4.1	2.0	1.0	1.0	25.6
Total 1950-2000	**3.6**	**2.7**	**1.0**	**-0.1**	**-5.5**
1994-2000	**4.9**	**2.5**	**1.1**	**1.3**	**26.7**

Fuente: Productividad y Crecimiento económico en el Perú (Valderrama, Coronado, Vásquez, & Chiang, 2003)

La tabla 53 también corrobora de cierto modo, nuestros resultados en cuanto al crecimiento de la PTF, porque se ve que creció solo a 1.6%, lo cual es muy bajo, para explicar el crecimiento económico peruano.

Tabla 53

Contabilidad del crecimiento – Productividad Total de Factores Perú método Primal periodo 2003 -2012.

	2003-2007	2008-2012	2003-2012
Crecimiento PBI	6.3	6.3	6.3
Contribución del capital físico	1.9	4.1	3.0
Stock del capital físico	1.7	3.6	2.6
Calidad del capital físico	0.1	0.6	0.3
Uso efectivo del capital físico	0.1	-0.1	0.0
Contribución del trabajo	2.1	1.3	1.7
Total de trabajadores	1.6	0.8	1.2
Calidad del trabajo	0.4	0.4	0.4
Uso efectivo del trabajo	0.1	0.1	0.1
Crecimiento PTF	2.3	0.8	1.6
Contribución del capital físico 1/	3.4	3.1	3.3
Crecimiento PTF 1/	0.6	1.8	1.2

Fuente: Productividad en el Perú: Medición, Determinantes e Implicancias (Céspedes, Lavado, & Ramírez Rondán, 2016)

Por último, de acuerdo a los resultados de nuestra investigación, en el largo plazo, la elasticidad inversión pública son mayores a la elasticidad en el corto plazo, al menos para los dos primeros periodos 1950-1973 y 1974-1993, en tanto que el último periodo 1994-2017, la elasticidad inversión pública es muy

negativa en el largo plazo y cercano a cero en el corto plazo, eso se cumple para términos agregados y per cápita.

Las elasticidades de largo plazo, son mayores a las elasticidades de corto plazo para la formación bruta de capital para los periodos 1950-1973 y 1994-2017. Pero para el periodo 1974-1993 las elasticidades de largo plazo son menores al de corto plazo, eso se cumple para términos agregados y per cápitas

Algo similar sucede con las elasticidades de la población económicamente activa ocupada; son mayores las elasticidades de largo plazo a los de corto plazo en los periodos 1950-1973 y 1994-2017; pero menores en el periodo 1974-1993. Todo esto para el modelo agregado.

CONCLUSIONES

La inversión pública, el stock de capital, el empleo y el nivel tecnológico, contribuyeron en el crecimiento económico en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017.

La inversión pública contribuyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993, pero negativamente en el periodo 1994-2017; el stock de capital influyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017; el empleo influyó positivamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 y por último, el nivel tecnológico influyó negativamente en los periodos 1950-1973, 1974-1993 y relativamente positivo en el periodo 1994-2017.

La inversión pública agregada creció en 9.13%, y la inversión pública per cápita solo creció en 6.83% promedio anual en los últimos 68 años. En tanto que por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 17,97%, 2,70% y 6,01% respectivamente, en tanto que en términos per cápita solo fue de 15,31%, -0,16% y 4,54% respectivamente.

La elasticidad de largo plazo de inversión pública agregada fue 0.02, 0.13 y -0.10 respectivamente para cada periodo, en tanto que en el corto plazo fue 0.003; 0.03 y 0.01. Para la inversión pública per cápita la elasticidad en el largo plazo fueron 0.31; 0.28 y -0.18; en contraposición en el corto plazo fueron: 0.006, 0.07 y -0.3, respectivamente para cada periodo.

El factor capital, medido por la formación bruta de capital, creció en promedio anual en 5.87%, los últimos 68 años, y en términos per cápita solo creció en 3.63% anual. En tanto que por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de

7,12%, 2,10% y 7,81% respectivamente, en tanto que en términos per cápita solo fue de 4,66%, -0,88% y 6,41% respectivamente.

La elasticidad de largo plazo de la formación bruta de capital agregada fue 0.16, 0.15 y 0.31 respectivamente para cada periodo, en tanto que en el corto plazo fue 0.10; 0.25 y 0.19. Para la formación bruta de capital per cápita la elasticidad en el largo plazo fueron 0.12; 0.25 y 0.66; en contraposición en el corto plazo fueron: 0.09, 0.28 y 0.19, respectivamente para cada periodo.

El crecimiento promedio anual del factor trabajo o empleo medido por la PEAo, fue de 2.20% anual, en los últimos 68 años. En tanto que por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de 2.34%%, 3.00% y 1.41% respectivamente.

La elasticidad empleo en el largo plazo fue 1.96, 0.22 y 1.74 respectivamente para cada periodo, influyendo más al crecimiento económico el primer periodo. En tanto que la elasticidad en el corto plazo fue de - 0.82; 0.41 y -0.06, siendo hallazgos estadísticamente no significativos para el primer y último periodo.

La tasa de crecimiento promedio anual del nivel tecnológico, en los últimos 68 años fue de -0.06% y -1.21% respectivamente, es decir que disminuyo en vez de aumentar, en tanto que por periodos 1950-1973, 1974-1993 y 1994-2017 fue de -0.67%, -0.23% y 0.68% respectivamente a nivel agregado, y que en términos per cápita solo fue de -2.34%, -1.46% y 0.13% respectivamente. En conclusión, el nivel tecnológico influyó negativamente al crecimiento económico.

RECOMENDACIONES

La inversión pública como variable de política económica se debe priorizar para la mejora de la infraestructura productiva (carreteras, pistas, canales de riego, etc.) y el desarrollo de las condiciones mínimas de industrialización pesada y de este modo, generar mayor productividad total de factores, es decir, mayor productividad del trabajo y del capital y tener un residuo de Solow positivo.

El hecho de que en el último (1994-2017) la inversión pública influya negativamente sobre el crecimiento económico, se debe justamente por la mayor apertura comercial y el implante del modelo neoliberal que reduce la participación del estado en la economía y por consiguiente depender de las exportaciones tradicionales. Con lo cual se recomienda cambiar de modelo de crecimiento, y priorizar las variables de la demanda interna (generar mercado interno de bienes intermedios y finales para el sector secundario pesado y liviano) mediante la diversificación productiva local regional y nacional, el incentivo la innovación tecnológica y mayor promoción del estado en la economía.

Implementar políticas estructurales, es decir, dar mayor prioridad a sectores no tradicionales, como la manufactura, los servicios, y depender menos de la minería y las exportaciones del sector primario. También mejorar las políticas de Estabilización debido a que altas inflaciones generan distorsión en los mecanismos de precios y esto a su vez ineficiencia en la asignación de recursos escasos, ineficiencia en la inversión, producción, consumo, etc.

Un resultado negativo en la PTF debe ser tomado en cuenta por las autoridades competentes, ya que generalmente dicho resultado se atribuye al factor trabajo,

en este sentido, se deben generar las políticas necesarias para fomentar un aumento en los niveles de educación y calidad de la misma en los trabajadores para estimular su productividad y posteriormente generar resultados positivos en la productividad multifactorial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aghion, P., & Howitt, P. (1999). *Endogenous Growth Theory* (Tercera Edición ed.). London: The MIT pres, Cambriadge, Massachusetts.

Albújar Cruz, A. R. (2012). *Medición del impacto en la economía de la inversión en infraestructura público-privada en países en vías de desarrollo. Aplicación a la economía peruana.* Barrcelona.

Azofeifa V, Ana Georgina ; Villanueva S, Marlene ;. (1996). *ESTIMACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN: CASO DE COSTA RICA.* Costa Rica: BANCO CENTRAL DE COSTA RICA, DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS.

Barahona, E. J. (2014). *El Aporte del Capital, el Trabajo y la Productividad Total de los factores al Crecimiento Económico de Honduras (1980-2012).* Tegucigalpa, Honduras.: Universidad Nacional Autónoma de Honduras, Tegucigalpa Honduras.

Barro, R., Grilli, V., & Febrero, R. (1997). *Macroeconomía Teoria y politica.* Madrid: McGRAW.HILL/INTERAMERICANA DE ESPANA, S. A.

Barro. J, R., & Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth.* London, England: Cambridge, Massachusetts.

BCRP. (2018). *BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ*. Retrieved from https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/; https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/cuadros/memoria/mem_001; https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/cuadros/memoria/mem_006; https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadistica

Bernal Torres, C. (2006). *Metodología de la investigación. Para administración, economía, humanidades y ciencias sociales.* (Segunda Edición ed.). Mexico: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Brito, S. (2010). *Productividad y Crecimiento Económico: El Caso de Guatemala 1970-2008.* Santiago, Chile: Instituto de Economía.

Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Oxford University Press, The Review of Economic Studies*, Vol. 32, No. 3 (Jul., 1965), pp. 233-240.

Castillo García, C. (2015). *Distribución Factorial del Ingreso en el Perú 1940 - 2013.* Lima: Universidad del Pacifico, Escuela de Postgrado.

Céspedes, N., Lavado, P., & Ramírez Rondán, N. (2016). *Productividad en el Perú: medición, determinantes e implicaciones.* Lima, Perú: Universidad del Pacífico.

Céspedes, N., Lavado, P., & Ramírez Rondán, N. (2016). *Productividad en el Perú: Medición, Determinantes e Implicancias* (Primera Edición ed.). Lima: Universidad del Pacifico.

Córdova Zamora, M. (2003). Estadistica: Descriptiva e inferencial. San Martín de Porres Lima- Perú: MOSHERA S.R.L.

Crafts, N. (1999). *East Asian growth before and after crisis.* IMF Staff papers, Vol.46, No 2.

Cruzado Pérez, D. A. (2016). *Inversión Pública, Crecimiento Económico y Desigualdad en la Región La Libertad, 2000-2015* . Trujillo, Perú: Universidad Nacional de Trujillo.

D. Domar, E. (1946). Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *The Econometric Society, Source: Econometrica, Vol. 14, No. 2 (Apr., 1946), pp. 137-147*, Vol. 14, No. 2 (Apr., 1946), pp. 137-147.

Del Cid Pérez, A., & Méndez, R. y. (2007). *Investigación. Fundamentos y metodología* (Primera Edición ed.). Mexico: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

DELOITTE. (2007). *Diccionario de Economia y Negocios* (Quinta Edición ed.). Madrid: Espasa Calpe.

GRECO - Grupo de estudios del crecimiento económico colombiano. (2000). *El Crecimiento Económico Colombiano en el siglo XX:Aspectos globales.* Bogota.

Greene, W. (1999). *Analisís Econométrico* (Tercera Edición ed.). Madrid: Prentice Hall Iberia S.R.L.

Gujarati, D. (2010). *Econometría* (Quinta Edicion ed.). México, D. F.: The McGraw-Hill.

Hamilton, J. (1994). *Times Series Analysis* (Primera Edición ed.). New Jersey: Pricenton University Press.

Harrod, R. (1939). An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal, the Royal Economic Society, The Economic Journal, Vol. 49, No. 193 (Mar., 1939), pp. 14-33*, Vol. 49, No. 193 (Mar., 1939), pp. 14-33.

Hernández Mota, J. L. (2010). *Inversión pública y crecimiento económico: Hacia una perspectiva de la función del gobierno*. Mexíco.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta Edición ed.). Mexico: McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

Holtz-Eakin, D. (1992). *Solow and the states: capital accumulation, productivity and.* Chicago: NBER working paper 4144.

INEI. (2018). *INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA E INFORMATICA*. Retrieved from INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA E INFORMATICA: https://www.inei.gob.pe/estadisticas/indice-tematico/economia/

INEI. (2018, Abril 24). Nota de prensa. *POBREZA MONETARIA AFECTÓ AL 21,7% DE LA POBLACIÓN DEL PAÍS, Nº 063 – 24 abril 2018*, 4. Lima, Lima, Perú: INEI.

J. Barro, R. (1988 - 1990). Government Spending in a Simple Model Of Endogenous Growth. *Journal of Political Economy*, pp 103 -125.

J. Koopmans, T. (1963). On the concept of Optimal Economic Growth. *Cowles Foundation For Research in Economics at Yale University*, N° 163.

Jiménez, F. (2010). *Elementos de teoría y politica macroeconómica para una economía abierta*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Jimenez, F. (2011). *Crecimiento Económico: Enfoques y Modelos* (Primera edición, noviembre de 2011 ed.). Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

José, S. (2003). *Determinantes del Crecimiento Económico en Centroamérica y República Dominicana.* CONSEJO MONETARIO CENTROAMERICANO.

Kaldor, N. (1955-1956). Alternative Theories of Distribution. *The Review of Economic Studies Ltd.The Review of Economic Studies*, Vol. 23, No. 2 (1955 - 1956), pp. 83-100.

Letelier Osés, F. A. (2016). *Efectos del gasto público y de su composición en el crecimiento económico.* Santiago - Chile.

Letelier Osés, F. A. (diciembre de 2016). *Efectos del gasto público y de su composición en el crecimiento económico.* Santiago - Chile.

Letelier, O. F. (2016). chile: PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE.

Lucas, R. (1988). On The Mechanics Of Economic Development. *University of Chicago, Chicago*, 1L 60637, USA.

M. Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics, The MIT Press*, Vol. 70, No. 1 (Feb., 1956), pp. 65-94.

Mankiw, N., David, R., & David , W. (1991). *A contribution to the empirics of economic growth.* Chicago: Quarterly Journal of Economics 107.

Mauricio, J. A. (2007). *Introducción al Análisis de Series Temporales* (Primera Edición ed.). Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Maynard Keynes, J. (1936). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero.* Mexico - Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.

Méndez Sayago, J. A., Méndez Sayago, J. M., & Hernández Escolar, H. A. (2013). *PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES, CAMBIO TÉCNICO, EFICIENCIA TÉCNICA Y PIB POTENCIAL EN LATINOAMÉRICA.* Medellín: Universidad de Medellín.

Mendoza Bellido, W. (2014). *Como investigan los economistas. Guia para elaborar y desarrollar un proyecto de investigación* (Primera edición ed.). Lima: Fondo Editorial de la Pontifica Universidad Catolica del Perú.

Navarro, E. M. (2010). *El modelo de crecimiento económico de Solow-Swan: implicaciones y limitaciones.* Departamento de Métodos Cuantitativos Escuela Superior de Economía Instituto Politécnico Nacional.

Ortega Rivera, H. (2013). *Educación, Bono Demográfico y su Impacto en el Crecimiento en México (2000-2010).* México D.F: Instituto Politécnico Nacional.

P. Ramsey, F. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *Royal Economic Society, The Economic Journal*, Vol. 38, No. 152 (Dec., 1928), pp. 543-559.

Pindyck, R., & Rubinfeld, D. (2001). *Econometría Modelos y Pronosticos* (Cuarta Edición ed.). México, D.F.: The McGraw-Hill.

Pinilla Rodríguez, Jiménez Aguilera y Montero Gran, D. (2013). *Gasto Público y crecimiento económico. Un estudio empírico para America Latina* . España.

Posada, C., & Escobar, J. (2001). *Crecimiento económico y gasto público público: una interpretación de las experiencias internacionales y del caso colombiano 1982-1999.* Bogota: Banco de la República.

Quiñonez Ronquillo, W. J. (2015). *El gasto público y el crecimiento económico del Ecuador periodo 2007-2012.* Guayaquil-Ecuador.

Rebelo, S. (1991). Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth. *The University of Chicago Press, The Journal of Political Economy,* Vol. 99, No. 3 (Jun., 1991), pp. 500-521.

Reymundo Chirinos. (2007). *Determinantes del crecimiento económico: Una revisión de la literatura existente y estimaciones para el período 1960-2000.* Lima-Peru.

Rincón, A. (1998). *Crecimiento económico en la América Latina. Estudio basado en el modelo neoclásico".* Colombia: El Trimestre Económico.

Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *The University of Chicago Press, The Journal of Political Economy,* Vol. 94, No. 5 (Oct., 1986), pp. 1002-1037.

Seminario, B. (2016). *El Desarrollo de la Economía Peruana en la era Moderna: Precios, población, demanda y producción desde 1700.* Lima: Universidad del Pacifico.

Soto Mantilla , J. Y. (2017). *Efecto del gasto de capital del gobierno central en el crecimiento económico del Peú, 1995-2015.* Trujillo- Perú.

Swan, T. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record 32*, pp. 334-336.

Valderrama, J., Coronado, J., Vásquez, J., & Chiang, G. (2003). *Productividad y Crecimiento Económico en el Perú.* San Isidro, Lima 27, Perú: Instituto Peruano de Economía.

Venté Carabalí, V. L. (2016). *Efectos del gasto público sobre la tasa de crecimiento económico: Análisis departamental para Colombia, 2004-2014.* Bogotá, Colombia.

Wayne H, F. (1996). *Introduction to Statistical Time Series* (Segunda Edición ed.). Canada: Iowa State University.

Wooldridge, J. M. (2010). *Introducción a la econometría Un enfoque moderno* (Cuarta Edición ed.). México, D.F.: Cengage Learning Edi to res, S.A. de C.V.

Wordreference. (2018). *Wordreference*. Retrieved from Wordreference: https://www.wordreference.com

ANEXOS Y APÉNDICES

INFLUENCIA DE LA INVERSIÓN PÚBLICA, EL STOCK DE CAPITAL, EMPLEO Y NIVEL TECNOLÓGICO EN EL CRECIMIENTO ECONÓMICO DEL PERÚ, PERIODO 1950 - 2017							
MATRIZ DE CONSISTENCIA LÓGICA							
PROBLEMA	**OBJETIVOS**	**HIPOTESIS**	**VARIABLES Y DIMENSIONES**	**INDICADORES**	**POBLACION Y MUESTRA**	**DISEÑO DE INVESTIGACION**	**INSTRUMENTOS (ANALISIS DE DATOS)**
Problema General	**Objetivo General**	**Hipotesis General**					
¿Cómo influyeron la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 – 2017?	Explicar la influencia de la inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú durante el periodo 1950 – 2017.	La inversión pública, el stock de capital, empleo y nivel tecnológico influyen directamente en el crecimiento económico del Perú, periodo 1950 – 2017.	Variables cuantitativas y dimensiones: Economica, Social, Demografica y Tecnologica	Tasa de crecimento del PBI , tasa de crecimento PEA, tasa de crecimiento de la FBK, tasa de crecimiento de la IP y residuo de Solow	Poblacion (1821 - 2018) Muestra (1950 - 2017)	El tipo de investigación es explicativo, El nivel de la investigación es explicativo y correlacional. El diseño de investigación, es, no experimental	SOFWARES (Word 2016, Excel 2016 y Eviews 10, SPPS 23. Econometria de series de tiempo, Minimos Cuadrados Ordinarios y Método de Información Completa (modelos multiecuacionales)
Problemas Especificos	**Objetivos Especificos**	**Hipotesis Especifica**					
• ¿Cómo repercute la inversión pública, en el crecimiento económico del Perú en el periodo antes referido?	• Explicar la repercusión de la inversión pública en el crecimiento económico del Perú en el periodo indicado.	• La inversión pública repercute, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo indicado.	Variable cuantitativa y dimension Economica, Social.	Tasa de crecimiento de la IP, y IP per capita (Millones soles constantes)	Poblacion (1821 - 2018) Muestra (1950 - 2017)		
• ¿Cómo afecta el Stock de capital, en el crecimiento económico del Perú el periodo antes referido?	• Explicar la influencia del stock de capital en el crecimiento económico del Perú en el periodo indicado.	• El stock de capital afecta, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo indicado	Variable cuantitativa y dimension economica, social y demografica	Tasa de crecimiento de FBK, FBK per capita (Millones soles constantes)			
• ¿Cómo influye el empleo, en el crecimiento económico del Perú el periodo antes referido?	• Explicar la influencia del empleo en el crecimiento económico del Perú en el periodo indicado.	• El empleo influye, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo indicado.	Variable cuantitativa y dimension demografica	Tasa de crecimiento de la PEA y PEAo (millones de habitantes)			
• ¿Cómo interviene el nivel tecnológico en el crecimiento económico del Perú el periodo antes referido?	• Explicar la influencia de la tecnologia en el crecimiento económico del Perú en el periodo indicado, mediante el residuo de Solow, descontando de la contabilidad del crecimiento.	• El nivel tecnológico interviene, directamente en el crecimiento económico del Perú del periodo indicado.	Variable cuantitativa y dimension tecnologica	Residuo de Solow, una vez estimada la función de producción, se descontara de la contabilidad del crecimiento.			

Tabla 1

Producto bruto interno, inversión bruta privada e inversión pública 1950 – 2017 (Millones de soles de 2007)

AÑO	PBI	FBK	INVERSIÓN PÚBLICA	AÑO	PBI	FBK	INVERSIÓN PÚBLICA
1950	40,920	4,492	620	1984	163,842	13,639	11,065
1951	44,711	6,165	656	1985	167,219	12,079	8,937
1952	47,347	6,519	1,468	1986	182,981	16,802	8,523
1953	50,085	7,400	1,226	1987	200,778	21,260	8,112
1954	52,762	6,285	960	1988	181,822	19,321	5,518
1955	55,858	6,475	2,102	1989	159,436	15,242	6,376
1956	58,484	8,812	1,663	1990	151,492	17,159	4,664
1957	62,371	10,022	1,384	1991	154,854	17,154	5,073
1958	61,706	8,769	1,422	1992	154,017	16,450	6,096
1959	63,653	7,067	940	1993	162,093	18,028	7,113
1960	69,946	7,740	857	1994	182,044	25,088	9,264
1961	75,085	8,835	2,158	1995	195,536	31,946	8,857
1962	82,620	10,573	1,903	1996	201,009	31,247	8,872
1963	86,196	9,898	1,971	1997	214,028	36,241	10,148
1964	91,840	9,112	2,677	1998	213,190	35,373	10,861
1965	97,003	10,647	3,464	1999	216,377	29,981	12,006
1966	104,995	11,845	4,001	2000	222,207	29,461	10,202
1967	109,040	11,099	3,457	2001	223,580	28,089	7,794
1968	109,206	9,328	3,060	2002	235,773	28,145	7,313
1969	113,044	9,241	3,641	2003	245,593	29,915	7,479
1970	116,849	10,089	4,373	2004	257,770	32,335	7,467
1971	122,213	11,284	5,051	2005	273,971	36,217	8,224
1972	126,463	11,492	5,490	2006	294,598	43,482	9,665
1973	134,401	16,620	6,478	2007	319,693	53,626	11,322
1974	147,017	19,321	10,171	2008	348,923	66,453	14,356
1975	153,340	19,277	11,381	2009	352,584	60,439	19,093
1976	155,559	15,768	10,732	2010	382,380	75,841	21,965
1977	156,102	16,200	7,867	2011	407,052	84,028	19,509
1978	151,977	15,333	6,514	2012	431,273	97,011	23,307
1979	158,194	16,589	7,432	2013	456,449	103,749	25,887
1980	167,596	21,770	9,678	2014	467,433	101,370	25,600
1981	176,901	25,700	12,045	2015	482,890	97,024	23,175
1982	176,507	23,835	12,475	2016	502,341	91,338	23,326
1983	158,136	14,651	10,983	2017	514,927	91,400	23,303

Fuente: INEI y BCRP. Elaboración: Gerencia Central de Estudios Económicos.

Tabla 2

PEA, PEA ocupada, del Perú en millones (1950-2017)

AÑO	PEA	PEA ocupada	AÑO	PEA	PEA ocupada
1950	3.43	3.83	1985	9.88	9.16
1951	3.57	3.90	1986	10.31	9.92
1952	3.70	3.98	1987	11.05	10.67
1953	3.85	4.05	1988	11.91	11.31
1954	3.97	4.13	1989	12.52	11.81
1955	4.15	4.21	1990	12.62	11.86
1956	4.31	4.29	1991	13.10	12.54
1957	4.48	4.37	1992	13.12	12.23
1958	4.59	4.45	1993	12.54	11.65
1959	4.71	4.54	1994	11.76	11.01
1960	5.04	4.62	1995	11.66	10.97
1961	5.27	4.71	1996	11.88	11.20
1962	5.51	4.80	1997	12.51	11.69
1963	5.60	4.93	1998	12.86	12.07
1964	5.76	5.07	1999	13.21	12.46
1965	5.89	5.21	2000	12.99	12.29
1966	6.04	5.36	2001	12.91	12.26
1967	6.13	5.51	2002	13.02	12.28
1968	6.10	5.66	2003	13.05	12.37
1969	6.11	5.82	2004	13.32	12.61
1970	6.31	5.99	2005	13.87	13.12
1971	6.37	6.04	2006	14.36	13.68
1972	6.59	6.22	2007	14.90	14.20
1973	6.73	6.51	2008	15.16	14.46
1974	6.98	6.76	2009	15.45	14.76
1975	7.17	6.90	2010	15.74	15.09
1976	7.36	7.06	2011	15.95	15.31
1977	7.55	7.21	2012	16.14	15.54
1978	7.74	7.35	2013	16.33	15.68
1979	8.02	7.57	2014	16.33	15.68
1980	8.25	7.79	2015	16.40	15.80
1981	8.61	8.15	2016	16.50	15.92
1982	9.08	8.65	2017	16.90	16.20
1983	9.60	8.98			
1984	9.85	9.22			

Fuente: Elaborado extrapolando el PEAo (1950 – 1969), con datos de Brumo seminario, “Precios, población, demanda y producción desde 1700” – Universidad del Pacifico, 2016; Cesar Catillo, “Distribución Factorial del Ingreso en el Perú 1940 – 2013” – Universidad del Pacifico, 2015 y la INEI PEA, PEAo 2008 - 2017.

Tabla 3

PEA, PEAo, del Perú en millones (1950-2017)

AÑO	PEA	PEAo	AÑO	PEA	PEAo
1950	3.43	3.83	1985	9.88	9.16
1951	3.57	3.90	1986	10.31	9.92
1952	3.70	3.98	1987	11.05	10.67
1953	3.85	4.05	1988	11.91	11.31
1954	3.97	4.13	1989	12.52	11.81
1955	4.15	4.21	1990	12.62	11.86
1956	4.31	4.29	1991	13.10	12.54
1957	4.48	4.37	1992	13.12	12.23
1958	4.59	4.45	1993	12.54	11.65
1959	4.71	4.54	1994	11.76	11.01
1960	5.04	4.62	1995	11.66	10.97
1961	5.27	4.71	1996	11.88	11.20
1962	5.51	4.80	1997	12.51	11.69
1963	5.60	4.93	1998	12.86	12.07
1964	5.76	5.07	1999	13.21	12.46
1965	5.89	5.21	2000	12.99	12.29
1966	6.04	5.36	2001	12.91	12.26
1967	6.13	5.51	2002	13.02	12.28
1968	6.10	5.66	2003	13.05	12.37
1969	6.11	5.82	2004	13.32	12.61
1970	6.31	5.99	2005	13.87	13.12
1971	6.37	6.04	2006	14.36	13.68
1972	6.59	6.22	2007	14.90	14.20
1973	6.73	6.51	2008	15.16	14.46
1974	6.98	6.76	2009	15.45	14.76
1975	7.17	6.90	2010	15.74	15.09
1976	7.36	7.06	2011	15.95	15.31
1977	7.55	7.21	2012	16.14	15.54
1978	7.74	7.35	2013	16.33	15.68
1979	8.02	7.57	2014	16.33	15.68
1980	8.25	7.79	2015	16.40	15.80
1981	8.61	8.15	2016	16.50	15.92
1982	9.08	8.65	2017	16.90	16.20
1983	9.60	8.98			
1984	9.85	9.22			

Fuente: Elaborado por extrapolación de PEAo (1950 – 1969), con datos de Bruno Seminario, “Precios, población, demanda y producción desde 1700” – Universidad del Pacifico, 2016; César Catillo, “Distribución Factorial del Ingreso en el Perú 1940 – 2013” – Universidad del Pacifico, 2015 y el INEI PEA, PEAo 2008 – 2017

Apéndice Matemático

Apéndice A: Tasas de crecimiento

Tasas de crecimiento (en términos agregados y per cápita, de productos y cocientes)

Resumen: Tasas de crecimiento en tiempo discreto y tiempo continuo

	Tiempo Discreto	Tiempo Continuo
Valor de X en "t"	$\mathbf{X_t = X_0(1+\acute{\omega})^t}$	$\mathbf{X_t = X_0 e^{\acute{\omega} t}}$
Tasa de crecimiento	$\acute{\omega} = \sqrt[t]{\frac{\mathbf{X_t}}{\mathbf{X_0}}} - \mathbf{1}$	$\acute{\omega} = \frac{\mathbf{\ln(X_t) - \ln(X_0)}}{\mathbf{t}}$
Tasa de un producto Z=XY	$\frac{\Delta Z_t}{Z_{t-1}} = \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}} + \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta X_t \Delta Y_t}{X_{t-1} Y_{t-1}}$ O $\boldsymbol{\lambda = \acute{\omega} + \rho + \acute{\omega}\rho}$	$\frac{\dot{\boldsymbol{Z}}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{\dot{\boldsymbol{X}}}{\boldsymbol{X}} + \frac{\dot{\boldsymbol{Y}}}{\boldsymbol{Y}}$ O $\boldsymbol{\lambda = \acute{\omega} + \rho}$
Tasa de un cociente Z=X/Y	$\frac{\Delta Z_t}{Z_{t-1}} = \frac{\left(\frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}\right) - \left(\frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}\right)}$ O $\boldsymbol{\lambda = \frac{\acute{\omega} - \rho}{1 + \rho}}$	$\frac{\dot{\boldsymbol{Z}}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{\dot{\boldsymbol{X}}}{\boldsymbol{X}} - \frac{\dot{\boldsymbol{Y}}}{\boldsymbol{Y}}$ O $\boldsymbol{\lambda = \acute{\omega} - \rho}$

Apéndice B: Tabla Estadística

Critical Values for the Phillips Z_t Statistic or the Dickey-Fuller t Statistic When Applied to Residuals from Spurious Cointegrating Regression

Number of right-hand variables in regression, excluding trend or constant $(n-1)$	*Sample size* (T)	*Probability that* $(\hat{\rho}-1)/\hat{\sigma}_\rho$ *is less than entry*						
		0.010	*0.025*	*0.050*	*0.075*	*0.100*	*0.125*	*0.150*
				Case 1				
1	500	−3.39	−3.05	−2.76	−2.58	−2.45	−2.35	−2.26
2	500	−3.84	−3.55	−3.27	−3.11	−2.99	−2.88	−2.79
3	500	−4.30	−3.99	−3.74	−3.57	−3.44	−3.35	−3.26
4	500	−4.67	−4.38	−4.13	−3.95	−3.81	−3.71	−3.61
5	500	−4.99	−4.67	−4.40	−4.25	−4.14	−4.04	−3.94
				Case 2				
1	500	−3.96	−3.64	−3.37	−3.20	−3.07	−2.96	−2.86
2	500	−4.31	−4.02	−3.77	−3.58	−3.45	−3.35	−3.26
3	500	−4.73	−4.37	−4.11	−3.96	−3.83	−3.73	−3.65
4	500	−5.07	−4.71	−4.45	−4.29	−4.16	−4.05	−3.96
5	500	−5.28	−4.98	−4.71	−4.56	−4.43	−4.33	−4.24
				Case 3				
1	500	−3.98	−3.68	−3.42	—	−3.13	—	—
2	500	−4.36	−4.07	−3.80	−3.65	−3.52	−3.42	−3.33
3	500	−4.65	−4.39	−4.16	−3.98	−3.84	−3.74	−3.66
4	500	−5.04	−4.77	−4.49	−4.32	−4.20	−4.08	−4.00
5	500	−5.36	−5.02	−4.74	−4.58	−4.46	−4.36	−4.28

The probability shown at the head of the column is the area in the left-hand tail.

Fuente: Time Series Analysis (Hamilton, 1994)

UNVERSIDAD NACIONAL
"SANTIAGO ANTUNEZ DE MAYOLO"
FACULTAD DE ECONOMIA Y CONTABILIDAD
Av. Universitaria S/N – Shancayan Teléfono: 426051
Huaraz – Ancash –Perú

AUTORIZACIÓN DE EMPASTADO

Los miembros del jurado evaluador de la Tesis: **"INFLUENCIA DE LA INVERSIÓN PÚBLICA, EL STOCK DE CAPITAL, EMPLEO Y NIVEL TECNOLÓGICO EN EL CRECIMIENTO ECONÓMICO DEL PERÚ, 1950 – 2017", presentado por los bachilleres HIDALGO VEGA ALEX RAÚL** y **SOTELO LUCIANO MIGUEL ÁNGEL;** *el cual observa las características y esquemas establecidos por la Facultad de Economía y Contabilidad de la UNASAM, por lo que se encuentra en condiciones para proceder al EMPASTADO correspondiente.*

Huaraz, Octubre del 2021

Dr. ARMANDO PASCO AMES
PRESIDENTE

Dr. JORGE TEÓFILO MANRIQUE CÁCERES
SECRETARIO

Mag. JOHN TARAZONA JIMÉNEZ
VOCAL