UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS PARA DETERMINAR LA PRIMALIDAD DE UN NÚMERO NATURAL QUE TERMINA EN NUEVE

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN MATEMÁTICA

AUTOR

Bach. GONZÁLEZ PINEDA, Edith Noemi

ASESOR

Dr. CERNA MAGUIÑA Bibiano Martín.

Huaraz – Perú

2022

ANEXO 1
INFORME DE ORIGINALIDAD.

El que suscribe (asesor/editor/director/autor) del trabajo de investigación titulado Análisis Para Determinar La Primalidad De Un Número Natural Que Termina En Nueve

Presentado por Bach. González Pineda Edith Noemi con Dni Nº 44478980 para optar el Título Profesional de: Licenciado en Matemática

Informo que el documento del trabajo anteriormente indicado ha sido sometido a revisión, mediante la plataforma de evaluación de similitud, conforme al Artículo 11° del presente reglamento y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de: 13% de similitud.

Evaluación y acciones del reporte de similitud de los trabajos de los estudiantes / tesis de pre grado (Art. 11, inc. 1).

Porcentaje		Evaluación y acciones	Marque con una X
Trabajos de estudiantes	Tesis de pregrado		
Del 1 al 30%	Del 1 al 25%	Esta dentro del rango aceptable de similitud y podrá pasar al siguiente paso según sea el caso.	X
Del 31 al 50%	Del 26 al 50%	Se debe devolver al estudiante o egresado para las correcciones con las sugerencias que amerita y que se presente nuevamente el trabajo.	
Mayores a 51%	Mayores a 51%	El docente o asesor que es el responsable de la revisión del documento emite un informe y el autor recibe una observación en un primer momento y si persistiese el trabajo es invalidado.	

Por tanto, en mi condición de Asesor/ Jefe de Grados y Títulos de la EPG UNASAM/ Director o Editor responsable, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto la primera hoja del reporte del software anti-plagio.

Huaraz, 06 de Diciembre De 2023.

FIRMA

Apellidos y Nombres: Cerna Maguiña, Bibiano Martín

DNI N°: 06908215

Se adjunta:

1. Reporte Generado por la plataforma de evaluación de similitud

UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

"Una Nueva Universidad para el Desarrollo"

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA
AV. CENTENARIO N° 200 – TELÉFONO (043) 640020 ANEXO 1913
HUARAZ – ANCASH – PERÚ

"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

ACTA DIGITAL DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 002-2022

Los Miembros del Jurado de la Revisión y Sustentación de Tesis de la Escuela Académico Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias, designados mediante Resolución de Consejo de Facultad N°031-2022-UNASAM-FC, se reunieron el día martes 20 de septiembre de 2022, a horas 06:00 p.m. en el Auditorio virtual de la Facultad de Ciencias en acto público para evaluar la Sustentación de Tesis, presentado por la:

Bachiller : **González Pineda Edith Noemi**

Tesis Titulada : **"Análisis para Determinar la Primalidad de un Número Natural que Termina en Nueve".**

Después de la Sustentación y las respuestas a las preguntas, el Jurado lo declara ____Aprobado______________ para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, con el calificativo de ______Catorce (14) ___________________________________

En señal de conformidad y para constancia, firmamos la presente ACTA, siendo las ______________06.50 p.m.______________ del mismo día y año.

Huaraz, 20 de septiembre de 2022.

Dra. Perpetua María Alayo Meregildo
Presidenta

Dra. Nuñez Blas Pilar Sara
Secretaria

Mag. Jakson García Muñoz
Vocal

Dr. Bibiano Martin Cerna Maguiña
Asesor

JURADO CALIFICADOR

***Msc*. ALAYO MEREGILDO, Perpetua María**
(PRESIDENTA)

***Dra*. NUÑEZ BLAS, Pilar Sara**
(SECRETARIA)

Mag. GARCÍA MUÑOZ, Jakson
(VOCAL)

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia, a Dios por darme salud y permitirme disfrutar de mi familia y fuerzas para afrontar todos los obstáculos en mi formación profesional**.**

Al Dr. Martin Cerna por su valioso apoyo como asesor y compartir sus conocimientos para el desarrollo de la tesis.

A la Universidad Santiago Antúnez de Mayolo, por el espacio y la oportunidad brindada en mi formación profesional.

.

Edith.

DEDICATORIA

Lo dedico a mi madre por el apoyo incondicional, a mis hijos por ser la razón de esforzarme cada día y ser la principal motivación de nunca rendirme y a mi esposo que siempre estuvo ahí brindándome su comprensión y cariño para alcanzar el camino del éxito.

Edith.

RESUMEN

En este trabajo logramos construir una técnica que nos permite obtener números primos “p+10”, “p+20”, “p+30”, cuando p es un número primo que termina en 9. Así mismo se logró extender los resultados del artículo “Somes Results on numbers primes”. Para el caso en que p es un número primo que termina en 9. El caso “p+10” es el más simple pues las ecuaciones que involucran son pocas, el caso p+20, p+30 son más trabajosos pues las restricciones aumentan debido a que la distancia entre las curvas: $p=(10x+3)(10y+3)$ y $p+10L=(10x+3)(10y+3)$, $p=(10x+7)(10y+7)$ y $p+10L=(10x+7)(10y+7)$, $p=(10x+1)(10y+9)$ y $p+10L=(10x+1)(10y+9)$ va creciendo.

Palabras claves: Teorema, número primo, ecuaciones diofánticas.

ABSTRACT.

In this paper we achieved to build a technique that allows us to obtain prime numbers “p + 10”, “p + 20”, “p + 30”, when “p” is a prime number ending in 9. Likewise, it was possible to extend the results of the article “Somes Results on numbers primes”. For the case when p is a prime number ending in 9. The case "p + 10" is the simplest because the equations involved are few, the case p + 20, p + 30 are more laborious because the restrictions increase due to the distance between the curves:

$p=(10x+3)(10y+3)$ and $p+10L=(10x+3)(10y+3)$,

$p=(10x+7)(10y+7)$ and $p+10L=(10x+7)(10y+7)$,

$p=(10x+1)(10y+9)$ and $p+10L=(10x+1)(10y+9)$ are growing.

Key words: theorem, prime number, diophantine equations

INDICE GENERAL

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se logró construir una técnica que nos permite construir números primos que terminen en 9, en base a números primos que terminan en 9. Para tal construcción recurrimos al paper titulado "Somes Results on Numbers Primus"; en este paper los teoremas demostrados son para números primos que terminan en siete, para resolver nuestro caso tuvimos que extender estos resultados y notamos que las ecuaciones involucradas son ecuaciones diofánticas diferentes a los que aparecen en el paper mencionado. Si un número natural termina en 9, ella se puede expresar usando las funciones generadas y obtener: $p=(10x+9)(10y+1)$ ó $p=(10x+7)(10y+7)$ ó $p=(10x+3)(10y+3)$, donde x, y son números naturales, estas ecuaciones si no tienen solución entera entonces p es un número primo, notamos que estas ecuaciones son independientes y las hemos estudiado como si fueran curvas continuas. Es claro que sí "p" es un número primo que termina en 9 entonces p+10, p+20, … , p+10L, $L\in\mathbb{N}$, es un número natural que termina en 9. Las curvas $p=(10x+9)(10y+1)$ y $p+10L=(10x+1)(10y+9)$ no se intersectan, análogamente $p=(10x+3)(10y+3)$ y $p+10L=(10x+3)(10y+3)$, $p=(10x+7)(10y+7)$ y $p+10L=(10x+7)(10y+7)$ no se intersectan, este hecho hace que al usar estas curvas en la construcción de números primos que terminan en 9 pueden ser estudiados y analizados.

En ese sentido este trabajo es dividido en 4 capítulos, en el 1er capítulo se analizan los teoremas de B. M. Cerna y obtenemos algunos teoremas similares que nos permitirán construir números primos que terminan en nueve a partir de un número primo dado que termina en nueve.

En el segundo capítulo utilizando los teoremas dados en el capítulo I, construimos números primos que terminan en 9 cuando L=1, es decir si p es primo que termina en 9 construimos números primos “p+10” que terminan en 9 y este número “p+10” se verifica que es primo con la tabla de números primos existentes en internet.

En el tercer capítulo utilizando los teoremas dados en el capítulo I, construimos números primos que terminan en 9 cuando L=2, es decir si p es primo que termina en 9 construimos números primos “p+20” que termina en 9 y éste número “p+20” se verifica que es primo con la tabla de números primos existentes en internet.

En el cuarto capítulo utilizando lo teoremas dados en el capítulo I, construimos números primos que terminan en 9 cuando L=3, es decir si p es primo que termina en 9, construimos números primos “p+30” que terminan en 9, y éste número “p+30” se verifica que es primo con la tabla de números primos existentes en internet.

JUSTIFICACIÓN

El trabajo se justifica teniendo en cuenta la importancia de los números primos como base de toda estructura matemática (teorema fundamental de la Aritmética). También sabemos que los números primos son empleados para la obtención de códigos criptográficos seguros. Siendo así, uno de los desafíos matemáticos que más pasiones ha levantado a lo largo de la historia.

Euclides, relacionó los llamados números perfectos con números primos de la forma 2^*p* - 1 (siendo *p* un número primo). Siglos después, esta misma expresión fue propuesta por el filósofo, matemático y sacerdote francés Marin Mersenne con el objetivo de producir números primos. Mersenne, Tras intentar, sin éxito, hallar una fórmula que describiera a todos los primos, se dedicó a estudiar la expresión M(n) = $2^n - 1$, con n un número natural. Aunque no produce primos para cualquier valor de n (de hecho, cuando n es compuesto, M(n) siempre es compuesto), de forma bastante recurrente sí lo hace. Los números primos que se pueden expresar de esta manera se llaman *primos de Mersenne*. En 1641, Mersenne enunció en su obra *Cogitata physico-mathematica* que cuando n es un primo menor o igual que 257, solo los números M(2), M(3), M(5), M(7), M(13), M(17), M(19), M(31), M(67), M(127) y M(257) eran primos. Sin embargo, esta lista no era correcta: M(67) y M(257) son en realidad compuestos, mientras que faltan los primos M(61), M(89) y M(107).

Esto nos incentiva a trabajar con un solo grupo de números primos, en nuestro caso aquellos que terminan en nueve.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Si bien es cierto en el Algebra encontramos cursos tales como álgebra no conmutativa, teoría de grupos y anillos, teoría de Números, entre otros. Nuestro problema se centra en la teoría de números, rama de la matemática que ocupada un lugar peculiar por ser difícil y tener cierto misterio en su contenido; bien, animados con el artículo “Somes Results on number primes” del autor B. M. Cerna, la técnica creada por él y los antecedentes de los estudios en números primos, nos hacemos la siguiente pregunta ¿Existirá algún método para determinar la primalidad de un número natural que terminan en nueve a partir de un número primo dado?

OBJETIVOS

Objetivo General

Obtener números primos que terminan en nueve.

Objetivo Específicos

- Analizar el teorema de B.M.Cerna, en el cual afirma que si P es un número primo grande que termina en nueve entonces bajo ciertas restricciones, P+10L, es un número primo, L es un número natural fijo.
- Obtener números primos que terminan en nueve, el cual será construido en base al primer objetivo cuando L=1 y p es un número primo fijo que termina en nueve.
- Obtener números primos que terminan en nueve, el cual será construido en base al primer objetivo cuando L=2 y p es un número primo fijo que termina en nueve.
- Obtener números primos que terminan en nueve, el cual será construido en base al primer objetivo cuando L=3 y p es un número primo fijo que termina en nueve.

HIPÓTESIS

Si es posible hacer el análisis para determinar la primalidad de un número que termina en 9 y obtener números primos que termina en nueve a partir de un número primo dado.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Conjetura

La conjetura consiste en una afirmación que, al no haber sido demostrada ni refutada se considera como cierta. Solo cuando haya sido demostrada esta pasara a llamarse teorema o ley. (Sierpinski, 1988)

2.2. Número primo

Es aquel número natural que solo es divisible por sí mismo y por la unidad. El número uno no es considerado primo. (I.Niven, 1991)

2.3. Ecuaciones Diofánticas

Son ecuaciones enteras cuyas soluciones también son enteras. (B.M.CERNA.)

2.4. Algoritmo

Es un conjunto ordenado de operaciones sistemáticas que permiten hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problemas. (I.Niven, 1991)

2.5. Múltiplo de un número

Un múltiplo de un número es el que lo contiene un número entero de veces. En otras palabras, un múltiplo es un número tal que, dividido por a, da por resultado un número entero (el resto de la división Euclidea es cero). (HAASER, 1992)

2.6. Funciones generadoras

Son todas aquellas funciones que son de la forma:

- $F_1(k) = 10k + 1$
- $F_2(k) = 10k + 3$
- $F_3(k) = 10k + 7$

- $F_4(k) = 10k + 9$

Donde "k" es un número natural.

Además, se llaman así pues estas funciones generan un conjunto que contiene a todos los números primos excepto el número 2 y 5. (Cerna, 2018)

2.7. Teorema: (**Teorema Fundamental De La Aritmética**)

Todo número entero positivo "n" mayor que uno puede ser expresado como el producto de números primos; esta representación es única, independientemente del orden en el cual aparecen los factores. (Rudin, 1982)

2.8. Definición

Sea *n* un entero positivo .Si *a*,*b* son dos enteros tales que $^{n}/_{(a-b)}$ ó que es lo mismo decir que $(a - b) = kn$ para algún entero *k*, entonces se dice que *a* es congruente con *b* módulo *n*; esto será denotado por $a = b(mód)n$. Si *n* no divide a $(a - b)$ diremos que *a* es incongruente con *b* módulo *n*, esto será denotado por $a \neq b(mód)n$. (Rudin, 1982)

2.9. Teorema

Dos enteros a, b dejan el mismo residuo cuando son divisibles por un entero positivo n, si y solo si $a = b(mód)n$. (Pettofrezzo, 1972)

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Tipo de investigación

Usamos el método inductivo y deductivo. Al inicio de la investigación hicimos una búsqueda bibliográfica y consultoría con mi asesor de tesis. Para verificar los resultados de la teoría y los teoremas obtenidos, estos serán contrastados con datos de números existentes en google.

Demostración:

La función f_1 tiene por imagen, $f_1(\mathbf{N}) = \{1, 11, 21, 31, 41, ...\}$;

la función f_2 tiene la imagen $f_2(\mathbf{N}) = \{3, 13, 23, 33, 43, ...\}$;

la función f_3 tiene la imagen $f_3(\mathbf{N}) = \{7, 17, 27, 37, 47, 57...\}$;

la función f_4 tiene la imagen $f_4(\mathbf{N}) = \{9, 19, 29, 39, 49, ...\}$

Es claro que $f_1(\mathbf{N}) \cup f_2(\mathbf{N}) \cup f_3(\mathbf{N}) \cup f_4(\mathbf{N})$ contiene todos los números primos a excepción del número 2 y 5.

IV. RESULTADOS

4.1. CAPITULO I: ALGUNOS RESULTADOS SOBRE NÚMEROS PRIMOS.

En este capítulo usando las ideas del artículo "Algunos resultados sobre números primos" del autor B. M. Cerna, analizamos los teoremas concernientes y extendemos estos resultados al estudio de los números primos que terminan en 9.

Teorema

Sean f_1, f_2, f_3, f_4 : $\mathbf{N}_D \to \mathbf{N}$ funciones definidas por $f_1(k)=1+10k$; $f_2(k)=3+10k$; $f_3(k)=7+10k$; $f_4(k)=9+10k$, $k \in \mathbf{N}_D$, luego:

$f_1(\mathbf{N}_D) \cup f_2(\mathbf{N}_D) \cup f_3(\mathbf{N}_D) \cup f_4(\mathbf{N}_D) \supset p-\{2;5\}$, donde "p" es el conjunto de los números primos.

Demostración

Es inmediato, dado que las imágenes de estas funciones terminan en 1, 3, 7, 9 y todo número primo termina en esas cifras.

Teorema A

Sea "p" un número natural que termina en 9, entonces p es un número primo, si las siguientes ecuaciones diofánticas

$$p=(10x+7)(10y+7)$$

$$p=(10x+3)(10y+3)$$

$$p=(10x+1)(10y+9),\ x \ \geq 1$$

no tienen solución entera.

Demostración

Todo número primo que termina en 9 se obtiene como el enunciado y si estas ecuaciones diofánticas no tienen solución entera, entonces p es un número primo.

Teorema B

Sea "p" un número primo que termina en 9; sea L$\in\mathbb{N}$ un número pequeño en relación a p, entonces P+10L es un número primo si: $\frac{p+10L-49}{70}, \frac{p+10L-9}{30}, \frac{p+10L-9}{90}$ no son números enteros y los números enteros pertenecientes a los intervalos $\left\langle \frac{p-49}{70}, \frac{p+10L-49}{70} \right\rangle$ no son soluciones enteras de la ecuación.

$$p+10L=(10x+7)(10y+7)$$

Los números enteros pertenecientes a los intervalos $\left\langle \frac{p-9}{30}, \frac{p+10L-9}{30} \right\rangle$ no son soluciones enteras de la ecuación: $p+10L=(10x+3)(10y+3)$

Los números enteros $(x,y)\in \mathbf{N}x\mathbf{N}$, con $x\in\left\langle \frac{p-9}{90}, \frac{p+10L-9}{90} \right\rangle$, $y\in\left[\frac{p-9}{10}, \frac{p+10L-9}{10} \right]$ no son soluciones enteras de la ecuación: $p+10L=(10x+1)(10y+9)$

Demostración

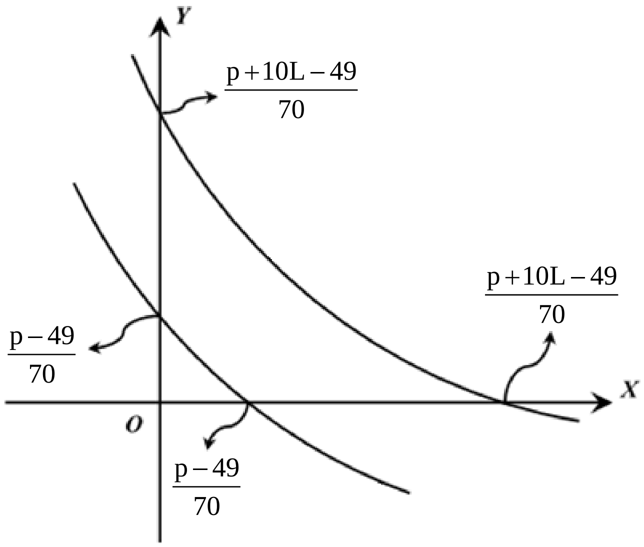
Supongamos que "p+10L", L fijo, L $\in\mathbb{N}$ no es un número primo. Luego como P+10L termina en 9 significa que existen (A,B) $\in \mathbb{N}\times\mathbb{N}$ tal que acontece una de las siguientes ecuaciones:

$$(i) \qquad p+10L=(10A+7)(10B+7)$$

$$(ii) \qquad p+10L=(10A+3)(10B+3)$$

$$(iii) \qquad p+10L=(10A+1)(10B+9)$$

Si acontece (i) tenemos el siguiente gráfico:



Como no existen números enteros $(x,y)\in \mathbf{N}x\mathbf{N} / \frac{p-49}{70}<x<\frac{p+10L-49}{70}$

$\frac{p-49}{70}<y<\frac{p+10L-49}{70}$, tenemos que: $0<A<\frac{p-49}{70}, 0<B<\frac{p-49}{70}$,

Por lo tanto, la recta y=B, corta la ecuación:

$$p=(10x+7)(10y+7)$$

esto es:

$$p=(10x+7)(10B+7) \quad \text{............} \text{ (iv)}$$

de (i) y (iv) tenemos:

$$10L = (10A + 7 - 10x - 7)(10B + 7)$$

$$A - x = \frac{L}{10B + 7} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(v)}$$

Similar análisis muestra que la recta x=A, corta la ecuación:

$$p = (10x + 7)(10y + 7)$$

esto es:

$$p = (10A + 7)(10y + 7) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(vi)}$$

de (i) y (vi) tenemos:

$$B - y = \frac{L}{10A + 7} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(vii)}$$

De (i) acontece lo siguiente:

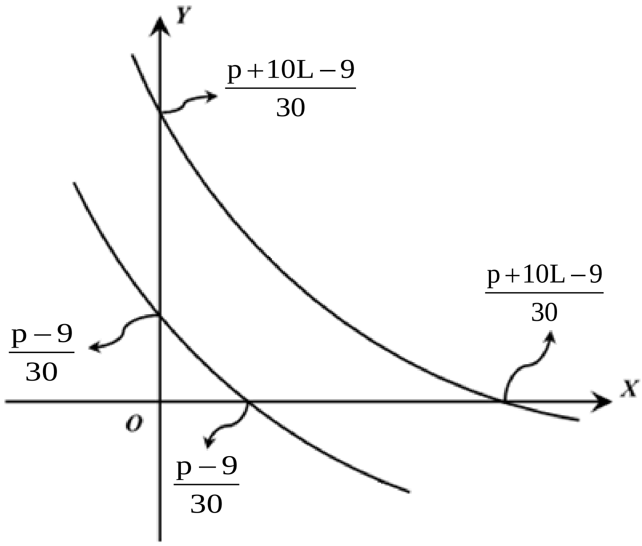
$$\sqrt{p + 10L} \le 10A + 7 \quad \text{ó} \quad \sqrt{p + 10L} \le 10B + 7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(viii)}$$

Así tenemos que de las relaciones (v) y (vii) junto con (viii)

$$0 < B - y \le \frac{L}{\sqrt{p + 10L}} \quad \text{ó} \quad 0 < A - x < \frac{L}{\sqrt{p + 10L}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(ix)}$$

En (ix) tenemos que para L pequeño en relación a “p” y “p” suficientemente grande, que (A,B) sería solución de la ecuación $p = (10x + 7)(10y + 7)$; lo cual es falso pues esta curva no tiene solución entera ya que P es un número primo.

Si acontece (ii) tenemos el siguiente gráfico:



Como no existen enteros $(x,y) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N} / \frac{p-9}{30} < x < \frac{p+10L-9}{30}$, $\frac{p-9}{30} < y < \frac{p+10L-9}{30}$, tenemos que: $0 < A < \frac{p-9}{30}, 0 < B < \frac{p-9}{30}$

Así tenemos que la recta y=B, corta la curva de ecuación: $p = (10x+3)(10y+3)$ del cual obtenemos:

$$p = (10x+3)(10B+3) \qquad \text{…………….. (x)}$$

De (x) y (ii) tenemos:

$$10L = (10A+3-10x-3)(10B+3)$$

$$A - x = \frac{L}{10B+3} \qquad \text{……………….. (xi)}$$

Análogamente se obtiene cuando la resta x=A, corta la curva de la ecuación: $p = (10x+3)(10y+3)$ del cual se obtiene:

$$p=(10A+3)(10y+3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\text{(xii)}$$

De las ecuaciones (xii) y (ii) tenemos:

$$B-y=\frac{L}{10A+3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\text{(xiii)}$$

Así mismo de la relación (ii) se tiene:

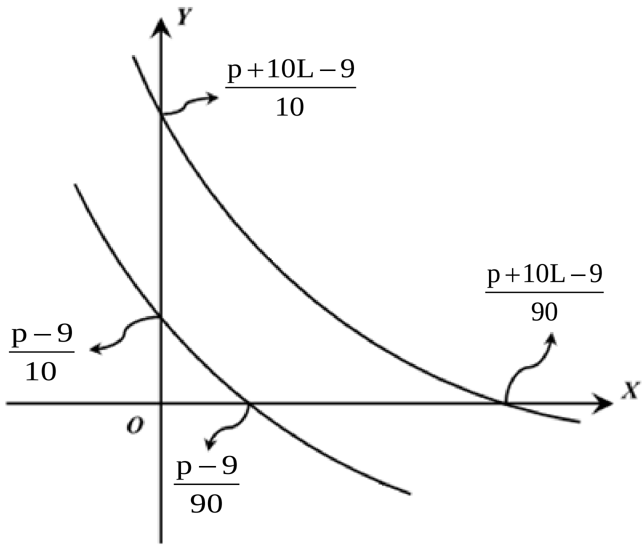
$$\sqrt{p+10L}\le 10A+3 \quad \text{ó} \quad \sqrt{p+10L}\le 10B+3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\text{(xiv)}$$

Por lo tanto, de las relaciones (xiv), (xi) y (xiii) se tiene:

$$0<B-y\le\frac{L}{\sqrt{p+10L}} \quad \text{ó} \quad 0<A-x\le\frac{L}{\sqrt{p+10L}}$$

Así para L pequeño y p suficientemente grande tenemos que el par (A, B) sería solución de la ecuación (x) la cual es falso ya que p es un primo y esta ecuación no debe tener solución entera.

Si acontece la ecuación (iii) tenemos el siguiente gráfico.



Como no existen número enteros: $\frac{p-9}{10} \leq y \leq \frac{p+10L-9}{10}$, $\frac{p-9}{90} < x < \frac{p+10L-9}{90}$,

entonces tenemos que $0 < B < \frac{p-9}{10}$, $0 < A < \frac{p-9}{90}$

Por lo tanto, la recta y = B corta la ecuación $p = (10x+1)(10y+9)$, lo cual nos da:

$$p = (10x+1)(10B+9) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(xv)}$$

De (xv) y (iii) tenemos:

$$L = (10B+9)(A-x)$$

$$A - x = \frac{L}{10B+9} \quad \text{------------------------------} \quad \text{(xvi)}$$

Análogamente se obtiene:

$$B - y = \frac{L}{10A+1} \quad \text{------------------------------} \quad \text{(xvii)}$$

De la relación (iii) tenemos:

$$\sqrt{p+10L} \leq 10A+1 \quad \text{ó} \quad \sqrt{p+10L} \leq 10B+9 \quad \text{------------} \quad \text{(xviii)}$$

De (xvi) y (xvii) junto con (xviii) tenemos:

$$0 < A - x < \frac{L}{\sqrt{p+10L}}, \quad \text{ó} \quad 0 < B - y < \frac{L}{\sqrt{p+10L}}$$

Así en esta última relación tenemos que si L es un número pequeño y p es un número primo grande el par (A, B) $\in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sería solución de la ecuación $p = (10x+1)(10y+9)$, $x \geq 1$, lo cual es falso pues “p” es un número primo.

Teorema

Sea k un número natural que termina en 9, y existe (a, b) ∈ ℕ x ℕ único que soluciona la ecuación:

$$(10a+7)(10b+7),\ \ a \geq 1$$

Y no existe (c, d) ∈ ℕ x ℕ que soluciona la ecuación:

$$k+10=(10x+3)(10y+3)$$

Y no existe (e, f) ∈ ℕ x ℕ que soluciona la ecuación:

$$k+10=(10x+1)(10y+9),\ \ x \geq 1$$

Entonces k+10 es un número primo si $\frac{k-49}{70}, \frac{k-39}{70} \notin \mathbf{N}$

Demostración

Supongamos que k+10 no es un número primo, luego existen (A, B) ∈ ℕ x ℕ tal que:

$$k+10=(10A+7)(10B+7) \text{ ----------------------- } \quad (i)$$

Como $\frac{k-49}{70}, \frac{k-39}{70} \notin \mathbf{N}$ entonces la recta x= A corta la ecuación, $0<x<\frac{p-49}{70}$

$$k=(10A+7)(10y+7) \text{ --------------------------- } \quad (*)$$

De (*) y (i) tenemos:

$$10=(10A+7)(-10y-\cancel{7}+10B+\cancel{7})$$

$$B-y=\frac{1}{10A+7} \text{ ------------------------------ } \quad (**)$$

Análogamente se obtiene:

$$A - x = \frac{1}{10B + 7} \quad \text{-----------------------------} \quad (***)$$

También de la ecuación (i) se obtiene lo siguiente:

$$\sqrt{k+10} \leq 10A + 7 \quad \text{ó} \quad \sqrt{10+k} \leq 10B + 7 \text{----------} \quad (****)$$

De (**) y (***) junto con (****) tenemos:

$$0 < B - y < \frac{L}{\sqrt{k+10}} \quad \text{ó} \quad 0 < A - x < \frac{L}{\sqrt{k+10}}$$

De esta última relación para k suficientemente grande tenemos que (A, B) sería la solución de la ecuación:

$$k = (10x + 7)(10y + 7)$$

Lo cual sería falso, pues esta tiene una única solución.

4.2. CAPÍTULO II: ALGUNOS RESULTADOS SOBRE NÚMEROS PRIMOS "p" y "p+10"

En este capítulo usando el teorema analizado y obtenido en el capítulo I, usando la tabla de números primos, verificamos que si "p" es primo entonces "p+10" es un número primo, donde "p" es un número primo que termina en 9. Hemos verificado para números primos pequeños, porque cuánto más grande es el número p primo, con seguridad si se cumplen los requisitos del teorema, el número "p+10" es primo.

Teorema

Sea "p" un número primo que termina en 9 entonces p+10 es un número primo si: $\frac{p-39}{70}$, $\frac{p+1}{30}$, $\frac{p+1}{90}$ no son números enteros, $Y_0 = \frac{p-9}{10}$ no es solución de la ecuación $10+p=(10x+1)(10y+9)$.

Demostración

Este teorema es sólo una adaptación del teorema dado en el capítulo I.

A continuación, damos un método práctico para obtener un número primo que termina en 9, a partir de un número primo dado.

Escogemos a partir del primer primo de cuatro cifras, si tomamos número primos más grandes con certeza el teorema nos garantiza que P+10 será primo.

Ejemplos:

1. $p=1009 \quad \Rightarrow \quad 0 < A-x < \frac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B-y < \frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$$p-39=970 \Rightarrow \frac{970}{70} \notin \mathbf{N}$$

$p-9=1000 \Rightarrow y_0=100$

$p+1=1010 \Rightarrow \dfrac{1010}{30}, \dfrac{1010}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $1019=(10x+1)1009$ no hay solución entera.

Por lo tanto $p+10=1019$ es un número primo, lo cual es cierto.

2. $p=1039 \Rightarrow \quad 0<A-x<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0<B-y<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=1000 \Rightarrow \dfrac{1000}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1030 \Rightarrow y_0=103$

$p+1=1040 \Rightarrow \dfrac{1040}{30}, \dfrac{1040}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $1049=(10x+1)1039$ no hay solución entera.

Luego $p+10=1049$ es un número primo.

3. $p=1249 \Rightarrow \quad 0<A-x<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0<B-y<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=1210 \Rightarrow \dfrac{1210}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1240 \Rightarrow y_0=124$

$p+1=1250 \Rightarrow \dfrac{1250}{30}, \dfrac{1250}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $p+10=1259 \Rightarrow 1249(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=1259$ es un número primo.

4. $p=1279 \Rightarrow \quad 0<A-x<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0<B-y<\dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=1240 \Rightarrow \frac{1240}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1270 \Rightarrow y_0=127$

$p+1=1280 \Rightarrow \frac{1280}{30}, \frac{1280}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $p+10=1289 \Rightarrow 1279(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=1289$ es un número primo.

5. $p=1429 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0<B-y<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=1390 \Rightarrow \frac{1390}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1420 \Rightarrow y_0=142$

$p+1=1430 \Rightarrow \frac{1430}{30}, \frac{1430}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $1439=1429(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=1439$ es un número primo.

6. $p=1489 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0<B-y<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=1450 \Rightarrow \frac{1450}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1480 \Rightarrow y_0=148$

$p+1=1490 \Rightarrow \frac{1490}{30}, \frac{1490}{90} \notin \mathbf{N}$

Luego (i) $1499=1489(10x+1)$ no tiene solución entera.

Por lo tanto: $p+10=1499$ es un número primo.

7. $p = 1699 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 1660 \Rightarrow \dfrac{1660}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 1690 \Rightarrow y_0 = 169$

$p + 1 = 1700 \Rightarrow \dfrac{1700}{30}, \dfrac{1700}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $1709 = 1699(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p + 10 = 1709$ es un número primo.

8. $p = 1879 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 1840 \Rightarrow \dfrac{1840}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 1870 \Rightarrow y_0 = 187$

$p + 1 = 1880 \Rightarrow \dfrac{1880}{30}, \dfrac{1880}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $1889 = 1879(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p + 10 = 1889$ es un número primo.

9. $p = 2029 \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 1990 \Rightarrow \dfrac{1990}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 2020 \Rightarrow y_0 = 202$

$p + 1 = 2030 \Rightarrow \dfrac{2030}{30}, \dfrac{2030}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $2039 = 2029(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 2039$ es un número primo.

10. $p = 2089 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 2050 \Rightarrow \dfrac{2050}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 2080 \Rightarrow y_0 = 208$

$p + 1 = 2090 \Rightarrow \dfrac{2090}{30}, \dfrac{2090}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $2099 = 2089(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 2099$ es un número primo.

11. $p = 2389 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 2350 \Rightarrow \dfrac{2350}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 2380 \Rightarrow y_0 = 238$

$p + 1 = 2390 \Rightarrow \dfrac{2390}{30}, \dfrac{2390}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $2399 = 2389(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 2399$ es un número primo.

12. $p = 2719 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 2680 \Rightarrow \dfrac{2680}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 2710 \Rightarrow y_0 = 271$

$$p+1=2720 \Rightarrow \frac{2720}{30}, \frac{2720}{90} \notin \mathbf{N}$$

(i) $2729 = 2719(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 2729$ es un número primo.

13. $p = 3109 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$$p-39 = 3070 \Rightarrow \frac{3070}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9 = 3100 \Rightarrow y_0 = 310$$

$$p+1=3110 \Rightarrow \frac{3110}{30}, \frac{3110}{90} \notin \mathbf{N}$$

(i) $3119 = 3109(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 3119$ es un número primo.

14. $p = 3529 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$$p-39 = 3490 \Rightarrow \frac{3490}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9 = 3520 \Rightarrow y_0 = 352$$

$$p+1=3530 \Rightarrow \frac{3530}{30}, \frac{3530}{90} \notin \mathbf{N}$$

(i) $3539 = 3529(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10 = 3539$ es un número primo.

Luego $p+10 = 3719$ es un número primo.

15. $p = 4219 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=4180 \Rightarrow \frac{4180}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=4210 \Rightarrow y_0=421$

$p+1=4220 \Rightarrow \frac{4220}{30}, \frac{4220}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $4229=4219(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=4229$ es un número primo.

16. $p=4339 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\frac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0<B-y<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=4300 \Rightarrow \frac{4300}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=4330 \Rightarrow y_0=433$

$p+1=4340 \Rightarrow \frac{4340}{30}, \frac{4340}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $4349=4339(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=4349$ es un número primo.

17. $p=4639 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\frac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0<B-y<\frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p-39=4600 \Rightarrow \frac{4600}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=4630 \Rightarrow y_0=463$

$p+1=4640 \Rightarrow \frac{4640}{30}, \frac{4640}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $4649=4639(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p+10=4649$ es un número primo.

18. $p = 4789 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \frac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 4750 \Rightarrow \frac{4750}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 4780 \Rightarrow y_0 = 478$

$p + 1 = 4790 \Rightarrow \frac{4790}{30}, \frac{4790}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $p + 10 = 4799 = 4789(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p + 10 = 4799$ es un número primo.

19. $p = 4909 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \frac{1}{\sqrt{p+10}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \frac{1}{\sqrt{p+10}}$

$p - 39 = 4870 \Rightarrow \frac{4870}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 4900 \Rightarrow y_0 = 490$

$p + 1 = 4910 \Rightarrow \frac{4910}{30}, \frac{4910}{90} \notin \mathbf{N}$

(i) $p + 10 = 4919 = 4909(10x+1)$ no tiene solución entera.

Luego $p + 10 = 4919$ es un número primo.

4.3. CAPITULO III: ALGUNOS RESULTADOS SOBRE NÚMEROS PRIMOS "p" y "p+20"

En este capítulo para L=2 ilustramos como obtener números primos que terminan en 9, esto es obtenido a partir de un número primo que termina en 9. Para ello usamos el siguiente teorema.

Teorema

Sea "p" un número primo grande que termina en 9 entonces "p+20" es un número primo si: $\frac{p-29}{70}, \frac{p+11}{30}, \frac{p+11}{90} \notin \mathbf{N}$.

1° $x_0 = y_0 = \frac{P-39}{70}$, no es solución de la ecuación:

$$p+20=(10x+7)(10y+7)$$

2° $x_1 = y_1 = \frac{P+11}{30}$, no es solución de la ecuación:

$$p+20=(10x+3)(10y+3)$$

3° $x_2 = \frac{p+1}{90}$, $y_2 = \frac{p-9}{10}$, $y_3 = \frac{p+11}{10}$, $y_4 = \frac{p+1}{10}$ no son solución entera de la ecuación: $p+20=(10x+1)(10y+9)$, $x \geq 1$

Demostración

Es una adaptación del teorema dado en el capítulo II.

1. $p=1019 \quad \Rightarrow \quad 0 < A-x < \frac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0 < B-y < \frac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=980 \Rightarrow \frac{980}{70} = x_0 = 14 = y_0$$

$p-29=990 \Rightarrow \dfrac{990}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=1030 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1030}{30}, \dfrac{1030}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3=103$

$p+1=1020 \quad \Rightarrow \quad x_2=\dfrac{1020}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_4=102$

$p-9=1010 \quad \Rightarrow \quad y_2=101$

(i) $1039=147(10y+7) \Rightarrow y \notin \mathbf{N}$

(ii) $1039=1039(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1039=1029(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $1039=1019(10x+1)$, no hay solución entera.

Luego $p+20=1039$ es un número primo.

2. $p=1049 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p-39=1010 \Rightarrow \dfrac{1010}{70}=x_0=y_0 \notin \mathbf{N}$

$p-29=1020 \Rightarrow \dfrac{1020}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=1060 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1060}{30}, \dfrac{1060}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3=106$

$p+1=1050 \quad \Rightarrow \quad x_2=\dfrac{1050}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_4=105$

$p-9=1040 \quad \Rightarrow \quad y_2=104$

(i) $1069=1069(10x+1)$, no hay solución entera.

(ii) $1069=1059(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1069 = 1049(10x+1)$, no hay solución entera.

Luego $p+20=1069$ es un número primo.

3. $p=1109 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=1070 \Rightarrow \frac{1070}{70} = x_0 = y_0 \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1080 \Rightarrow \frac{1080}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1120 \quad \Rightarrow \quad \frac{1120}{30}, \frac{1120}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 112$$

$$p+1=1110 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1110}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_4 = 111$$

$$p-9=1100 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 110$$

Luego (i) $1129 = 1129(10x+1)$, no hay solución entera.

(ii) $1129 = 1119(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1129 = 1109(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1129$ es un número primo.

4. $p=1229 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=1190 \Rightarrow \frac{1190}{70} = 17 = x_0 = y_0$$

$$p-29=1200 \Rightarrow \frac{1200}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1240 \quad \Rightarrow \quad \frac{1240}{30}, \frac{1240}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 124$$

$$p+1=1230 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{1230}{90}\in \mathbf{N}\Rightarrow y_4=123$$

$$p-9=1220 \;\Rightarrow\; y_2=122$$

(i) $1249=177(10y+7)$, no tiene solución entera.

(ii) $1249=1249(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1249=1239(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $1249=1229(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1249$ es un número primo.

5. $p=1259 \;\Rightarrow\; 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=1220\Rightarrow\frac{1220}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1230\Rightarrow\frac{1230}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1270 \;\Rightarrow\; \frac{1270}{30},\frac{1270}{90}\notin \mathbf{N}\Rightarrow y_3=127$$

$$p+1=1260 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{1260}{90}=14\Rightarrow y_4=126$$

$$p-9=1250 \;\Rightarrow\; y_2=125$$

(i) $1279=141(10y+9)$, no tiene solución entera.

(ii) $1279=1279(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1279=1269(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $1279=1259(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1279$ es un número primo.

6. $p = 1409 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p - 39 = 1370 \Rightarrow \dfrac{1370}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 29 = 1380 \Rightarrow \dfrac{1380}{70} \notin \mathbf{N}$

$p + 11 = 1420 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1420}{30}, \dfrac{1420}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 142$

$p + 1 = 1410 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \dfrac{1410}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_4 = 141$

$p - 9 = 1400 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 140$

(i) $1429 = 1429(10x + 1)$, no hay solución entera.

(ii) $1429 = 1419(10x + 1)$, no hay solución entera.

(iii) $1429 = 1409(10x + 1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p + 20 = 1429$ es un número primo.

7. $p = 1439 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p - 39 = 1400 \Rightarrow \dfrac{1400}{70} = x_0 = y_0 = 20$

$p - 29 = 1410 \Rightarrow \dfrac{1410}{70} \notin \mathbf{N}$

$p + 11 = 1450 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1450}{30}, \dfrac{1450}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 145$

$p + 1 = 1440 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \dfrac{1440}{90} = 16 \Rightarrow y_4 = 144$

$p - 9 = 1430 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 143$

(i) $1459 = 207(10y+7)$, no hay solución entera.

(ii) $1459 = 1459(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1459 = 1449(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $1459 = 1439(10x+1)$, no hay solución entera.

(v) $1459 = 161(10y+9)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1459$ es un número primo.

8. $p = 1559 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39 = 1520 \Rightarrow \frac{1520}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29 = 1530 \Rightarrow \frac{1530}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11 = 1570 \quad \Rightarrow \quad \frac{1570}{30}, \frac{1570}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 157$$

$$p+1 = 1560 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1560}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_4 = 156$$

$$p-9 = 1550 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 155$$

(i) $1579 = 1579(10x+1)$, no hay solución entera.

(ii) $1579 = 1569(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1579 = 1559(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1579$ es un número primo.

9. $p = 1979 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=1940 \Rightarrow \frac{1940}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1950 \Rightarrow \frac{1950}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1990 \quad \Rightarrow \quad \frac{1990}{30}, \frac{1990}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3=199$$

$$p+1=1980 \quad \Rightarrow \quad x_2=\frac{1980}{90}=22\,,\ \ y_4=198$$

$$p-9=1970 \quad \Rightarrow \quad y_2=197$$

(i) $1999=221(10y+9)$, no hay solución entera.

(ii) $1999=1999(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $1999=1989(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $1999=1979(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=1999$ es un número primo.

10. $p=2069 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=2030 \Rightarrow \frac{2030}{70}=x_0=y_0=29$$

$$p-29=2040 \Rightarrow \frac{2040}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=2080 \quad \Rightarrow \quad \frac{2080}{30}, \frac{2080}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3=208$$

$$p+1=2070 \quad \Rightarrow \quad x_2=\frac{2070}{90}=23\,,\ \ y_4=207$$

$$p-9=2060 \quad \Rightarrow \quad y_2=206$$

(i) $2089=297(10y+7)$, no hay solución entera.

(ii) $2089 = 231(10y+9)$, no hay solución entera.

(iii) $2089 = 2089(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $2089 = 2079(10x+1)$, no hay solución entera.

(v) $2089 = 2069(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20 = 2089$ es un número primo.

11. $p = 2699 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p - 39 = 2660 \Rightarrow \frac{2660}{70} = x_0 = y_0 = 38$$

$$p - 29 = 2670 \Rightarrow \frac{2670}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 11 = 2710 \quad \Rightarrow \quad \frac{2710}{30}, \frac{2710}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 271$$

$$p + 1 = 2700 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{2700}{90} = 30 \text{ , } y_4 = 270$$

$$p - 9 = 2690 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 269$$

(i) $2719 = 387(10y+7)$, no hay solución entera.

(ii) $2719 = 2719(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $2719 = 2709(10x+1)$, no hay solución entera.

(iv) $2719 = 2699(10x+1)$, no hay solución entera.

(v) $2719 = 301(10y+9)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20 = 2719$ es un número primo.

12. $p = 2729 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p - 39 = 2690 \Rightarrow \dfrac{2690}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 29 = 2700 \Rightarrow \dfrac{2700}{70} \notin \mathbf{N}$

$p + 11 = 2740 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{2740}{30}, \dfrac{2740}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 274$

$p + 1 = 2730 \quad \Rightarrow \quad x_2 \notin \mathbf{N}\ ,\ y_4 = 273$

$p - 9 = 2720 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 272$

(i) $2749 = 2749(10x+1)$, no hay solución entera.

(ii) $2749 = 2729(10x+1)$, no hay solución entera.

(v) $2749 = 2739(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p + 20 = 2749$ es un número primo.

13. $p = 2999 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p - 39 = 2960 \Rightarrow \dfrac{2960}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 29 = 2970 \Rightarrow \dfrac{2970}{70} \notin \mathbf{N}$

$p + 11 = 3010 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{3010}{30}, \dfrac{3010}{90} \notin \mathbf{N} \Rightarrow y_3 = 301$

$p + 1 = 3000 \quad \Rightarrow \quad x_2 \notin \mathbf{N},\ y_4 = 300$

$p - 9 = 2990 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 299$

(i) $3019 = 3017(10x+1)$, no hay solución entera.

(ii) $3019 = 3009(10x+1)$, no hay solución entera.

(iii) $3019 = 2999(10x+1)$, no hay solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3019$ es un número primo.

14. $p = 3089 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \quad$ ó $\quad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p-39 = 3050 \Rightarrow \dfrac{3050}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29 = 3060 \Rightarrow \dfrac{3060}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11 = 3100 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{3100}{30}, \dfrac{3100}{90} \notin \mathbf{N}$, $y_3 = 310$

$p+1 = 3000 \quad \Rightarrow \quad x_2 \notin \mathbf{N}$, $y_4 = 300$

$p-9 = 3080 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 308$

(i) $3109 = 3109(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3109 = 3099(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3109 = 3089(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3109$ es un número primo.

15. $p = 3209 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \quad$ ó $\quad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p-39 = 3170 \Rightarrow \dfrac{3170}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29 = 3180 \Rightarrow \dfrac{3180}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11 = 3220 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{3220}{30}, \dfrac{3220}{90} \notin \mathbf{N}$, $y_3 = 322$

$$p+1=3210 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{3210}{90}\notin \mathbf{N},\; y_4=321$$

$$p-9=3200 \;\Rightarrow\; y_2=320$$

(i) $3229=3229(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3229=3219(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3229=3209(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3109$ es un número primo.

16. $p=3299 \;\Rightarrow\; 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=3260\Rightarrow\frac{3260}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=3270\Rightarrow\frac{3270}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p+11=3310 \;\Rightarrow\; \frac{3310}{30},\frac{3310}{90}\notin \mathbf{N},\; y_3=331$$

$$p+1=3300 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{3300}{90}\notin \mathbf{N},\; y_4=330$$

$$p-9=3290 \;\Rightarrow\; y_2=329$$

(i) $3319=3319(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3319=3299(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3319=3309(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3319$ es un número primo.

17. $p=3449 \;\Rightarrow\; 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=3410\Rightarrow\frac{3410}{70}\notin\mathbf{N}$$

$$p-29=3420\Rightarrow\frac{3420}{70}\notin\mathbf{N}$$

$$p+11=3460\quad\Rightarrow\quad\frac{3460}{30},\frac{3460}{90}\notin\mathbf{N}\ ,\ y_3=346$$

$$p+1=3450\quad\Rightarrow\quad x_2=\frac{3450}{90}\notin\mathbf{N},\ y_4=345$$

$$p-9=3440\quad\Rightarrow\quad y_2=344$$

(i) $3469=3469(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3469=3459(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3469=3449(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3469$ es un número primo.

18. $p=3549\quad\Rightarrow\quad 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=3510\Rightarrow\frac{3510}{70}\notin\mathbf{N}$$

$$p-29=3520\Rightarrow\frac{3520}{70}\notin\mathbf{N}$$

$$p+11=3560\quad\Rightarrow\quad\frac{3560}{30},\frac{3560}{90}\notin\mathbf{N}\ ,\ y_3=356$$

$$p+1=3550\quad\Rightarrow\quad x_2=\frac{3550}{90}\notin\mathbf{N},\ y_4=355$$

$$p-9=3540\quad\Rightarrow\quad y_2=354$$

(i) $3569=3569(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3569=3559(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3569 = 3549(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3569$ es un número primo.

19. $p=3719 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \quad$ ó $\quad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p-39=3680 \Rightarrow \dfrac{3680}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29=3690 \Rightarrow \dfrac{3690}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=3730 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{3730}{30}, \dfrac{3730}{90} \notin \mathbf{N}$, $y_3 = 373$

$p+1=3720 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \dfrac{3720}{90} \notin \mathbf{N}$, $y_4 = 372$

$p-9=3710 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 371$

(i) $3739 = 3739(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $3739 = 3719(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $3739 = 3729(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=3739$ es un número primo.

20. $p=4079 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}} \quad$ ó $\quad 0 < B - y < \dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$p-39=4040 \Rightarrow \dfrac{4040}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29=4050 \Rightarrow \dfrac{4050}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=4090 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{4090}{30}, \dfrac{4090}{90} \notin \mathbf{N}$, $y_3 = 409$

$$p+1=4080 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{4080}{90}\notin \mathbf{N},\; y_4=408$$

$$p-9=4070 \;\Rightarrow\; y_2=407$$

(i) $4099=4099(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $4099=4089(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $4099=4079(10x+1)$, no tiene solución entera.

Por lo tanto, $p+20=4079+20=4099$ es un número primo.

21. $p=4139 \;\Rightarrow\; 0<A-x<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$ ó $0<B-y<\dfrac{2}{\sqrt{p+20}}$

$$p-39=4100 \Rightarrow \frac{4100}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=4110 \Rightarrow \frac{4110}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p+11=4150 \;\Rightarrow\; \frac{4150}{30},\frac{4150}{90}\notin \mathbf{N},\; y_3=415$$

$$p+1=4140 \;\Rightarrow\; x_2=\frac{4140}{90}\notin \mathbf{N},\; y_4=414$$

$$p-9=4130 \;\Rightarrow\; y_2=413$$

(i) $4159=4159(10x+1)$, no tiene solución entera.

(ii) $4159=4149(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iii) $4159=4139(10x+1)$, no tiene solución entera.

(iv) $4159=461(10y+9)$, no tiene solución entera

Por lo tanto, $p+20=4159$ es un número primo.

4.4. CAPITULO IV: ALGUNOS RESULTADOS SOBRE NÚMEROS PRIMOS "p" y "p+30"

En este capítulo para L=3, usando el teorema dado en el capítulo I, mostraremos que a partir de un número primo "p" que termina en nueve, entonces p+30 es un número primo bajo ciertas condiciones.

Teorema

Sea "p" un número primo que termina en 9 entonces p+30 es un número primo si: $\frac{p+21}{30}$, $\frac{p-19}{70}$, $\frac{p+21}{90}$ no son números enteros y los números enteros pertenecientes a los intervalos $\left\langle \frac{p-9}{30}, \frac{p+21}{30} \right\rangle$, $\frac{p+1}{30}$, $\frac{p+11}{30}$ no son solución entera de la ecuación $p+30=(10x+3)(10y+3)$, los enteros pertenecientes a los intervalos: $\left\langle \frac{p-49}{70}, \frac{p-19}{70} \right\rangle$, $\frac{p-39}{70}$, $\frac{p-29}{70}$, no son soluciones enteras de la ecuación $p+30=(10x+7)(10y+7)$, finalmente los números enteros $x_1=\frac{p+1}{90}$, $x_2=\frac{p+11}{90}$, $y_1=\frac{p+1}{10}$, $y_2=\frac{p+21}{10}$, $y_3=\frac{p-9}{10}$, $y_4=\frac{p+21}{10}$ y los números enteros, pertenecientes a los intervalos: $\left\langle \frac{p-9}{90}, \frac{p+21}{90} \right\rangle$ y $\left[\frac{p-9}{10}, \frac{p+21}{10} \right]$, no son solución entera de la ecuación:

$$p+30=(10x+1)(10y+9),\ x\geq 1$$

Demostración

Es solo una adaptación del teorema dado en el capítulo (I).

A continuación, daremos ejemplos de cómo obtener números primos en base a este teorema y damos cotas de error, cuanto más pequeño la cota, con seguridad el número p+30 será primo cuando "p" es primo y se cumplan las restricciones del teorema.

Ejemplos:

1. $p = 1009 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \frac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \frac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p + 21 = 1030 \Rightarrow \frac{1030}{30}, \frac{1030}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 103$$

$$p - 19 = 990 \Rightarrow \frac{990}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 11 = 1020 \ \Rightarrow \ \frac{1020}{30} = 34,\ y_2 = 102,\ \frac{1020}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 1 = 1010 \ \Rightarrow \ \frac{1010}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1 = 101,\ \frac{1010}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p - 39 = 970 \ \Rightarrow \ \frac{970}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p - 29 = 980 \ \Rightarrow \ \frac{980}{70} = 14$$

$$p - 9 = 1000 \ \Rightarrow \ y_3 = 100$$

(i) $1039 = 343(10x+3)$

(ii) $1039 = 147(10x+7)$

(iii) $1039 = 1009(10x+1)$

(iv) $1039 = 1019(10x+1)$

(v) $1039 = 1029(10x+1)$

(vi) $1039 = 1039(10x+1),\ x \geq 1$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera.

Por lo tanto, $p + 30 = 1039$ es un número primo.

2. $p = 1019 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p + 21 = 1040 \Rightarrow \frac{1040}{30}, \frac{1040}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 104$$

$$p - 19 = 1000 \Rightarrow \frac{1000}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 11 = 1030 \Rightarrow \frac{1030}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2 = 103,\ \frac{1030}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 1 = 1020 \Rightarrow \frac{1020}{30} = 34,\ y_1 = 102,\ \frac{1020}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p - 39 = 980 \Rightarrow \frac{980}{70} = 14$$

$$p - 29 = 990 \Rightarrow \frac{990}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p - 9 = 1010 \Rightarrow y_3 = 101$$

(i) $1049 = 343(10x+3)$

(ii) $1049 = 147(10x+7)$

(iii) $1049 = 1019(10x+1)$

(iv) $1049 = 1029(10x+1)$

(v) $1049 = 1039(10x+1)$

(vi) $1049 = 1049(10x+1),\ x \geq 1$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p + 30 = 1049$ es un número primo.

3. $p = 1039 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p + 21 = 1060 \Rightarrow \frac{1060}{30}, \frac{1060}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 106$$

$$p - 19 = 1020 \Rightarrow \frac{1020}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1050 \Rightarrow \frac{1050}{30}=35,\ y_2=105,\ \frac{1050}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1040 \Rightarrow \frac{1040}{30}=34,\ y_1=104,\ x_1=\frac{1040}{90}=16$$

$$p-39=1000 \Rightarrow \frac{1000}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1010 \Rightarrow \frac{1010}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9=1030 \Rightarrow y_3=103$$

(i) $1069=353(10x+3)$

(ii) $1069=161(10y+9)$

(iii) $1069=1069(10x+1),\ x\geq 1$

(iv) $1069=1059(10x+1)$

(v) $1069=1049(10x+1)$

(vi) $1069=1039(10x+1)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p+30=1069$ es un número primo.

4. $p=1229 \Rightarrow 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1250 \Rightarrow \frac{1250}{30}, \frac{1250}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=125$$

$$p-19=1210 \Rightarrow \frac{1210}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1240 \Rightarrow \frac{1240}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2=124,\ \frac{1240}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1230 \Rightarrow \frac{1230}{30}=41,\ y_1=123,\ x_1=\frac{1230}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1190 \Rightarrow \frac{1190}{70}=17$$

$p-29=1200 \;\; \Rightarrow \;\; \dfrac{1200}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1220 \;\; \Rightarrow \;\; y_3=122$

(i) $1259=1229(10x+1)$

(ii) $1259=1239(10x+1)$

(iii) $1259=1249(10x+1)$

(iv) $1259=1259(10x+1), \;\; x\geq 1$

(v) $1259=413(10x+3)$

(vi) $1259=177(10x+7)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p+30=1259$ es un número primo.

5. $p=1249 \;\; \Rightarrow \;\; 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$p+21=1270 \Rightarrow \dfrac{1270}{30}, \dfrac{1270}{90} \notin \mathbf{N}, \; y_4=127$

$p-19=1230 \Rightarrow \dfrac{1230}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=1260 \Rightarrow \dfrac{1260}{30}=42, \; y_2=126, \; \dfrac{1260}{90}=14=x_2$

$p+1=1250 \;\; \Rightarrow \;\; \dfrac{1250}{30}=41, \; y_1=125, \; x_1=\dfrac{1250}{90} \notin \mathbf{N}$

$p-39=1210 \;\; \Rightarrow \;\; \dfrac{1210}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29=1220 \;\; \Rightarrow \;\; \dfrac{1220}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1240 \;\; \Rightarrow \;\; y_3=124$

(i) $1279=1249(10x+1)$

(ii) $1279=1259(10x+1)$

(iv) $1279=1279(10x+1), \;\; x\geq 1$

(v) $1279=423(10x+3)$

(iii) $1279 = 1269(10x+1)$

(vi) $1279 = 141(10y+9)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p+30=1279$ es un número primo.

6. $p=1259 \Rightarrow 0 < A-x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0 < B-y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1280 \Rightarrow \frac{1280}{30}, \frac{1280}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 128$$

$$p-19=1240 \Rightarrow \frac{1240}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1270 \Rightarrow \frac{1270}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2 = 127,\ \frac{1270}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1260 \Rightarrow \frac{1260}{30} = 42,\ y_1 = 126,\ x_1 = \frac{1260}{90} = 14$$

$$p-39=1220 \Rightarrow \frac{1220}{70} = 17$$

$$p-29=1230 \Rightarrow \frac{1230}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9=1250 \Rightarrow y_3 = 125$$

(i) $1289 = 1289(10x+1)$

(iv) $1289 = 1259(10x+1)$

(ii) $1289 = 1279(10x+1)$

(v) $1289 = 423(10x+3)$

(iii) $1289 = 1269(10x+1)$

(vi) $1289 = 141(10y+9)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p+30=1289$ es un número primo.

7. $p=1289 \Rightarrow 0 < A-x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0 < B-y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1310 \Rightarrow \frac{1310}{30}, \frac{1310}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=131$$

$$p-19=1270 \Rightarrow \frac{1270}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1300 \Rightarrow \frac{1300}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2=130,\ \frac{1300}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1290 \Rightarrow \frac{1290}{30}=43,\ y_1=129,\ x_1=\frac{1290}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1250 \Rightarrow \frac{1250}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1260 \Rightarrow \frac{1260}{70}=18$$

$$p-9=1280 \Rightarrow y_3=128$$

(i) $1319=1289(10x+1)$

(ii) $1319=1299(10x+1)$

(iii) $1289=1269(10x+1)$

(iv) $1319=1309(10x+1)$

(v) $1319=187(10x+7)$

(vi) $1319=433(10x+3)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $1289+30=1319$ es un número primo.

8. $p=1399 \Rightarrow 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1420 \Rightarrow \frac{1420}{30}, \frac{1420}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=142$$

$$p-19=1380 \Rightarrow \frac{1380}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1410 \Rightarrow \frac{1410}{30}47,\ y_2=141,\ \frac{1410}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1400 \Rightarrow \frac{1400}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1=140,\ x_1=\frac{1400}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1360 \Rightarrow \frac{1360}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1370 \Rightarrow \frac{1370}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9=1390 \Rightarrow y_3=139$$

(i) $1429=1399(10x+1)$

(ii) $1429=1409(10x+1)$

(iii) $1429=1419(10x+1),\ x \geq 1$

(iv) $1429=1429(10x+1)$

(v) $1429=473(10x+3)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv) y (v) no tienen solución entera. luego, $p+30=1429$ es un número primo.

9. $p=1429 \Rightarrow 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1450 \Rightarrow \frac{1450}{30}, \frac{1450}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=145$$

$$p-19=1410 \Rightarrow \frac{1410}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1440 \Rightarrow \frac{1440}{30}=48,\ y_2=144,\ \frac{1440}{90}=16=x_2$$

$$p+1=1430 \Rightarrow \frac{1430}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1=143,\ \frac{1430}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1390 \Rightarrow \frac{1390}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1400 \Rightarrow \frac{1400}{70}=20$$

$$p-9=1420 \Rightarrow y_3=142$$

(i) $1459 = 1429(10x+1)$

(ii) $1459 = 1459(10x+1),\ x \geq 1$

(iii) $1459 = 1449(10x+1)$

(iv) $1459 = 1439(10x+1),\ x \geq 1$

(v) $1459 = 207(10x+7)$

(vi) $1459 = 161(10y+9)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p+30=1459$ es un número primo.

10. $p=1549 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1570 \Rightarrow \frac{1570}{30}, \frac{1570}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 157$$

$$p-19=1530 \Rightarrow \frac{1530}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1560 \Rightarrow \frac{1560}{30} = 52,\ y_2 = 156,\ \frac{1560}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1550 \Rightarrow \frac{1550}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1 = 155,\ \frac{1550}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1510 \Rightarrow \frac{1510}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1520 \Rightarrow \frac{1520}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9=1540 \Rightarrow y_3 = 154$$

(i) $1579 = 1549(10x+1)$

(ii) $1579 = 1559(10x+1)$

(iii) $1579 = 1569(10x+1)$

(iv) $1579 = 1579(10x+1),\ x \geq 1$

(v) $1579 = 523(10x+3)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv) y (v) no tienen solución entera. luego, $p+30=1579$ es un número primo.

11. $p = 1579 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$p + 21 = 1600 \Rightarrow \dfrac{1600}{30}, \dfrac{1600}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 160$

$p - 19 = 1560 \Rightarrow \dfrac{1560}{70} \notin \mathbf{N}$

$p + 11 = 1590 \Rightarrow \dfrac{1590}{30} = 53,\ y_2 = 159,\ \dfrac{1590}{90} \notin \mathbf{N}$

$p + 1 = 1580 \quad \Rightarrow \dfrac{1580}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1 = 129,\ \dfrac{1580}{90} \notin \mathbf{N}$

$p - 39 = 1540 \quad \Rightarrow \dfrac{1540}{70} = 22$

$p - 29 = 1550 \quad \Rightarrow \dfrac{1550}{70} \notin \mathbf{N}$

$p - 9 = 1570 \quad \Rightarrow y_3 = 157$

(i) $1609 = 1579(10x+1)$

(ii) $1609 = 1299(10x+1)$

(iii) $1609 = 1599(10x+1)$

(iv) $1609 = 1609(10x+1),\ x \geq 1$

(v) $1609 = 533(10x+3)$

(vi) $1609 = 227(10x+7)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v) y (vi) no tienen solución entera. luego, $p + 30 = 1609$ es un número primo.

12. $p = 1669 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$p + 21 = 1690 \Rightarrow \dfrac{1690}{30}, \dfrac{1690}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 169$

$p - 19 = 1650 \Rightarrow \dfrac{1650}{70} \notin \mathbf{N}$

$$p+11=1680 \Rightarrow \frac{1680}{30}=56,\ y_2=168,\ \frac{1680}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1670 \Rightarrow \frac{1670}{30}\notin \mathbf{N},\ y_1=167,\ \frac{1670}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1630 \Rightarrow \frac{1630}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=1640 \Rightarrow \frac{1640}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-9=1660 \Rightarrow y_3=166$$

(i) $1699=1669(10x+1), x\geq 1$

(ii) $1699=1679(10x+1)$

(iii) $1699=1689(10x+1)$

(iv) $1699=1699(10x+1),\ x\geq 1$

(v) $1699=563(10x+3)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv) y (v) no tienen solución entera. Luego, $p+30=1699$ es un número primo.

13. $p=1759 \Rightarrow 0<A-x<\frac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\frac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=1780 \Rightarrow \frac{1780}{30},\frac{1780}{90}\notin \mathbf{N},\ y_4=178$$

$$p-19=1740 \Rightarrow \frac{1740}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p+11=1770 \Rightarrow \frac{1770}{30}=59,\ y_2=177,\ \frac{1770}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p+1=1760 \Rightarrow \frac{1760}{30}\notin \mathbf{N},\ y_1=176,\ \frac{1760}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p-39=1720 \Rightarrow \frac{1720}{70}\notin \mathbf{N}$$

$p-29=1730 \Rightarrow \frac{1730}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1750 \Rightarrow y_3=175$

Luego, $p+30=1789$ es un número primo, pues las ecuaciones:

(i) $1789=1759(10x+1)$

(ii) $1789=1769(10x+1)$

(iii) $1789=1779(10x+1)$

(iv) $1789=1789(10x+1),\ x\geq 1$

(v) $1789=593(10x+3)$

No tienen solución entera.

14. $p=1949 \Rightarrow 0<A-x<\frac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\frac{3}{\sqrt{p+30}}$

$p+21=1970 \Rightarrow \frac{1970}{30}, \frac{1970}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=197$

$p-19=1930 \Rightarrow \frac{1930}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=1960 \Rightarrow \frac{1960}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2=196,\ \frac{1960}{90} \notin \mathbf{N}$

$p+1=1950 \Rightarrow \frac{1950}{30}=65,\ y_1=195,\ \frac{1950}{90} \notin \mathbf{N}$

$p-39=1910 \Rightarrow \frac{1910}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29=1920 \Rightarrow \frac{1920}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=1940 \Rightarrow y_3=194$

(i) $1979=1949(10x+1)$

(ii) $1979=1959(10x+1)$

(iv) $1979=1979(10x+1),\ x\geq 1$

(v) $1979=653(10x+3)$

(iii) $1979 = 1969(10x+1)$

Las (5) ecuaciones no tienen solución entera. Luego, $p+30=1779$ es un número primo.

15. $p = 2069 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21 = 2090 \Rightarrow \frac{2090}{30}, \frac{2090}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 209$$

$$p-19 = 2050 \Rightarrow \frac{2050}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11 = 2080 \Rightarrow \frac{2080}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2 = 208,\ \frac{2080}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1 = 2070 \Rightarrow \frac{2070}{30} = 69,\ y_1 = 207,\ \frac{2070}{90} = 23$$

$$p-39 = 2030 \Rightarrow \frac{2030}{70} = 29$$

$$p-29 = 2040 \Rightarrow \frac{2040}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9 = 2060 \Rightarrow y_3 = 206$$

(i) $2099 = 2059(10x+1)$

(ii) $2099 = 2079(10x+1)$

(iii) $2099 = 2089(10x+1)$

(iv) $2099 = 2099(10x+1),\ x \geq 1$

(v) $2099 = 693(10x+3)$

(vi) $2099 = 297(10x+7)$

Las (6) ecuaciones no tienen solución entera. Luego, $p+30=2099$ es un número primo.

16. $p = 2069 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p + 21 = 2090 \Rightarrow \frac{2090}{30}, \frac{2090}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 209$$

$$p - 19 = 2050 \Rightarrow \frac{2050}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 11 = 2080 \Rightarrow \frac{2080}{30} \notin \mathbf{N},\ y_2 = 208,\ \frac{2080}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p + 1 = 2070 \quad \Rightarrow \frac{2070}{30} = 69,\ y_1 = 207,\ \frac{2070}{90} = 23 = x_1$$

$$p - 39 = 2030 \quad \Rightarrow \quad \frac{2030}{70} = 29$$

$$p - 29 = 2040 \quad \Rightarrow \quad \frac{2040}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p - 9 = 2060 \quad \Rightarrow \quad y_3 = 206$$

(i) $2099 = 2059(10x+1)$

(ii) $2099 = 2079(10x+1)$

(iii) $2099 = 2089(10x+1)$

(iv) $2099 = 2099(10x+1),\ x \geq 1$

(v) $2099 = 231(10y+9)$

(vi) $2099 = 297(10x+7)$

(vii) $2099 = 693(10x+3)$

Las ecuaciones (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi) y (vii) no tienen solución entera. Luego, $p + 30 = 2099$ es un número primo.

17. $p = 2309 \quad \Rightarrow \quad 0 < A - x < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0 < B - y < \dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p + 21 = 2330 \Rightarrow \frac{2330}{30}, \frac{2330}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4 = 233$$

$$p-19=2290 \Rightarrow \frac{2290}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p+11=2320 \Rightarrow \frac{2320}{30}=75,\ y_2=232,\ \frac{2320}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=2310 \Rightarrow \frac{2310}{30}=77,\ y_1=231,\ \frac{2310}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=2270 \Rightarrow \frac{2270}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-29=2280 \Rightarrow \frac{2280}{70} \notin \mathbf{N}$$

$$p-9=2300 \Rightarrow y_3=230$$

(i) $2339=2309(10x+1)$

(ii) $2339=2319(10x+1)$

(iii) $2339=2319(10x+1)$

(iv) $2339=2339(10x+1)$

(v) $2339=773(10x+3)$

Las (5) ecuaciones no tienen solución entera. Luego, $p+30=2339$ es un número primo.

18. $p=2539 \Rightarrow 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=2560 \Rightarrow \frac{2330}{30},\frac{2560}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=256$$

$$p-19=2520 \Rightarrow \frac{2520}{70}=36$$

$$p+11=2550 \Rightarrow \frac{2550}{30}=85,\ y_2=255,\ \frac{2550}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p+1=2540 \Rightarrow \frac{2540}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1=254,\ \frac{2540}{90} \notin \mathbf{N}$$

$$p-39=2500 \;\Rightarrow\; \frac{2500}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=2510 \;\Rightarrow\; \frac{2510}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-9=2530 \;\Rightarrow\; y_3=253$$

Luego, $p+30=2539+30=2569$ es un número primo.

19. $p=2579 \;\Rightarrow\; 0<A-x<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$ ó $0<B-y<\dfrac{3}{\sqrt{p+30}}$

$$p+21=2600\Rightarrow\frac{2600}{30},\frac{2600}{90}\notin \mathbf{N},\; y_4=260$$

$$p-19=2560\Rightarrow\frac{2560}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p+11=2590\Rightarrow\frac{2590}{30}\notin \mathbf{N},\; y_2=259,\;\frac{2590}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p+1=2580 \;\Rightarrow\; \frac{2580}{30}=86,\; y_1=258,\;\frac{2580}{90}\notin \mathbf{N}$$

$$p-39=2540 \;\Rightarrow\; \frac{2540}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-29=2550 \;\Rightarrow\; \frac{2550}{70}\notin \mathbf{N}$$

$$p-9=2570 \;\Rightarrow\; y_3=257$$

(i) $2609=2579(10x+1)$

(ii) $2609=2589(10x+1)$

(iii) $2609=2599(10x+1)$

(iv) $2609=863(10x+3)$

(v) $2609=2609(10x+1)$

Las (5) ecuaciones no tienen solución entera. Luego, $p+30=2609$ es un número primo.

20. $p=2659 \quad \Rightarrow \quad 0<A-x<\frac{3}{\sqrt{p+30}} \qquad$ ó $\qquad 0<B-y<\frac{3}{\sqrt{p+30}}$

$p+21=2680 \Rightarrow \frac{2680}{30}, \frac{2680}{90} \notin \mathbf{N},\ y_4=268$

$p-19=2640 \Rightarrow \frac{2640}{70} \notin \mathbf{N}$

$p+11=2670 \Rightarrow \frac{2670}{30}=89,\ y_2=267,\ \frac{2670}{90} \notin \mathbf{N}$

$p+1=2660 \quad \Rightarrow \frac{2660}{30} \notin \mathbf{N},\ y_1=266,\ \frac{2660}{90} \notin \mathbf{N}$

$p-39=2620 \quad \Rightarrow \frac{2620}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-29=2630 \quad \Rightarrow \frac{2630}{70} \notin \mathbf{N}$

$p-9=2650 \quad \Rightarrow y_3=265$

(i) $2689=2659(10x+1)$

(ii) $2689=2669(10x+1)$

(iii) $2689=2679(10x+1)$

(iv) $2689=893(10x+3)$

(v) $2689=2689(10x+1), x \geq 1$

Las (5) ecuaciones no tienen solución entera. Luego, $p+30=2689$ es un número primo.

V. DISCUSIONES

En base a las funciones generadoras como son:

- $f_1(k) = 10k + 1.$
- $f_2(k) = 10k + 3.$
- $f_3(k) = 10k + 7.$
- $f_4(k) = 10k + 9.$

De dichas funciones generadoras se expresan todos los productos posibles para obtener números que terminan en 9, obteniendo las siguientes ecuaciones diofánticas:

$$p = (10x + 7)(10y + 7)$$

$$p = (10x + 3)(10y + 3)$$

$$p = (10x + 1)(10y + 9),\ x \ \geq 1$$

Si éstas ecuaciones no tienen solución entera, entonces P es un número primo.

En los teoremas dados en el capítulo I, se logra garantizar que si p es un número primo que termina en nueve entonces p + 10L es un número primo con ciertas restricciones, siendo L un número natural primo; en consecuencia, “p+10”, “p+20”, “p+30”, dándoles las cotas de error, seguirán siendo números primos.

VI. CONCLUSIONES

1. Con la ayuda de mi asesor conseguí analizar y extender lo siguiente, si “p” es un número primo que termina en 9 entonces p+10L es un número primo bajo ciertas restricciones, en este caso L es un número natural fijo.

2. Al estudiar las ecuaciones particulares de la forma:

i) $p = (10x + 7) \times (10y + 7)$

ii) $P = (10x + 3) \times (10y + 3)$

iii) $p = (10x + 1) \times (10y + 9),\ x \geq 1$

Se obtuvieron desigualdades del teorema A que nos permitieron determinar la primalidad de un número natural P que termina en nueve.

3. Ha sido posible obtener un método para determinar que $P + 10L$ es un número primo cuando P es un número primo que termina en 9, donde L=1,2,3.

4. Para “p” primo que termina en nueve, cuando $L = 4,5,6,\ldots$ el estudio de la primalidad de “$p + 10L$” se vuelve más extenso lo cual se sugiere un lenguaje de programación.

VII. RECOMENDACIONES

1. Se recomienda realizar el mismo proceso descrito en la presente tesis para obtener números primos de la forma: p + 10L; donde: L=1,2,3; cuando se trabaje con números primos "p" que terminan en nueve; de siete, ocho, nueve o diez cifras.
2. Para "p", un número primo mayor de diez cifras, es recomendable hacer uso de un lenguaje de programación para obtener número primo p + 10L ; donde L= 1, 2, 3, pues las ecuaciones restrictivas aumentan.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- B.M.CERNA. (s.f.). Algunos resultados sobre números primos. Aceptado para publicación en la revista. IJPAM(International journal of pure and applied mathematics), AP2017-31-4946.
- Cerna, B. (2018). SOME RESULTS ON PRIME NUMBER. IJPAM Iternational journal.
- HAASER, N. B. (1992). ”Análisis Matemático: curso de introducción”. México: Editorial Trillas.
- I.Niven, H. Z. (1991). An Introduction to the Theory of Number. 5th ed. Jhon Wiley Sons, Inc.
- Pettofrezzo, A. B. (1972). Introducion a la teoría de números. Editorial Pretince, Hall Internacional.
- Rudin, W. (1982). Principios de Analisis Matematico. México: Lumbreras.
- Sierpinski, W. (1988). Elementary Theory of Number. North-Holland Mathematical Library, Vol. #1.

IX. DIRECCIONES ELECTRÓNICAS

- BM Cerna Maguiña (2018). Algunos resultados en números naturales representados por polinomios cuadráticos en dos variables, https://arxiv.org/abs/1808.06145.
- Hitos, J.R. (2017). Pensamiento matemático Brasil file:///C:/Users/INTEL/Documents/ Dialnet – Ecuaciones Diofánticas.
- https://www.ecured.cu/Ecuaci%C3%B3n_diof%C3%A1ntica
- http://aprendeenlinea.udea.edu.co/boa/contenidos.php/742bf9672a16b54da7b4d72c3f7e16c5/296/1/contenido/cap4/4-2.htm
- https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n06_Artigo05.pdf
- http://www2.uca.es/matematicas/Docencia/ESI/1710003/Apuntes/Leccion12.pdf