

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA**



**REDUCCIÓN DE COSTOS EN LAS INSTALACIONES DE REDES  
ELÉCTRICAS USANDO ÁRBOLES DE EXPANSIÓN MÍNIMA EN UNA  
EDIFICACIÓN DE LA REGIÓN ÁNCASH – 2018**

**TESIS GUIADA  
PARA OPTAR EL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN MATEMÁTICA**

**AUTOR**

**Bach. JOSSELY RICHARD AQUINO DOMINGUEZ**

**ASESOR**

**M.Sc. VLADIMIR GIOVANNI RODRÍGUEZ SABINO**

**HUARAZ — PERÚ**

**2018**

**PROGRAMA DE TITULACIÓN PROFESIONAL  
MODALIDAD TESIS GUIADA 2018**

---

M.Sc Mario Ninaquispe Castillo

Presidente

---

M.Sc. Henry Ángel Garrido Angulo

Secretario

---

Lic. Hever Luis Hinojosa Encarnación

Vocal

## **DEDICATORIA**

Esta tesis va dedicada a mis padres, por ser el pilar fundamental en todo lo que soy; por su apoyo, comprensión, la paciencia y más que todo por el gran amor recibido.

La preocupación y el interés por el avance y desarrollo de esta tesis, es simplemente único. Ellos saben lo mucho que los admiro, no solo como padres sino como personas.

Gracias por creer en mí y confiar en las cosas que realizo; por cada consejo y por cada una de sus palabras que van guiando este largo camino de mi vida.

## **AGRADECIMIENTO**

Quiero agradecer a Dios por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para ir logrando paso a paso este gran objetivo.

De igual manera agradecer a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, por haber forjado mi crecimiento profesional; a mi Asesor de Tesis Vladimir Giovanni Rodríguez Sabino, por la orientación, gran apoyo y consejos brindados para la elaboración de esta tesis y a todos aquellos que participaron directa e indirectamente en este proceso.

## RESUMEN

La distribución de redes eléctricas en los planos de una edificación de la región de Áncash se realiza usualmente sin hacer uso de un modelo matemático, teniendo solo en cuenta la experiencia del ingeniero y no pensando en una red con mínima longitud o coste. La presente tesis es una investigación aplicada de tipo descriptivo donde a partir de un plano de una edificación se generó una red de distribución eléctrica con longitud mínima; para ello se utilizó los árboles de expansión mínima mediante el uso del algoritmo Prim, el cual proporciona un árbol con longitud mínima, y puesto que el costo depende de la longitud de la red, se obtuvo un coste mínimo.

**Palabras clave:** Distribución de redes eléctricas, Árboles de expansión mínima, Algoritmo Prim.

## ABSTRACT

The distribution of electrical networks in the plans of a building in our region usually is done without using a mathematical model, taking into account the engineer's experience and not thinking about a comminuted length or cost. In the present, an applied investigation of a descriptive type has been carried out when a building plan is reached, an electrical distribution network with a minimum length is generated; for this, minimum expansion trees are used by using the Prim algorithm, which provides a tree with minimum length, and the one that depends on the length of the map length, allows a minimum cost.

**Keywords:** Distribution of electrical networks, Minimum expansion trees, Prim algorithm.

## ÍNDICE GENERAL

I. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Contexto	2
1.2. Justificación	2
1.3. Limitaciones	3
1.4. Objetivos	3
1.5. Hipótesis	3
II. MARCO TEÓRICO	4
2.1. Antecedentes	4
2.2. ¿Qué es un modelo?	6
2.3. Modelo matemático	6
2.4. Elementos de un modelo matemático	6
2.5. Construcción de un modelo matemático	7
2.6. Grafos	8
2.7. Terminología y caracterización de los grafos	11
2.8. Caminos y circuitos	13
2.9. Paseos y circuitos de Euler (Eulerianos)	15
2.10. Paseo y circuito de Euler en grafos dirigidos	16
2.11. Paseos y circuitos de Hamilton (Hamiltonianos)	16
2.12. Grafo ponderado	17
2.13. Algoritmos para grafos	18
2.14. Árboles	20
2.15. Árboles enraizados	21
2.16. Árboles generadores mínimos	21
2.17. Expansión de árboles y trayectorias más cortas	22
III. MATERIALES Y MÉTODOS	27
3.1. Especificaciones técnicas de instalaciones eléctricas y mecánicas del proyecto	27
3.2. Descripción de la distribución e instalación de redes eléctricas	42
3.3 Tipo y diseño de investigación	51
3.4 Plan de recolección de la información	51
3.5 Instrumentos de recolección de la información	51

3.6 Plan de procesamiento de la información	52
3.7 Plan de análisis de datos	52
3.8 Algoritmo de Prim	53
IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	54
4.1. Análisis del modelo	54
4.2 Formulación del Modelo matemático PV1	57
4.3 Búsqueda del árbol de expansión mínima	58
4.4 Formulación del Modelo matemático PV1	67
V. CONCLUSIONES	96
VI. RECOMENDACIONES	98
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	9
ANEXOS	101

## I. INTRODUCCIÓN

En la elaboración de un plano de red eléctrica para el interior de un edificio y/o vivienda, se realiza el trazado de líneas para la distribución de tubos conductores aislantes; los cuales transportan en su interior cables de luz que generan un circuito eléctrico con los receptores; estos pueden ser: luminarias, interruptores, tomacorriente, etc. Sin embargo, para construcciones amplias (construcciones con varias habitaciones), estas redes eléctricas generan dificultades en el momento de su distribución y es necesario desear reducir los costos de instalación. Esta reducción de costos en redes eléctricas implica también un menor uso de cables para el circuito eléctrico.

El problema del árbol de expansión mínima consiste en la determinación de los ramales que pueden unir todos los nodos de una red, tal que minimice la suma de las longitudes de los ramales escogidos. Este problema surge cuando todos los nodos de una red deben conectarse entre ellos y es apropiado para problemas en los cuales la redundancia es expansiva, donde el flujo a lo largo de los arcos se considera instantáneo.

Este problema se refiere a utilizar las ramas o arcos de la red para llegar a todos los nodos de la red, de manera tal que se minimiza la longitud total. La aplicación de estos problemas de optimización se ubica en las redes de comunicación eléctrica, telefónica, carretera, ferroviaria, aérea, marítima, etc.; donde los nodos representan puntos de consumo eléctrico, teléfonos, aeropuertos, computadoras y los arcos podrían ser de alta tensión, cable de fibra óptica, rutas aéreas, etc. Por esta razón, los árboles de expansión mínima podrían ser adecuados para modelar la distribución de redes eléctricas.

Para la aplicación del modelo propuesto se trabajó con planos ya establecidos de viviendas familiares, en los cuales ya se tenía una distribución eléctrica conforme al

Reglamento Nacional de Edificaciones del año 2017. En este caso se aplicó el modelo a la red eléctrica del techo, sin tener en cuenta la conexión a interruptores ni tomacorrientes, los cuales ya están fijados según la reglamentación respectiva y no pueden ser modificados.

## **1.1. CONTEXTO**

En los últimos años en la región de Áncash se vienen generando grandes cambios o innovaciones en las construcciones de estructuras habitacionales; con la construcción de infraestructuras cada vez más complejas, los cuales en sus planos implementan redes que incorporan una gran variedad de distribuciones, tales como: eléctrica, telefonía, agua potable, calefacción, desagüe, gas doméstico y cable de tv, entre otros.

Este progresivo cambio ha generado en consecuencia, que el personal capacitado en planificación de distribución eléctrica tenga dificultades; razón por la cual, ocurre un proceso de transformación, que tiene entre sus objetivos la actualización de forma de distribución del sistema eléctrico y el estudio de alternativas técnicas para obtener un ahorro sustancial en los costos de distribución eléctrica.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN**

Se sabe que en la actualidad se realizan edificaciones de viviendas (casas, hoteles, colegios, hospitales, etc.), en la que se establecen presupuestos que impliquen menores gastos sobre todo cuando se consideran los planos de cimentación, arquitectura, estructura, sanitario y redes eléctricas.

En tal forma en el plano de red eléctrica; se pretende disminuir los gastos en la distribución de líneas de tuberías, mediante la elaboración de un modelo matemático y la contrastación con una metodología que es el algoritmo Prim desarrollado manualmente, para facilitar las labores de cálculos y evitar errores que generen el exceso de material y presupuesto.

El modelo matemático podría ser aplicado a otra distribución de red tales como: telefonía, agua potable, calefacción, desagüe, gas doméstico y cable de tv.

### **1.3. LIMITACIONES**

En este trabajo, el problema de la determinación del árbol de expansión mínima en una edificación, se resolvió considerando la existencia del plano de Instalaciones Eléctricas en la que se encuentran las ubicaciones de las luminarias los que satisfacen los requisitos del Código Nacional de Electricidad Suministro y el Reglamento Nacional de Edificaciones.

### **1.4. OBJETIVOS**

#### **1.4.1. Objetivo General**

Reducir costos de instalación en la distribución de redes eléctricas, usando árboles de expansión mínima en una edificación de la región Ancash -2018.

#### **1.4.2. Objetivos Específicos**

- Ubicar los receptores de una red eléctrica en una edificación conforme al Reglamento Nacional de Edificaciones 2017.
- Analizar los costos que se han producido durante la instalación de redes eléctricas en una edificación.
- Generar un árbol de distribución de líneas eléctricas (arcos) entre receptores de luminarias (nodos).
- Aplicar el algoritmo de Prim en la distribución de redes eléctricas de tuberías haciendo uso de un software apropiado.

### **1.5. HIPÓTESIS**

Aplicando el algoritmo de PRIM para árboles de expansión mínima generado por la distribución de redes eléctricas de una edificación de la región Áncash se reducirán sus costos de instalación.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1. ANTECEDENTES

La planificación de líneas de distribución es un problema en el diseño de planos de instalaciones eléctricas, en la que se enfrentan los ingenieros y arquitectos al construir una edificación. Los enfoques desarrollados hasta el momento para resolver este problema no consideran un árbol recubridor mínimo; para establecer el mínimo costo en la utilización de tuberías y cables eléctricos. El objetivo fundamental de un arquitecto y/o ingeniero es realizar proyectos de inversión con menores costos en el diseño de instalaciones eléctricas, y llegar con la calidad requerida a menores costos. En tal sentido, existen algunas investigaciones que trataron el problema de diseño de redes, tales como: El diseño de redes secundarias de energía eléctrica que utilizó una metodología para solucionar el problema del planeamiento de sistemas de distribución secundarios, la técnica de solución el algoritmo de Búsqueda Tabú. El problema se formula como un modelo no lineal entero-mixto, en el cual se tienen en cuenta la ubicación y capacidad de nuevos elementos (transformadores de distribución y tramos de red primaria y secundaria), reubicación de transformadores de distribución existentes, aumento de capacidades de elementos existentes, reconfiguración de red secundaria y balance de fases. Adicionalmente, se consideran los costos asociados a la conexión entre red primaria y secundaria y las pérdidas de energía en transformadores. Se emplean dos casos de prueba; en el primero se realizan ensayos comparativos con el algoritmo genético de Chu-Beasley para verificar la eficiencia del método propuesto y, en el segundo, se analizan los resultados obtenidos en un sistema de distribución colombiano. En ambos casos los resultados obtenidos son de gran calidad, lo que respaldó lo propuesto por Vélez V., Hincapié R., y Gallego R. (2014).

Otra investigación interesante es la optimización de una red para una casa inteligente para una infraestructura de medición avanzada; se expone la optimización de la infraestructura y elementos que intervienen en la comunicación y transmisión de información. En el modelo se minimiza el número de Puntos de Acceso Inalámbrico (WAP), teniendo en cuenta restricciones de capacidad, cobertura e interferencia con tecnología LTE en un sistema WLAN para una red de sensores IEEE 802.15.4g bajo el concepto de Smart Home mediante la utilización de programas computacionales Matlab y LPSolver, se presentó una formulación matemática, la cual se utilizó para la ubicación de un conjunto de Puntos de Acceso Inalámbrico que otorgan cobertura a los Dispositivos Inteligentes la utilización del software LPSolver y facilita la resolución de ecuaciones llegando a proporcionar una reducción de tiempos y recursos para el estudio de diseño en Smart Metering mediante la ejemplificación de problemas reales que son de gran relevancia para condiciones de diseño de redes inalámbricas, aplicando una topología jerárquica (Arciniega M., Ayala N., Inga E.,2016).

También se pueden ver resultados con métodos meta heurística como es la optimización de Redes Eléctricas mediante la Aplicación de Algoritmos Genéticos, este trabajo plantea la optimización de la configuración topológica de redes eléctricas de distribución secundarias tendiente a minimizar las pérdidas técnicas por efecto Joule, utilizando Algoritmos Genéticos. Mediante la aplicación sobre dos sistemas de distribución, se encontró que el método de optimización utilizado es capaz de hallar la solución óptima entre todas las posibles combinaciones que ofrecen las maniobras de los interruptores, comprobándose su flexibilidad para adaptarse a las restricciones de radialidad y nivel de tensión, involucrando un tiempo menor que el necesario para una búsqueda exhaustiva. Durante el desarrollo de la aplicación se validaron los operadores genéticos, determinándose cuáles eran aquéllos que proporcionaron el mejor

desempeño en la búsqueda de la solución. Los resultados indicaron la factibilidad y viabilidad de la aplicación en la configuración óptima de sistemas de distribución eléctrica; esto fue propuesto por Anaut D., Di Mauro G., Meschino G. y Suárez J. (2009).

## 2.2. ¿QUÉ ES UN MODELO?

**Definición 1.-** Martínez, Vértiz, López, Jiménez y Moncayo (2014) entre las variadas acepciones que hay de la palabra modelo, citamos la siguiente, de la Real Academia Española, que es la que más se adecua al objetivo de esta investigación:

*Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.*

## 2.3. MODELO MATEMÁTICO

Un modelo matemático busca representar una realidad mediante el uso de relaciones matemáticas, a través de la lógica, con el objetivo de ayudar en el proceso de toma de decisiones. En general, un modelo matemático está compuesto de ecuaciones y/o desigualdades algebraicas.

Los elementos de una ecuación son los siguientes:

**Variable.** Símbolo (letra) que representa un número que no se conoce.

**Constante.** Número que no va acompañado de una variable.

**Coefficiente.** Número que va acompañado de una variable, multiplicándola.

**Operador.** Corresponde a los símbolos que representan una operación.

## 2.4. ELEMENTOS DE UN MODELO MATEMÁTICO

Al constituir una herramienta para la toma de decisiones, el modelo matemático debe necesariamente incluir en su totalidad las alternativas entre las cuales se deberá tomar la

decisión, las restricciones que existen y la medida con la que se evaluarán las alternativas, de acuerdo con el objetivo que se quiere lograr.

## 2.5. CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO

**Definición 2.-** Usualmente para el área de optimización matemática, el modelo matemático se formula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Opt. (max. o mín)} \quad f(x) &= cx \\ Ax &\leq o \geq B \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  → matriz de variables o incógnitas

$c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  → matriz de costos

$A = (a_{11}, a_{12} \dots a_{mn})$  → matriz de coeficientes

$B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$  → matriz de términos independientes

La función objetivo  $f(x)$  debe expresar la meta que se quiere lograr, el cual es optimizar: maximizar ganancia, minimizar costos, minimizar el número de trabajadores, minimizar demoras, minimizar desperdicio, entre otros. Las restricciones, por su parte, expresan limitaciones en los recursos o características de la naturaleza del sistema a modelar. La solución obtenida al resolver el modelo debe cumplir con todas las restricciones.

La información del sistema se expresa a través de parámetros. Un parámetro es un dato dado con antelación que corresponde a un valor real (o supuesto) presente en el sistema. Típicamente, los costos, las demandas de los clientes, las distancias, las capacidades y el tiempo de procesamiento, entre otros, son vistos como parámetros.

Las soluciones al sistema están dadas mediante variables, usualmente llamadas de decisión. Para solucionar el modelo matemático, siempre es necesario determinar el valor que deberán tomar las variables, que representan aspectos que el tomador de decisiones puede controlar. Algunos ejemplos de variables son cantidad de productos a producir, cantidad de productos a enviar a cada cliente, decisión de instalar o no un

almacén en cierta ubicación, decisión de invertir o no en cierto proyecto, cantidad de trabajadores a contratar, entre otros.

Existen varios tipos de variables, dependiendo del tipo de valor que puedan tomar. Las variables continuas pueden tomar valores fraccionarios, por ejemplo: litros, kilos, pesos. Por su parte, las variables enteras pueden tomar únicamente valores enteros, por ejemplo: cantidad de trabajadores a contratar, camiones a enviar a cierto cliente, máquinas a utilizar, etcétera. Las variables binarias únicamente pueden tomar valor de 0 o 1 y, por lo general, se utilizan para representar decisiones de hacer o no hacer, por ejemplo: la decisión de instalar o no un almacén en cierta ubicación, la decisión de invertir o no en cierto proyecto, etcétera (pp.2-5).

## **2.6. GRAFOS**

**Definición 3.-** Según Susanna (2012) “Un grafo  $G$  consiste de dos conjuntos finitos: un conjunto no vacío  $V(G)$  de vértices y un conjunto de aristas  $E(G)$ , donde cada arista está asociada a un conjunto compuesto por uno o dos vértices llamados puntos extremos. La correspondencia de aristas a puntos finales se llama la función de arista a punto extremo” (p. 626).

Una arista con un solo punto extremo se llama un bucle y dos o más aristas distintas con el mismo conjunto de puntos extremos se dicen que son paralelas. Se dice que una arista conecta sus puntos finales; dos vértices que se conectan por una arista se denominan adyacentes; y un vértice que es un punto final de un bucle se dice que es adyacente a sí mismo. Se dice que una arista incide sobre cada uno de sus puntos extremos y dos aristas que inciden en el mismo punto se llaman adyacentes. Un vértice en el que no incide arista alguna se llama aislado (Susanna, 2012).

### 2.6.1 GRAFO: DEFINICIÓN GEOMÉTRICA

**Definición 4.-** Según Villalpando y García (2014):

Desde el punto de vista geométrico, a la representación gráfica de los elementos de un conjunto y las relaciones binarias sobre estos se les conoce como grafo y consta de puntos en el espacio, algunos de los cuales están unidos entre sí mediante líneas

Los puntos del grafo se llaman vértices o nodos y representan los elementos del conjunto. Por su parte, las líneas se conocen con el nombre de lados o aristas y representan a aquellos elementos de la forma  $(i, j)$  que establecen relación entre los vértices; esto es, los vértices  $i$  y  $j$  están relacionados” (p.127).

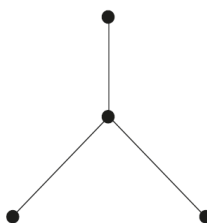


Figura 01. Grafo con 3 lados y 4 nodos

Es importante señalar que un grafo solo contiene información topológica; es decir, datos sobre la conectividad o, lo que es lo mismo, acerca de la relación que existe entre los elementos del conjunto; sin embargo, estos carecen de toda información geométrica en el sentido euclidiano, como distancias, ángulos, etcétera. De este modo, los dos dibujos que se muestran a continuación, figura 02, representan el mismo grafo.

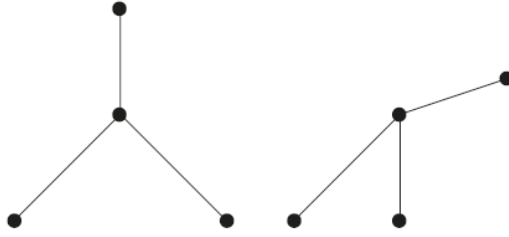


Figura 02. Dibujos con el mismo grafo

### 2.6.2 GRAFO: DEFINICIÓN ALGEBRAICA

**Definición 5.-** Un grafo  $G = (V, E, \varphi)$ , es una tripleta que consta de un conjunto  $V$  no vacío de los vértices del grafo, un conjunto  $E \subseteq (V \times V)$  de los lados del grafo y una función  $\varphi$ , la cual es una función de los lados del conjunto  $E$  a un conjunto de pares ordenados o no ordenados de los elementos (repetidos o no) de  $V$ . Donde los conjuntos  $V$  y  $E$  del grafo son finitos. Por su parte, la función  $\varphi$  se conoce como *función de incidencia* (más adelante se define el concepto de incidencia).

En el caso de que algún lado  $e \in E$ , se tiene que:

$$\varphi(e) = (i, j)$$

donde:

$i$  y  $j$  son los *vértices extremos* de  $e$ , también conocidos como los extremos de  $e$ .

Para representar algebraicamente un grafo, primero es preciso etiquetar los vértices del grafo por  $V_i$  y los lados por  $e_i$  y enseguida aplicar la función de incidencia a los lados de  $E$ .

## 2.7. TERMINOLOGÍA Y CARACTERIZACIÓN DE LOS GRAFOS

Al interior de la terminología básica de la teoría de grafos hay inmersos diversos conceptos, entre los que destacan: grafo dirigido, grafo no dirigido, orden, tamaño, grafo finito, grafo nulo, grafo completo, entre otros.

### 2.7.1 Grafo no dirigido y dirigido

**Definición 6.-** Un grafo no dirigido  $G = (V, E)$  consta de un conjunto  $V$  de vértices y un conjunto de aristas  $E \subseteq (V \times V)$  de lados, tal que cada lado  $e \in E$  está asociado a un único par no ordenado de vértices. Es decir, un lado de  $e$  está asociado a un único par no ordenado de vértices  $i, j \in V$  y se escribe  $e_i = \{i, j\}$ .

Asimismo, un grafo dirigido  $G = (V, E)$  es un conjunto de vértices y un conjunto de aristas  $E \subseteq (V \times V)$  de lados, tal que cada lado  $e \in E$  está asociado a un único par ordenado de vértices. Es decir, un lado de  $e$  está asociado a un único par ordenado de vértices  $i, j \in V$  y se escribe  $e_i = (i, j)$ . Estos grafos son llamados dígrafos.

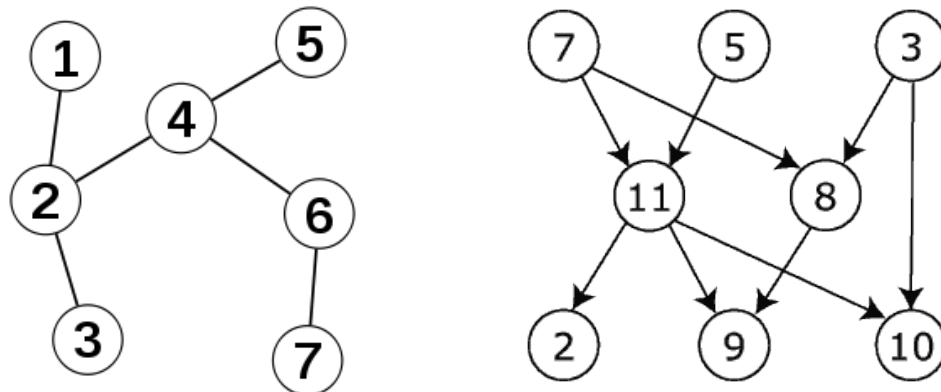


Figura 03. Grafo no dirigido (izquierda) y grafo dirigido (derecha)

### 2.7.2 Orden y tamaño

**Definición 7.-** Dado un grafo  $G = (V, E)$ , el número de vértices de  $G$ , denotado como  $|V|$ , se denomina *orden* del grafo. Por lo general, se utiliza  $n$  para denotar el orden del grafo; esto es:

$$n = |V|$$

En tanto, el número de lados de  $G$ , denotado como  $|E|$ , se conoce como tamaño del grafo. Por lo común, se utiliza  $m$  para denotar el tamaño del grafo; esto es:

$$m = |E|$$

### 2.7.3 Grafo finito

**Definición 8.-** Un grafo (dirigido o no dirigido) es finito si  $|V|$  y  $|E|$  son finitos; esto es, un grafo es finito si su orden y tamaño lo son.

### 2.7.4 Incidencia y adyacencia

**Definición 9.-** En un grafo dirigido  $G = (V, E)$ , para cualquier lado  $e = (i, j)$  se dice que  $e$  es incidente en los vértices  $i$  y  $j$ , además  $i$  es adyacente hacia  $j$ , mientras que  $j$  es adyacente desde  $i$ ; donde el vértice  $i$  es el origen o fuente del lado  $(i, j)$  y el vértice  $j$  es el término o vértice terminal de dicho lado.

En un grafo no dirigido  $G = (V, E)$ , para todo lado  $e = (i, j)$  se dice que  $e$  es incidente en los vértices  $i$  y  $j$ , los cuáles son sus vértices extremos. Además, se dice que los vértices  $i$  y  $j$  son vértices adyacentes.

Por tanto, en cualquiera de los dos casos, se puede decir que dos vértices son adyacentes si están unidos por un mismo lado.

### 2.7.5 Grafo nulo

**Definición 10.-** Se dice que un grafo (dirigido o no dirigido)  $G = (V, E)$  es nulo si tiene todos sus vértices aislados. Por vértice aislado se entiende aquel que no es extremo de ningún lado o que no tiene ningún lado incidente sobre sí. En este caso, se tiene que  $E$  es vacío, es decir, que  $|E| = 0$ .

### 2.7.6 Lados paralelos y lazos

**Definición 11.-** En un grafo (dirigido o no dirigido)  $G = (V, E)$ , cuando dos o más lados distintos son incidentes al mismo par de vértices, estos reciben el nombre de lados paralelos.

Por su parte, un lado de la forma  $(i, j)$  que inicia y termina en el mismo vértice se conoce como lazo; es decir, el vértice es adyacente consigo mismo.

### 2.7.7 Grafo simple

**Definición 12.-** Un grafo (dirigido o no dirigido)  $G = (V, E)$  que no tiene lazos ni lados paralelos recibe el nombre de grafo simple

## 2.8. CAMINOS Y CIRCUITOS

Villalpando y García (2014) dicen: “Existen muchos problemas en los cuales se pretende determinar si existe un camino o un circuito en un grafo determinado o simplemente entre dos vértices cualesquiera” (p.158). Pero, antes de definirlos, primero es necesario conocer que es una sucesión de lados.

### 2.8.1 Sucesión de lados

**Definición 13.-** Una sucesión de lados es un conjunto de lados consecutivos donde termina un lado y comienza otro.

Con frecuencia, una sucesión de lados:

$$\{(v_0, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)\}$$

se abrevia como:

$$(v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$$

Como vimos anteriormente, un lado del grafo  $e$  también puede escribirse como

$e = (j, i)$ , por lo que dicha sucesión de lados también puede escribirse como:

$$(e_0, e_1, e_2, e_3, \dots, e_n)$$

### 2.8.2 Caminos y circuitos

**Definición 14.-** Sea  $G = (V, E)$  un grafo no dirigido y sean  $i$  y  $j$  dos vértices de  $G$ .

Una sucesión de lados de  $i$  a  $j$  puede clasificarse como:

**a) Camino** de longitud  $n$  de  $i$  a  $j$ , si va de  $i$  a  $j$ , y tiene  $n$  lados distintos entre sí.

**b) Camino simple** de longitud  $n$  de  $i$  a  $j$ , si es de la forma  $(v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$

donde  $v_0 = i$  y  $v_n = j$  y  $v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$  son distintos entre sí.

**c) Circuito.** Es un camino que empieza y termina en un mismo vértice.

**d) Circuito simple** si es un circuito de la forma  $(v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ , donde  $v_0 = v_n$

y  $v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$  son distintos entre sí.

En otras palabras, un **camino** es una sucesión de lados en la cual todos los lados son distintos. Así, un **camino simple** es una sucesión de lados en la cual todos los lados y todos los vértices son distintos; un circuito es un camino que inicia y termina en el mismo vértice donde todos sus lados son distintos y un circuito simple es un circuito en el cual todos los lados y todos los vértices son distintos, a excepción del primero y último vértices, que en realidad son el mismo.

## 2.9. PASEOS Y CIRCUITOS DE EULER (EULERIANOS)

Existen tipos especiales de paseos y circuitos, los cuales implican ciertas restricciones al momento de visitar o recorrer los vértices de un grafo dado, estos son los paseos y circuitos denominados de Euler (Eulerianos) y de Hamilton (Hamiltonianos).

En primera instancia, se verán los de Euler.

### **Paseo de Euler**

Un paseo de Euler (o Euleriano) es un camino que incluye todos los lados de un grafo dado una y solo una vez.

### **Circuito de Euler**

Un circuito de Euler (o Euleriano) es un circuito que incluye todos los lados de un grafo dado una y solo una vez.

Al recorrer todos los lados del grafo, también se recorren todos los vértices del grafo; sin embargo, no importa la repetición de vértices, mientras no se repitan los lados.

### ***Condiciones para determinar la existencia de un paseo o circuito de Euler en un grafo no dirigido***

Es importante destacar que existen algunas condiciones para determinar si un grafo no dirigido tiene un paseo o un circuito de Euler, las cuales implican que el grafo debe ser conexo; por esa razón, lo primero es definir dicho concepto.

#### **2.9.1 Grafo conexo**

**Definición 15.-** Sea  $G = (V, E)$  un grafo no dirigido; se dice que  $G$  es un **grafo conexo** si, para cualquier par de vértices  $i$  y  $j$  distintos entre sí, existe un camino de  $i$  a  $j$ .

## 2.10. PASEO Y CIRCUITO DE EULER EN GRAFOS DIRIGIDOS

Los resultados obtenidos para grafos no dirigidos pueden extenderse de inmediato para grafos dirigidos. Sin embargo, también existen algunas condiciones para determinar si un grafo dirigido tiene un paseo o un circuito de Euler:

1. Un grafo dirigido  $G$  tiene un circuito de Euler si y solo si es conexo y el grado de entrada (aristas incidentes al vértice) de cualquier vértice es igual a su grado de salida (aristas que salen del vértice).
2. Un grafo dirigido  $G$  tiene un paseo de Euler si y solo si es conexo y la valencia de entrada de cualquier vértice es igual a la valencia de salida con la posible excepción de solo dos vértices. Para estos dos vértices la valencia de entrada de uno de ellos es mayor que su valencia de salida y la valencia de entrada del otro es menor que su valencia de salida.
3. Un grafo dirigido  $G$  tiene un paseo de Euler de  $i \neq j$ , si y solo si  $i$  es el vértice de valencia de salida mayor y  $j$  es el vértice de valencia de entrada mayor. Esta condición indica que el único paseo de Euler posible en el grafo es iniciar en el vértice de valencia de salida mayor y terminar en el vértice de valencia de entrada mayor.

## 2.11. PASEOS Y CIRCUITOS DE HAMILTON (HAMILTONIANOS)

Un problema similar a la determinación de un paseo o un circuito de Euler es el de determinar un paseo o circuito de Hamilton, los que se definen a continuación:

### Paseo de Hamilton

Un paseo de Hamilton (o Hamiltoniano) constituye un camino que pasa a través de cada uno de los vértices de un grafo dado exactamente una vez.

### Circuito de Hamilton

Un circuito de Hamilton (o Hamiltoniano) es un circuito que pasa a través de cada uno de los vértices de un grafo dado exactamente una vez.

Al recorrer todos los vértices del grafo, no es importante si no se recorren todos los lados del grafo.

### 2.12. GRAFO PONDERADO

En muchos casos, es preciso atribuir o asignar a cada lado de un grafo un número o valor específico, conocido como ponderación, peso, valuación o coste, según el contexto del que se trate, con lo que se obtiene un grafo ponderado (también denominado pesado, con peso o valuado). Ver figura 4.

El valor no negativo  $w(i, j)$  que está asociado con el lado  $w(i, j)$  es la ponderación de dicho lado.

Además, la ponderación de un grafo es la suma de los pesos de sus lados.

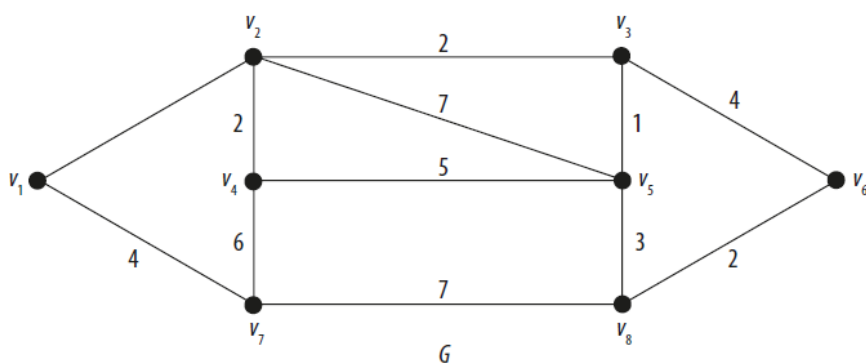


Figura 4. Ejemplo de grafo ponderado

## **2.13. ALGORITMOS PARA GRAFOS**

### **2.13.1 Algoritmo**

**Definición 16.-** Según Pérez y Merino (2010) “los algoritmos son una serie de normas o leyes específicas que hace posible la ejecución de actividades, cumpliendo una serie de pasos continuos que no le originen dudas a la persona que realice dicha actividad” (p.1).

Los algoritmos se pueden expresar de diversas formas: lenguaje natural, lenguaje de programación, pseudocódigo y diagramas de flujo.

El término algoritmo proviene del árabe al-Khowârizmî, sobrenombre del célebre matemático árabe Mohamed ben Musa.

Por algoritmo, comúnmente se entiende a la descripción de cómo resolver un problema mediante un conjunto de instrucciones que especifican la secuencia de operaciones a realizarse, en forma ordenada.

Existen diversos algoritmos para grafos, los cuales se utilizan para resolver problemas específicos; dos de los más importantes son el algoritmo de Fleury y el algoritmo de Dijkstra.

### **2.13.2 Algoritmo de Fleury**

El algoritmo de Fleury se utiliza para determinar si un grafo tiene un circuito de Euler.

Los pasos de dicho algoritmo son:

1. Comprobar que el grafo sea conexo y que todos los vértices tengan valencia par.
2. Elegir un vértice inicial de forma arbitraria.
3. En cada paso, recorrer cualquier lado disponible siempre y cuando el grafo siga siendo conexo.
4. Después de recorrer el lado, borrarlo y recorrer otro lado disponible.

5. Cuando ya no se pueda seguir el recorrido, se debe terminar; entonces, se dice que se ha encontrado un circuito de Euler.

### 2.13.3 Algoritmo de Dijkstra

El algoritmo de Dijkstra debe su nombre al matemático Edsger Dijkstra, quien lo descubrió en 1959. Este algoritmo se utiliza para determinar el camino más corto entre dos vértices en un grafo ponderado.

Existen muchas versiones para encontrar el camino más corto entre dos vértices, pero la versión de Dijkstra se aplica a grafos ponderados no dirigidos conexos que no tengan lados con pesos negativos.

Uno de los aspectos principales del algoritmo de Dijkstra es que todos los vértices del grafo se tienen que etiquetar; sea  $L(i)$  la etiqueta del vértice  $i$ .

Además, en este se considera el hecho de que habrá vértices que tendrán etiquetas temporales y otros que tendrán etiquetas permanentes.

Es importante aclarar que antes de iniciar con el algoritmo, primero se debe seleccionar un vértice inicial.

Sea  $G$  un grafo no dirigido ponderado conexo de  $N$  vértices,  $x$  el vértice inicial,  $D$  un vector de tamaño  $N$  que guardará, al final del algoritmo, las distancias desde  $x$  al resto de los vértices.

Los pasos de dicho algoritmo son:

1. Inicializar todas las distancias en  $D$  con un valor infinito relativo, ya que estas son desconocidas al principio, exceptuando la de  $x$ , que se debe colocar en 0, debido a que la distancia de  $x$  a  $x$  sería 0.
2. Sea  $a = x$ ; es decir, se toma el vértice  $a$  como el actual.
3. Se recorren todos los nodos adyacentes de  $a$ , excepto los nodos marcados (a estos se les llama  $v_i$ ).

4. Si la distancia desde  $x$  hasta  $v_i$  guardada en  $D$  es mayor que la distancia desde  $x$  hasta  $a$ , sumada a la distancia desde  $a$  hasta  $v_i$ ; esta se sustituye con la segunda nombrada, esto es: Si  $D_i > D_a + d(a, v_i)$ , entonces  $D_i = D_a + d(a, v_i)$ .
5. Se marca como completo el nodo  $a$ .
6. Se toma como próximo nodo actual el de menor valor en  $D$  (los valores pueden haberse almacenado en una cola de prioridad) y se vuelve al paso 3, siempre y cuando haya nodos no marcados.

Una vez terminado el algoritmo,  $D$  estará completamente lleno.

## 2.14. ÁRBOLES

**Definición 17.-** *Villalpando y García (2014)*, “un árbol  $T$  es un grafo no dirigido, conexo y sin circuitos simples” (p.126). Asimismo, detalla alguna de las propiedades que distinguen a los árboles.

- Existe un único paseo entre dos vértices cualesquiera.
- El número de vértices es mayor que el número de lados.
- Un árbol con dos o más vértices tiene al menos una hoja.

Además de su definición, es posible identificar si un grafo dado es un árbol a partir de las siguientes características:

- Un grafo  $G = (V, E)$  en el cual existe un único paseo entre cada par de vértices es un árbol.
- Un grafo conexo  $G = (V, E)$  con  $E = |V| - 1$  es un árbol, donde  $|E|$  y  $|V|$  son el tamaño y orden del grafo, respectivamente.
- Un grafo  $G = (V, E)$  con  $E = |V| - 1$  que no tiene circuitos es un árbol.

Estas propiedades y los resultados pueden verificarse con mucha facilidad a partir de la definición de árbol.

## 2.15. ÁRBOLES ENRAIZADOS

Al contrario de los árboles que existen en la naturaleza, cuyas raíces se localizan en la parte inferior del mismo, arraigadas en la tierra, en la teoría de árboles, los árboles enraizados pueden verse con la raíz en la parte superior, como se trata en esta sección.

### 2.15.1 Árbol dirigido

**Definición 18.-** Un grafo dirigido es un **árbol dirigido**, si se convierte en un árbol cuando se ignoran las direcciones de sus lados.

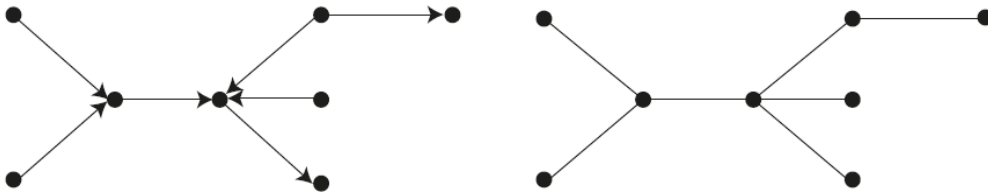


Figura 5. Ejemplo de árbol

### 2.15.2 Subárbol

**Definición 19.-** Sea  $a$  un nodo rama en un árbol enraizado  $T = (V, E)$ . Por el subárbol con raíz  $a$  se entiende el subgrafo  $T = (V', E')$  de  $T$ , tal que  $V'$  contiene  $a$  y a todos sus descendientes y  $E'$  contiene los lados de todos los paseos dirigidos que surjan de  $a$ . Por un subárbol de  $a$ , se entiende un subárbol que tiene a  $a$  como raíz.

## 2.16. ÁRBOLES GENERADORES MÍNIMOS

Susanna (2012) da una interpretación física de este problema, el cual consiste en considerar los vértices de un grafo como ciudades y los pesos de los lados como las distancias entre estas ciudades. Supóngase que se quiere construir una red de comunicaciones que conecte a todas las ciudades del grafo a un costo mínimo. Entonces, el problema consiste en determinar un árbol generador mínimo. El peso de un

árbol generador es la suma de los pesos de los lados del árbol. Por tanto, un árbol generador mínimo es aquel con peso mínimo.

Un procedimiento para resolver este problema se basa en observar que, entre todos los lados en un circuito, el lado con mayor peso no está en el árbol generador mínimo.

Enseguida, se construye un subgrupo del grafo pesado, paso por paso, al tiempo que se examina cada lado en orden creciente de pesos. Luego, se agrega un lado al subgrupo parcialmente construido, si esta no origina un circuito, y se descarta en caso contrario. La construcción termina cuando todos los lados han sido examinados.

Es claro que esta construcción da origen a un subgrupo que no contiene un circuito, el cual también es conexo. Así, el subgrafo construido es un árbol, que además es generador mínimo (pp. 244-256)

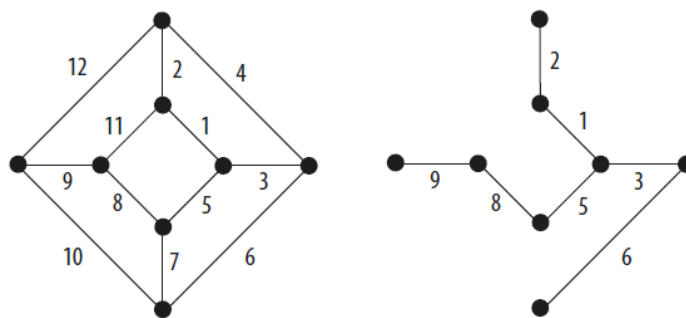


Figura 6. Ejemplo de árbol de expansión mínima

## 2.17. EXPANSIÓN DE ÁRBOLES Y TRAYECTORIAS MÁS CORTAS

**Definición 20.-** Susanna (2012) dice “Un árbol expandido para un grafo  $G$  es un subgrafo de  $G$  que contiene cada vértice de  $G$  y es un árbol” (p. 189). Así mismo, si un árbol tiene “ $n$ ” vértices, entonces existirá exactamente “ $n-1$ ” aristas.

**Proposición 1.-** Un grafo simple es conexo si, y sólo si, tiene un árbol generador

Demostración

Sea  $G$  un grafo simple que admite un árbol generador  $T$ .  $T$  es subgrafo conexo de  $G$ , y contiene a todos los vértices de  $G$ . Por tanto, para cada par de vértices de  $G$  existe un

camino en  $T$  que los une, este camino también lo es de  $G$ . Por lo cual  $G$  es conexo. Recíprocamente, los tres algoritmos que se van a describir son una demostración constructiva de la existencia de árbol generador. Bastaría considerar la construcción del algoritmo de Prim1 dando a todas las aristas del grafo un peso igual a 1.

**Definición 21.-** Susanna (2012) dice “Un grafo pesado es un grafo en el que cada arista tiene un peso, número real positivo asociado. La suma de los pesos de todas las aristas es el peso total del grafo” (p. 206).

Un árbol expandido mínimo para un grafo conexo pesado es un árbol expandido que tiene el menor peso total posible en comparación con otros árboles expandidos para el grafo.

Si  $G$  es un grafo pesado y  $e$  es una arista de  $G$ , entonces  $w(e)$  denota el peso de  $e$  y  $w(G)$  denota el peso total de  $G$ .

### 2.17.1 Algoritmo de Kruskal

Este algoritmo fue desarrollado por Joseph Bernard Kruskal en 1956, es de tipo ávido o voraz (greedy). El algoritmo de Kruskal tiene como entrada un grafo conexo con sus correspondientes pesos en sus arcos y como salida un árbol maximal o minimal, donde el peso total de las aristas en el árbol es maximizada o minimizada según corresponda. También es factible aplicarlo sobre grafos no conexos, para lo cual se aplica el algoritmo a cada componente conexo del grafo que modela el problema.

En el algoritmo de Kruskal, las aristas de un grafo conexo pesado son examinadas una por una en orden creciente de peso. En cada etapa la arista que se está examinando se agrega a lo que será el árbol expandido mínimo, siempre que este no cree un circuito.

Después de que se han agregado  $n-1$  aristas (donde  $n$  es el número de vértices del grafo), estas aristas, junto con los vértices del grafo, forman un árbol expandido mínimo para el grafo.

**Entrada:**  $G$  [un grafo conexo pesado con  $n$  vértices]

**Cuerpo del algoritmo:**

[Construya un subgrafo  $T$  de  $G$  que consista de todos los vértices de  $G$  con aristas agregadas en orden creciente de peso. En cada etapa, sea  $m$  el número de aristas]

1. Inicialice  $T$  para tener todos los vértices de  $G$  y sin aristas.
  2. Sea  $E$  el conjunto de todas las aristas de  $G$  y sea  $m := 0$ .
  3. Mientras ( $m < n - 1$ )
    - 3a. Encuentre una arista  $e$  en  $E$  de menor peso.
    - 3b. Elimine  $e$  de  $E$ .
    - 3c. Si la adición de  $e$  al conjunto de aristas de  $T$  no produce un circuito entonces agregar  $e$  al conjunto de las aristas de  $T$  y se hace  $m := m + 1$
- Fin mientras

**Salida:**  $T$  [ $T$  es un árbol expandido mínimo para  $G$ .]

### 2.17.2 Algoritmo de Prim

Este algoritmo fue diseñado en 1930 por el matemático Vojtech Jarnik y posteriormente de manera independiente por el científico computacional Robert C. Prim en 1957, y redescubierto por Dijkstra en 1959, razón por la cual muchos autores consideran a este algoritmo como: algoritmo DJP o algoritmo de Jarnik, es de tipo ávido o voraz (greedy). El algoritmo de Prim tiene como entrada un grafo conexo con sus correspondientes pesos en sus arcos y como salida un árbol maximal o minimal, donde el peso total de las aristas en el árbol es maximizada o minimizada según corresponda. También es factible aplicarlo sobre grafos no conexos, para lo cual se aplica el algoritmo a cada componente conexo del grafo que modela el problema.

El algoritmo de Prim funciona diferente al de Kruskal. Se construye un árbol expandido mínimo  $T$  expandiendo hacia el exterior con enlaces conectados en algunos vértices. En cada etapa se agregan una arista y un vértice. La arista añadida es la de menos peso que conecta los vértices que están en  $T$  con los no están en  $T$  y el vértice es el punto extremo de esta arista que ya no está en  $T$ .

### **Teorema 1.- Corrección algoritmo de Prim**

Cuando un grafo pesado, conexo  $G$  se introduce en el algoritmo de Prim, el resultado es un árbol expandido mínimo para  $G$ .

### **2.17.3 Comparación entre el algoritmo de Prim y el algoritmo de Kruskal**

Tenemos las siguientes diferencias y similitudes:

- Ambos algoritmos son del tipo ávidos (greedy).
- El algoritmo de Prim, va creando un solo árbol en todo el proceso de las iteraciones, en cambio el algoritmo de Kruskal, crea uno o varios árboles en cada iteración, finalizando con un solo árbol de expansión mínimo o máximo.
- El algoritmo de Prim, se inicia desde un vértice cualquiera, en cambio el algoritmo de Kruskal, se inicia desde el arco o arista de menor o mayor peso según corresponda a una maximización o minimización.
- Las soluciones halladas por ambos algoritmos son óptimos e iguales siempre, es decir al final tienen el mismo peso total máximo o mínimo según corresponda a una maximización o minimización.
- Ambos algoritmos pueden generar más de un árbol de expansión mínimo o máximo según corresponda a una maximización o minimización, en el caso los pesos fueran todos diferentes se genera como solución un único árbol, pero si hubiera al menos dos arcos con pesos iguales existe la posibilidad que se generen dos soluciones óptimas.

La complejidad del algoritmo de Prim es  $O(n^2)$ , en cambio la complejidad del algoritmo de Kruskal es  $O(a \log n)$ , donde  $n$  es el número de vértices y  $a$  es el número de arcos.

Como  $n-1 \leq a \leq n(n-1)/2$ , se cumple, entonces:

- Si  $a \approx n$  conviene utilizar Kruskal
- Si  $a \approx n^2$  conviene utilizar Prim

### **III. MATERIALES Y MÉTODOS**

Los materiales utilizados son mostrados a través de las especificaciones y descripciones propias de la parte aplicativa en la investigación.

#### **3.1 ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE INSTALACIONES ELÉCTRICAS Y MECÁNICAS DEL PROYECTO**

##### **3.1.1 Instalaciones Eléctricas**

###### **a) Proyecto de Ingeniería**

El Contratista antes de iniciar los trabajos de instalaciones eléctricas, deberá compatibilizar este proyecto con los correspondientes a arquitectura, estructuras e instalaciones sanitarias, con el objeto de salvar incongruencias en la ejecución.

###### **b) Mano de Obra**

Se empleará mano de obra calificada, de reconocida experiencia y con el uso de herramientas apropiadas.

Todo el trabajo deberá ser de primera clase y de acuerdo con la mejor práctica, empleándose materiales y equipos de primer uso y de la mejor calidad, acorde con las especificaciones técnicas respectivas; bajo el control y aprobación del Ingeniero Residente.

###### **c) Materiales en General**

Deben ser nuevos, de reconocida calidad y utilización actual en el mercado.

###### **Tuberías**

Los sistemas de conductos deberán satisfacer los siguientes requisitos básicos:

- No deberán usarse tuberías con diámetros internos menores que los correspondientes a la tubería de 15 mm de diámetro nominal.
- Deberán formar un sistema unido mecánicamente de caja a caja, o de accesorio a accesorio, estableciendo una adecuada continuidad en la red de conductos. No se

permitirá ningún cable indebidamente protegido con su conducto.

- La instalación de las tuberías y cajas metálicas de acero galvanizado deberán ser instaladas conformando un sistema completo, antes que los cables o conductores sean montados en ellas.
- Los conductores o cables no deberán ser tendidos o introducidos en las tuberías ubicadas en la edificación en construcción, hasta que los accesorios del sistema de tuberías y los conductores puedan estar razonablemente protegidos contra daños por efecto de las tareas de construcción.
- Los montajes de tuberías a cajas deben quedar sólidos y herméticos mediante las conexiones a caja, para lo cual, los ingresos de las tuberías a las cajas deben ser perfectamente perpendiculares a los lados de las cajas.
- Al introducir los conductores en la tubería, no deberá utilizarse agentes limpiadores o lubricantes que contengan componentes eléctricamente conductores, o que puedan tener efectos agresivos sobre las cubiertas de los conductores. Se deberá utilizar como lubricantes, ya sea compuestos expresamente fabricados para el tiro de conductores, talco o estearina.
- En el caso en que se requiera que los conductores sean jalados a través de ellas, no se permitirá más de cuatro curvas de 90° entre cajas o puntos de derivación, incluyéndose las curvas necesarias en el accesorio, la salida o el tomacorriente.
- No se permitirán la formación de trampas o bolsillos para evitar la acumulación de humedad.
- Los conductos deberán estar enteramente libres de contactos con otras tuberías de instalaciones y no se permitirán su instalación a menos de 15 cm. de distancia de tuberías de agua caliente, agua contra incendio, ductos de ventilación u otra instalación similar. Las tuberías que van colgadas irán instaladas

convenientemente en una o dos camas, con sus respectivos soportes, apoyadas en la pared o fijadas en la estructura metálica.

- Los terminales o zonas accesibles de las canalizaciones sin usar o de reserva deberán ser adecuadamente sellados o tapados.
- No deberán existir uniones o empalmes de conductores o cables al interior de las tuberías.

### **Cajas**

Se tomarán las siguientes consideraciones para la instalación de cajas:

- El número máximo de tubos que se conectarán a una caja será: 04 para cajas cuadradas y octogonales, y 03 para cajas dispositivo-rectangulares.
- Las cajas deben instalarse de manera que su borde frontal no esté embutido más de 6mm. de la superficie acabada.
- Los huecos que se practiquen en las cajas para el ingreso de los tubos deben hacerse con herramientas “saca bocados” o similar, quedando prohibido dañarlos al desbocar los agujeros con alicates.
- Las cajas se limpiarán y barnizarán interiormente antes del alambrado.
- Las cajas y sus accesorios deberán ser firmemente asegurados a travesaños, vigas o similares elementos fijos estructurales, distintos a listones de metal, madera o de materiales agregados.
- Donde se empleen cajas que tengan cualquier dimensión que exceda los 100 mm, éstas deberán estar fijadas por lo menos en dos lados, o deberán asegurarse a soportes de metal o a paneles de madera de 19 mm de espesor como mínimo, que deberán estar rígidamente fijados a elementos estructurales.
- Los clavos o tornillos de montaje no deberán pasar al interior de una caja a menos que los clavos o tornillos estén ubicados de modo de no acercarse a más

de 6,4 mm del fondo de la caja; y los clavos o tornillos estén ubicados de modo de no interferir con los conductores o sus accesorios de conexión.

- Las aberturas no usadas en las cajas, gabinetes y accesorios deberán ser efectivamente cerradas mediante conectores o placas que aseguren el mismo grado de protección que las paredes de las cajas, gabinetes o accesorios.

### **Conductores**

Todos los conductores de distribución, alumbrado y tomacorrientes en tubería serán de cobre tipo N2XH y se usará el calibre 2.5 mm<sup>2</sup>, salvo indicación.

Los sistemas de alambrado en general deberán satisfacer los requisitos básicos:

- Antes de proceder al alambrado, se limpiarán y secarán los tubos o canalizaciones y se pintarán las cajas.
- Para facilitar el paso de los conductores, se empleará talco o estearina, no debiendo usar grasas o aceites.
- Los conductores serán continuos de caja a caja, no permitiéndose empalmes que queden dentro de las tuberías o canalizaciones.
- Los empalmes de los conductores de todas las líneas de alimentación entre tableros se harán soldados o con grapas o con terminales de cobre, protegiéndose y aislándose debidamente.
- Los empalmes de las líneas de distribución se ejecutarán en las cajas y serán eléctrica y mecánicamente seguros, debiendo utilizarse empalmes tipo AMP.
- A menos que se emplee terminales especiales que no requieran de soldadura, las uniones o empalmes de los conductores aislados deberán ser soldados, debiéndose verificar previamente que los empalmes hayan quedado mecánica y eléctricamente seguros.

- Los empalmes deberán ser cubiertos por un aislamiento equivalente al de los conductores que están siendo unidos.
- Todas las uniones o empalmes de conductores y cables deberán ser accesibles.
- Los alambrados de los sistemas de corrientes débiles serán ejecutados de concordancia con el requerimiento de los suministradores de los equipos y el Propietario en concordancia con lo indicado en el proyecto. El contratista confirmará mediante la herramienta pasa-cable la viabilidad de paso entre cajas y marcará ello dentro de la caja.
- Los conductores a utilizarse serán de marca de reconocido prestigio para obras de similar envergadura.
- En todas las salidas para equipos se dejarán conductores enrollados adecuadamente en longitud suficiente para alimentar las máquinas, de por lo menos 1.5m. de longitud en cada línea.
- Donde se tenga extremos de conductores aislados que no estén en uso, en cajas de llaves, interruptores, salidas y ubicaciones similares, se deberán aislar de acuerdo con lo precisado.
- La porción de conductores cableados que es asegurada por terminales, ya sean entorchados o que no requieran soldadura, deberá tener todos sus hilos confinados en el terminal, de modo que no queden hilos sueltos que puedan causar cortocircuitos o fallas a tierra.
- Los conductores se identificarán según los colores:
  - ◆ Activos : negro, azul y rojo
  - ◆ Tierra : amarillo.

### 3.1.2 Especificaciones Técnicas de Materiales

#### 3.1.2.1. Tuberías para alimentadores y circuitos derivados

##### a. Tubería de PVC

Tubo plástico rígido, fabricados a base de la resina termoplástica policloruro de vinilo (PVC) no plastificado, rígido resistente a la humedad y a los ambientes químicos, retardantes de la llama, resistentes al impacto, al aplastamiento y a las deformaciones provocadas por el calor en las condiciones normales de servicio y, además resistentes a las bajas temperaturas, de acuerdo con la norma ITINTEC N° 399.006.

De sección circular, de paredes lisas. Longitud del tubo de 3.00 m, incluida una campana en un extremo. Se clasifican según su diámetro nominal en mm.

Clase Pesada: Se fabrican de acuerdo con las dimensiones dadas en la siguiente tabla, en mm.

##### b. Características técnicas

Diámetro Nominal (mm)	Diámetro Exterior	Espesor (mm)	Largo (ml)	Peso (kg./tubo)
20	26.5	2.60	3	0.820
25	33	2.80	3	1.260
35	42	3.00	3	1.600
40	48	3.00	3	2.185
50	60	3.20	3	3.220
65	73	3.20	3	2.450
80	88.5	3.50	3	3.950
100	114	4.50	3	7.450

##### c. Propiedades físicas a 24° C

Peso Específico	1.44 kg./cm <sup>2</sup>
Resistencia a la Tracción	500 kg./cm <sup>2</sup>
Resistencia a la Flexión	700/900 kg./cm <sup>2</sup>
Resistencia a la Compresión	600/700 Kg./cm <sup>2</sup>

### **3.1.2.2. Accesorios de Tuberías**

Serán del mismo material que el de la tubería.

#### **a. Curvas**

Se usarán curvas de fábrica, con radio normalizado para todas aquellas de 90°, las diferentes de 90°, pueden ser hechas en obra siguiendo el proceso recomendado por los fabricantes, pero en todo caso el radio de las mismas no deberá ser menor de 8 veces el diámetro de la tubería a curvarse.

#### **b. Unión Tubo a Tubo**

Serán del tipo para unir los tubos a presión. Llevarán una campana a cada extremo del tubo.

#### **c. Unión Tubo a Caja**

Para cajas normales, se usarán la combinación de una unión tubo a tubo, con una unión tipo sombrero abierto.

Para cajas especiales se usará las uniones con campanas para su fijación a la caja mediante tuerca (bushings) y contratuercas de fierro galvanizado.

#### **d. Pegamento**

Se empleará pegamento con base de PVC, para sellar todas las uniones de presión de los electroductos.

#### **e. Cajas para circuitos derivados**

Las cajas serán del tipo pesado de acero galvanizado, fabricado por estampados de planchas de 1.2mm, de espesor mínimo.

Las orejas para fijación del accesorio estarán mecánicamente aseguradas a la misma o mejor aún serán de una sola pieza, con el cuerpo de la caja, no se aceptarán orejas soldadas, cajas redondas, ni de profundidad menor de 55 mm ni tampoco cajas de plástico:

#### **f. Octogonales**

De 100mm x 50mm tipo pesado, para salidas de centros, braquetes, cajas de paso, parlantes, sensores de humo.

#### **g. Rectangulares**

De 100mm x 55 x 50mm tipo pesado para salidas de Interruptores, tomacorrientes, teléfono.

#### **h. Cuadradas**

Mayores a 20A (Fuerza)

De 100mm x 100 x 55mm tipo pesado para salidas de Tomacorrientes, donde lleguen tres tubos y salidas de fuerza.

#### **i. Cuadradas con tapa gang**

De 100mm x 100 x 55mm tipo pesado para salidas de computo (voz y data).

### **3.1.2.3 Interruptores de Iluminación**

Serán con mecanismo balancín, de operación silenciosa, encerrado en cápsula fenólica estable conformando un dado pesado modular intercambiable y con terminales compuesto por tornillos y láminas metálicas que aseguren un buen contacto eléctrico y que no dejen expuestas las partes con corriente. Para conductores 2.5 mm<sup>2</sup> a 6 mm<sup>2</sup>.

Del tipo para instalación empotrada, y para colocarse sobre placas de aluminio anodizado de tamaño dispositivo. Abrazaderas de montaje rígidas y a prueba de corrosión.

Para uso general en corriente alterna. Para cargas inductivas hasta su máximo amperaje y voltaje 10 A, 220 VCA, 60 Hz.

#### **a. Unipolares**

Para colocarse sobre una placa de aluminio anodizado de tamaño dispositivo

hasta un número de tres unidades. Para interrumpir un polo del circuito.

#### **3.1.2.4. Tomacorrientes**

##### **a. Dados**

Todos los tomacorrientes serán dobles bipolares con línea a tierra para instalación empotrada, en caja rectangular standard de F° de 100x55x50mm debe de ser tipo pesado, para 220 V, 15 A, tendrá contacto tipo universal, con mecanismo encerrado en cubierta fenólica estable y terminales con el pin de conexión de puesta a tierra donde se indique.

##### **b. Placas**

###### **Placa dispositiva**

Construidas de plancha de aluminio anodizado, de espesor equivalente a 0.40mm para los interruptores y acero inoxidable para los tomacorrientes. Los bordes con filos muertos achaflanados. Con tornillos de fijación metálicos inoxidables.

###### **Placa gang**

Fabricadas de plancha de fierro galvanizado de 1.2 mm. de espesor, embutidas de una sola pieza, que permite adecuar la salida de una caja cuadrada de 100 mm a una salida de un gang (equivalente al tamaño dispositivo). Con huecos roscados para los tornillos de sujeción. A utilizarse como cajas de salidas de tomacorrientes y comunicaciones cuando lleguen 3 tubos.

#### **3.1.2.5 Tableros de Distribución**

Será para empotrar con caja de acero galvanizado. La puerta, el marco y el mandil se fabricarán en plancha de acero laminada en frío, fosfatada, con cerradura a presión tipo PUSH ON, con barras tripolares y con interruptores termomagnéticos automáticos.

#### **a. Gabinetes**

Los gabinetes tendrán tamaño suficiente para ofrecer un espacio libre para el alojamiento de los conductores de por lo menos 16 cm. en todos sus lados para hacer todo el alambrado en ángulo recto. Las cajas se fabricarán de planchas de acero galvanizado de 1.9mm de espesor y serán del tamaño proporcionado por el fabricante y llevarán tantos agujeros como tubos lleguen a ella y cada tubo se conectará a la caja con conectores adecuados.

#### **b. Marco y Tapa**

Serán construidos del mismo material que la caja debiendo estar empernada a la misma. El marco llevará un mandil que cubra los interruptores.

La tapa debe ser pintada en color gris oscuro, en relieve debe llevar la denominación del Tablero, ejemplo T-I y en pegar stiker “PELIGRO RIESGO ELECTRICO”.

En la parte interior de la tapa llevará un compartimiento donde se alojará y asegurará firmemente una cartulina blanca con el directorio de los circuitos; Este directorio debe ser hecho con letras mayúsculas y ejecutado en imprenta, dos copias igualmente hechas en imprenta deben ser remitidas al propietario. Toda la pintura será al duco. La puerta llevará cerradura a presión tipo PUSH ON.

### **3.1.2.6 Barras, soportes, conexiones y accesorios**

#### **a. Barras de cobre**

Las barras principales serán de cobre electrolítico de 99.9 % de conductibilidad de sección rectangular, con resistencia mecánica y térmica capaz de soportar la corriente de choque de la misma magnitud que la correspondiente al interruptor principal.

#### **b. Barras de Tierra**

En cada tablero a toda su longitud se extenderá una barra de cobre para la conexión de los conductores de línea a tierra, con capacidad mínima igual al 50 % de la capacidad de las barras principales, directamente empernado al gabinete con dos agujeros, una en cada extremo para conexión al sistema de tierra.

#### **c. Soporte de Barras o aisladores**

Serán de porcelana o de resina sintética epóxica, con resistencia mecánica capaz de soportar los efectos electrodinámicos de la corriente de choque de igual magnitud que la que corresponde al interruptor principal, con aislamiento 1 KV.

#### **d. Bornes de Fuerza**

Se instalarán en la parte inferior del tablero para la conexión con los alimentadores y los conductores de tablero desde el interruptor de derivación.

Tensión de aislamiento mínimo 0.6 KV., un block de cuatro polos por cada interruptor derivado. De material aislante resistente a impactos con huecos para empernarlos a estructura de acero, capaces de llevar en forma continua sin calentamiento anormal la corriente correspondiente al cable unipolar de cobre asociado.

#### **e. Derivación de barras principales a interruptores**

Se hará por barras de cobre cuyo calibre será de acuerdo con la capacidad del interruptor.

Las barras principales serán de cobre electrolítico de 99.9% de pureza de acuerdo con la capacidad de cada tablero.

### **3.1.2.7 Interruptores termomagnéticos**

Serán de ejecución fija, automáticos, termomagnéticos, del tipo de disparo común, que permitirá la desconexión de todas las fases del circuito al sobrecargarse o corto-circuitarse una sola línea. La capacidad de interrupción es 10 KA.

Tensión de asimilación 600 VSC, con contactos de aleación de plata endurecida, con terminales atornillados con contacto de presión, operación manual en estado estable y desenganche automático térmico por sobrecarga y electromagnético por cortocircuito.

La manija llevará claramente marcada la corriente nominal y el estado conectado “ON” y desconectado “OFF”; además deberán llevar indicado la marca del fabricante, su logotipo y el cuadro de capacidades de rupturas grabadas en la caja.

El número de interruptores derivados será de acuerdo con lo indicado en cada diagrama unifilar.

Los tableros se identificarán con placas de datos de bakelita, plástico o fenol laminado de 3 mm., de espesor en fondo negro y letras blancas. Estas placas se fijarán con tornillos y tuercas del tipo cabeza avellanada.

### **3.1.2.8 Conductores de cobre**

Fabricados de cobre electrolítico, 99.9% IACS, temple blando, según norma IEC 60754, IEC 60332-3 CAT. A, NTP-IEC 60502-1, Tensión de Servicio 0.6/1 KV Aislamiento de polietileno reticulado (XLPE), cubierta externa hecha a base de un compuesto libre de Halógenos HFFR.

Se clasifican por su calibre en mm<sup>2</sup>.

#### **a. Tipo N2XH**

Temperatura de trabajo hasta 90° C, aislamiento de polietileno reticulado

(XLPE), cubierta externa hecha a base de un compuesto Libre de Halógenos HFFR. Para ser usados en redes eléctricas de distribución de baja tensión.

**b. Cable NLT**

De conformación dúplex. Cableados en haz, aislado individualmente con PVC y chaqueta exterior común de PVC. Temperatura de Trabajo hasta 75° C, resistencia a los ácidos, aceites y álcalis hasta los 75°C, Tensión de servicio 600V. Para ser utilizados como conductores activos en los artefactos colgados entre la caja y las luminarias.

**c. Desnudo**

De conformación cableado concéntrico de sección indicada en planos, para ser utilizado en la puesta a tierra de los tableros.

**3.1.2.9 Conectores terminales**

Fabricados de cobre electrolítico de excelente conductividad eléctrica. De fácil instalación, usando una llave de boca o un desarmador y no herramientas especiales.

Serán del tipo presión.

**a. Conectores**

Para conectar conductores de calibre 10 mm<sup>2</sup> y mayores. Similar al tipo split-bolt (tipo mordaza).

**b. Terminales**

De las siguientes capacidades, según la tabla 1:

Tabla 1. Conductividad

AMPERIOS	CONDUCTORES (mm <sup>2</sup> )	
	MAX.	MIN.
35	6	2.5
70	16	10
125	50	25
225	120	70
400	300	150

**c. Cinta vulcanizante**

Fabricadas de caucho sintético de excelentes propiedades dieléctricas y mecánicas. Resistentes a la humedad, a la corrosión por contacto con el cobre, y a la abrasión. De las siguientes características:

- Ancho : 20 mm
- Longitud del rollo : 10 m
- Espesor mínimo : 0.5 mm
- Temperatura de operación : 80° C
- Rigidez dieléctrica : 13.8 KV/mm.

**d. Cinta aislante**

Fabricadas de material de vinil de excelentes propiedades dieléctricas y mecánicas. Resistentes a la humedad, a la corrosión por contacto con el cobre, y a la abrasión. De las siguientes características:

- Ancho : 20 mm
- Longitud del rollo : 10 m
- Espesor mínimo : 0.5 mm
- Temperatura de operación : 80° C
- Rigidez dieléctrica : 13.8 KV/mm.

**3.1.2.10 Conductor desnudo de protección a tierra**

Serán de cobre electrolítico sólido para secciones inferiores a 10mm<sup>2</sup> y cableado para secciones superiores, las secciones de los conductores se indican

en los planos.

### **3.1.2.11 Soportes de tuberías**

En donde se indique que las tuberías vayan adosadas a la pared, se emplearán dispositivos de sujeción conformados abrazaderas de Fierro galvanizado de dos orejas para tubería de 25mm de diámetro, fijadas a la pared con tarugos y tornillos.

### **3.1.2.12 Zanja**

Para el tendido del alimentador en la zona del jardín se efectuará una zanja de 0.45 m de ancho y 0.60 de profundidad de acuerdo con el recorrido y detalle mostrado en el plano IE-12.

La tubería se colocará sobre una base de concreto pobre con una mezcla de 1:8, luego protegido por una capa concreto de 5 cm. de espesor, luego se aplicará un relleno de tierra cernida sin pedrones de 0.20 m de espesor, por encima de esta capa se colocará la cinta señalizadora amarilla, conforme a lo indicado en el plano.

#### **a. Cruzadas**

Los cables subterráneos que crucen las bocacalles de tránsito vehicular se protegerán con ductos de concreto de dos o cuatro vías de 90 mm diámetro, según se indique en el proyecto, disponiéndose un sistema en cada vía del ducto.

Las zanjas para la colocación de los ductos no tendrán menos de 1.05m de profundidad.

En las cruzadas de 1 a 3 sistemas se colocará un ducto de reserva. La unión entre ductos será sellada con anillo de cemento y los extremos de las vías de reserva se taponearán con yute alquitranado.

### **3.1.2.13 Cinta señalizadora**

Material	:	Poliétileno de alta calidad resistente a los álcalis y ácidos.
Ancho	:	152 mm
Espesor	:	1/10 mm
Inscripción	:	Letras negras que no pierden su color con el tiempo, con la inscripción "PELIGRO DE MUERTE 1,000 VOLTIOS".
Elongación	:	250%
Color	:	Amarillo

### **3.1.2.14 Artefactos de alumbrado**

Los artefactos propuestos han sido seleccionados del catálogo de JOSFEL. Sin embargo, es posible colocar otra marca siempre y cuando cumplan con las especificaciones técnicas indicadas para cada artefacto.

- Ver especificaciones técnicas correspondientes, tales como:
- Artefacto modelo Alpha Dicroicos 50W de Jوسفل p/empotrar.
- Equipo de iluminación de emergencia a batería.
- Artefacto modelo NVR-A2TL 36W de Jوسفل p/adosar.
- Artefacto Tipo Bollard Jوسفل o similar.

## **3.2. DESCRIPCIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN E INSTALACIÓN DE REDES ELÉCTRICAS**

### **3.2.1 Suministro de Energía Normal**

El Tablero General y los Sub-Tableros del Local protegen y controlan el alumbrado, tomacorrientes, y otros usos especiales como son, el sistema de tomacorrientes estabilizados para cómputo y otros equipos. Como sistemas auxiliares de comunicaciones, se han considerado las tuberías y cajas

necesarias para el funcionamiento de teléfonos externos, sistema de cómputo, alarma, detección de incendio, etc.

Se ha previsto sistemas protectores de puesta a tierra, a la cual se conecta toda salida o instalación que lo requiera, independientemente para el sistema eléctrico y para el sistema de cómputo.

Para el caso particular de los estabilizadores y Tableros de Energía estabilizado (T.S.I.) y los circuitos de tomacorrientes de cómputo, se encuentran conectados a una batería de pozos de puesta a tierra, cuya resistencia no debe sobrepasar los 5 ohmios.

### **3.2.2 Suministro de Alumbrado de Emergencia**

Para el caso en que no se disponga del suministro normal se ha previsto la instalación de un sistema de artefactos con baterías de emergencia ubicados en zona de corredores y de evacuación.

Estos artefactos estarán permanentemente conectados al sistema eléctrico y cuando falle el suministro, se encenderán automáticamente.

### **3.2.3 Potencia Instalada y Máxima Demanda**

Un cuadro de cargas aparece en los planos, con detalle de la potencia instalada y máxima demanda. Aquí damos un resumen.

Tabla 2. Potencia instalada – capacidad máxima

<b>TABLERO</b>	<b>POTENCIA INSTALADA</b>	<b>MÁXIMA DEMANDA</b>
TG-01	163.02 kW.	93.00 kW.

Ver plano IE-01 para mayor detalle.

### **3.2.4 Alcances del Proyecto**

El objetivo de los planos y especificaciones complementados por la presente Memoria Descriptiva es mostrar un sistema eléctrico completo, el cual debe ser instalado por el Contratista, quien debe suministrar todos los materiales y equipos para tal efecto, de modo que dicho Sistema pueda ser probado, regulado y entregado en perfecto estado de funcionamiento al usuario. El presente proyecto sólo se refiere a Baja Tensión.

En tal sentido los trabajos comprendidos son los siguientes:

- Tubería de protección del cable de acometida hasta la Caja Toma.
- Caja Toma para acometida del cable de la Red Eléctrica.
- Alimentadores desde la Caja Toma hasta el Tablero General.
- Alimentadores desde el Tablero General hasta los Tableros de Distribución.
- Pozos de puesta a tierra y sus conexiones al sistema.
- Red de distribución eléctrica para alumbrado, tomacorrientes y otros usos, según se muestra en los planos.
- Salidas, ductos y cajas para el sistema de distribución de teléfonos externos.
- Ductos y cajas para sistema de voz y data.
- Ductos y cajas para sistema de alarma contra incendio.

### **3.2.5 Trabajos Excluidos**

Conexión, alambrado ni equipamiento de teléfonos externos, sistema de voz y data y alarma, salvo indicación contraria del propietario.

### **3.2.5.1 Planos**

En los planos se indica el esquema general del Sistema Eléctrico, disposición de alimentadores, ubicación de circuitos, salidas, interruptores, etc. y detalles.

Los electroductos se indican en forma esquemática, no siendo por tanto necesario que se siga exactamente en obra el trazo que se muestra en el plano.

Las ubicaciones de las cajas de salida, cajas de artefactos y otros detalles mostrados, son solamente aproximados.

La posición definitiva se fijará después de verificar las condiciones que se presenten en obra.

Los siguientes planos forman parte del proyecto:

Tabla 3. Tipos de instalaciones

N°.	DESIGNACION	ESCALA	FECHA
IE-01	Instalaciones eléctricas luminarias, otros de 1° piso	1/75	Diciembre 2015
E-02	Instalaciones eléctricas luminarias, otros de 2°, 3°, 4° piso	1/75	Diciembre 2015
IE-03	Instalaciones eléctricas luminarias, otros de azotea	1/75	Diciembre 2015
IE-04	Instalaciones eléctricas tomacorrientes, otros de 1° piso	1/75	Diciembre 2015
IE-05	Instalaciones eléctricas tomacorrientes, otros de 2°, 3°, 4° piso	1/75	Diciembre 2015
IE-06	Tomacorrientes, otros de azotea	1/75	Diciembre 2015
IE-07	Detectores de humo, voz y data y otros de 1° piso	1/75	Diciembre 2015
IE-08	Detectores de humo, voz y data y otros de 2°, 3°, 4° piso	1/75	Diciembre 2015
IE-09	Detectores de humo, voz y data y otros de azotea	S/E	Diciembre 2015
IE-10	Diagramas unifilares de tableros, cuadro de cargas	S/E	Diciembre 2015
IE-11	Diagramas unifilares del sistema de electricidad, voz, data y otros	S/E	Diciembre 2015
IE-12	Leyenda de instalaciones eléctricas y otros	S/E	Diciembre 2015

### 3.2.6 Códigos y Reglamentos

Todos los trabajos se efectuarán de acuerdo con los requisitos de las secciones aplicables de los siguientes Códigos o Reglamentos:

- Código Nacional de Electricidad Suministro - Utilización (Perú) en su Edición Vigente.
- Reglamento Nacional de Edificaciones (Perú) en su Edición Vigente.

Todo material y forma de instalaciones se hallen o no específicamente mencionados aquí o en los planos, deberán satisfacer los requisitos de los Códigos y Reglamentos mencionados, reglamentaciones y

requerimientos de las empresas que suministran los servicios eléctricos y telefónicos.

En su oferta el Contratista notificará por escrito sobre cualquier material y equipo que se indique y se considere posiblemente inadecuado o inaceptables de acuerdo con las leyes y reglamentos de autoridades competentes; así como cualquier trabajo necesario que haya omitido.

De no realizar esta notificación, las eventuales infracciones u omisiones que se incurra serán asumidas directamente por el contratista, sin costo alguno para el propietario.

### **3.2.7 Pases y Reparaciones**

Todos los pases y reparaciones que necesariamente deban realizarse en los pisos y paredes, en techos y entre techos por diferencia de niveles, serán ejecutados y preparados cuidadosamente y su terminación deberá ser aprobada por el propietario.

### **3.2.8 Daños a Otras Instalaciones**

El Contratista será responsable por los daños causados a otras instalaciones mientras ejecuta su trabajo o por negligencia de sus operarios.

La reparación del trabajo dañado será efectuada por el Contratista asumiendo el costo de la misma.

### **3.2.9 Posición del Equipo**

La posición de los tableros, tomacorrientes y otros equipos indicados en los planos son aproximadas, debiéndose tomar medidas en obra para la ubicación exacta.

No se colocarán salidas en sitios inaccesibles.

Antes de proceder al cableado, el Inspector del Contratista de la Obra (quien debe ser un Ingeniero Electricista o Ingeniero Mecánico Electricista Colegiado con Certificado de Habilidad vigente en el transcurso de ejecución de obra, hasta la liquidación), procederá a la revisión del entubado, asegurándose de que las cajas han quedado rígidamente unidas a las tuberías, así como de que existe hermeticidad de las uniones entre tubo y tubo, debiendo levantarse un acta ratificadora de la buena ejecución del trabajo.

### **3.2.10 Especificaciones de los fabricantes de materiales especiales**

Las especificaciones de los fabricantes referentes a la instalación de los materiales deben cumplirse estrictamente, pasando a formar parte de las Especificaciones enunciadas ahora. Si los materiales son instalados antes de ser probados, el propietario se reserva el derecho de hacerlos retirar, corriendo cualquier gasto ocasionado por este motivo por cuenta del Contratista.

Igual procedimiento se seguirá si, a criterio del Inspector de Obra, los trabajos y materiales no cumplen con lo indicado en planos, especificaciones, etc.

### **3.2.11 Pruebas**

Previamente a la aceptación final del trabajo se harán pruebas de aislamiento y continuidad, de acuerdo con las normas del Código Nacional de Electricidad vigente (Suministro y Utilización).

A todos los circuitos secundarios se les hará ensayo de continuidad y se les identificará con etiqueta irrompible (Tarjeta Brady o similar).

Antes de la colocación de los artefactos de alumbrado y aparatos de utilización, se efectuará una prueba de toda la instalación, con megómetro, en presencia del Inspector de Obra.

Las pruebas serán de aislamiento a tierra y de aislamiento entre conductores, debiendo efectuar las pruebas tanto de cada circuito como de cada alimentador.

Deberán obtenerse los siguientes valores, con los tableros de alumbrado y tomacorrientes en posición de funcionamiento (pero sin tensión), sin conectar artefactos eléctricos.

- Circuitos de 15 y 20 Amp. o menos 1'000,000 Ohms.
- Circuitos de 21 Amp. a 50 Amp. 250,000 Ohms.
- Circuitos de 51 Amp. a 100 Amp. 100,000 Ohms.
- Circuitos de 101 Amp. a 200 Amp. 50,000 Ohms.
- Circuitos de 201 Amp. a 400 Amp. 25,000 Ohms.
- Circuitos de 401 Amp. a 1000 Amp. 15,000 Ohms.

Después de la colocación de artefactos y aparatos de utilización se efectuará una segunda prueba, la que se considerará satisfactoria si se obtienen resultados que no bajen del 50% de los valores que se indican más arriba.

### **3.2.12 Bases de Cálculo**

El Proyecto ha sido realizado, teniendo en cuenta las indicaciones dadas en el Código Nacional de Electricidad (Suministro – Utilización), Ley de Concesiones Eléctricas, Decreto Ley N° 28544 y su reglamento y la Norma DEE 017 A1 – 1/1982 de Alumbrado de Interiores y campos deportivos del Ministerio de Energía y Minas.

### 3.2.13 Parámetros considerados

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \emptyset \quad (\text{en Sistema Trifásico})$$

$$P = V \cdot I \cdot \cos \emptyset \quad (\text{en Sistema Monofásico})$$

Caída de Tensión

$$\Delta V = \frac{\sqrt{3} \cdot I \cdot L \cdot \cos \emptyset}{\delta \cdot S} \quad (\text{en Sistema Trifásico})$$

$$\Delta V = \frac{2 \cdot I \cdot L \cdot \cos \emptyset}{\delta \cdot S} \quad (\text{en Sistema Monofásico})$$

Donde:

Factor de potencia,  $\cos \emptyset$ , estimado : 0.85

Caída de tensión máxima,  $\Delta V$  : 2.5 %

Tensión, V : 380/220V, trifásico, 60Hz.

Conductibilidad del Cobre,  $\delta$  : 58

Resistencia, R : en Ohmios.

Longitud, L : en metros.

Sección del Conductor, S : en mm<sup>2</sup>.

Potencia : P

Corriente Nominal : I

Voltaje : V

La metodología de la investigación se caracteriza a través de los procedimientos de investigación, que a continuación se indican:

### **3.3 Tipo y diseño de investigación**

La investigación es de tipo cuantitativa, descriptiva y aplicada, pues se hace un estudio y análisis de la teoría de árboles, y una de sus metodologías de solución al problema de árboles de expansión mínima.

### **3.4 Plan de recolección de la información**

En base a la investigación planteada, se elaboró el siguiente plan de recolección de información:

- Revisión de libros de especialidad, en temas relacionados a la teoría de árboles, y de las técnicas de solución al problema de árboles de expansión mínima.
- Revisión de los trabajos de investigación publicados en revistas de investigación sobre el problema de árboles, en versión virtual desde las páginas electrónicas.
- Formulación y análisis del modelo matemático del problema de árbol de expansión mínima.
- Utilización de los algoritmos de solución al problema de árboles de expansión mínima en forma manual sobre el caso de estudio práctico planteado.

### **3.5 Instrumentos de recolección de la información**

Los instrumentos que permitieron obtener información son:

- Bibliografía existente en la Biblioteca especializada de la Facultad de Ciencias - UNASAM, a través de libros de grafos, árboles y teoría de redes.
- Repositorio nacional ALICIA de CONCYTEC.
- Las páginas electrónicas de internet de acceso abierto en temas de teoría de grafos y árboles.
- Asimismo, consultas a profesionales con conocimientos en teoría de grafos y redes.

### **3.6 Plan de procesamiento de la información**

En base a la información necesaria sobre el tema, se analizó la metodología en estudio, facilitando su comprensión a través del modelo matemático en los problemas de árboles.

Se recogió la información del caso práctico del problema de árboles relacionado a la instalación de redes eléctricas en una edificación de la región Áncash.

### **3.7 Plan de análisis de datos**

La recogida de datos, son los nodos (puntos de luminarias), los arcos (los cables de instalación) y su capacidad (longitudes de los cables de instalación) necesarios para un árbol de red de instalaciones eléctricas en una edificación de la región Áncash, se realizó solo a modo de modelo piloto, con ayuda de un plano de redes eléctricas que permitió elegir los cables de instalación, sus distancias exactas y la capacidad de cada arco para permitir modelar a través de un árbol de expansión mínima.

Para el análisis de datos fue necesario formular el modelo matemático del problema de árboles y luego la aplicación de la metodología utilizada: el algoritmo de Prim como solución al problema relacionado a la instalación de redes eléctricas en una edificación de la región Áncash.

### 3.8 ALGORITMO DE PRIM

**Entrada:**  $G$  [un grafo conexo pesado con vértices  $n$ ]

**Cuerpo del algoritmo:**

[Construya un subgrafo  $T$  de  $G$  que inicie con cualquier vértice  $v$  de  $G$  y asocie las aristas (con sus puntos extremos) uno por uno conforme este un vértice desconectado de  $G$  cada vez que se elija una arista de menos peso que sea adyacente a un vértice de  $T$ .]

1. Seleccione un vértice  $v$  de  $G$  y sea  $T$  el grafo con un vértice  $v$  y sin aristas.
2. Sea  $V$  el conjunto de todos los vértices de  $G$  excepto  $v$ .
3. Para  $i := 1$  a  $n - 1$

**3a.** Encuentre una arista  $e$  de  $G$  tal que (1)  $e$  conecta a  $T$  con uno de los vértices en  $v$  y (2)  $e$  tiene el peso mínimo de todas las aristas que conectan a  $T$  con un vértice en  $V$ . Sea  $w$  el punto extremo de  $e$  que se encuentra en  $V$ .

**3b.** Agregue  $e$  y  $w$  a los conjuntos de aristas y vértices de  $T$  y elimine  $w$  de  $V$ .

**Siguiente i**

**Salida:**  $T$  [ $T$  es un árbol expandido mínimo para  $G$ .]

De ese modo, el bucle principal se ejecuta  $n - 1$  veces, en cada iteración cada bucle interior toma un orden de corrida de la forma  $O(n)$ , por lo tanto, el tiempo de ejecución del algoritmo de PRIM es del orden de corrida de la forma  $O(n^2)$ .

## **IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

Para la distribución de la red eléctrica se aplicará el algoritmo de Prim, el cual genera un árbol de expansión mínima, pues para reducir los costos, la red debe tener menor distancia, para ello se tuvo en cuenta lo siguiente:

### **4.1 ANÁLISIS DEL MODELO**

Para la aplicación del modelo se hizo uso del algoritmo de Prim en la distribución eléctrica del techo, es decir los puntos de luz. El problema consiste en encontrar una distribución de tuberías que haga una conexión entre los puntos de luz, sin formar ciclos, el cual viene a ser un árbol, de expansión mínima. Para ello se hizo una representación gráfica de la red eléctrica, siendo los puntos de luz los vértices de un grafo y la red de tuberías de luz sus aristas, respecto al plano original de la red eléctrica se realizaron diversos trazos de tuberías entre puntos de luz cercanos, y así generar un grafo donde existen diferentes conexiones entre los puntos de luz. Los interruptores no se tomaron en cuenta en el modelo, pues estos son fijos, y su diseño esta normado según el reglamento respectivo. Durante la representación gráfica se tuvo que etiquetar a los puntos de luz y realizar las mediciones entre los diferentes puntos de luz, pues se trabajará con un grafo ponderado. A continuación, mostramos un ejemplo de la representación gráfica de una red eléctrica.

#### **4.1.1 Cálculo de costos**

Los costos que intervienen en la red eléctrica vienen a hacer el costo de la tubería y el costo de los cables (2 por tubo). El cual depende directamente de la longitud de la red. De esta manera, el costo viene dado en la tabla 4:

Tabla 4. Costo de cable y tubería

Recurso	Unidad	Cantidad	Precio S/.
CABLE THHN 2mm	m	1	3.10
TUBERIA PVC SAP DE 20 mm X 3 m	m	1	0.30

De esta manera el costo total de la distribución de tubería está dada por:

$$CT = (2CC + CT) * L$$

$$CT = (2 * 3.10 + 0.30) * L$$

$$CT = 6.50 * L$$

Donde

CT: es el costo total de la distribución de tubería

CC es el costo del cable de luz por metro

CT es el costo de la tubería de luz por metro

Por tanto, para hallar el costo total, se debe minimizar la longitud total de la distribución de tubería.

#### 4.1.2 Árboles de expansión mínima en una red de distribución eléctrica

Para el cálculo del costo mínimo es necesario minimizar la longitud de la distribución de la red eléctrica, para ello usaremos el Algoritmo de Prim, para hallar un árbol de longitud mínima. A continuación presentaremos algunos casos donde se halla el árbol de expansión mínima de una red eléctrica con sus respectivos costos.

Primero mostramos el plano de una vivienda PV1 con su distribución eléctrica.

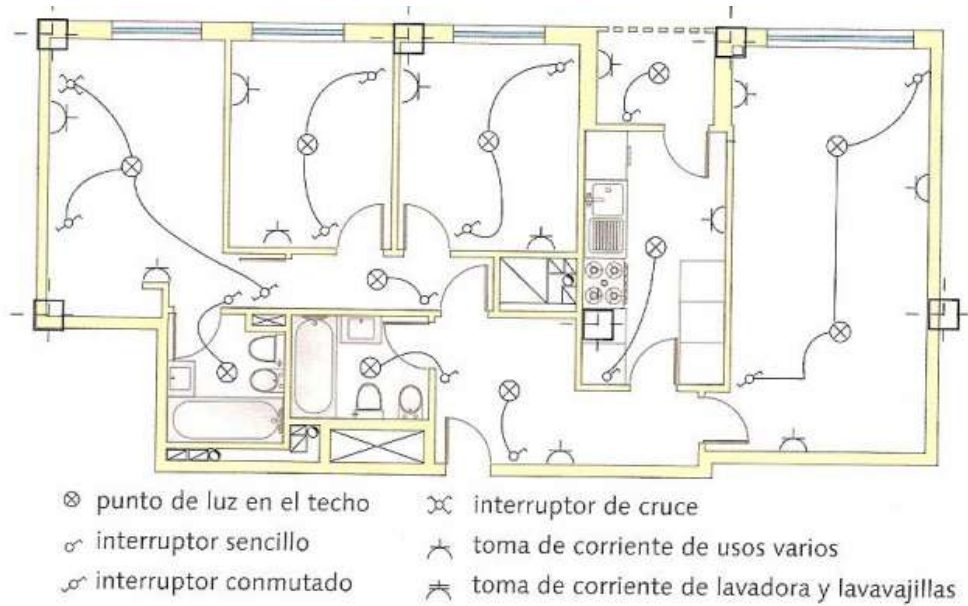


Figura 7. Plano de una vivienda con red eléctrica propuesta

A continuación, realizando el etiquetado de los puntos de luz, en un total de 11, los cuales formarán nuestros vértices del grafo.

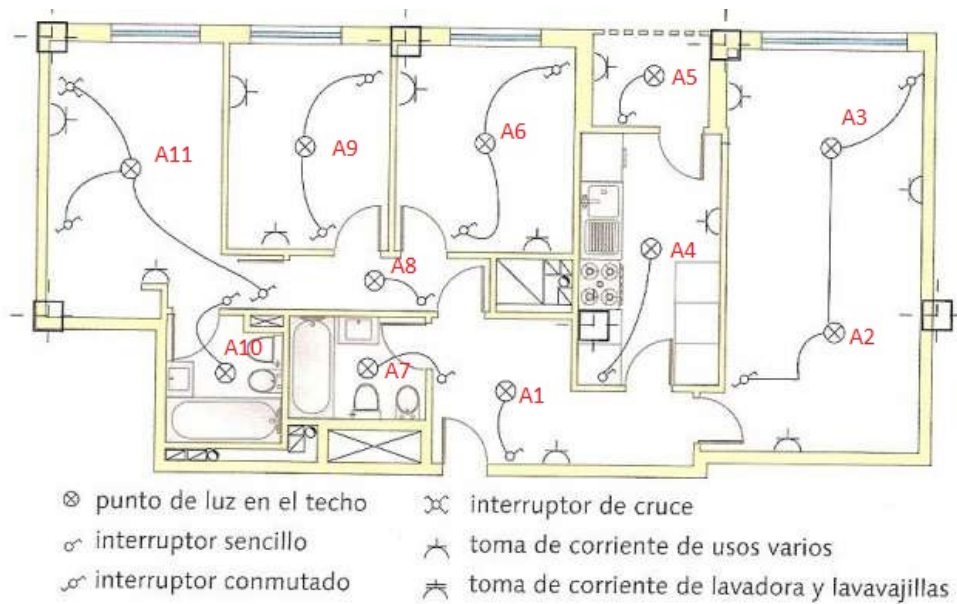


Figura 8. Plano etiquetado de los puntos de luz (vértices)

Usando una escala de medición se halló las distancias posibles entre los puntos de luz (esto se hizo tomando todas las posibles distancias entre puntos de luz más adecuados realizado junto con un especialista en instalaciones eléctricas). De esta manera se

generaron un conjunto de aristas los cuales forman un grafo ponderado junto con los puntos de luz. La representación gráfica de dicha distribución eléctrica se muestra en la figura 9.

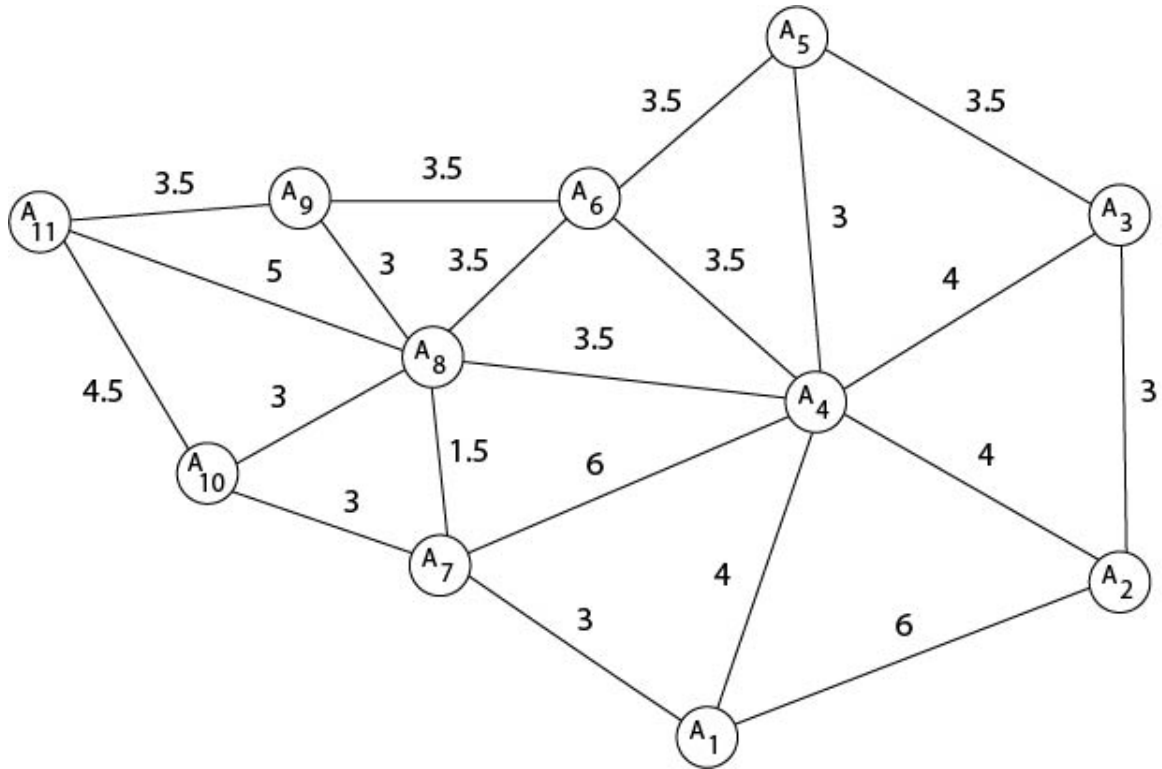


Figura 9. Representación mediante grafo ponderado de una red eléctrica

#### 4.2 Formulación del Modelo Matemático del PV1

$$\text{Min.} \left( L = \sum_{(v_i, v_j) \in PV1} l_{ij} x_{ij} \right)$$

$$\text{s.a: } \sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = 0$$

*Arbol de expansion minima*

$$0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j$$

Donde:

- $x = (x_1, x_2, \dots, x_{11})$  son las variables de decisión
- $x_{ij}$  es el flujo del árbol

### 4.3 Búsqueda del árbol de expansión mínima y cálculo del costo

Una vez obtenido la representación gráfica, un grafo ponderado, de una red eléctrica se procede a emplear el algoritmo de Prim, para encontrar un árbol de expansión mínima, es decir, un árbol de longitud mínima.

A continuación mostramos tres casos, en la cual a un plano de distribución eléctrica aplicamos el algoritmo de Prim.

#### Caso I

Aplicando el algoritmo de Prim a la distribución eléctrica de la figura 9, teniendo en cuenta los pasos correspondientes, se muestra a continuación:

Comenzamos el algoritmo en el vértice A1, pues aquí se encuentra la entrada principal de la casa y además es el punto más cercano al tablero de distribución (cuchilla). Para luego movernos hacia el vértice adyacente con menor longitud, en este caso es el vértice A7 que tiene una arista  $\{A1, A7\}$  de longitud 3 m, mientras que en las aristas  $\{A1, A4\}$  y  $\{A1, A2\}$  se tienen arista de longitud 4 m y 6 m respectivamente.

Paso: 01

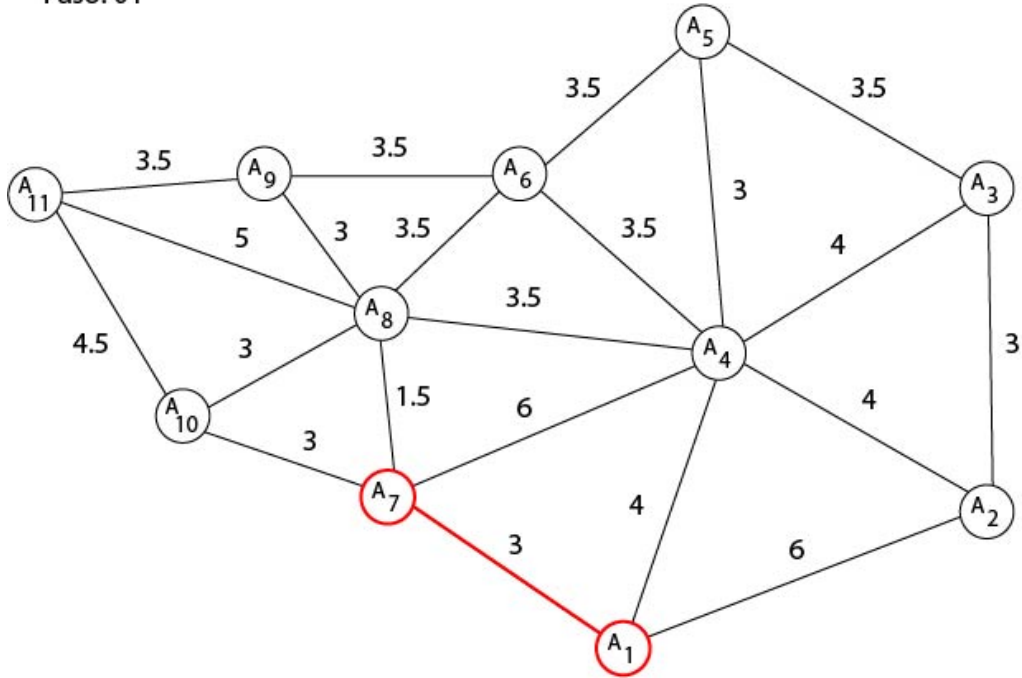


Figura 10. Primer paso del algoritmo de Prim

Seguidamente, buscamos la arista de menor longitud, que empiece en el Vértice A<sub>1</sub> o A<sub>7</sub>, encontrándose que la de menor longitud es el vértice {A<sub>7</sub>, A<sub>8</sub>} de longitud 1.5 m, el cual se muestra a continuación.

Paso: 02

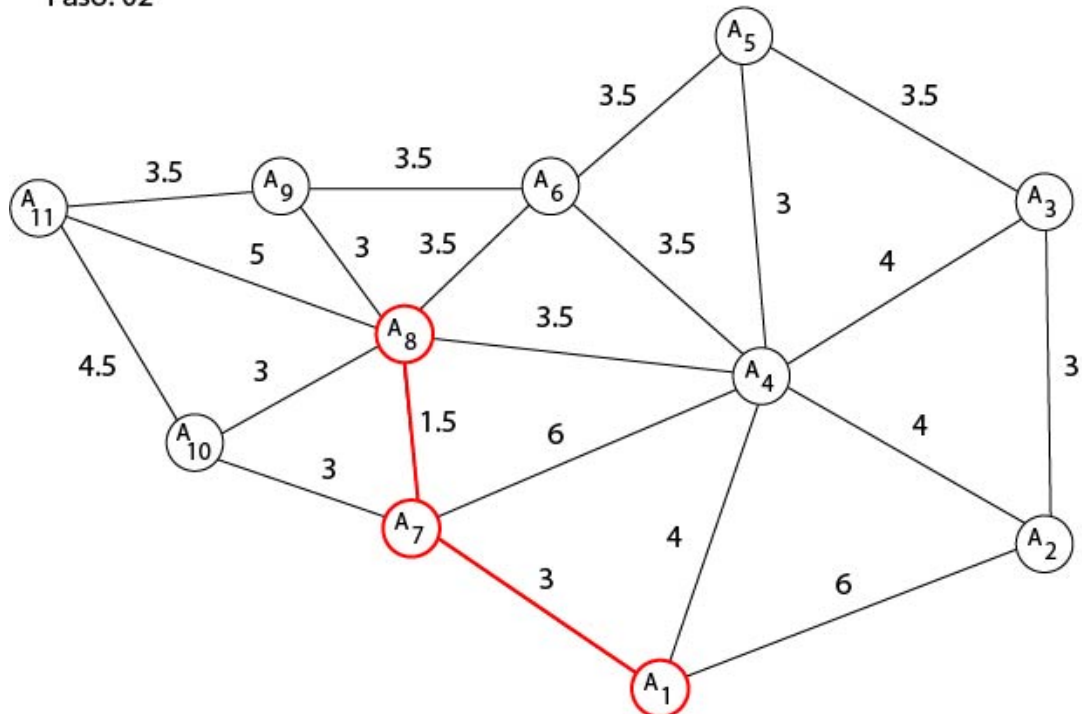


Figura 11. Segundo paso del algoritmo de Prim

Procediendo de esta manera, la siguiente arista es  $\{A_8, A_{10}\}$  de longitud 3 m.

Paso: 03

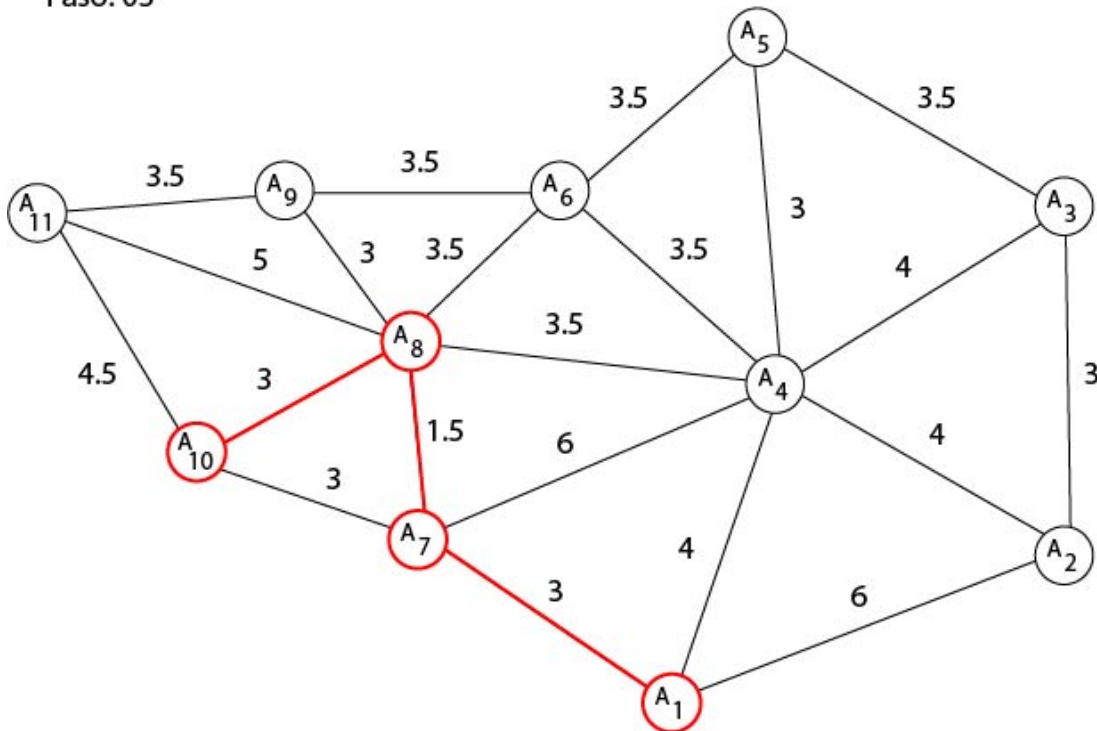


Figura 12. Tercer paso del algoritmo de Prim

Luego, se recorre la arista  $\{A_8, A_9\}$ , el cual es menor entre todas las arista subsiguientes y no forma circuito.

Paso: 04

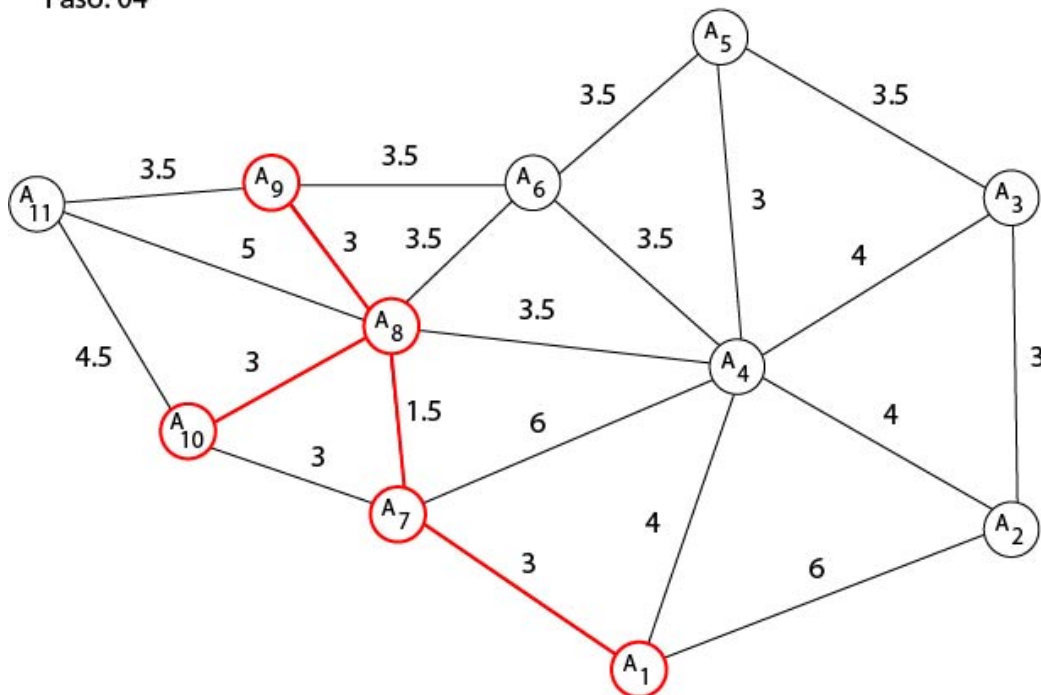


Figura 13. Cuarto paso del algoritmo de Prim

Recorrimos la arista  $\{A_9, A_{11}\}$  que es la menor entre todas las aristas subsiguientes.

Paso: 05

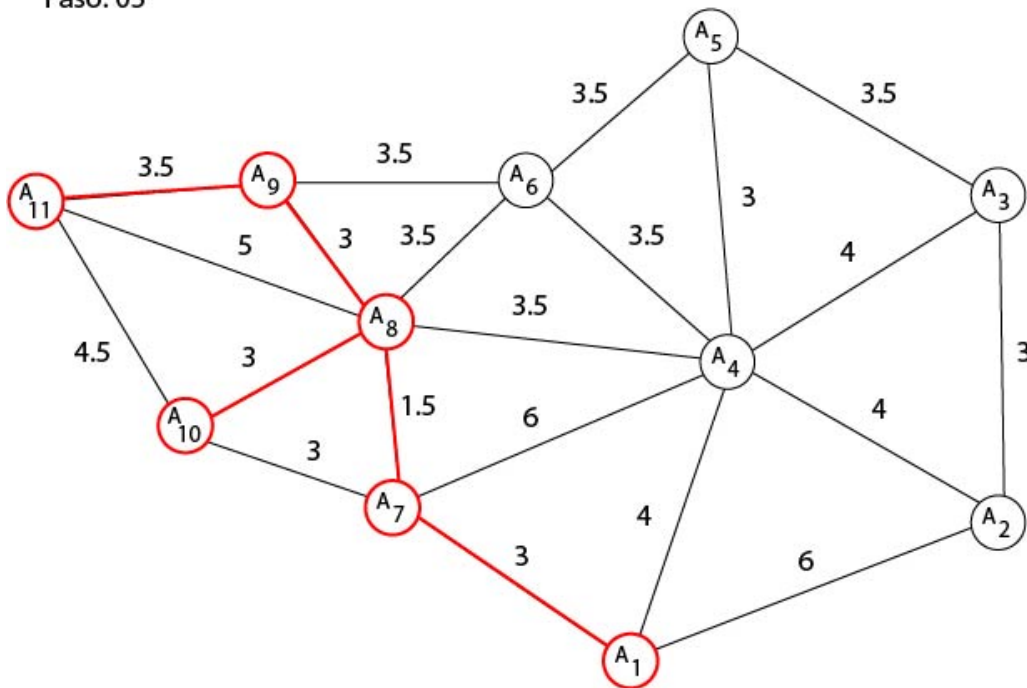


Figura 14. Quinto paso del algoritmo de Prim

Luego, la arista  $\{A8, A6\}$ , el cual es menor entre todas las arista subsiguientes y no forma circuito.

Paso: 06

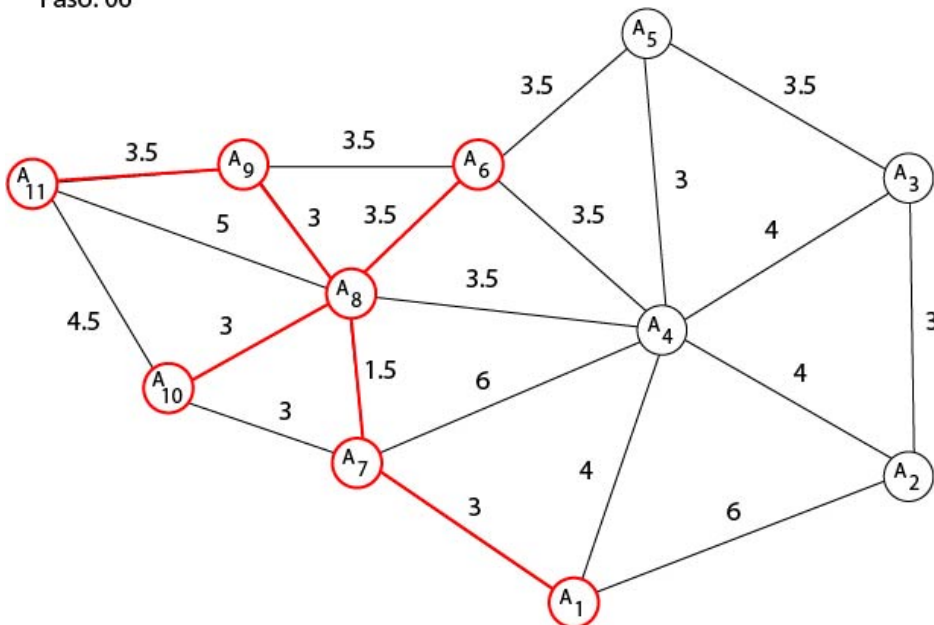


Figura 15. Sexto paso del algoritmo de Prim

Ahora la arista  $\{A6, A4\}$ , el cual es menor entre todas las arista subsiguientes y no forma circuito.

Paso: 07

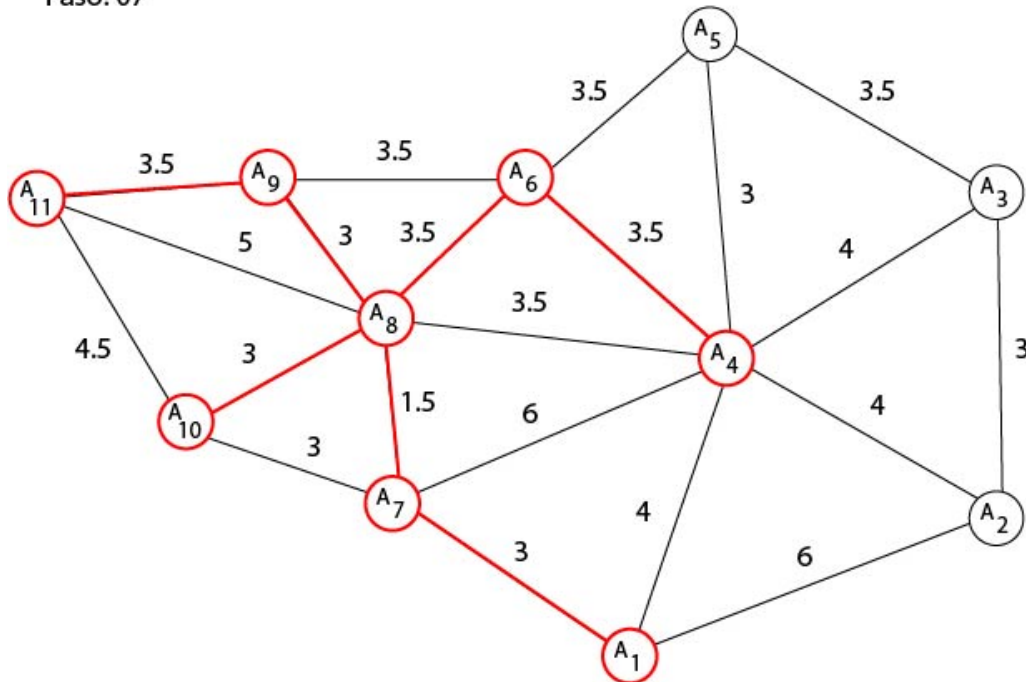


Figura 16. Séptimo paso del algoritmo de Prim

Luego, pasamos a la arista  $(A_4, A_5)$ , el cual es menor entre todas las aristas subsiguientes y no forma circuito, tenemos:

Paso: 08

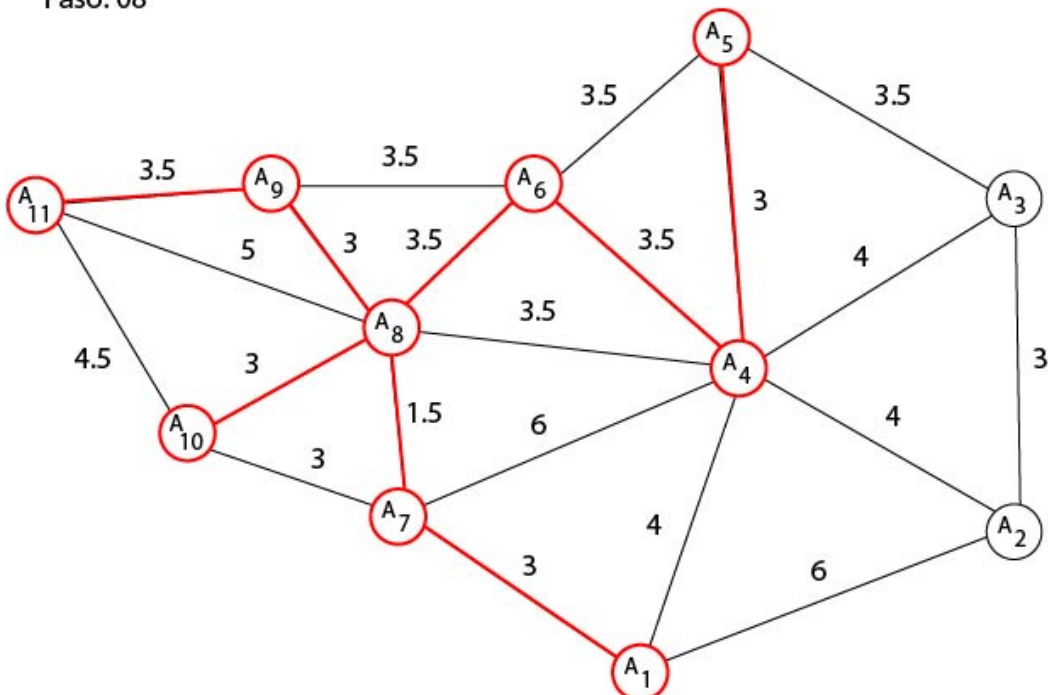


Figura 17. Octavo paso del algoritmo de Prim

Luego pasamos a la arista  $\{A_5, A_3\}$  el cual es menor entre todas las arista subsiguientes

Paso: 09

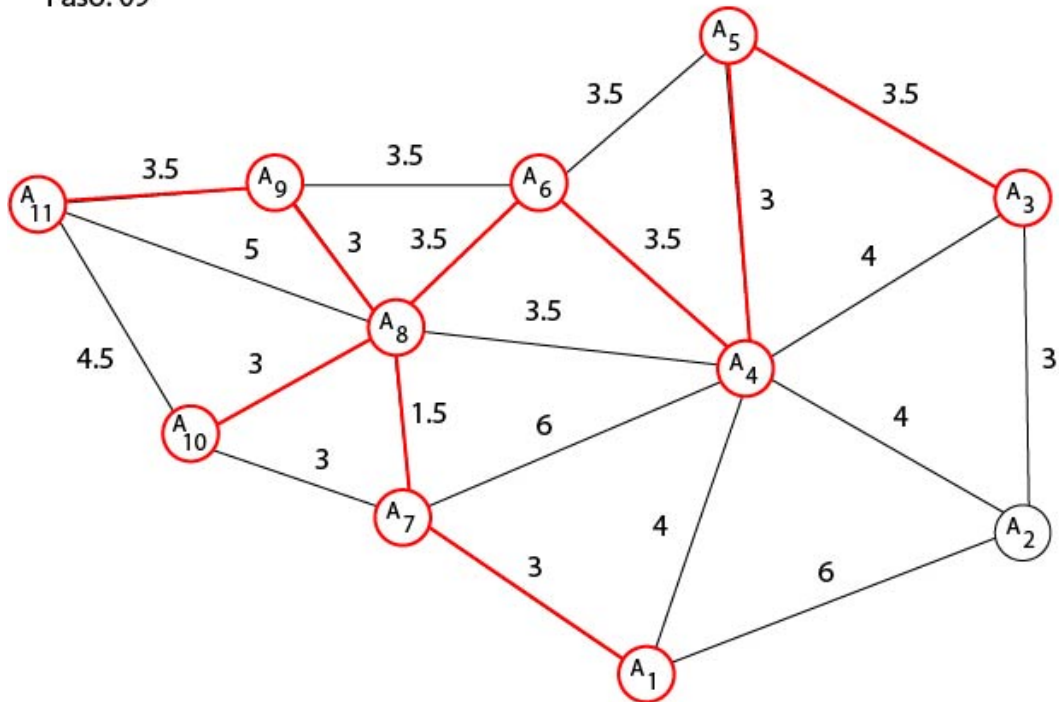


Figura 18. Noveno paso del algoritmo de Prim

Luego, recorremos la arista  $\{A_3, A_2\}$ , y ya habiendo visitado todas las aristas, se tiene:

Paso: 10

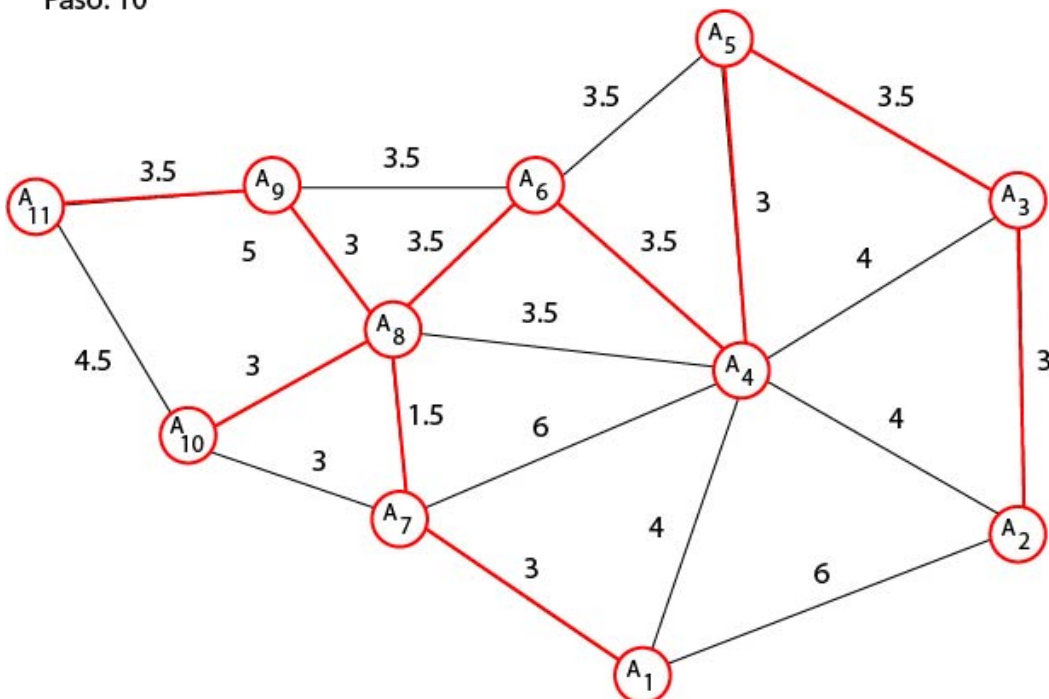


Figura 19. Décimo paso del algoritmo de Prim

Por tanto el árbol de expansión mínima generado será:

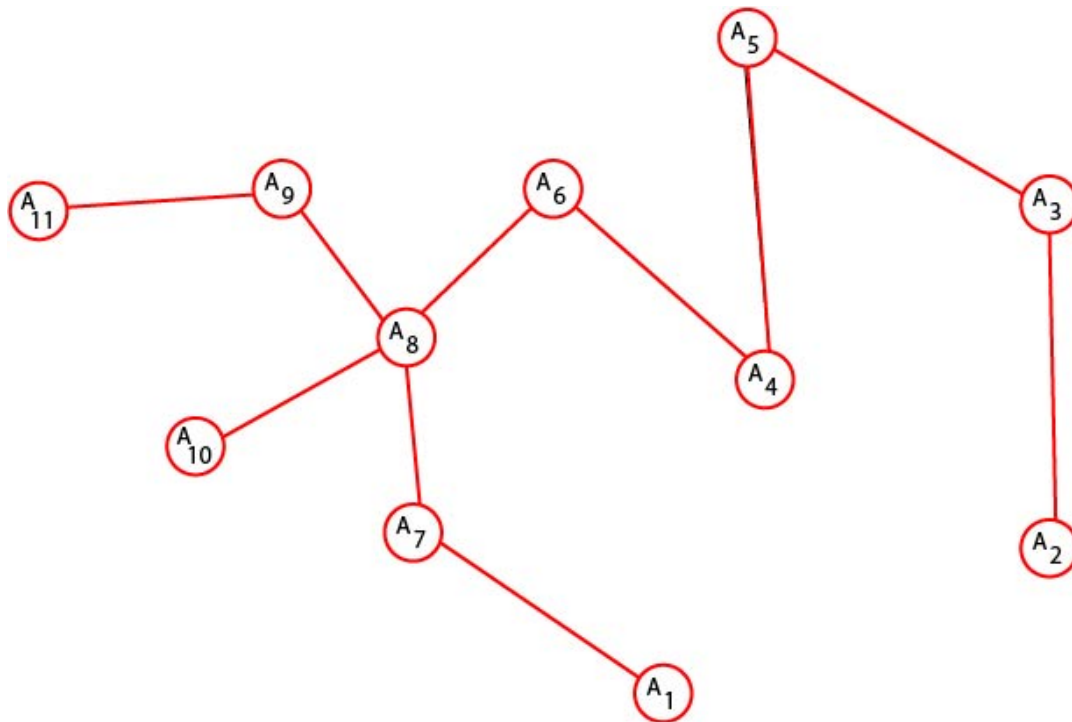


Figura 20. Resultado final, el árbol de expansión mínima

Finalmente, se obtiene una red de tuberías óptima (de longitud mínima)

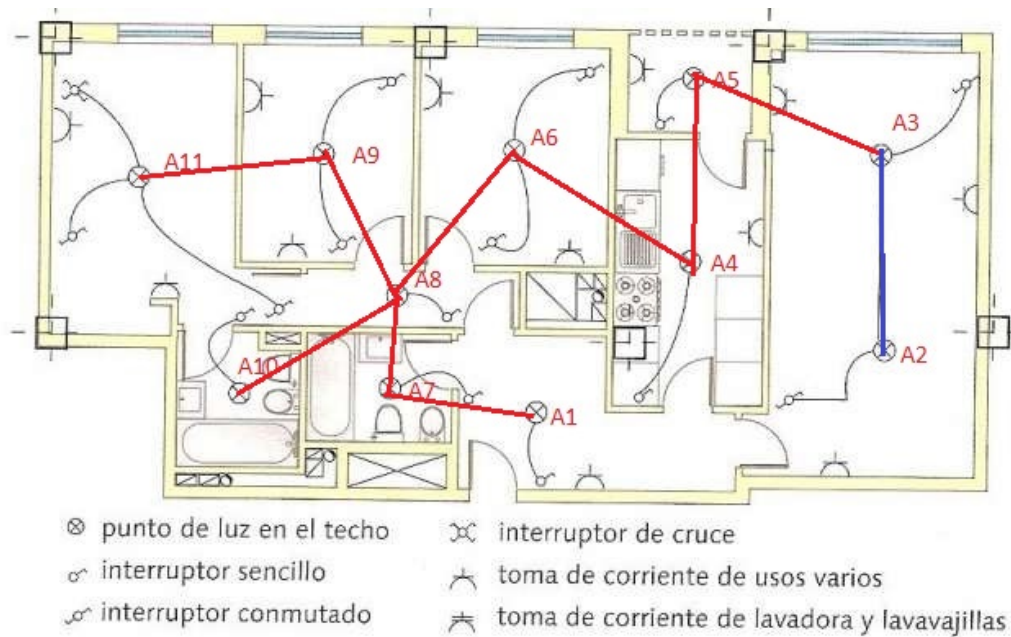


Figura 21. Plano con distribución de red eléctrica óptima

## INTERPRETACIÓN

Cuando se aplica el algoritmo de Prim a partir de una arista, se agregan las aristas en los siguientes órdenes: {A1,A7}, {A7,A8}, {A8,A10}, {A8,A9}, {A9,A11}, {A8,A6}, {A6,A4}, {A4,A5}, {A5,A3}, {A3,A2}. Cabe mencionar que la arista {A3,A2}, la que está pintada de Azul, siempre tiene que existir en el árbol de expansión mínima, pues estos iluminan una sola habitación y tienen el mismo interruptor. Lo cual en el algoritmo de Prim si lo ha incluido. Si así un fuera el caso se tendría que realizar un reajuste al resultado del algoritmo, lo cual se verá en otros ejemplos. La longitud de dicho árbol será de 28.5 metros, el cual es de longitud mínima entre cualquier otro árbol generado en este grafo.

A continuación, presentamos el cuadro comparativo de costos entre la distribución dada por el plano original y aplicando árboles de expansión mínima por el método de Prim.

Tabla 5. Comparación de costos del caso I

Cuadro comparativo		
tipo	Longitud de la red m	Costo S/
Sin uso de árboles de expansión mínima	35,6	231,4
Usando árboles de expansión mínima	28,5	185.26

## CASO 2

A continuación, presentamos otro plano de distribución eléctrica de una vivienda PV2, conformada por dos dormitorios, un baño, una sala de estudios, una cocina, un minibar, un vestíbulo, un comedor y sala, los cuales inicialmente tienen una distribución inicial con longitud de 50.75 m. Aquí se tienen 26 puntos de luz, los cuales conformarán nuestros vértices y están etiquetadas como se muestra en la figura 04 . Hay que tener en cuenta que las aristas {A8, A9}, {A10,A11}, {A14,A15}, {A22,A23} y {A1,A24} deben estar siempre presentes, pues estos llevan un solo interruptor.



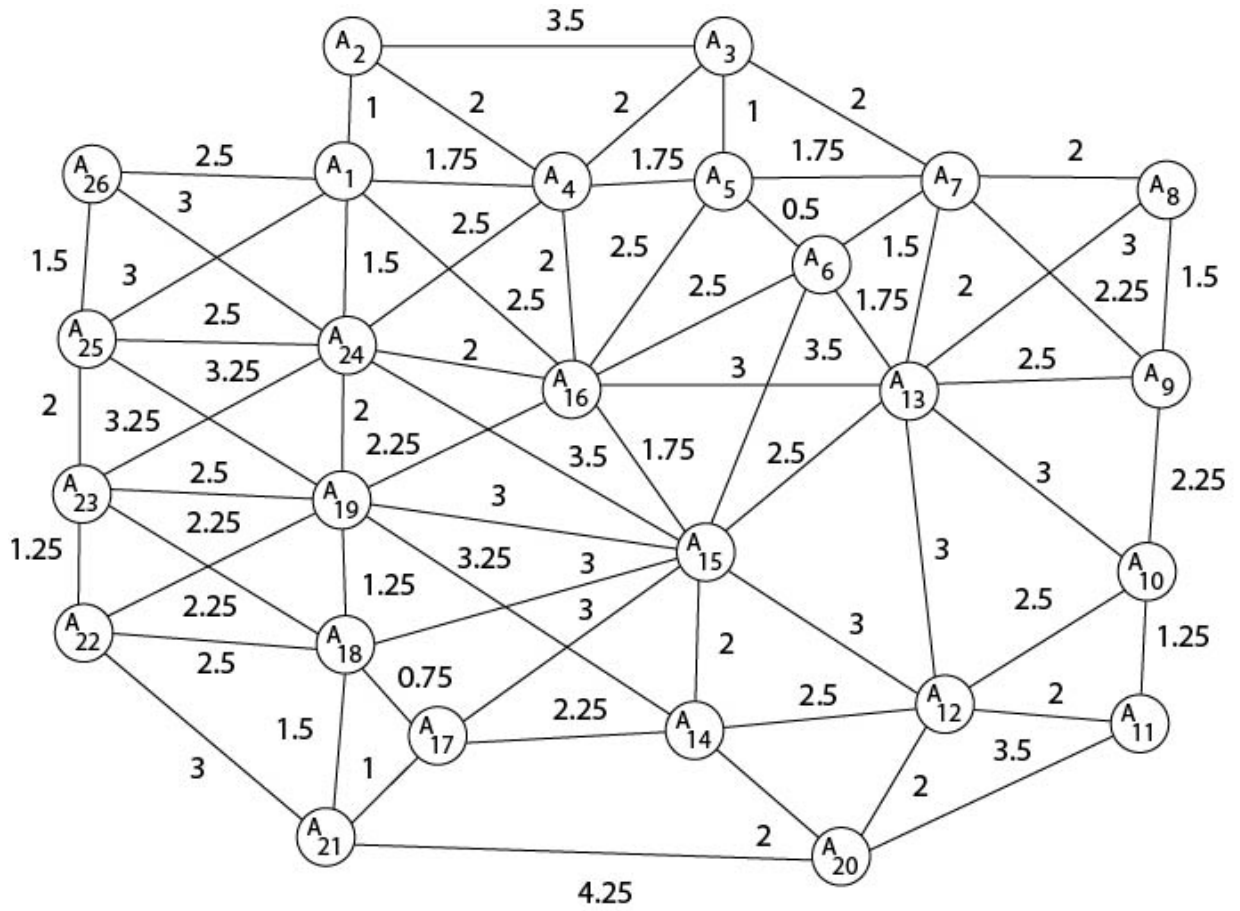


Figura 23. Red eléctrica inicial, ejemplo 2

#### 4.4 Formulación del Modelo Matemático de PV2

$$\text{Min.} \left( C = \sum_{(v_i, v_j) \in PV2} c_{ij} \cdot x_{ij} \right)$$

$$\text{s.a: } \sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = 0$$

*Arbol de expansion minima*

$$0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j$$

Donde:

- $x = (x_1, x_2, \dots, x_{26})$  son las variables de decisión
- $x_{ij}$  es el flujo del árbol

Igual que en el ejemplo anterior, procedemos a aplicar el algoritmo de Prim a este grafo, lo cual mostramos a continuación, paso a paso.

PASO 1: Empezando por el vértice A1, el cual se encuentra cerca a la entrada principal y es el más cercano a la caja de distribución, de aquí visitamos el vértice adyacente con menor peso, en este caso el nodo A2.

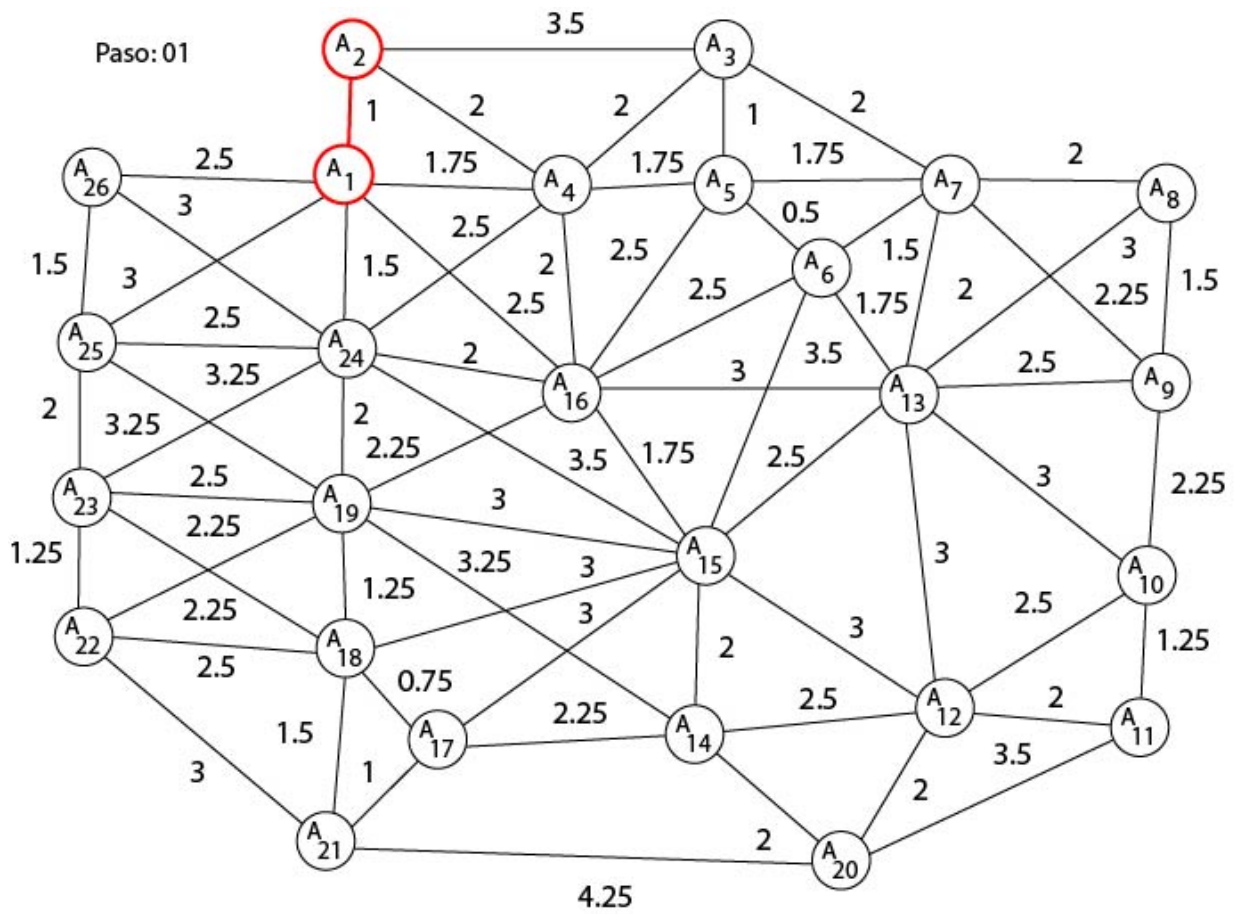


Figura 24. Paso 1 del algoritmo de Prim

PASO 2: A partir del nodo A2, buscamos los nodos adyacentes a A1 y A2, que tengan menor distancia posible, este viene a ser la arista {A1, A4}. Y así continuamos sucesivamente.

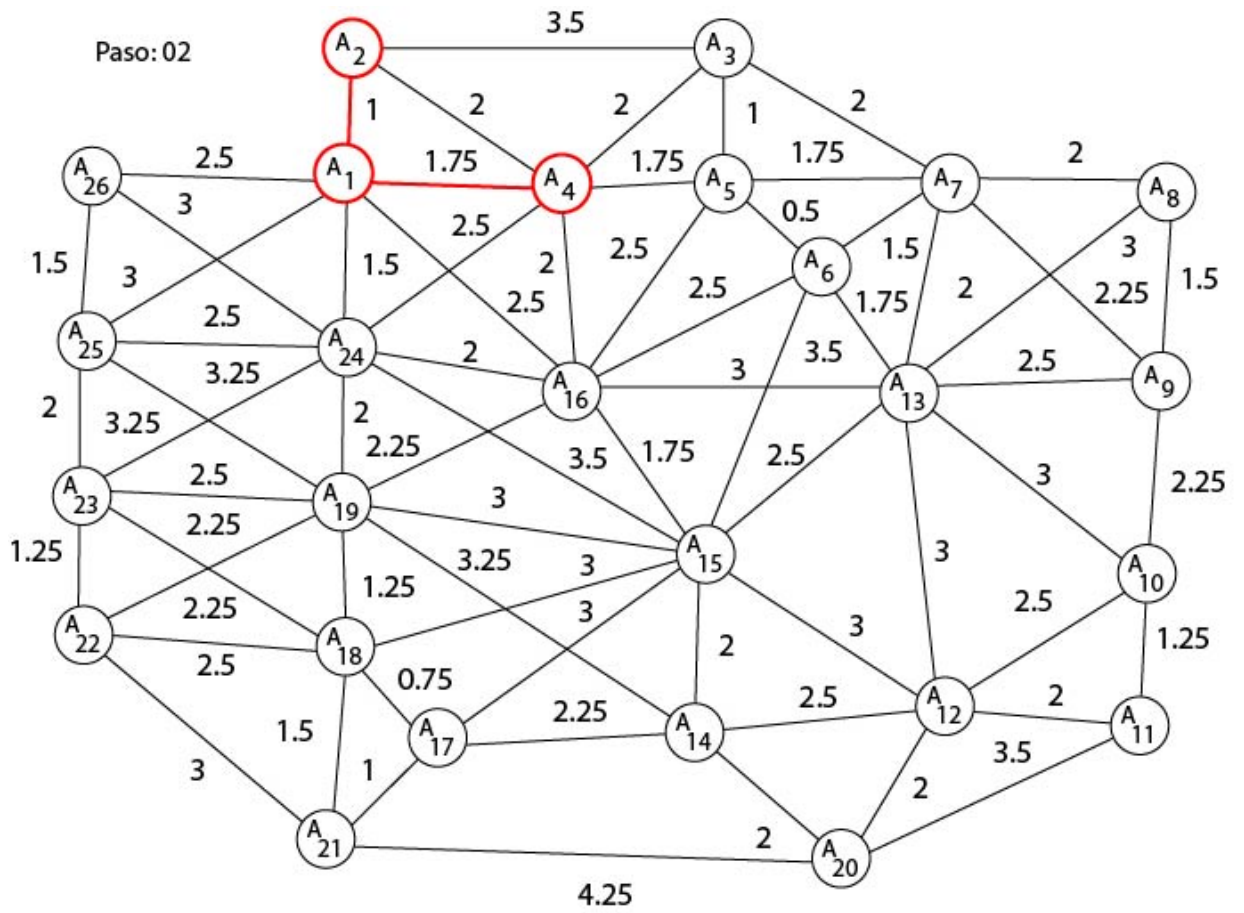


Figura 25. Paso 2 del algoritmo de Prim

En los pasos subsiguientes analizamos de la misma manera.

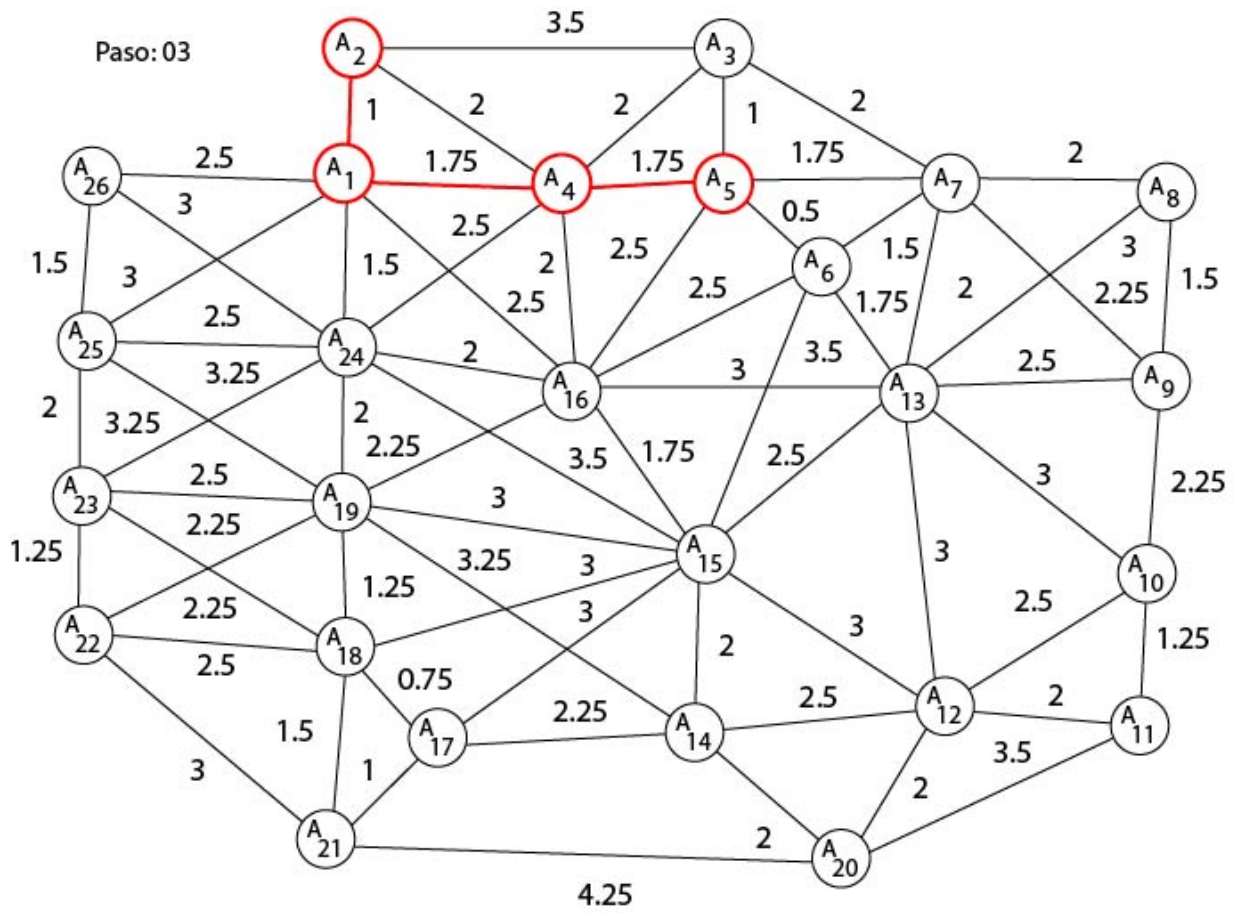


Figura 26. Paso 3 del algoritmo de Prim

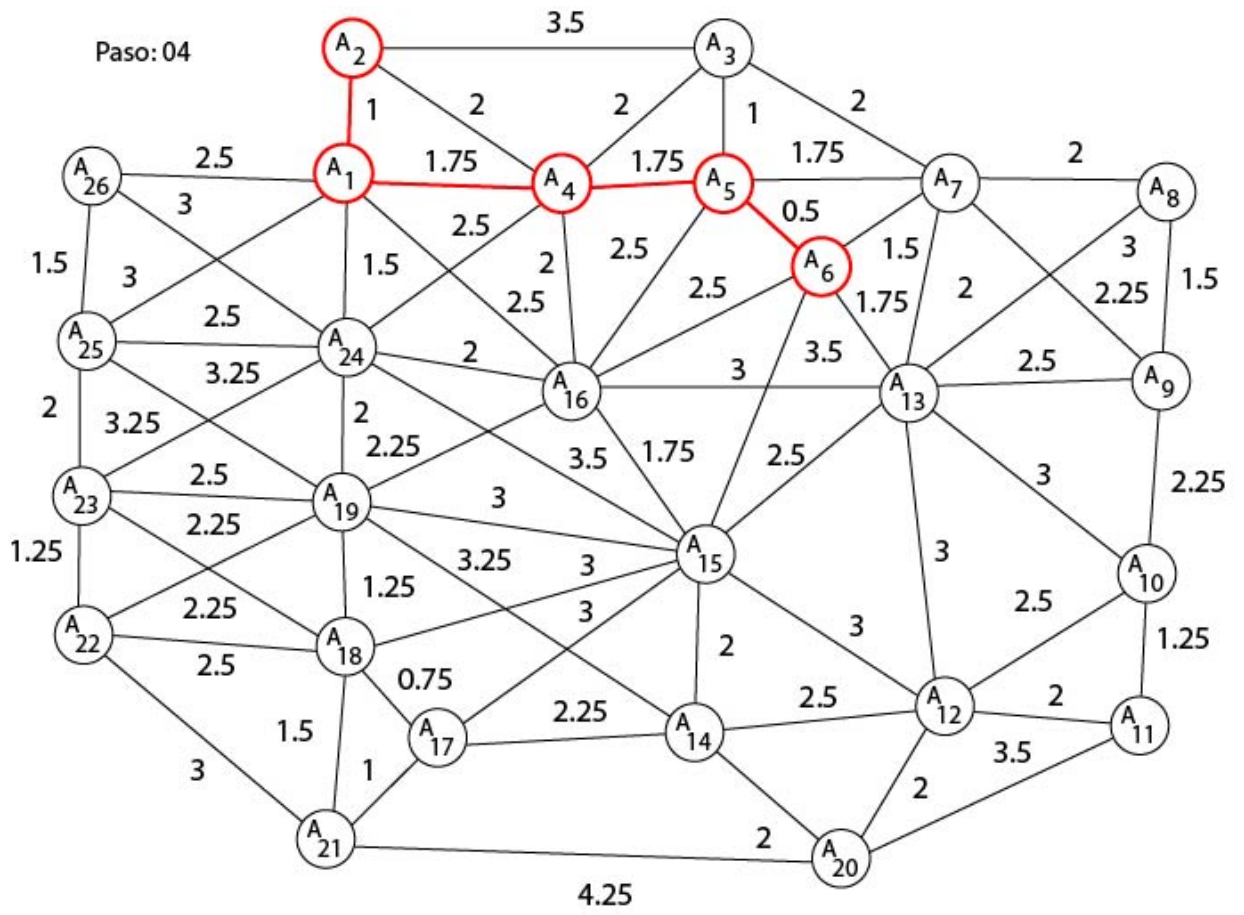


Figura 27. Paso 4 del algoritmo de Prim

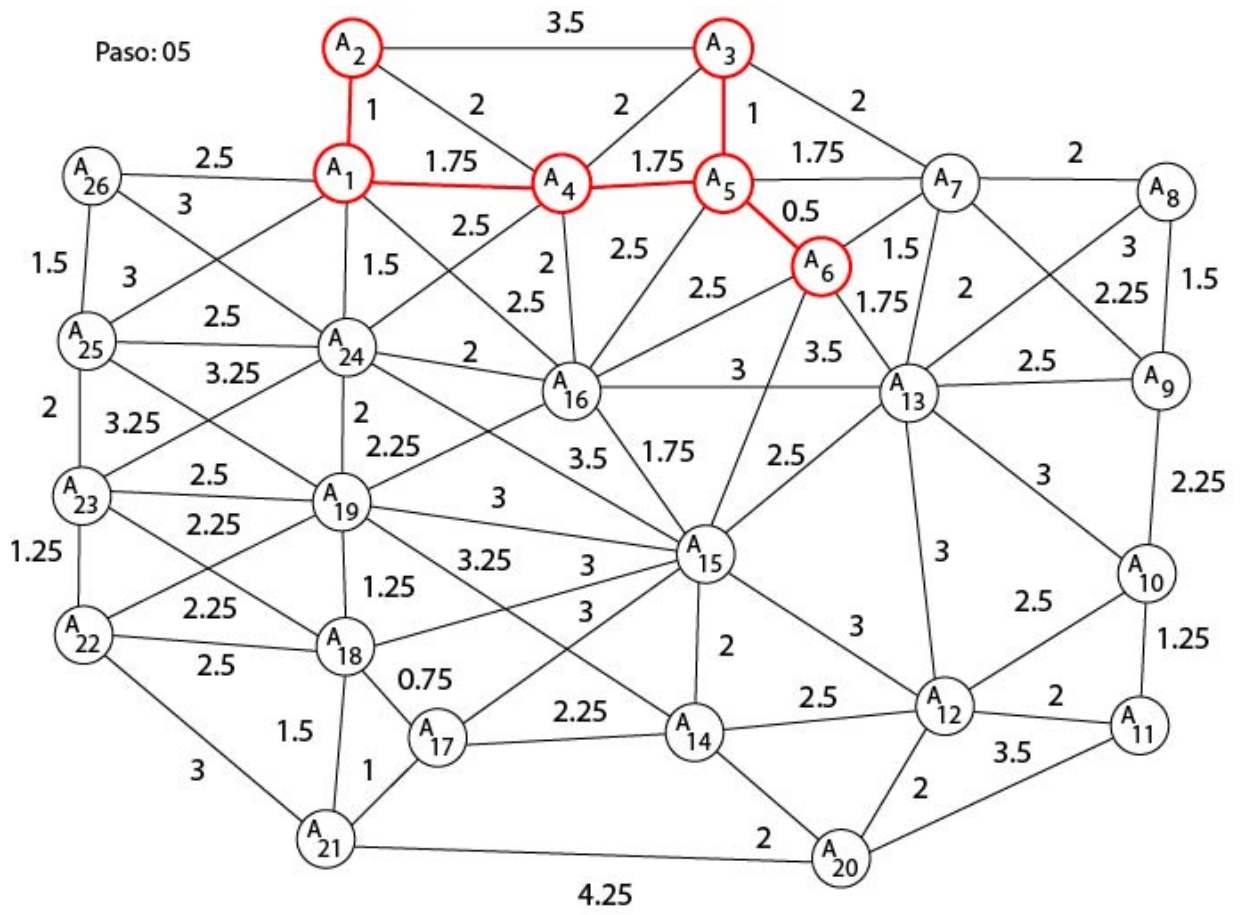


Figura 28. Paso 5 del algoritmo de Prim

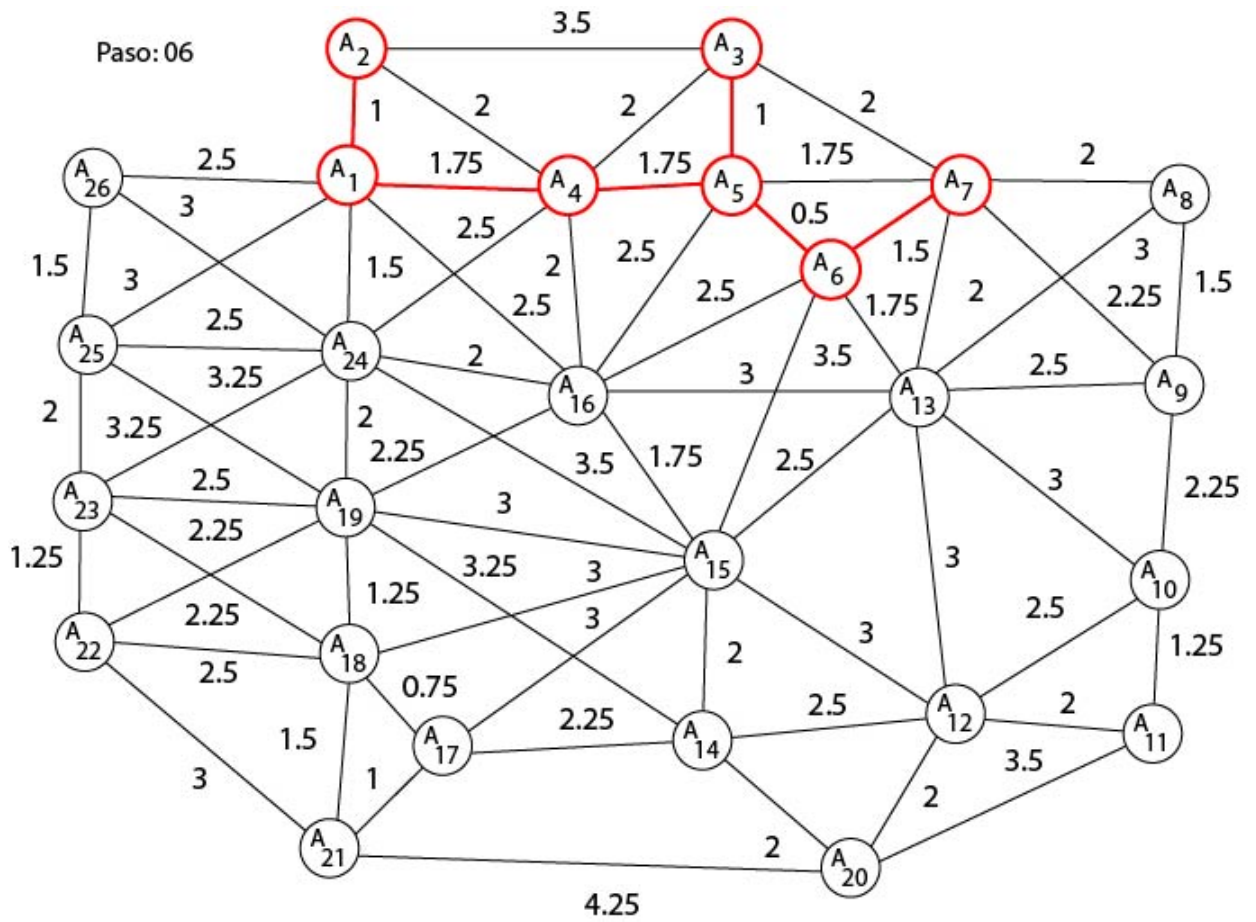


Figura 29. Paso 6 del algoritmo de Prim

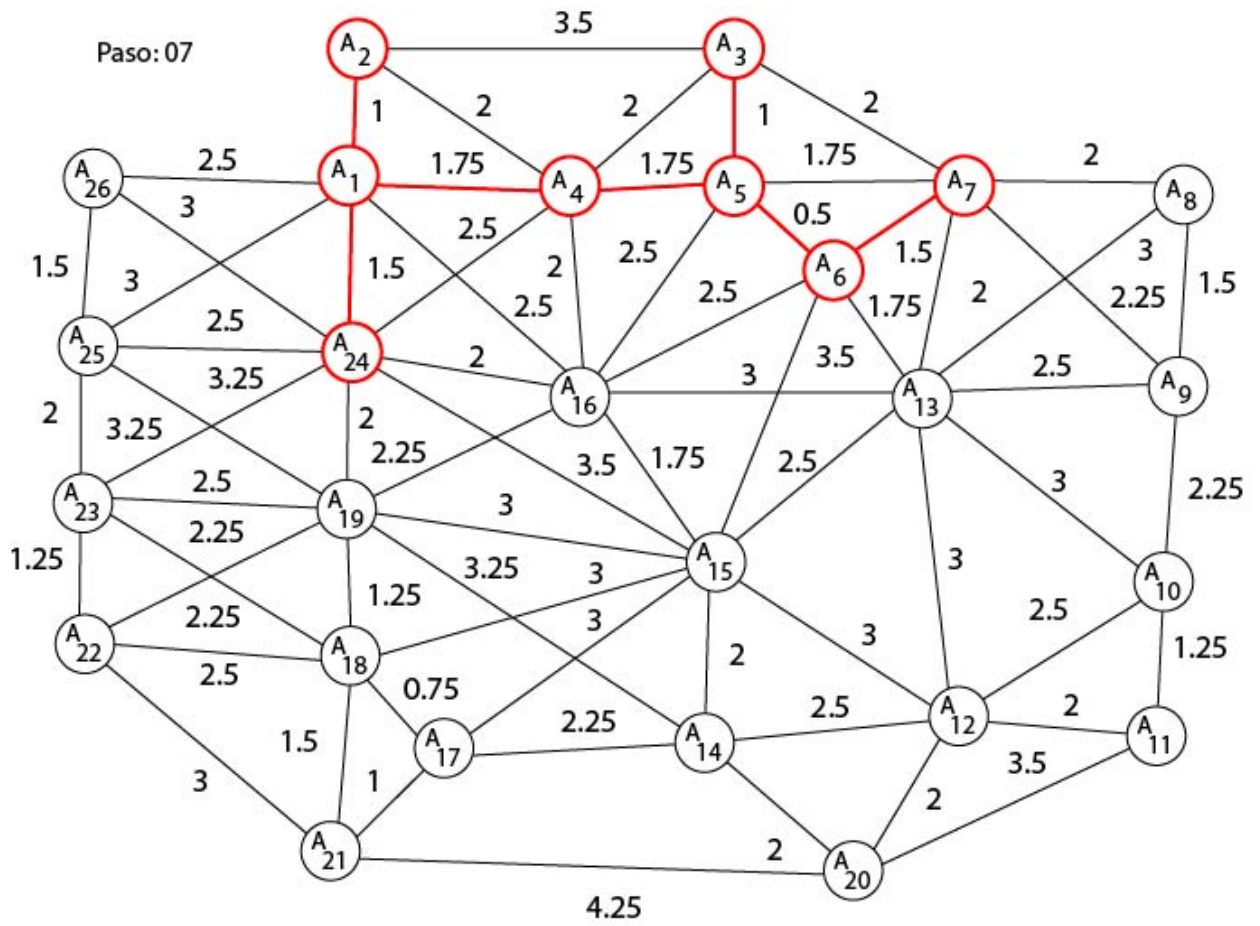


Figura 30. Paso 7 del algoritmo de Prim

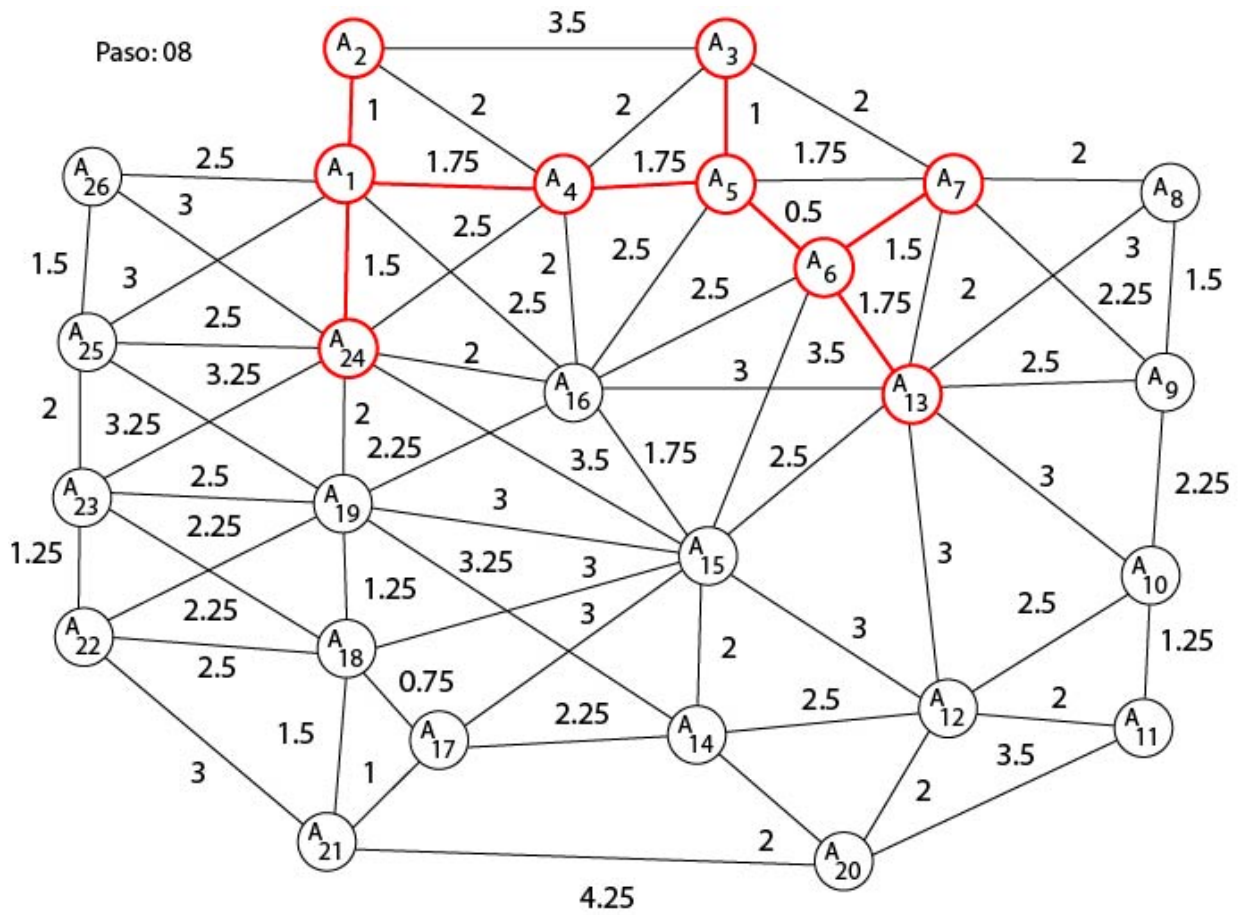


Figura 31. Paso 8 del algoritmo de Prim



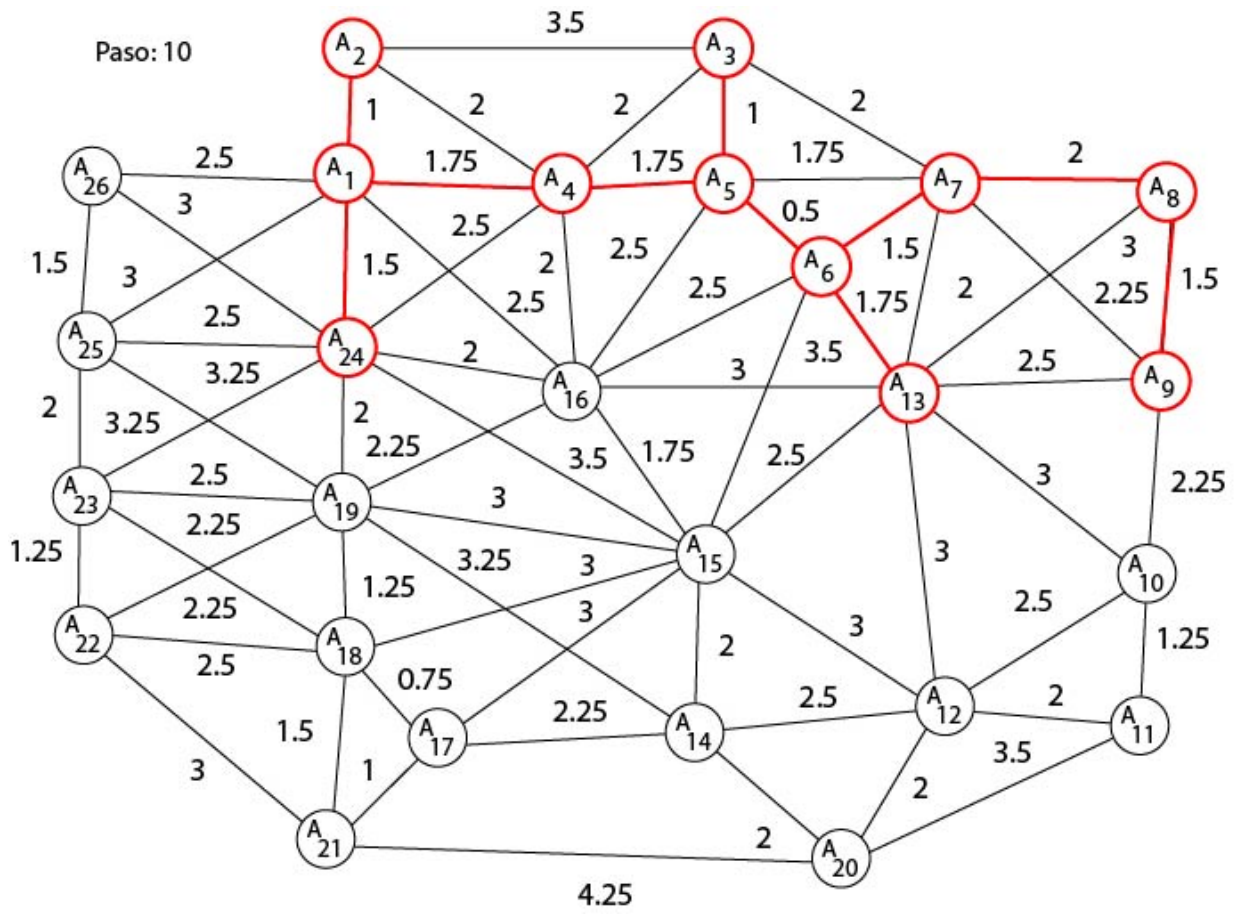


Figura 33. Paso 10 del algoritmo de Prim

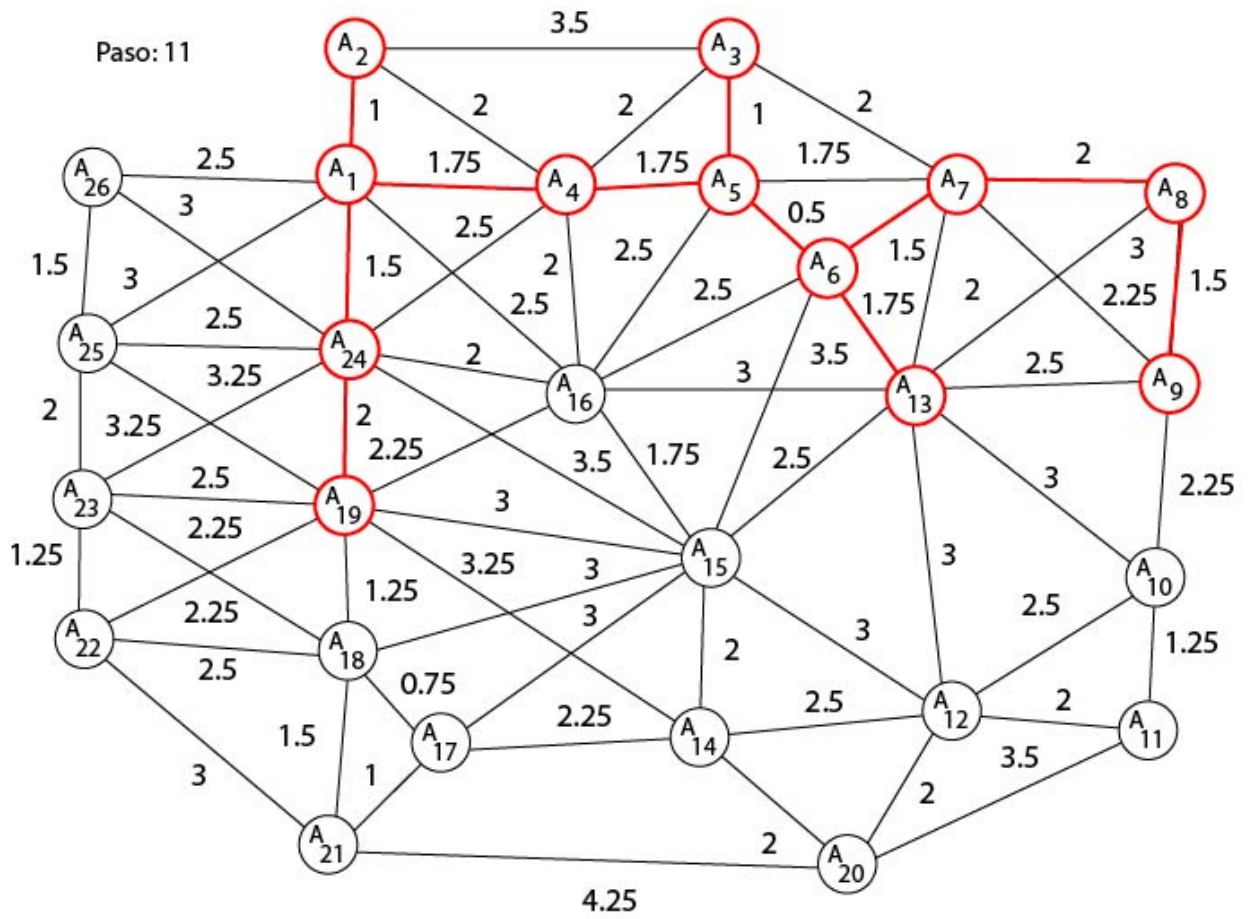


Figura 34. Paso 11 del algoritmo de Prim

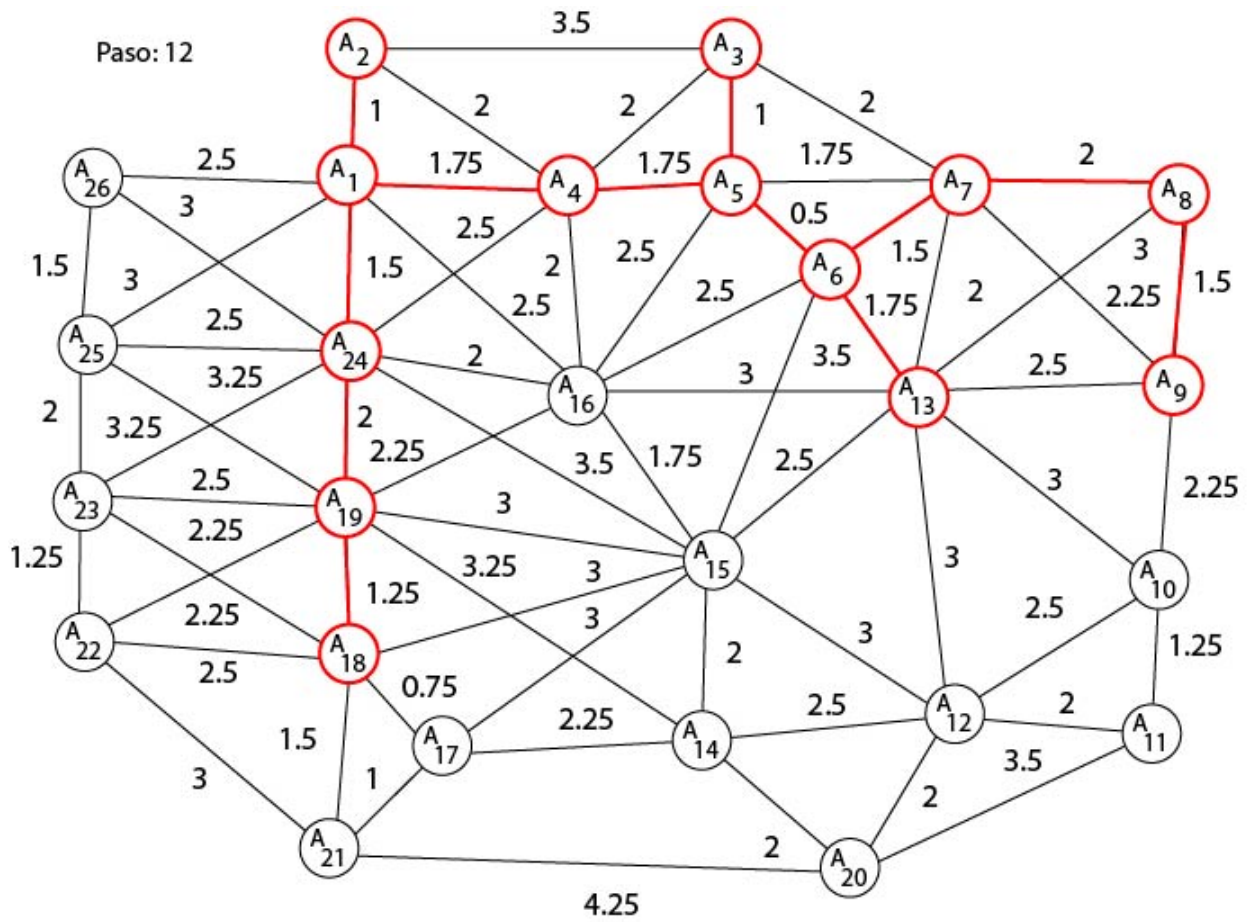


Figura 35. Paso 12 del algoritmo de Prim



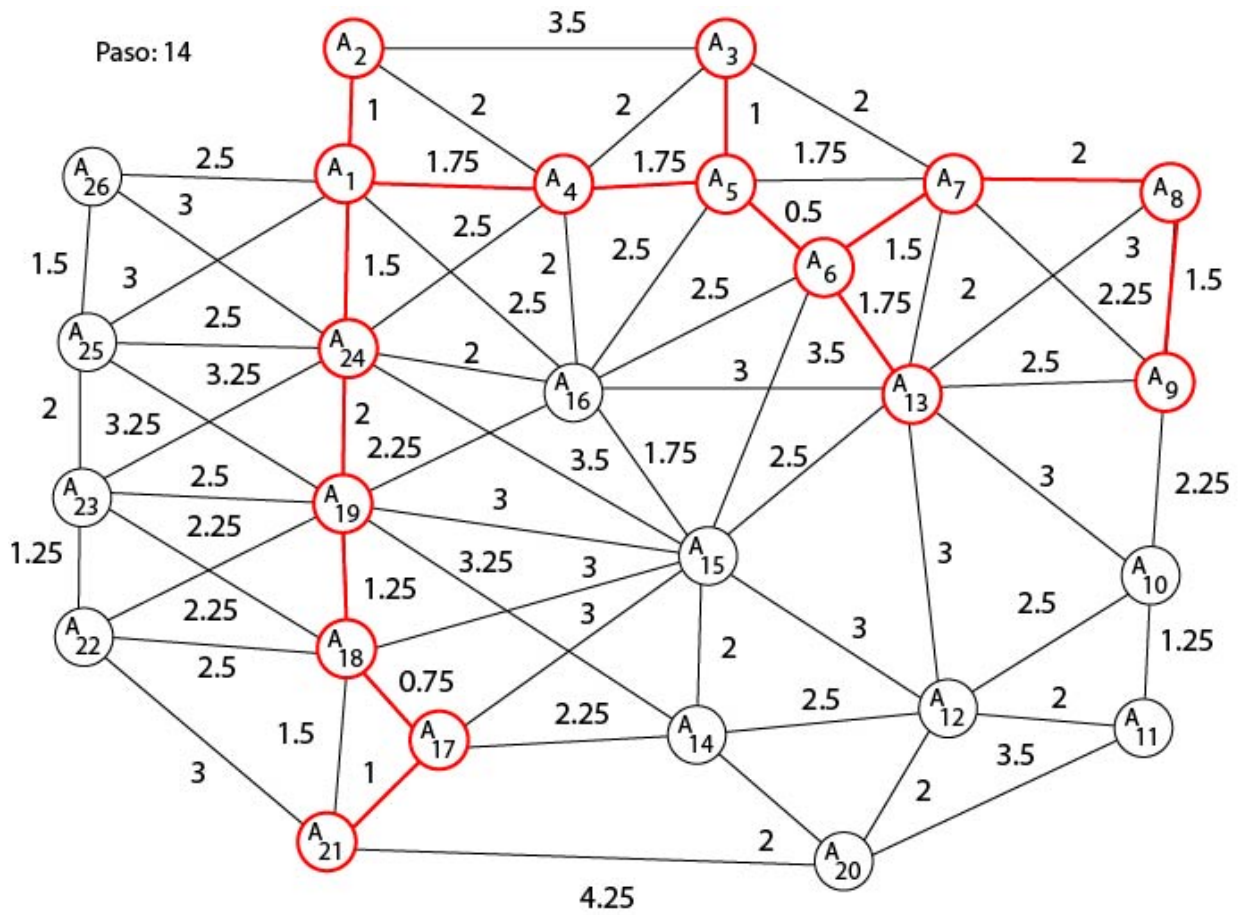


Figura 37. Paso 14 del algoritmo de Prim

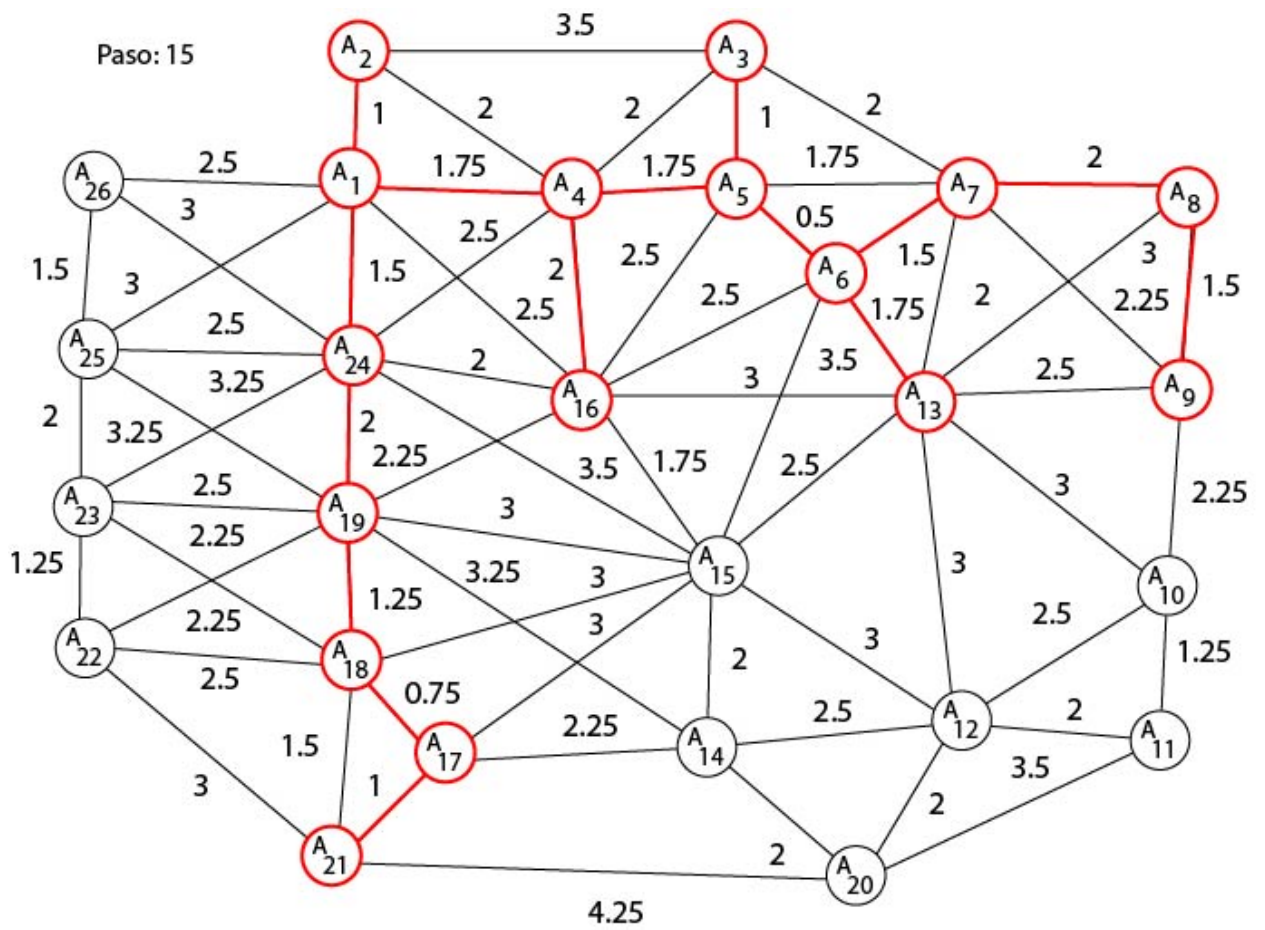


Figura 38. Paso 15 del algoritmo de Prim

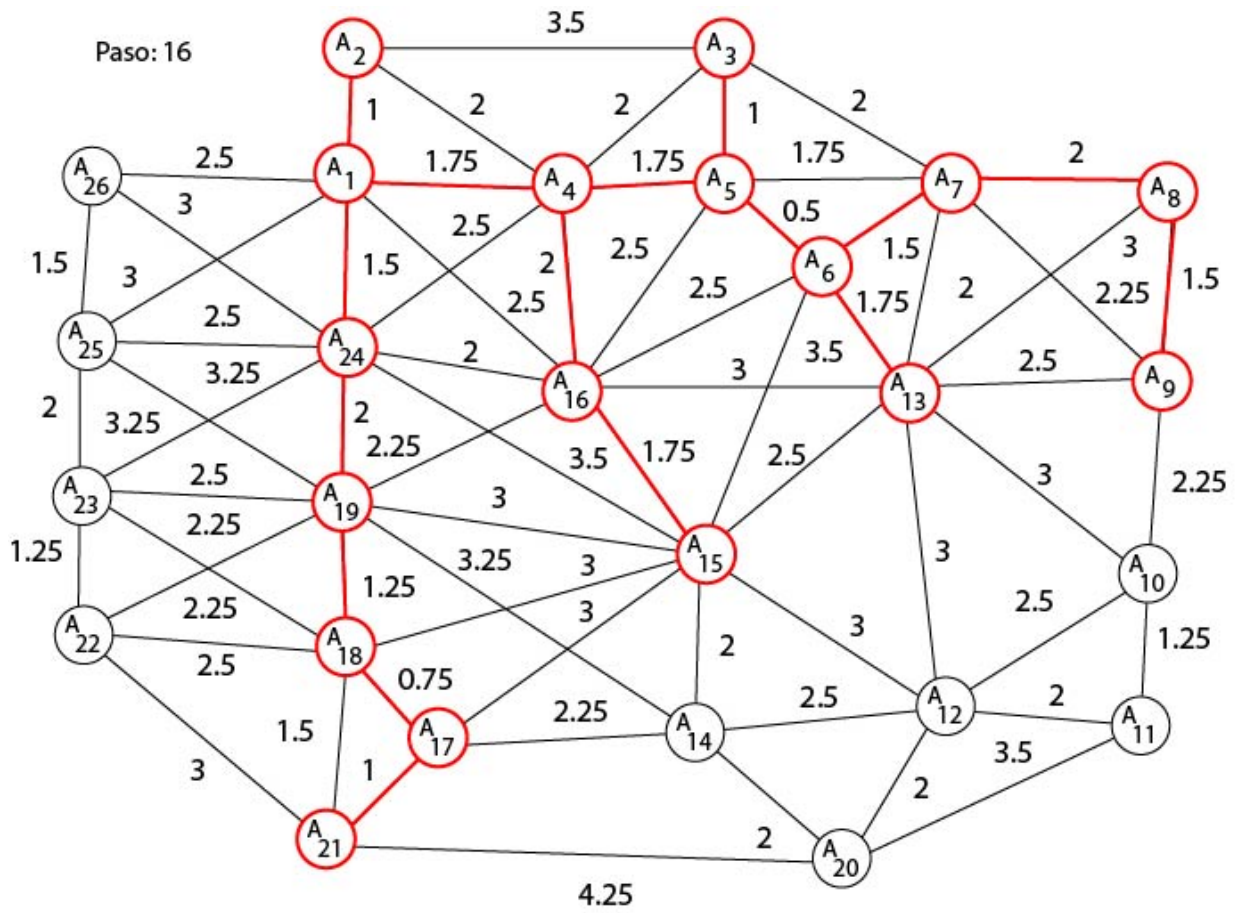


Figura 39. Paso 16 del algoritmo de Prim

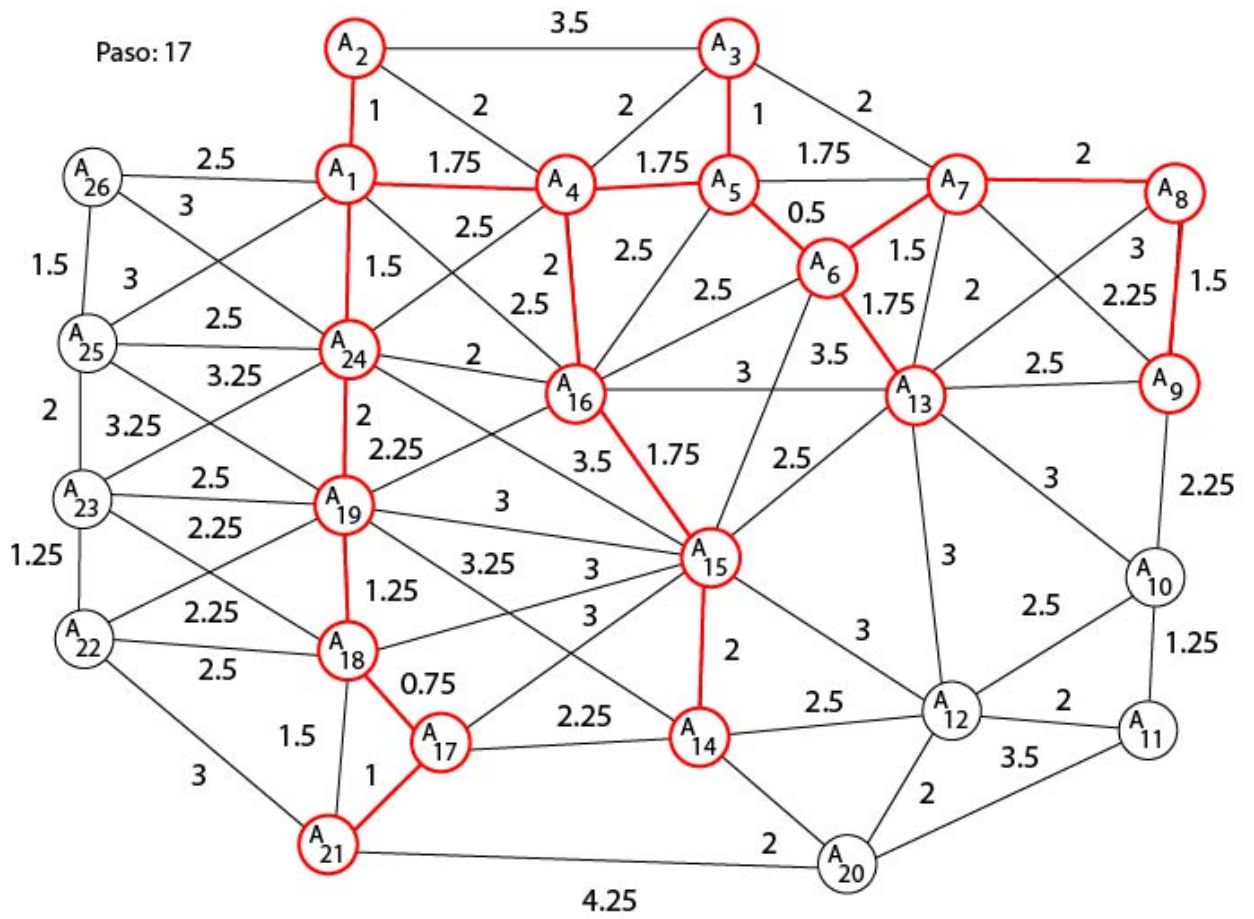


Figura 40. Paso 17 del algoritmo de Prim

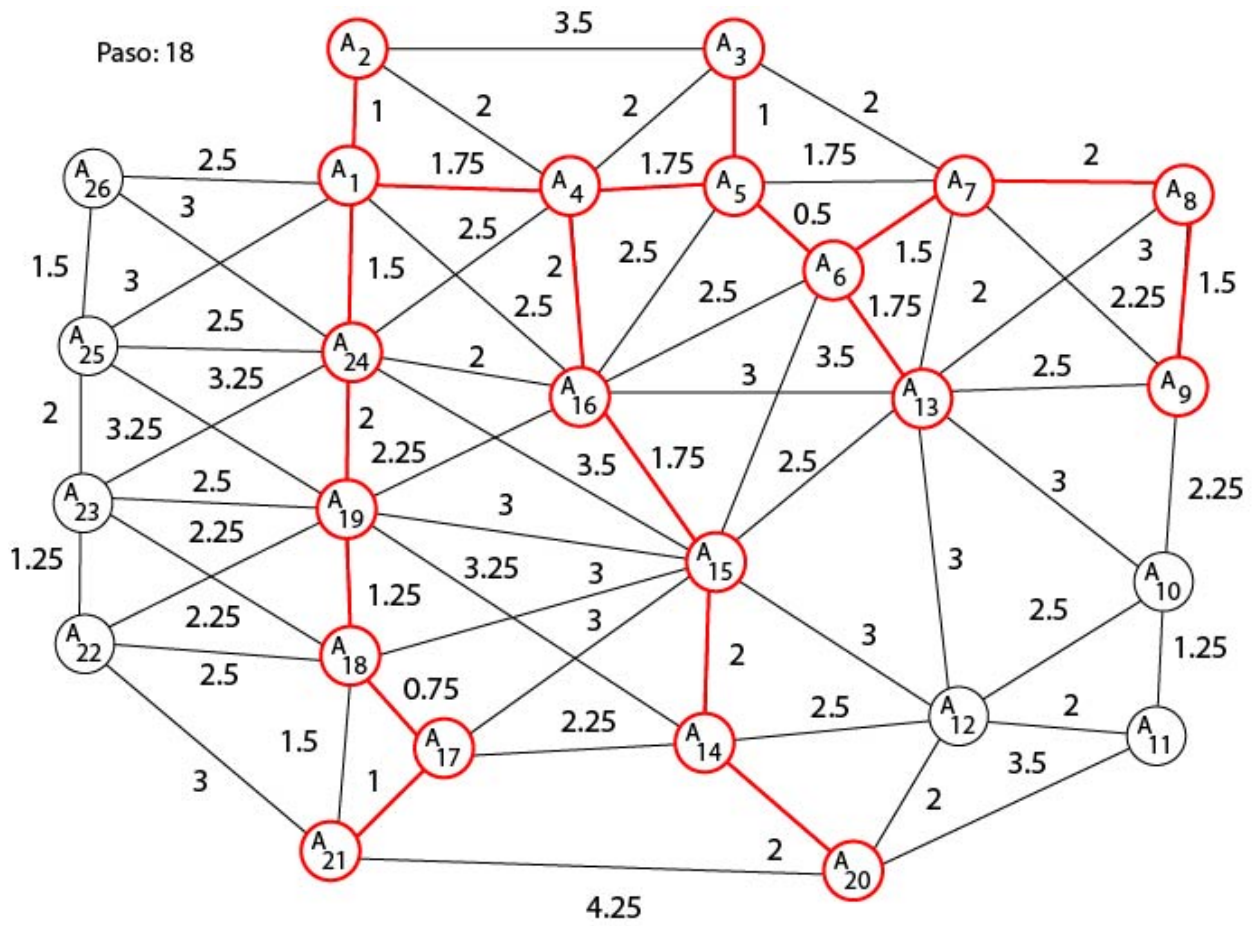


Figura 41. Paso 18 del algoritmo de Prim



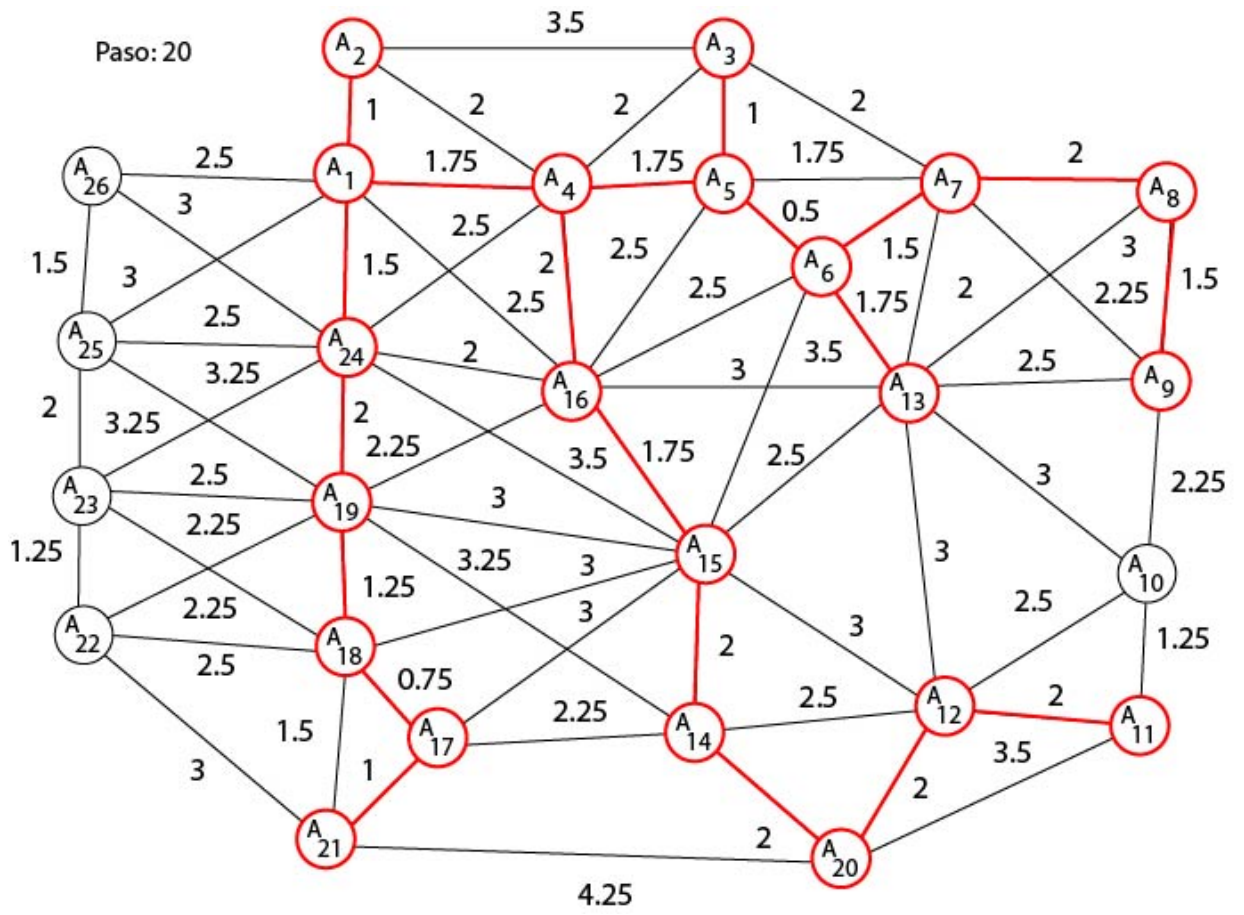


Figura 43. Paso 20 del algoritmo de Prim

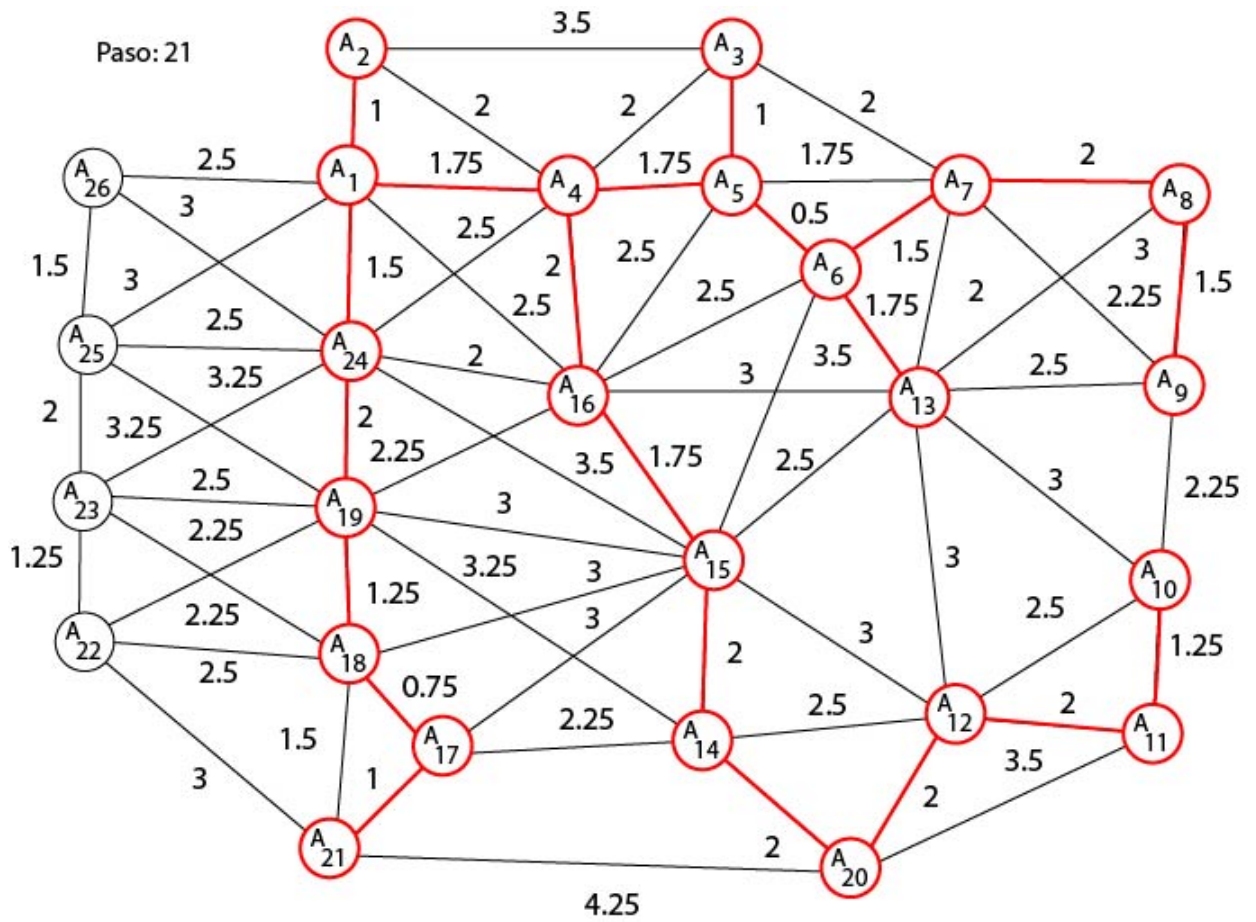


Figura 44. Paso 21 del algoritmo de Prim

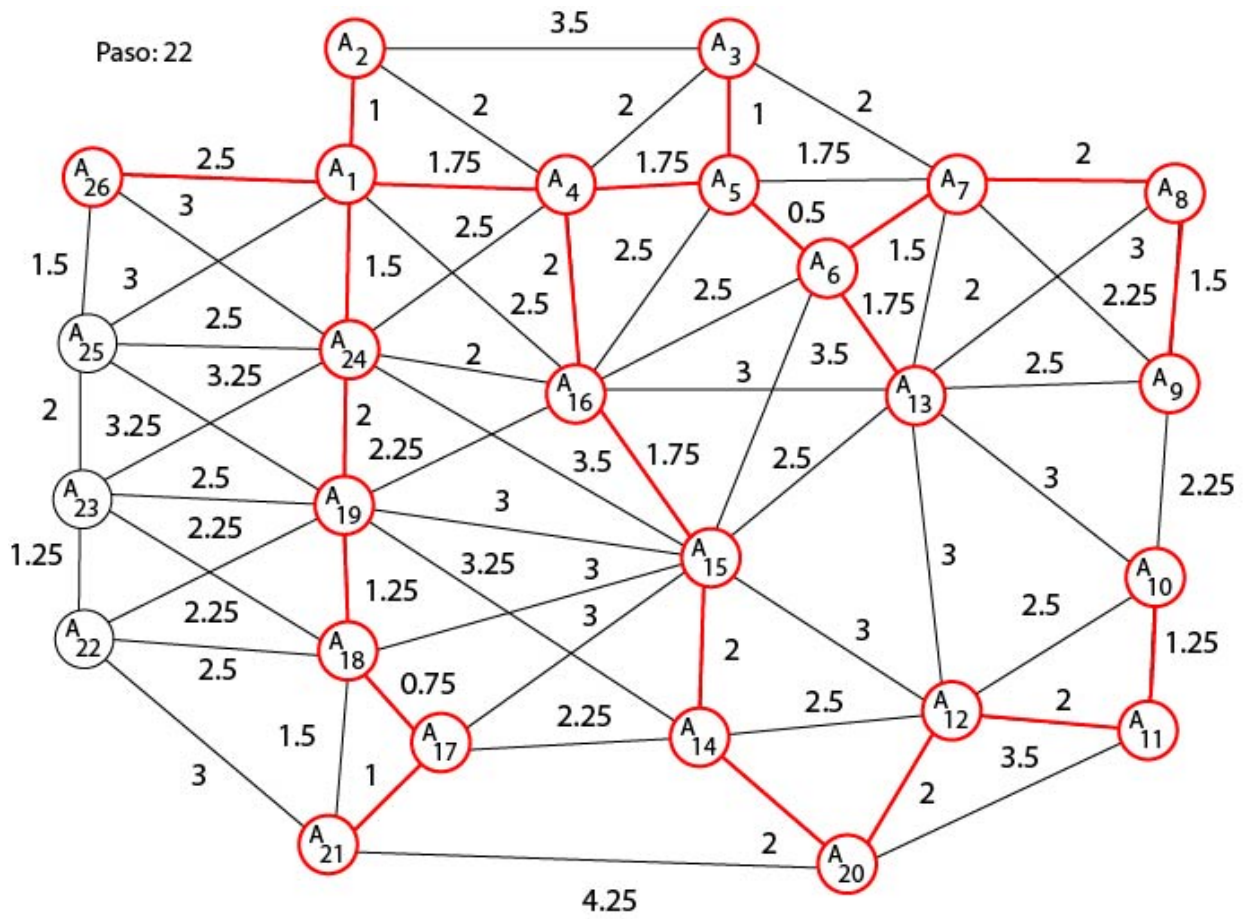


Figura 45. Paso 22 del algoritmo de Prim

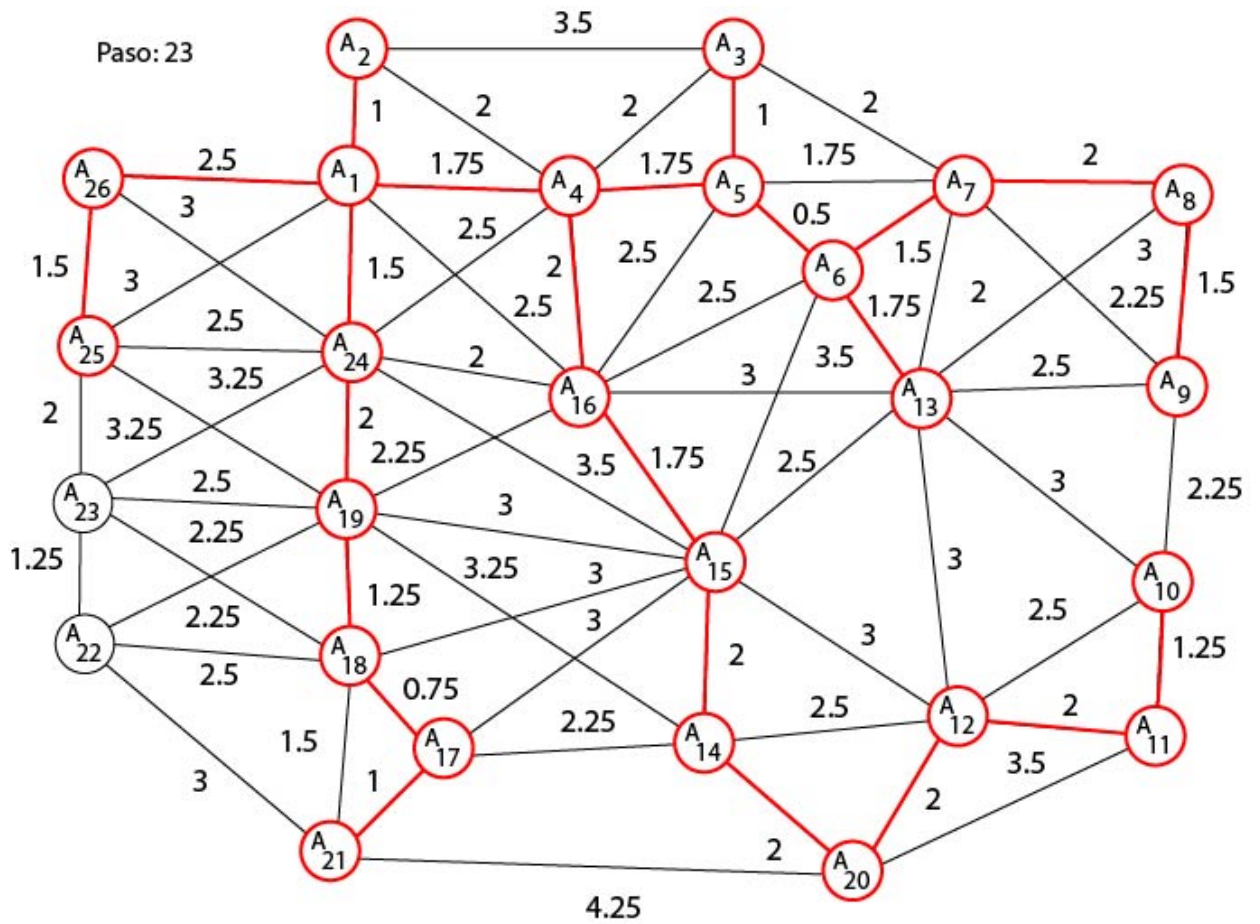


Figura 46. Paso 23 del algoritmo de Prim





El árbol de expansión mínima generado es de la forma siguiente:

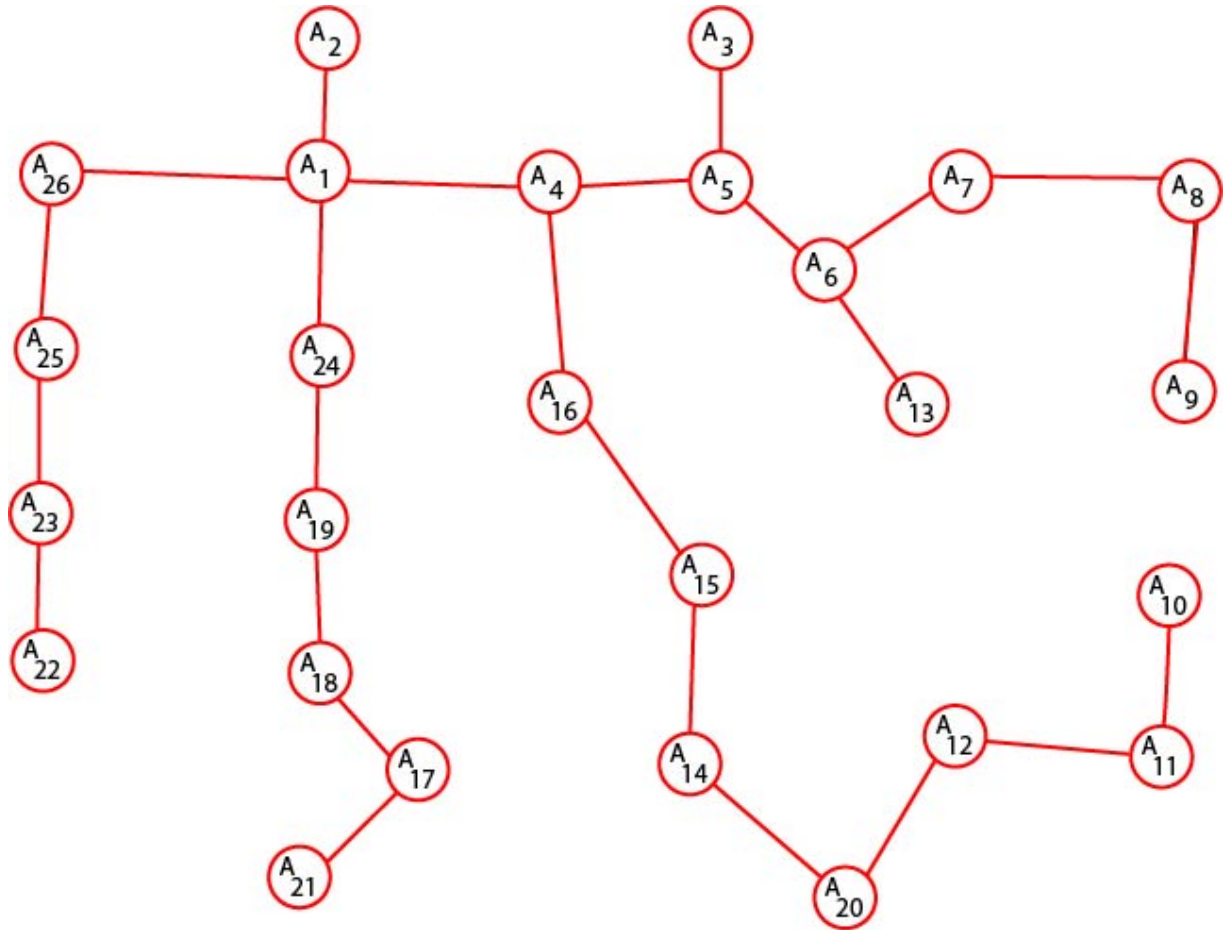


Figura 49. Árbol de expansión mínima de la red eléctrica

A continuación, en la figura 50, mostramos el tipo de red eléctrica en el plano de la vivienda

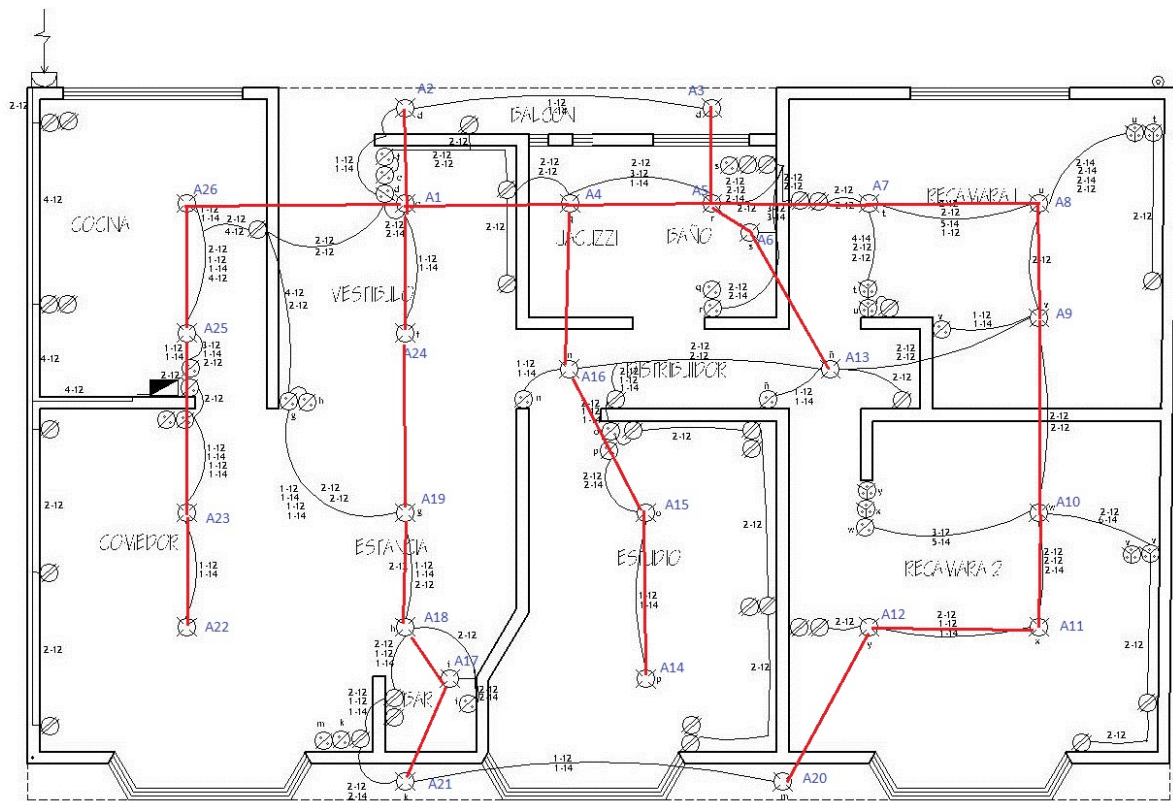


Figura 50. Plano de vivienda con red eléctrica óptima

### INTERPRETACIÓN:

Cuando se aplica el algoritmo de Prim a partir de una arista, se agregan las aristas en los siguientes órdenes.

{A1,A2}, {A1,A4}, {A4,A5}, {A5,A6}, {A5,A3}, {A6,A7}, {A1,A24}, {A6,A13},  
 {A7,A8}, {A8,A9}, {A24,A19}, {A19,A18}, {A18,A17}, {A17,A21}, {A4,A16},  
 {A16,A15}, {A15,A14}, {A14,A20}, {A20,A12}, {A12,A11}, {A11,A10}, {A1,A26},  
 {A26,A25}, {A25,A23}, {A23,A22}

Asimismo, el árbol pasa por las arista {A8,A9}, {A10,A11}, {A14,A15}, {A22,A23} y {A1,A24}, las cuales son obligatorias, como se explicó inicialmente. La longitud mínima es de 39.5 metros. Mientras que en la distribución inicial se tiene una longitud de 50.75 m.

A continuación, presentamos el cuadro comparativo de costos entre la distribución dada por el plano original y aplicando árboles de expansión mínima por el algoritmo de Prim.

Tabla 6. Comparación de costos del caso II

Cuadro comparativo		
tipo	Longitud de la red m	Costo S/
Sin uso de árboles de expansión mínima	50,75	329,875
Usando árboles de expansión mínima	39,5	256,75

### CASO III

En cuanto al plano de distribución eléctrica del pabellón de las aulas comunes de la ciudad Universitaria – UNASAM, cabe mencionar que dicha distribución en cada aula es igual, generándose una red simétrica (iguales distancias). Por ende el árbol generado será la misma que se encuentra en el plano. Es decir, ya se tiene un árbol mínimo. Ver anexo I

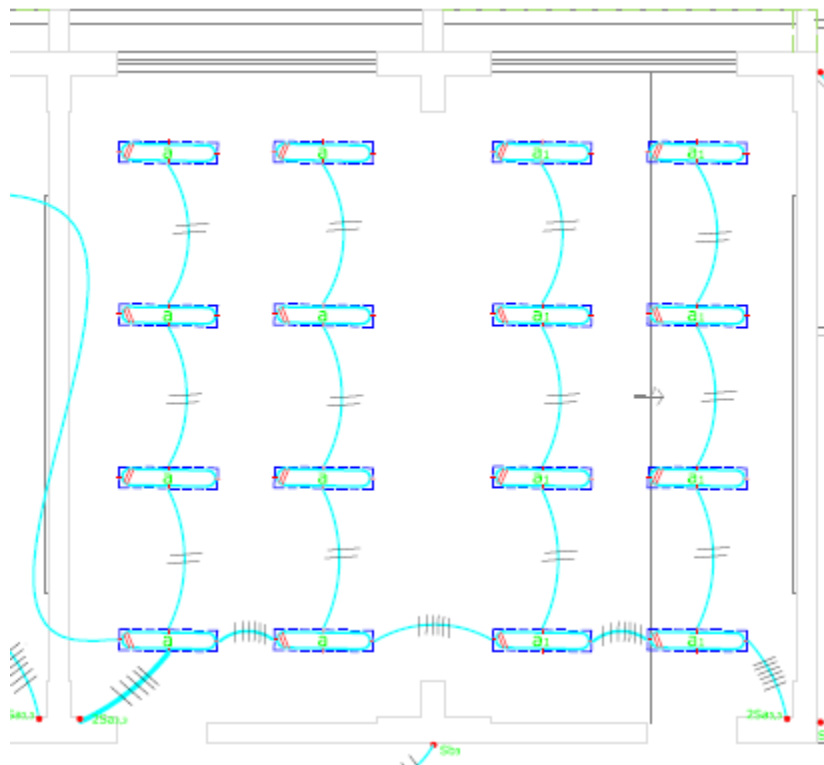


Figura 51. Plano de aula de Aulas Comunes - UNASAM

## V. CONCLUSIONES

1. Como se puede observar en los dos ejemplos realizados, sobre la distribución de redes eléctricas, es posible generar un grafo ponderado no dirigido de ciertas instalaciones eléctricas, teniendo a los puntos de luz como vértices y a las conexiones entre ellos como aristas, y a partir de ella encontrar un árbol de expansión mínima (longitud mínima) el cual reduce los costos de instalación en la distribución de la red eléctrica, ya que dichos costos dependen de la longitud de la red eléctrica, como se puede observar al final de los resultados obtenidos en el caso II.
2. Se determinó el costo de instalación de una red eléctrica, el cual es la suma de un costo fijo, el cual viene a hacer la mano de obra y el precio de la caja de los puntos de luz, más el costo variable que viene a ser el costo de los materiales (cabe de luz y tubo de luz). Ver tabla 5 y 6.
3. Con los puntos de luz dados en el plano, a partir de una distribución inicial de la red eléctrica, se generó otras posibles conexiones entre estos puntos de luz, de esta manera se generó un grafo no dirigido el cual posee una gran variedad de posibles árboles.
4. Para encontrar un árbol de expansión mínima (de mínima distancia) se aplicó el algoritmo de Prim, el cual por sus características, como se muestra en el ítem 2.18.2, es adecuado para el modelo que se propone, y el cual dio resultado en el modelo.
5. Como se puede observar en el anexo, sobre el caso III, en los planos del pabellón de aulas comunes de la UNASAM, se observa una distribución de red eléctrica uniforme, es decir la distancia entre puntos de luz (nodos) iguales, además las

aulas son idéntica y por ende el algoritmo de Prim no sería necesario aplicarlo. Sugiriendo que el presente algoritmo sea usado en ambientes con diferentes tipos de uso.

## VI. RECOMENDACIONES

En el trabajo de investigación solo se ha considerado la distribución de redes eléctricas de luminarias ubicadas en los techos, es posible también hacer un estudio de otras redes de distribución presentes en los planos de una edificación familiar, como es redes de cable, de internet u otro. Además se recomienda contrastar los resultados con los especialistas en el tema para dar sus apreciaciones, pues los resultados obtenidos en este trabajo no fueron presentados a los que elaboraron los planos. Asimismo, se sugiere aplicar el algoritmo de Kruskal en el presente trabajo y comparar con los resultados que se obtuvieron e implementar un software para la distribución de redes eléctricas.

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

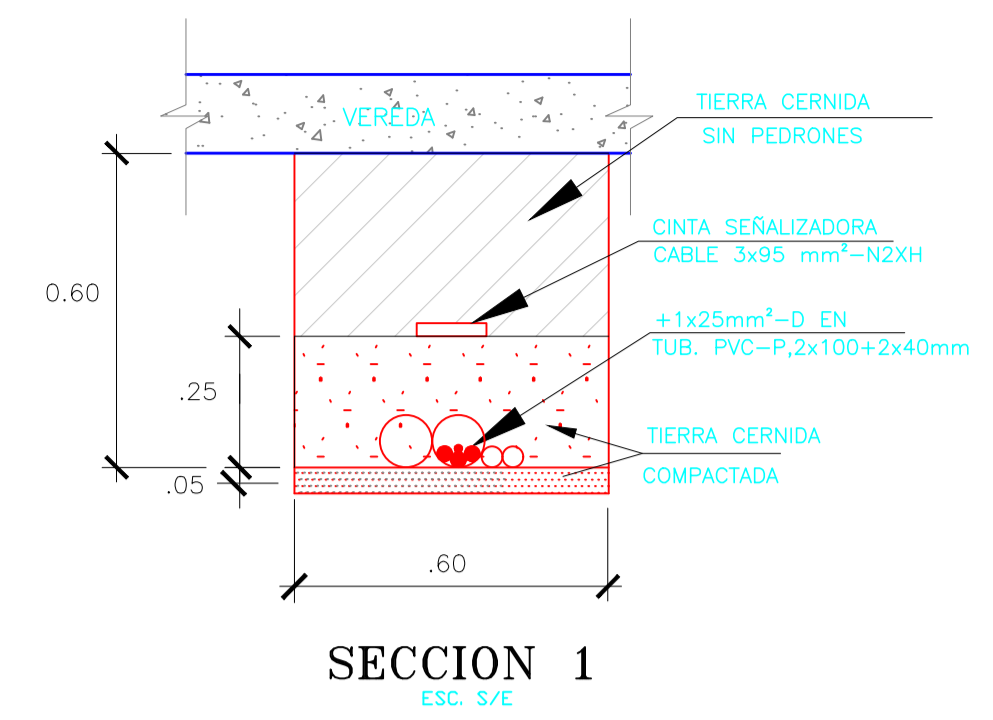
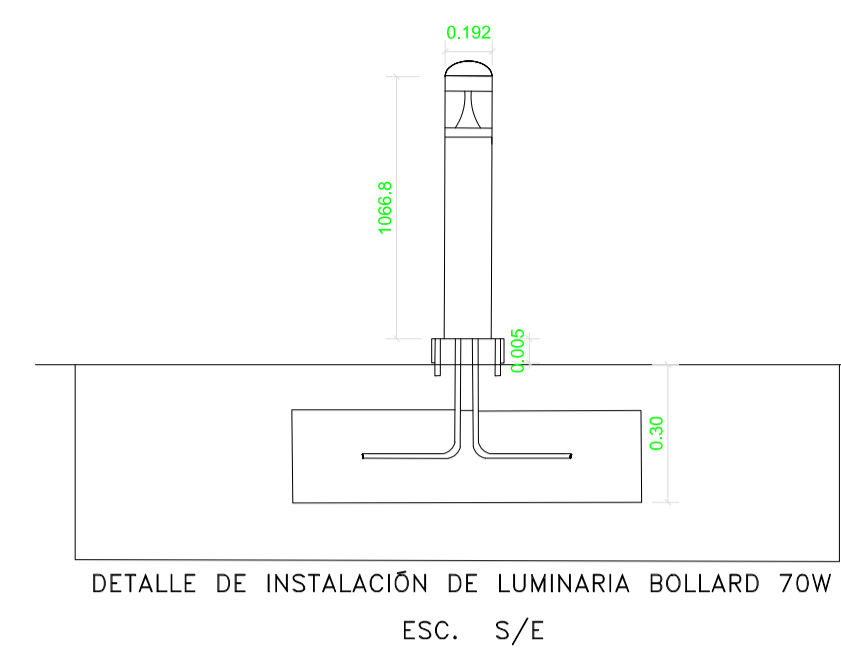
- ANAUT D., DI MAURO G., MESCHINO G. Y SUÁREZ J. (2009). *Optimización de Redes Eléctricas Mediante la Aplicación de Algoritmos Genéticos. Información tecnológica.* 20(4). 137-148.
- ARCINIEGA M., AYALA N., INGA E.(2016), *Optimización de una red para una casa inteligente basada en IEEE 802.15.4g para una infraestructura de medición avanzada. Revista RIDTEC.* 12(2). 80-88.
- BARBOLLA, R. & CERDÁ, E. (2001). *Optimización Cuestiones, Ejercicios y aplicaciones a la Economía. España: Editorial Prentice Hall.*
- BAZARAA & MOKHTAR S. (1999). *Programación Lineal y Flujo de Redes. México: Editorial Limusa.*
- DIESTEL, R. (2015). *Graph Theory. New York: Editorial Springer.*
- ENRIQUEZ, H. (1996). *El ABC de las Instalaciones Eléctricas Industriales. México: Editorial Limusa.*
- HAMDY, T. (2014). *Investigación de operaciones. México: Editorial Prince Hall.*
- MICHA, E. (2003). *Matemáticas Discretas. México: Editorial Limusa.*
- MINISTERIO DE VIVIENDA(2014). *Reglamento Nacional de edificaciones. Recuperado de <http://www.urbanistasperu.org/rne/pdf/Reglamento%20Nacional%20de%20Edificaciones.pdf>*
- PÉREZ, J. y MERINO, M. (2010). *Definición de algoritmo. New York, EU.: Definición. de. Recuperado de <https://definicion.de/algoritmo/>*
- PRAWDA & WITENBERG J. (1987) *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones. México: Editorial Limusa.*

SUSSANA, S. (2011). *Matemática discreta con aplicaciones*. Mexico: Cengage Learning.

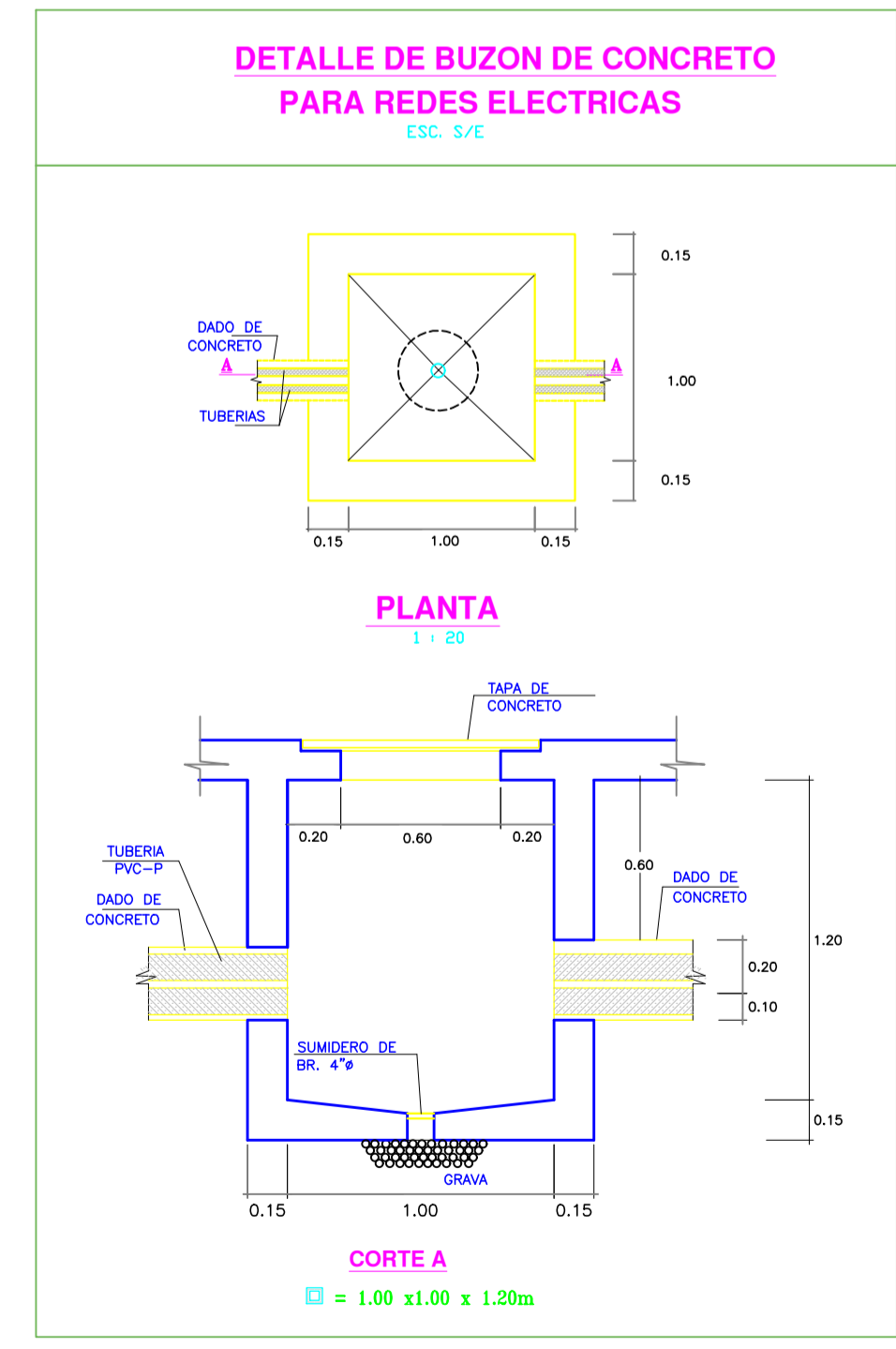
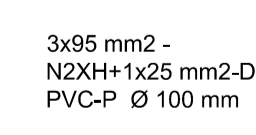
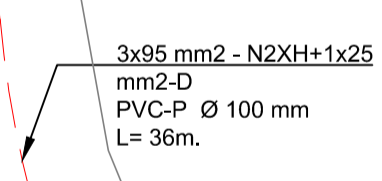
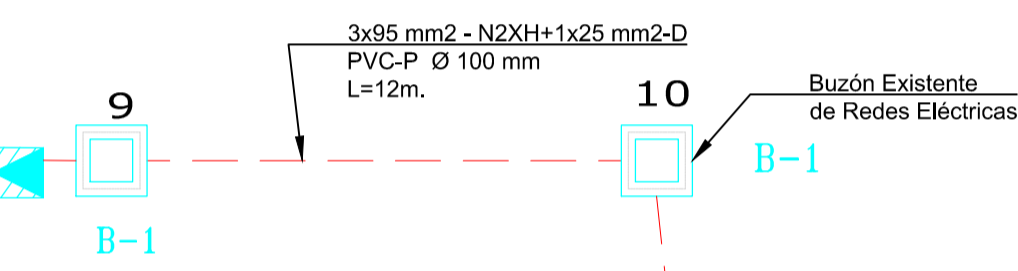
VÉLEZ V., HINCAPIÉ R., Y GALLEGO R. (2014). *Algoritmo de búsqueda tabú especializado aplicado al diseño de redes secundarias de energía eléctrica*. *Revista EIA*. Vol 11 (21). 33-39.

VILLALPANDO B. Y GARCÍA A. (2014). *Matemáticas Discretas: Aplicaciones y Ejercicios*. Recuperado de <https://books.google.com.pe/>

# **ANEXOS**



S.E. N°04 (EXIST.)



Planta: DISTRIBUCION 1° PISO  
ESCALA 1/100



**FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN DE TESIS Y TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN,  
PARA OPTAR GRADOS ACADÉMICOS Y TÍTULOS PROFESIONALES EN EL  
REPOSITORIO INSTITUCIONAL DIGITAL - UNASAM**

Conforme al Reglamento del Repositorio Nacional de Trabajos de Investigación – RENATI.  
Resolución del Consejo Directivo de SUNEDU N° 033-2016-SUNEDU/CD

**1. Datos del Autor:**

Apellidos y Nombres: AQUINO DOMINGUEZ JOSSELY RICHARD

Código de alumno: 01.01176.N.AO

Teléfono: 945280760

Correo electrónico: [richard.aquino.dominguez@hotmail.com](mailto:richard.aquino.dominguez@hotmail.com) DNI o Extranjería: 41698484

**2. Modalidad de trabajo de investigación:**

- Trabajo de investigación  Trabajo académico  
 Trabajo de suficiencia profesional  Tesis

**3. Título profesional o grado académico:**

- Bachiller  Título  Segunda especialidad  
 Licenciado  Magister  Doctor

**4. Título del trabajo de investigación:**

REDUCCIÓN DE COSTOS EN LAS INSTALACIONES DE REDES ELÉCTRICAS USANDO ÁRBOLES DE  
EXPANSIÓN MÍNIMA EN UNA EDIFICACIÓN DE LA REGIÓN ÁNCASH – 2018

**5. Facultad de:** CIENCIAS

**6. Escuela, Carrera o Programa:** MATEMÁTICA

**7. Asesor:**

Apellidos y Nombres: M.Sc. RODRÍGUEZ SABINO VLADIMIR GIOVANNI Teléfono: 961082526

Correo electrónico: [rodrimat@gmail.com](mailto:rodrimat@gmail.com) DNI o Extranjería: 40223139

A través de este medio autorizo a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, publicar el trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional Digital, Repositorio Nacional Digital de Acceso Libre (ALICIA) y el Registro Nacional de Trabajos de Investigación (RENATI).

Asimismo, por la presente dejo constancia que los documentos entregados a la UNASAM, versión impresa y digital, son las versiones finales del trabajo sustentado y aprobado por el jurado y son de autoría del suscrito en estricto respeto de la legislación en materia de propiedad intelectual.

**Firma:**

**D.N.I.:** 41698484

**FECHA:** 14 / 09 / 2018