

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
"SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"**

**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA  
COMUNICACIÓN**

**ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN  
ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA E INFORMÁTICA**

**INFLUENCIA DEL USO DE LA REGLA Y EL COMPAS EN EL  
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS ALUMNOS DEL SEGUNDO  
GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA "SEÑOR DE LA SOLEDAD - HUARAZ"**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO  
EN EDUCACIÓN**

**PRESENTADO POR:**

**DOMÍNGUEZ RIVERA, ALEJANDRO GLICERIO  
ROMERO AGUILAR, ERICK VICTORINO**

**ASESOR:**

**Dra. DANY MARITZA PAREDES A YRAC**

**HUARAZ - PERÚ  
2014**



## ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

Los Miembros del Jurado de Sustentación de Tesis del Programa de Titulación a través de Tesis Guiada, que suscriben, se reunieron en acto Público en la sede de la Facultad de Ciencias Sociales, Educación y de la Comunicación de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" para calificar la Tesis presentada por los Bachilleres:

Nombres y Apellidos	Especialidad
Erick Victorino ROMERO AGUILAR	Matemática e Informática
Alejandro Glicerio DOMÍNGUEZ RIVERA	

TÍTULO DE LA TESIS:

**"El uso de la Regla y el Compás en el aprendizaje de la Geometría en los alumnos del segundo grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 'Señor de la Soledad' - Huaraz".**

Después de haber escuchado la sustentación y las respuestas a las preguntas formuladas, los declararon APTOS para optar el Título de Licenciados en Educación.


Con el calificativo de (14) CATORCE al Bach. Erick Victorino ROMERO AGUILAR

Con el calificativo de (14) CATORCE al Bach. Alejandro Glicerio DOMÍNGUEZ RIVERA


En consecuencia, los sustentantes adquieren el derecho a que se le confiera el Título de Licenciados en Educación, con mención a su especialidad, que otorga el Consejo Universitario de la UNASAM de conformidad con las Normas Estatutarias y la Ley Universitaria en vigencia.

Huaraz, 19 de diciembre de 2014



  
Mag. Laura Nivia Vargas  
Presidenta



  
Dra. Dany Paredes Ayrac  
Vocal



  
Mag. César Brito Mallqui  
Secretario

## **DEDICATORIA**

A nuestro Padre Celestial Dios por permitirnos culminar este trabajo satisfactoriamente.

A nuestros Padres por ser el paradigma de nuestra realización profesional evocándonos con su apoyo ilimitado, cariño y compromiso con la causa familiar.

A nuestro profesor, Moisés Huerta Rosales, quien clase a clase con su paciencia y dedicación nos inspirarán más para formarnos como educadores.

## **AGRADECIMIENTOS**

Nos resulta imposible resumir en tan cortas líneas nuestros sentimientos de agradecimiento hacia las personas que participaron directa o indirectamente en la consecución de la presente tesis. Sirvan estas líneas para expresar nuestra gratitud a:

Dios en primer lugar, porque de nos da la vida y nos ayuda a vivirla a cada momento.

A nuestra asesora Dra. Dany Paredes Ayrac, por su paciencia, comprensión y entrega a lo largo del proceso de la elaboración de esta investigación.

A la licenciada Lucero Solís Angélica, por su comprensión y apoyo en la realización de las clases experimentales y a los alumnos del segundo grado de educación secundaria por tu participación en las clases de geometría de la Institución Educativa “Señor de la soledad” - Huaraz

## RESUMEN

El propósito de la investigación fue evaluar la influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del Segundo Grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Señor de la Soledad” - Huaraz, el problema planteado fue: ¿Cómo influye el uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del Segundo Grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Señor de la Soledad” - Huaraz?, al que correspondió como hipótesis: Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Señor de la soledad” - Huaraz. La metodología empleada es de investigación científica aplicada, de nivel causal explicativo y cuasi experimental con diseño de pre prueba y post prueba. Se consideró como población de estudio a 130 alumnos del segundo grado de Educación Secundaria de los cuales se tomó como muestra a 30 alumnos para el grupo experimental y 29 alumnos para el grupo control. Luego del análisis de los resultados obtenidos se llegó a la conclusión fundamental: El uso eficiente de la regla y el compás mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Señor de la Soledad”- Huaraz.

Para la recolección de información se emplearon técnicas e instrumentos estadísticos, se aplicaron una prueba de Pre Test y Post Test a ambos grupos, se realizó una encuesta de opinión respecto al uso de la regla y el compás a los alumnos del grupo experimental.

**Palabras clave:** Trazos con regla y compás, motivación, experimentación, razonamiento, demostración, comunicación matemática, resolución de problemas.

## ABSTRACT

The purpose of the research was to evaluate the influence of using ruler and compass in learning geometry in Second Grade students of secondary schools in School "Lord of Solitude" - Huaraz, the problem posed was: How does the use of the rule and compass in learning geometry in Second Grade students of secondary schools in school "Lord of Solitude" - Huaraz ?, which accounted hypothesis: If used efficiently ruler and compass then significantly improves the learning of geometry in the second graders of secondary education in the school "Lord of Solitude" - Huaraz. The methodology is applied scientific, explanatory causal level and quasi-experimental design with pretest and posttest. It was considered as study population 130 second graders of high school which it was sampled 30 students for the experimental group and 29 students in the control group. After analyzing the results it came to the basic conclusion: The efficient use of ruler and compass significantly improves learning of geometry in the second graders of secondary education in the School "Lord of Solitude" - Huaraz, because it significantly facilitates the development of the capacities of reasoning and proof, mathematical communication and troubleshooting geometry.

For data collection techniques and statistical tools were used, proof of Pre and Post Test Test both groups were applied, an opinion poll was conducted on the use of the ruler and compass to students in the experimental group.

Keywords: Strokes ruler and compass, motivation, experimentation, reasoning, proof, mathematical communication, problem solving.

## SUMARIO

### CAPÍTULO I: PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. El problema de investigación.....	08
1.1.1. Planteamiento del problema.....	08
1.1. 2. Formulación de problemas.....	10
• Problema general.....	10
• Problemas específicos.....	10
1.2. Objetivos de la investigación.....	10
1.2.1. Objetivo general.....	10
1.2.2. Objetivos específicos.....	10
1.3. Justificación de la investigación.....	11
1.4 Hipótesis.....	12
1.4.1 Hipótesis General.....	12
1.4.2 Hipótesis Específicas.....	12
1.4.3. Clasificación de Variables.....	12
1.4.4. Operacionalizacion de variables.....	14
1.5. Metodología de la Investigación.....	15
1.5.1. Tipo de Estudio.....	16
1.5.2. El Diseño de la Investigación.....	16
1.5.3. Población y Muestra .....	17
1.5.4. Técnicas e Instrumentos de recolección de Datos.....	17
1.5.5. Técnicas de Análisis y prueba de hipótesis.....	17

## **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN**

2.1. Antecedentes de la investigación.....	19
2. 2. Bases Teóricas.....	21
2.2.1. Materiales y recursos.....	21
2.2.1.1. Clasificación de materiales y recursos.....	22
2.2.1.2. Definición de la regla y el compás.....	24
2.2.1.3. Características de la regla y el compás.....	24
2.2.1.4. Historia del uso de la regla y el compás.....	25
2.2.2. La Geometría.....	27
2.2.2.1. Breve reseña histórica de la geometría.....	27
2.2.2.2. La geometría en el ámbito escolar.....	28
2.2.2.3. Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.....	34
2.2.2.3.1 Aprendizaje de la Geometría.....	36
2.2.2.4. Tareas en la enseñanza de la Geometría.....	40
• Tareas de conceptualización.....	40
• Tareas de investigación.....	41
• Tareas de demostración.....	41
2.2.2.5. Habilidades por desarrollar en la clase de Geometría.....	42
• Habilidades visuales.....	42
• Habilidades de comunicación.....	44
• Habilidades de dibujo.....	45
• Habilidades de razonamiento.....	46
• Habilidades de aplicación y transferencia.....	47
2.2.2.6. Resolución de problemas en la Geometría.....	48

2.2.3. Relación de Variables.....	50
2.2.3.1. Construcciones con la regla y el compás en la geometría.....	50
2.2.3.2. Algunos problemas gráficos.....	52
2.3 Definición de Conceptual.....	57

### **CAPÍTULO III: RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

3.1. Descripción del trabajo de campo.....	60
3.2. Presentación de resultados y prueba de hipótesis.....	62
3.3. Discusión de resultados .....	89
3.4. Adopción de decisiones.....	91

### **CONCLUSIONES**

### **RECOMENDACIONES**

### **ANEXOS**

## CAPÍTULO I

### PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1. Problema de la investigación

##### 1.1.1. Planteamiento del problema

La labor de enseñanza requiere que el docente esté capacitado en el manejo de medios y materiales didácticos acordes con la realidad, de manera tal que su labor e interacción con los alumnos sea beneficiosa y favorable. Pero en nuestro entorno la práctica de enseñanza carece de la aplicación de metodologías efectivas y como resultado se logra bajos niveles de aprendizaje.

La mayoría de los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa. “Señor de la Soledad”-Huaraz, que en adelante será “ I.E Señor de la Soledad” - Huaraz , muestran bajo rendimiento en el área de matemática, específicamente en el desarrollo de la competencia de geometría y medición, porque tienen dificultades en vincular los aprendizajes previos con los nuevos conocimientos, no logran las capacidades esperadas en razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas; suponemos que es por una escasa motivación, débil presentación de los contenidos y escasa aplicación de lo teórico en la práctica, porque las clases se imparten solo de manera tradicional expositiva que consiste en: primero la teoría, luego los ejemplos y finalmente los ejercicios repetitivos y descontextualizados propiciando una escasa participación de los alumnos, sin tener en cuenta la importancia del uso de materiales didácticos tales como la regla y el compás en el desarrollo de las

clases de geometría facilitando la imaginación, visualización, razonamiento y demostración, comunicación, reto, controversia, experimentación. En otras palabras se orienta hacia un aprendizaje repetitivo cuya finalidad es solamente avanzar y cumplir con la sesión de aprendizaje programadas sin considerar las dificultades de los educandos, que en su mayoría sólo memorizan la información sin comprender su significado real de los contenidos y no desarrollan su propio aprendizaje a partir de su participación.

De persistir este problema en el que el docente siga desarrollando las clases de geometría sin usar los materiales didácticos tales como la regla y el compás, los alumnos del segundo grado de educación secundaria tendrán dificultades en el aprendizaje de geometría y como consecuencia de ello tendremos el problema de desinterés, bajo rendimiento, fobia a la matemática, deserción escolar, limitada posibilidad de continuar los estudios superiores como técnicas y de ingeniería, perdiéndose así la oportunidad de contar con ciudadanos que aporten al desarrollo de nuestra región y a nuestro país.

En tal sentido y con el afán de contribuir a la mejora del nivel de aprendizaje, es indispensable para los docentes de matemática conocer la influencia del uso de regla y compás en el aprendizaje de la geometría, así mismo analizar su función motivadora, representativa y experimental para desarrollar las capacidades de razonamiento y demostración, comunicación matemática y la resolución de problemas de geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria.

### **1.1.2. Formulación de problemas**

- **Problema general**

¿Cómo influye el uso de la regla y el compas en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E “señor de la soledad” - Huaraz?

- **Problemas específicos**

¿Cómo influye la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría?

¿Qué efectos tiene la presentación con la regla y el compás en la capacidad de comunicación matemática en la geometría?

¿Cuál es la influencia de la experimentación en la capacidad de resolución de problemas de la geometría?

### **1.2. Objetivos de la investigación**

#### **1.2.1. Objetivo general**

Evaluar la influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E “Señor de la Soledad” - Huaraz

#### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Demostrar la influencia de la motivación en la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.
- Explicar los efectos de la presentación con la regla y el compás en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.

- Determinar la influencia de la experimentación en la capacidad de resolución de problemas de la geometría.

### **1.3 Justificación de la investigación**

El presente trabajo de investigación se realiza porque se encontró un problema educativo en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de la I.E. “Señor de la Soledad” – Huaraz, debido al escaso uso de materiales educativos y la aplicación de metodologías efectivas en el proceso de enseñanza.

Esta investigación adquiere importancia en la medida que nos ayuda a evaluar la influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” - Huaraz.

Esta investigación será de utilidad cuando los principales actores del proceso de enseñanza-aprendizaje tales como los docentes, directores de instituciones educativas, padres de familia asuman en lo posible los resultados y conclusiones del presente trabajo de investigación. Los docentes de matemática adopten como indispensable el uso de materiales educativos y consideren la influencia poderosa en el aprendizaje, los padres de familia por su parte incluyan en la lista de compras de útiles escolares.

Igualmente los resultados de la investigación y su respectiva generalización, servirán como referencia bibliográfica sobre las variables investigadas y facilitando a otros investigadores para que solucionen problemas similares en otros grados de educación secundaria y otros centros educativos.

## **1.4. Hipótesis**

### **1.4.1 Hipótesis general**

- Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejorara significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E “Señor de la soledad” – Huaraz.

### **1.4.2 Hipótesis Específicas**

- la motivación influye significativamente en la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.
- La presentación con la regla y el compás incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.
- La experimentación influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de la geometría.

### **1.4.3. Clasificación de Variables**

#### **1.4.3.1. Variable independiente**

Uso de la regla y el compas

#### **Indicadores**

- Demuestra interés favorable por la geometría.
- Participa activamente en las sesiones de aprendizaje.
- Mantiene atención permanente en la clase.
- Asimila conceptos de geometría con facilidad.
- Demuestra habilidades de manipulación de materiales.
- Aplica estrategias y procedimientos para realizar trazos geométricos.

### **1.4.3.2. Variable dependiente**

Aprendizaje de la geometría

#### **Indicadores:**

- Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.
- Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.
- Grafica líneas y puntos notables en un triángulo.
- Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.
- Resuelve problemas de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.
- Resuelve problemas de líneas notables de un polígono regular.

### **1.4.4. Operacionalización de Variables**

### OPERACIONALIZACION DE VARIABLES

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES
Uso de la regla y el compás	“El programa oficial de secundaria contempla las siguientes construcciones con la regla y el compás: la construcción de ángulos congruentes, construcción de la bisectriz de un ángulo, bisección de un segmento, mediatriz de un segmento, triángulo rectángulo, triángulo equilátero, y las construcciones de las rectas notables y puntos de intersección de éstas en un triángulo (Díaz N., 2000).	Motivación Presentación Experimentación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demuestra interés favorable por la geometría.</li> <li>• Participa activamente en las sesiones de aprendizaje.</li> <li>• Mantiene atención permanente en la clase.</li> <li>• Asimila conceptos de geometría con facilidad.</li> <li>• Demuestra habilidades de manipulación de materiales.</li> <li>• Aplica estrategias y procedimientos para realizar trazos geométricos.</li> </ul>
Aprendizaje de la Geometría	“Solo los conceptos que son construidos por los propios niños son conocimientos realmente operativos, permanentes, generalizables a contextos diferentes del aprendizaje. Por el contrario, los conocimientos que simplemente transmitimos a los alumnos, pero que no son construidos por ellos mismos, no quedan integrados en sus estructuras lógicas y, en consecuencia, solo pueden ser aplicados en condiciones muy similares a las iniciales del aprendizaje” (Martínez, 1989)	Razonamiento y Demostración Comunicación Matemática Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.</li> <li>• Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.</li> <li>• Grafica líneas y puntos notables en un triángulo.</li> <li>• Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.</li> <li>• Resuelve problemas de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.</li> <li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.</li> </ul>

## **1.5. Metodología de la Investigación:**

### **1.5.1. Tipo de Estudio**

El presente trabajo de investigación es de tipo causal-explicativo, pues busca someter a comprobación el uso de la regla y el compás y su influencia en el aprendizaje de la geometría. Además busca explicar la relación casual que se da entre dos variables.

### **1.5.2. Métodos**

#### **Método inductivo**

Éste método inductivo parte de casos particulares para llegar a conclusiones generales, utilizando la observación directa de los hechos y el estudio de las relaciones que existen entre los elementos de un fenómeno, teniendo como fundamento la experiencia.

#### **Método deductivo**

A través del método deductivo se partirá de datos o proposiciones generales aceptadas como válidos y por medio del razonamiento lógico se deberá deducir proposiciones particulares y conclusiones verdaderas.

#### **Método analítico**

Se distinguen los elementos de un fenómeno y se procede a revisar ordenadamente cada uno de ellos por separado.

Consiste en la extracción de las partes de un todo, con el objeto de estudiarlas por separado, para ver, por ejemplo las relaciones entre las

mismas. Estas operaciones no existen independientes una de la otra; el análisis de un objeto se realiza a partir de la relación que existe entre los elementos que conforman dicho objeto como un todo; y a su vez, la síntesis se produce sobre la base de los resultados previos del análisis.

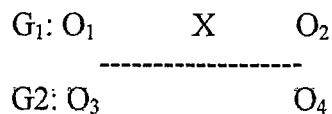
### **Método estadístico**

Este método se utiliza para poder realizar operaciones y trabajar con datos aplicando la estadística. Luego se muestran los resultados en tablas y gráficos. Finalmente se realizan interpretaciones y conclusiones.

#### **1.5.2. El Diseño de la Investigación**

El diseño de la investigación es Cuasi experimental, diseño de grupo de control no equivalente: este diseño es el más empleado, para lo cual se requiere de dos grupos,  $\bar{G}1$  y  $\bar{G}2$ ; para luego someter a una prueba de entrada  $O1$  y  $O3$ , se aplica la variable de estudio al grupo experimental y se toma las pruebas de salida  $O2$  y  $O4$  a ambos grupos.

El esquema es el siguiente:



Dónde:

X: Variable Independiente

$\bar{G}1$ : Grupo Experimental

G2: Grupo Control

$O_1, O_3$ : Prueba de entrada pre test

$O_2, O_4$ : Prueba de salida post test

### **1.5.3. Población y Muestra**

#### **Población**

Conformada por 130 alumnos del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa Señor de la Soledad – Huaraz:

#### **Muestra**

Las secciones A y B del segundo grado de educación secundaria conformado por 59 alumnos en total. Se seleccionó al azar el grupo control y el grupo experimental.

#### **Grupo Control**

29 alumnos del segundo grado “B” de educación secundaria

#### **Grupo Experimental**

30 alumnos del segundo grado “A” de educación secundaria

#### **Tipo de Muestra**

Se empleó la muestra Intencional

### **1.5.4 Técnicas e Instrumentos de recolección de Datos**

- Para llevar a cabo la investigación se elaboró:
- Pre-test y Post test para ambos grupos
- Encuestas de opinión sobre el uso de la regla y el compás

### **1.5.5. Técnicas de Análisis y Prueba de Hipótesis**

El procesamiento y análisis de datos se realizó a través de los siguientes procedimientos:

- Uso de la estadística, que nos permite conocer el promedio, la mediana y la moda de los resultados del pre-test y pos-test, con un nivel de confianza al 95 % y un margen de error del 5 %.
- Ordenación de la información.
- Selección de la información.
- Desarrollo de clases experimentales.
- Presentación de los resultados mediante cuadros y gráficos.
- Diagramación y análisis de los resultados.
- Contrastación y validación de la hipótesis, se aplica la prueba T de student.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 2.1. Antecedentes de la investigación

- Castellanos, E (2010). Visualización y Razonamiento en las Construcciones Geométricas Utilizando el Software Geogebra con alumnos del segundo ciclo del Magisterio. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Concluye que: Los resultados evidencian que los alumnos al finalizar la investigación lograron adquirir las principales funciones del razonamiento: Entender que es lo que se plantea en cada situación problemática, explicar con orden y método esa situación planteada, convencerse de lo que se le ha planteado y como ha llegado a obtener dicha solución. Usó como metodología de investigación: cualitativo – cuantitativo.
- Valenzuela, M (2012). Uso de Materiales Didácticos Manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría - Un estudio sobre algunos colegios de Chile. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada Departamento de Didáctica de la Matemática. Concluye que: Los docentes encuestados sí conocen la mayor parte de los materiales manipulativos de los presentados en el cuestionario, lo que no supone una instrucción sobre el material o el uso de éste en el aula. Este hecho no influye en la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, ya que conocer el material no indica que mejore el aprendizaje del alumno. Sin embargo, este organizador es una herramienta útil y necesaria a la hora del diseño, planificación y evaluación de unidades didácticas de un docente. En síntesis, los materiales manipulativos forman parte del organizador del currículo denominado,

medios, materiales y recursos, la cual debe ser una herramienta presente en la formación de docentes, tanto en su formación inicial, como en su profesionalización. Cuando decimos que debe estar presente en la profesionalización de un docente, nos referimos a que también los colegios, como parte importante en la formación continua de sus docentes, debe prepararlos continuamente, reforzando, incentivando y procurando el uso de todos los organizadores del currículo, así como los contenidos que deben ser objeto de estudio de cada nivel. La Metodología de investigación usada es el Exploratorio-Descriptivo - No experimental.

- Manrique y Norberto (2011). Método de resolución de problemas en el aprendizaje significativo de la geometría en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. Virgen de las Mercedes – Jangas”. Tesis de Pre Grado. Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Concluye: El uso del Método de resolución de problemas mejora el aprendizaje significativo de la geometría ya que genera las condiciones necesarias para que el alumno muestre mayor interés y participación en el tema a desarrollar. Tuvo como metodología investigación aplicada, tipo causal – explicativo.

- En la investigación hecha por Francisco Cerda B (2006) “Estudiando los triángulos a través de su construcción con regla y compás”. Universidad Tecnológica de Bolívar, Colombia Concluye: a) Reconocen elementos básicos de los triángulos, y los utilizan adecuadamente para la reproducción y/o creación de triángulos, b) Distinguen los elementos que permiten caracterizar un triángulo, c) Utilizan la construcción de triángulos para reproducir polígonos. La metodología usada es: Descriptivo-comparativo.

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. Materiales y recursos**

Para definir la noción de “materiales y recursos” tomamos como referentes algunos autores que definen esta idea.

Alsina, Burgués y Fortuny (1988), consideran sólo la noción de materiales, indicando que son todos los objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a describir, entender y consolidar conceptos matemáticos. Por otra parte, Hernán y Carrillo (1988), consideran las nociones de materiales y recursos, aunque admiten que los recursos contemplan los materiales. Por el contrario, Coriat (1997) hace una distinción entre ambas nociones, cuyo campo semántico está en constante interacción. En Carretero, Coriat y Nieto (1995) diferencian los recursos de los materiales didácticos, indicando que los recursos son todos aquellos materiales no diseñados específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, como la tiza, el pizarrón, papel, diapositivas, entre otros; en cambio, el material didáctico es diseñado con un fin educativo, aunque un buen material didáctico trasciende la intención original y se le puede dar otros usos. Por estas razones vemos que no hay un límite claro entre un material y un recurso.

Tomando como referente las definiciones anteriores en nuestro estudio consideramos que los materiales y recursos son: todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones.

### **2.2.1.1. Clasificación de materiales y recursos**

Hernández y Soriano (1999), Clasifican según los criterios:

a)- Material no estructurado, consideran los siguientes: Papel, cartulinas, varillas, plastilina, cuerdas, palillos, chapas, espejos, cajas y pinturas.

B)- Material estructurado, que a su vez distingue dos tipos, formal e informal. Dentro de los informales estarán diversos juegos, por ejemplo el juego de la escalera que ayuda a los niños a aprender los números, implicando así el concepto de medida; los cuadrados mágicos, que permiten operar con los números de forma manipulativa y ayuda a resolver problemas. Como material formal, cita las regletas, ábacos, figuras geométricas, balanzas, geo planos, cintas métricas y barajas. Todos estos materiales pueden ser contruidos por el alumno y/o el maestro”, (pág. 45).

De otra parte Alsina y Otros (1997) consideran que: “Las familias de materiales pueden ser:

a) Materiales dedicados a la comunicación audiovisual. La pizarra, las diapositivas, el cine, el retroproyector, los videos, entre otros, que permiten la exhibición de materiales didácticos: dibujos hechos con tiza, transparencias superpuestas, diapositivas, películas animadas, sonidos, explicaciones.

b) Materiales para dibujar. Aquí ubicamos los instrumentos de dibujo, así en esta edad el niño puede empezar a usar plantillas, reglas, compases, escuadras, transportador, cuerdas de jardinero. Estos instrumentos sirven para hacer dibujos de formas geométricas, resolver problemas gráficamente o entender conceptos que sin el uso de la figura sería muy difícil.

c) Materiales de medición. Aquí tenemos: reglas graduadas, compases, transportadores, metros, metros cuadrados, metros cúbicos, tienen como finalidad hacer medidas de todo tipo, actividad que corresponde a la Geometría métrica.

d) Materiales que son modelos. La utilización de modelos: Poliedros, polígonos, mosaicos y superficies, constituye una actividad interesante para concretar conceptos y profundizar propiedades. En la Educación Básica se recomienda la construcción de estos modelos, ya que la manipulación permite visualizar los elementos básicos que conforman el mismo.

e) Materiales para el descubrimiento de conceptos. A nivel elemental podemos usar papel cuadriculado, geo plano, cubo de Rubik, para descubrir el mundo de los polígonos y de los movimientos rígidos espaciales.

f) Otros materiales. Podemos destacar el Origami (plegado de papel) y el Tangram (rompecabezas en el plano a partir de un cuadrado y el espacio con cubos). Que pueden ser usados por sus valores lúdico-pedagógicos en la geometría, como son: desarrollo positivo de la creatividad del niño, desarrollo de la motricidad fina, habilidad para manejar y saber escoger los materiales adecuados para el trabajo, desarrollo de una actividad creativa y productiva”.

Por lo tanto la tarea de usar los recursos más apropiados recae en los maestros que han de utilizar de manera habitual materiales que posibiliten la manipulación, la representación, la visualización, el análisis, la creatividad, el juego. Todo aquello que permita una enseñanza experimental e

investigativa de las matemáticas, dando lugar a una clase amena, motivadora y de interés al alumno favoreciendo los aprendizajes de la geometría.

#### **2.2.1.2. Definiciones de la regla y el compas**

**Regla:** Para Espinoza S. (2005), la regla es "infinitamente larga" (es decir, puede prolongar una recta tanto como se quiera), carece de marcas que permitan medir con ella, y sólo tiene un borde, cosa insólita en las reglas mundanas (si tuviera, por ejemplo, dos bordes, permitiría trazar rectas paralelas). Puede usarse sólo con un fin modesto: trazar una recta entre dos puntos que ya existan en el papel, o bien prolongar (tanto como se desee, eso sí) una de esas rectas.

**Compas:** Para Cerda B, (2006), El compás puede trazar circunferencias de cualquier radio dado, pero a diferencia de la mayoría de compases reales, no tiene ninguna marca que permita repetir una abertura determinada. Sólo puede abrirse entre puntos que hayan sido previamente construidos, así que en realidad su única función es trazar una circunferencia, o parte de ella, con un centro predeterminado y un radio también determinado por un punto prefijado. Además, se trata de un compás "idealizado", que en cuanto deja de tocar el papel se cierra, perdiendo todo recuerdo del radio de la circunferencia que acaba de trazar.

#### **2.2.1.3. Características de la regla y el compas**

Butts T. (1980), nos dice: a) La regla ideal posee longitud infinita hacia ambas direcciones; se extiende tanto como sea necesario. Carecen de marcas que posibiliten la función secundaria de medir o trazar distancias. Y tiene un único borde (si tuviera dos bordes, permitiría trazar dos rectas paralelas).

Su función es trazar segmentos de rectas a partir de dos puntos conocidos y prolongar los segmentos ya existentes. b) El compás ideal o euclideo su característica principal recae en que se cierra al instante de separarse del papel, olvidando el último radio utilizado. Y esto impide repetir o reutilizar una abertura predeterminada entre sus puntas y trasladar distancias de manera directa (lo cual es muy sencillo con un compás moderno). Su función es trazar circunferencias y arcos de circunferencias con cualquier punto como centro y de cualquier radio.

Varilly J. (citado por Díaz, 2000) indica que: “La regla y el compás usados por Platón y Euclides difieren de los instrumentos modernos en dos aspectos importantes. En primer lugar, la regla no es una regla milimétrica, es decir, no posee calibraciones ni graduaciones de ningún tipo para cumplir la función secundaria de medir distancias: es simplemente un instrumento que permite trazar una línea recta entre dos puntos dados. En segundo lugar, el compás de Euclides puede trazar un círculo cuyo centro es un punto dado y que pasa por un segundo punto dado. El compás “moderno”, confeccionado de metal (con o sin un travesaño para mayor rigidez) permite fijar el radio antes de aplicar su punto al centro del círculo deseado: sin embargo esta distinción es de menor importancia, ya que las primeras tres proposiciones del libro I de Euclides establecen la equivalencia entre los dos tipos de compás”.

#### **2.2.1.4. Historia del uso de la regla y el compás**

A lo largo de la historia existieron muchos intentos para demostrar que todas las construcciones euclideas podían resolverse de manera precisa con

uno solo de los instrumentos ideales; o al menos probaron otras limitaciones.

El primer intento conocido perteneció a Abul Wafa al Buzdyani (1940-988), quien intento efectuar las construcciones a partir de una regla y un compás rígido.

Varios años después, esta idea fue retomada por Leonardo da Vinci (1452-1519) para intentar inscribir polígonos regulares en una circunferencia.

Y a partir de esto, su utilización se volvió algo común. Se lo empleó para resolver de manera sencilla los problemas que surgían al levantar edificaciones; dentro de los cuales se destacó la construcción del pentágono regular que aparecía con frecuencia en las fortificaciones.

Así, surgieron los trabajos de Nicola Fontana Tartaglia (1506-1557), Gevolamo Cardano (1501-1576), Gaudenzio Ferrari (1475-1546) y Giambattista Bennedetti (1530-1590). Aunque es necesario decir que todos le dieron un enfoque práctico y no se interesaron en explicar las razones por las cuales el compás rígido podía sustituir al euclideo.

Esta explicación llevo en 1673, cuando George Morh publicó su “Compendius Euclidis Curiosí”. En este aparece un tratamiento serio del tema y sienta las bases de que toda construcción puede realizarse de manera exclusiva con un compás. Lo cual sería demostrado sin dejar lugar a dudas en 1794 en la obra “Geometría del compás” de Mascherani (1750-1800).

Motivado por este trabajo, en 1822 Porcelet (1788-1867) propone que todas las construcciones euclideas planas podían realizarse con la regla únicamente, si se contaba además con una circunferencia concreta y su

centro. Esto fue demostrado en 1833 por Steiner (1796-1863), considerado el más grande geómetra de la época moderna. Así, el teorema conocido desde entonces como “de Porcelet-Steiner” demostró que no se puede prescindir totalmente del compás en la geometría euclídea, pero que una vez utilizado para trazar una circunferencia cualquiera, es posible dejarlo de lado y emplear únicamente la regla.

Finalmente, en el siglo xx se comprobó que solo hace falta la regla, el centro de la circunferencia y un arco de tamaño arbitrario de la misma para efectuar cualquier construcción.

## **2.2.2. La Geometría**

### **2.2.2.1. Breve reseña histórica de la geometría**

La geometría es una rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades de espacio como son: puntos, planos, rectas, polígonos, poliedros, curvas, superficies, etc. Sus orígenes se remontan a la solución de problemas concretos relativos a medidas.

Boyer (1968), afirma que los orígenes de la matemática, ya sea de la aritmética o de la geometría, serían necesariamente arriesgadas y conjeturales, ya que, en cualquier caso, los orígenes de esta materia son más antiguos que el arte de la escritura.

Herodoto (1970), sostenía que la geometría se había originado en Egipto, porque creía que dicha materia había surgido allí a partir de la necesidad práctica de volver a trazar las lindes de las tierras después de la inundación anual del valle del nilo.

El interés del hombre prehistórico por los diseños y las relaciones espaciales puede haber surgido de su sentido estético, para disfrutar de la belleza de la forma, motivo que también anima frecuentemente al matemático actual. Nos gustaría pensar que por lo menos algunos geométricos primitivos realizaban su trabajo solo por el puro placer de hacer matemáticas y no como ayuda práctica para la medición, pero hay otras alternativas. Una de ellas es la de que la geometría, lo mismo que la numeración, tuvieron su origen en ciertas prácticas rituales primitivas.

#### **2.2.2.2. La Geometría en el ámbito escolar**

El Diseño Curricular Nacional (2009) de Segundo Grado de Educación Secundaria en el Área de Matemática, en Geometría y Medición señala los siguientes conocimientos:

##### **Geometría Plana**

- Rectas paralelas y perpendiculares.
- Ángulos formados por una recta secante a dos paralelas.
- Suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.
- Perímetros y áreas de figuras geométricas planas.
- Longitud de la circunferencia y área del círculo.
- Líneas notables de un círculo.

Marín R. y otros (2012), describen los aprendizajes esperados de Geometría plana en:

##### **Razonamiento y demostración**

- Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.

- Define polígonos regulares e irregulares.
- Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.
- Argumenta proposiciones y enunciados que implican propiedades de ángulos formados por rectas secantes.

### **Comunicación Matemática**

- Grafica líneas y puntos notables en un triángulo.
- Identifica líneas notables en una circunferencia.
- Representa gráficamente líneas notables de un triángulo y de una circunferencia. Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.

### **Resolución de problemas**

- Resuelve problemas que implican el cálculo de las medidas de ángulos mediante propiedades de los ángulos formados por una recta secante a dos paralelas.
- Resuelve problemas que implican el cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.
- Resuelve problemas que implican el cálculo del perímetro o del área de un polígono regular o irregular.
- Resuelve problemas que involucran el cálculo de la longitud de una circunferencia o del área de un círculo.
- Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un polígono regular (lado, apotema).

El Diseño Curricular Nacional (2009) señala que: es necesario que los estudiantes desarrollen capacidades, conocimientos y actitudes matemáticas, pues cada vez más se hace necesario el uso del pensamiento matemático y del razonamiento lógico en el transcurso de sus vidas: matemática como ciencia, como parte de la herencia cultural y uno de los mayores logros culturales e intelectuales de la humanidad; matemática para el trabajo, porque es fundamental para enfrentar gran parte de la problemática vinculada a cualquier trabajo; matemática para la ciencia y la tecnología, porque la evolución científica y tecnológica requiere de mayores conocimientos matemáticos y en mayor profundidad.

Para desarrollar el pensamiento matemático resulta relevante el análisis de procesos de casos particulares, búsqueda de diversos métodos de solución, formulación de conjeturas, presentación de argumentos para sustentar las relaciones, extensión y generalización de resultados, y la comunicación con lenguaje matemático.

En el caso del área de Matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, siendo este último el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles educativos en el sistema educativo peruano.

- Razonamiento y demostración para formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos y comprobar demostraciones matemáticas, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de

demostración para que el estudiante pueda reconocer estos procesos como aspectos fundamentales de las matemáticas.

- Comunicación matemática para organizar y comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad; para expresar ideas matemáticas con precisión; para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, y aplicarlos a situaciones problemáticas reales.
- Resolución de problemas, para construir nuevos conocimientos resolviendo problemas de contextos reales o matemáticos; para que tenga la oportunidad de aplicar y adaptar diversas estrategias en diferentes contextos, y para que al controlar el proceso de resolución reflexione sobre éste y sus resultados. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

Desarrollar estos procesos implica que los docentes propongan situaciones que permitan a cada estudiante valorar tanto los procesos matemáticos como los resultados obtenidos, poniendo en juego sus capacidades para observar, organizar datos, analizar, formular hipótesis, reflexionar, experimentar empleando diversos procedimientos, verificar y explicar las estrategias utilizadas al resolver un problema.

En el nivel de Educación Secundaria se busca que cada estudiante desarrolle su pensamiento matemático con el dominio progresivo de los procesos de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de

problemas, conjuntamente con el dominio creciente de los conocimientos relativos a Número, relaciones y funciones, Geometría y medición, y Estadística y probabilidad.

Asimismo, se promueve el desarrollo de actitudes que contribuyen al fortalecimiento de valores vinculados al área, entre ellos: la seguridad al resolver problemas; honestidad y transparencia al comunicar procesos de solución y resultados; perseverancia para lograr los resultados; rigurosidad para representar relaciones y plantear argumentos; autodisciplina para cumplir con las exigencias del trabajo; respeto y delicadeza al criticar argumentos, y tolerancia a la crítica de los demás.

Para fines curriculares, el área de Matemática en el nivel secundario se organiza en función de:

- Números, relaciones y funciones
- Geometría y medición
- Estadística y probabilidad

Geometría y medición se relaciona con el análisis de las propiedades, los atributos y las relaciones entre objetos de dos y tres dimensiones. Se trata de establecer la validez de conjeturas geométricas por medio de la deducción y la demostración de teoremas y criticar los argumentos de los otros; comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones con objetos en el plano de coordenadas cartesianas; visualizar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones transversales. La Medida le permite comprender los atributos o cualidades mensurables de los objetos, así como las unidades, sistemas y procesos de

medida mediante la aplicación de técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.

Bressan (2009), expone algunos de los usos de la geometría en la educación general básica:

La geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano: Nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos, por ejemplo: punto, recta, plano, curva, ángulo, paralela, círculo, cuadrado, perpendicular, etc. Si nosotros debemos comunicarnos con otros acerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto la terminología geométrica es esencial. En general un vocabulario geométrico básico nos permite comunicarnos y entendernos con mayor precisión acerca de observaciones sobre el mundo en que vivimos.

La geometría tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real: Por ejemplo, está relacionada con problemas de medidas que a diario nos ocupan, como diseñar un cantero o una pieza de cerámica o un folleto, cubrir una superficie o calcular el volumen de un cuerpo; con leer mapas y planos, o con dibujar o construir un techo con determinada inclinación.

La geometría se usa en todas las ramas de la matemática: Ella se comporta como un tema unificante de la matemática curricular ya que es un rico recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos y de estadística. Los docentes usamos frecuentemente ejemplos y modelos geométricos para ayudar a que los estudiantes comprendan y razonen sobre conceptos matemáticos no geométricos.

La geometría es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización: Sin considerar la necesidad de una buena percepción espacial en ocupaciones específicas, todos necesitamos de la habilidad de visualizar objetos en el espacio y captar sus relaciones, o de la capacidad de leer representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.

La geometría como modelo de disciplina organizada lógicamente: Ideas acerca de la lógica y la deducción en geometría no necesitan esperar para ser enseñadas hasta los niveles superiores de escolaridad.

La geometría ayuda a estimular, ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al alumno a aprender cómo descubrir relaciones por ellos mismos y tornarse mejores solucionadores de problemas

### **2.2.2.3. Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría**

Martínez (1989) indica que: “Solo los conceptos que son construidos por los propios niños son conocimientos realmente operativos, permanentes, generalizables a contextos diferentes del aprendizaje. Por el contrario, los conocimientos que simplemente transmitimos a los alumnos, pero que no son construidos por ellos mismos, no quedan integrados en sus estructuras lógicas y, en consecuencia, solo pueden ser aplicados en condiciones muy similares a las iniciales del aprendizaje”.

Instituto nacional para la evaluación de la educación (INEE, 2008) señala que: “Muchas de las limitaciones que nuestros alumnos manifiestan sobre su comprensión acerca de temas de Geometría se deben al tipo de enseñanza

que han tenido. Asimismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende, en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña. Muchos profesores identifican a la Geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola sólo a las cuestiones métricas; para otros docentes, la principal preocupación es dar a conocer a los alumnos las figuras o relaciones geométricas con dibujos, su nombre y su definición, reduciendo las clases a una especie de glosario geométrico ilustrado. Es importante reflexionar sobre las razones para enseñar Geometría. Si el maestro enseña bien en sus clases entonces estará en condiciones de tomar decisiones más acertadas acerca de su enseñanza. Una primera razón para dar esta asignatura la encontramos en nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos”.

De acuerdo a estas dos posiciones la geometría juega un papel fundamental en el aprendizaje de los conceptos matemáticos dado que liga los aspectos propiamente conceptuales de la materia con aspectos ligados a la vida cotidiana. Esto permite al educador idear un plan didáctico que les permita a los estudiantes aplicar sus experiencias cotidianas al aprendizaje de los conceptos estudiados por medio de actividades complementarias o extra clase donde se contemplen los aspectos psicomotrices del aprendizaje.

### **2.2.2.3.1 Aprendizaje de la Geometría**

**El aprendizaje de la geometría se desarrollara desde la teoría constructivista**

#### **Teoría Constructivista**

Martinez, A y otros. (1998: 17), señala que esta teoría, “se centra en el proceso de aprendizaje del estudiante, el cual debe basarse en su propia actividad creadora, en sus descubrimientos personales, en sus motivaciones intrínsecas”, lo cual hará que la labor del educador, sea la de un “orientador, guía, animador, teniendo en cuenta que él no es la fuente de la información”.

Esta teoría se opone a la pura exposición de información por parte del docente, porque para este enfoque aprender “es inventar, descubrir y crear”.

Martinez, A y otros. (1998: 17), indican que el educando, para que tenga un verdadero aprendizaje, debe integrar su estructura lógica y cognoscitiva, los datos de la realidad, el cómo lo ve él; lo cual estará lleno de tanteos, de avances, retrocesos, que el educador puede orientar, mediante la elección de las situaciones didácticas más apropiadas en cada momento, teniendo en cuenta las motivaciones, deseos, intereses del estudiante, para que así el niño construya sus propios conocimientos realmente operativos, permanentes, generalizables a contextos diferentes del aprendizaje, lo cual hace que estos nuevos saberes permanezcan en él toda su vida.

#### **Modelo de Van Hiele: Martínez, A y otros. (1998)**

Es una teoría que tuvo su origen en las disertaciones de los esposos, Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele, en los años 50, donde observaron en sus estudiantes los mismos errores y las mismas dificultades año tras año, aunque ellos utilizaran diferentes formas de explicar y aquellos se esforzaran en

aprender. Sin embargo, pasado un cierto tiempo, parecía que empezaban a entender. De aquí dedujeron la existencia de diferentes niveles de pensamiento.

Así elaboraron un modelo inicial en el que describían la evolución del aprendizaje de la geometría (por medio de niveles), en el razonamiento de los estudiantes, así como también da unas pautas prácticas para mejorar la forma de enseñar geometría:

### **Los niveles de razonamiento**

#### **a. Nivel 1: “De reconocimiento”**

Este nivel es el elemental para llegar al razonamiento, en dicho nivel se encuentran los estudiantes de los primeros años de enseñanza primaria. Sus características son:

Reconocimiento de las diferentes figuras geométricas por su forma y aspecto físico, de modo que cada una es considerada como un objeto individual.

Percepción de las figuras geométricas de forma global, no distinguiendo en ellas partes ni elementos.

Lo que nunca podrán en este nivel es describir propiedades de las figuras ni generalizar las características comunes con otras de su misma clase.

#### **b. Nivel 2: “De Análisis”**

Los estudiantes en este nivel, comienzan a analizar las figuras geométricas; como consecuencia del análisis pueden reconocer en ellas propiedades matemáticas, pero de manera informal.

A través de la experimentación se pueden deducir otras propiedades, aunque no se plantean la conexión de unas con otras.

Las clasificaciones que se hacen de las figuras, son disjuntas; es decir, por un lado estarán los triángulos por otro los cuadrados, por otro los rectángulos, etc.

En este nivel surge por primera vez el pensamiento matemático pues se realizan deducciones de propiedades que tienen figuras geométricas concretas, deducciones que, aunque estén basadas en la mera experimentación, lo importante es que se producen.

#### c. Nivel 3: “De clasificación”

La característica básica de este nivel, es la capacidad de relacionar propiedades entre sí. Los alumnos son capaces de comprender que unas propiedades se pueden deducir de otras y así llegar a describir una figura de manera formal dando definiciones matemáticamente correctas y añadiendo condiciones necesarias y suficientes de modo que no falte ni sobre nada.

#### d. Nivel 4 “De deducción formal”

Aquí entienden y realizan razonamientos lógicos formales. Las demostraciones son consideradas necesarias para verificar afirmaciones y se dan cuenta de que se podían realizar por varios caminos diferentes. Se comprende la existencia de definiciones distintas de un mismo concepto.

## **Fases del aprendizaje geométrico según Van Hiele**

1. Fase de información: Aquí se realiza una primera toma de contacto con la materia que se va a estudiar. La tarea del profesor es informar a los alumnos sobre lo que se va a trabajar. Asimismo los alumnos aprenderán a manejar el material y tendrán que adquirir unos conocimientos básicos para poder comenzar el trabajo correspondiente.
2. Fase de orientación dirigida: El profesor suministrara al alumno un material formado por actividades dirigidas al descubrimiento, comprensión, y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales del área de la geometría en estudio. Estas actividades han de ser seleccionadas de modo que los conceptos y estructuras características sean presentados de forma gradual y progresiva.
3. Fase de explicitación: En esta fase se hace una revisión de lo realizado anteriormente, de organizar ideas y conclusiones y de afinar el nuevo vocabulario para poder expresarse con precisión.
4. Fase de orientación libre: Es el momento de aplicar los conocimientos y el lenguaje adquiridos anteriormente a nuevas situaciones con el fin de afianzar, perfeccionar y completar el tema de estudio.
5. Fase de integración: En esta fase el profesor ha de resumir de forma global los conocimientos y formas de razonamiento que el alumno ha adquirido en las anteriores fases, de modo que le proporcione una visión general de lo aprendido. Una vez completada esta fase, el alumno habrá adquirido un nivel superior de razonamiento.

Este modelo se enmarca mucho en el que el aprendizaje debe ser personal (es decir de cada estudiante) el niño acá busca su información, y en donde el papel del docente es guiarlo y coordinar con él su aprendizaje, él prepara todo para que se cree un ambiente propicio de aprendizaje.

#### **2.2.2.4. Tareas en la Enseñanza de la Geometría**

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE (2008), categoriza en tres tipos las tareas que se realizan en las clases al estudiar las figuras geométricas de dos y tres dimensiones: conceptualización, investigación y demostración, con las que se espera que los alumnos desarrollen su razonamiento geométrico.

- **Tareas de conceptualización**

Como su nombre lo indica, las tareas de conceptualización se refieren a la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. Es importante aclarar que no se trata de definir objetos geométricos sino de conceptualizarlos... Para enriquecer la imagen conceptual de cualquier figura es necesario trabajarla y explorarla de diferentes maneras (posición, material, color, tamaño) conservando sus características esenciales y por medio de diferentes situaciones que funcionalicen el concepto. Se pretende que la imagen conceptual de un objeto geométrico esté lo más cercanamente posible al concepto. La complejidad de la educación geométrica a diferencia de la educación numérica, radica en la omnipresente e inevitable dialéctica entre la conceptualización y la visualización, de esta manera, la Geometría

puede ser considerada una búsqueda de modelos guiada tanto por el ojo visual como por el ojo de la mente. En conclusión, dado que en Geometría el concepto está muy ligado a la imagen conceptual conviene enriquecer lo más que se pueda esta última.

- **Tareas de investigación**

Las actividades o tareas de investigación son aquéllas en las que el alumno indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados. Probablemente es en este tipo de tareas donde se aprecia de mejor manera el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la Geometría. En las tareas de investigación los alumnos ponen en juego las relaciones y los conceptos geométricos para obtener lo que se pide. Es importante mencionar las tareas de conceptualización y de investigación no necesariamente se dan por separado.

- **Tareas de demostración**

Las actividades de demostración tienden a desarrollar en los alumnos la capacidad para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema que después tendrán que explicar, probar o demostrar a partir de argumentos que puedan convencer a otros de su veracidad. Es en este tipo de actividades donde puede apreciarse la socialización del conocimiento geométrico, ya que desde el enfoque de resolución de problemas se concibe al conocimiento como una construcción social. Las tareas de demostración son esenciales en Geometría y deben estar presentes en la interacción del aula escolar; la construcción de argumentos lógicos es una habilidad que

forma parte esencial de la cultura geométrica y es deseable que todos los alumnos la desarrollen. En el ámbito escolar se pueden considerar tres tipos de demostraciones: la explicación, la prueba y la demostración propiamente dicha.

Cabe señalar que estas tareas pueden presentarse de manera simultánea en las situaciones problemáticas que se plantean a los alumnos. Estos tres tipos de tareas (conceptualización, investigación y demostración) pueden realizarse dentro del marco del enfoque de resolución de problemas, cuya idea principal radica en el hecho de que los alumnos construyen conocimiento geométrico al resolver problemas.

#### **2.2.2.5. Habilidades por desarrollar en la clase de Geometría**

INEE (2008), argumenta que: por medio de las tareas de conceptualización, investigación y demostración que se propongan a los alumnos, las habilidades básicas por desarrollar en las clases de Geometría son:

- Visuales
- De comunicación
- De dibujo
- Lógicas o de razonamiento
- De aplicación o transferencia
- **Habilidades visuales**

La visualización es una actividad del razonamiento o proceso cognitivo basada en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades. La Geometría es una disciplina eminentemente visual. En un principio, los

conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización. Desarrollar la habilidad de visualización es muy importante en Geometría; es posible que al resolver un problema los estudiantes tengan dificultades debido a que no logran estructurar lo que observan o lo estructuran de una manera que no lleva a la solución del problema o no facilita demostrar cierta propiedad. Las configuraciones geométricas generalmente pueden visualizarse de varias maneras y es importante que esto se trabaje con los alumnos.

Cuando nos referimos a la visualización, siempre hablamos de una percepción con conceptualización. El desarrollo de habilidades visuales es de la mayor importancia para el estudio del espacio.

A continuación describimos habilidades relacionadas con la visualización.

- Coordinación visomotora: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo.
- Percepción figura-fondo: el niño debe identificar aquello que permanece invariable (forma, tamaño, posición).
- Percepción de la posición: el niño debe ser capaz de establecer relaciones entre dos objetos.
- Discriminación visual: significa poder comparar dos imágenes muy similares y encontrar las diferencias.
- Memoria visual: es la habilidad de recordar un objeto que no permanece a la vista y relacionar o representar sus características.

- **Habilidades de comunicación**

La habilidad de comunicación se refiere a que el alumno sea capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica, ya sea en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propios de la Geometría. Las habilidades del lenguaje están estrechamente relacionadas con el pensamiento y están presentes en muchos sentidos durante las clases de Matemáticas y de Geometría en particular, por ejemplo, cuando:

- Se lee e interpreta la información de un problema para empezar a resolverlo.
- Se discute con los compañeros de equipo las posibles estrategias de resolución.
- Se presenta ante el grupo el resultado y procedimiento que se siguió para resolver un problema.
- Se justifica un resultado o un procedimiento.
- Se valida una conjetura que se hizo.

Dentro de estas habilidades está el proceso de designar por su nombre a las relaciones y a los objetos geométricos: paralelas, perpendiculares, cuadrado, rombo, círculo, mediatriz y bisectriz. Una actividad recomendable en las clases de Geometría es la de invitar continuamente a los alumnos a que, siempre que el ejercicio lo permita, argumenten sus respuestas: no sólo es importante dar el resultado sino explicar cómo se obtuvo y probar que es correcto, de esta manera convertimos las actividades en tareas de demostración fomentando la cultura de la argumentación lógica y el desarrollo de su habilidad para comunicarse. Dentro de la habilidad de

comunicación está el uso de símbolos geométricos, que constituyen una poderosa herramienta que permite, en un momento dado, abandonar todo referente concreto e incluso vocablos lingüísticos y trabajar únicamente con símbolos. Por ejemplo, al anotar  $AB \parallel CD$ , se está simbolizando que el segmento  $AB$  es paralelo al segmento  $CD$  de una manera mucho más breve. El docente debe considerar la pertinencia de introducir la simbología sin que esto represente un obstáculo en el entendimiento de los alumnos.

- **Habilidades de Dibujo**

Las habilidades de dibujo están relacionadas con las reproducciones o construcciones gráficas que los alumnos hacen de los objetos geométricos. Es necesario enfatizar que las actividades de trazo de figuras geométricas son de una gran riqueza didáctica debido a que promueven en el alumno su capacidad de análisis de las mismas al buscar las relaciones y propiedades que están dentro de su construcción. Asimismo, las actividades de construcción o reproducción de una figura permiten seguir desarrollando la habilidad para argumentar. Es importante promover entre los alumnos el uso continuo de los instrumentos geométricos: regla, escuadras, compás y transportador. Dichos instrumentos constituyen una herramienta indispensable en la enseñanza de la Geometría y es necesario desarrollar en los alumnos su destreza para utilizarlos y sus habilidades de dibujo. Al pedir a los alumnos que, usando sus instrumentos geométricos, reproduzcan una figura tendrán que identificar las figuras involucradas y la manera en que están relacionadas dentro de la configuración completa, con lo cual estarán desarrollando su habilidad de visualización. Al reproducir una figura los

alumnos practican el trazo de paralelas, perpendiculares, circunferencias (con determinado centro y radio). Entre las actividades que desarrollan las habilidades de dibujo y la imaginación espacial están aquellas en las que, con un cuerpo geométrico dado, el estudiante tiene que trazar el desarrollo plano (molde o patrón) que permite construirlo. Los ejercicios en los que los alumnos tienen que utilizar sus instrumentos geométricos, además de que les permiten desarrollar conjuntamente muchas habilidades propias de la Geometría, también son propicias para que construyan nuevos conocimientos.

- **Habilidades de razonamiento**

Al aprender Matemáticas, los alumnos desarrollan su razonamiento, es decir, aprenden a razonar. Esto es particularmente cierto para el caso de la Geometría, con cuyo estudio se pretende desarrollar habilidades de razonamiento como:

- La abstracción de características o propiedades de las relaciones y de los
- conceptos geométricos.
- Argumentar.
- Hacer conjeturas y tratar de justificarlas o demostrarlas.
- Demostrar la falsedad de una conjetura al plantear un contraejemplo.
- Seguir una serie de argumentos lógicos.
- Identificar cuándo un razonamiento no es lógico.
- Hacer deducciones lógicas.

A pesar de que tradicionalmente la Geometría ha sido considerada como el prototipo de una disciplina deductiva (sus demostraciones son deductivas

porque algunas propiedades se demuestran o derivan a partir de otras ya demostradas o aceptadas como verdades), en la enseñanza es conveniente usar la inducción para elaborar conjeturas o construir conceptos.

- **Habilidades de aplicación y transferencia**

Como su nombre lo indica, con las habilidades de aplicación y transferencia se espera que los alumnos sean capaces de aplicar lo aprendido no sólo a otros contextos, al resolver problemas dentro de la misma Geometría, sino también que modelen geoméricamente situaciones del mundo físico o de otras disciplinas. Algunos investigadores consideran que la comprensión en Geometría se ha dado sólo si los alumnos son capaces de aplicar el contenido aprendido a problemas nuevos, es decir, a problemas diferentes a los que inicialmente fueron presentados. La transferencia puede darse de varias maneras. Puede ser que el alumno transfiera el contenido aprendido en Geometría para resolver otra tarea que también pertenece al ámbito matemático, como el álgebra; o bien, que transfiera lo aprendido en Geometría a una tarea que pertenece a otra área del conocimiento, como la física, en cuyo caso se habla de la aplicación de las Matemáticas.

Se puede llevar aún más lejos: cuando el alumno transfiere lo aprendido en Geometría a un problema de carácter no matemático de otra asignatura o de la vida misma, en este caso se dice que la enseñanza de la Geometría ha cumplido su valor formativo: el alumno razona en terrenos distintos a como lo hace cuando se enfrenta a una tarea geométrica, por ejemplo, al tratar de convencer a otros utiliza una serie de argumentos estructurados lógicamente.

### **2.2.2.6. Resolución de Problemas en la Geometría**

La resolución de problemas como una estrategia didáctica fue propuesta por Polya, G. (1987), afirma que a mediados del siglo pasado y es en los últimos treinta años que se la ha dado mayor importancia; el cual dice que un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento.

Al resolver un problema se necesita seguir cuatro grandes etapas (Polya, 1999, 19 - 35), las cuales se describen a continuación:

i) Comprender el problema: aquí se debe comprender la parte verbal del problema, se debe releer e identificar las incógnitas y los datos. El alumno debe considerar las principales partes del problema atentamente, repetidas veces y bajo diversos ángulos. Si hay alguna figura relacionada con el problema, se debe dibujar y destacar en ella la incógnita y los datos. Es necesario dar nombres a dichos elementos y por consiguiente introducir una notación adecuada. Se hacen preguntas tales como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

ii) Concebir un plan: de la comprensión del problema a la concepción de un plan el camino puede ser largo y tortuoso; se tiene un plan cuando se sabe, al menos a “grosso modo”, que cálculos, que razonamientos o construcciones se habrá de efectuar para determinar la incógnita, lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea o solución de ese problema sin imponérselo. Si el alumno no puede resolver el problema propuesto, se le invita a resolver otro problema similar al

propuesto. De hecho, lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan.

iii) Ejecución de un plan: el plan proporciona una línea general, se debe asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Al ejecutar su plan de la solución, el alumno comprueba cada uno de los pasos. ¿puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

iv) Examinar la solución obtenida: esta es una visión retrospectiva, en donde el estudiante verifica el resultado, es decir volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus alumnos que ningún problema puede considerarse completamente terminado, ¿puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En cada una de estas etapas el docente desempeña un papel importante y fundamental, el será el facilitador, supervisará cada uno de estos pasos y los guiará al alcance de los resultados esperados.

Por otro lado Bressan (2005), da algunos ejemplos de tipos de actividades relacionados con esta habilidad, las cuales se mencionan a continuación:

Identificar el problema en la situación planteada:

- a) Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- b) Anticipar estrategias posibles de solución antes de ejecutarlas.
- c) Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.

d) Reflexionar sobre el problema y lo realizado, controlando los usos de conceptos y procedimientos.

Los autores mencionados anteriormente coinciden en que el resolver un problema es una habilidad que se irá adquiriendo en la medida que se practique.

### **2.2.3. Relación de Variables**

#### **2.2.3.1. Construcciones con la regla y el compás en Geometría**

Gutiérrez y Jaime (2001), afirman que: hasta ahora se ha estado haciendo geometría con regla y un transportador. En efecto, los postulados nos dicen que se tiene una regla de longitud infinita, con marcas, numéricas. Utilizamos esta “regla” para trazar rectas y medir distancias. Además, se tiene un transportador. Con este, se puede medir ángulos y, también, marcar ángulos con una medida dada, a partir de un rayo. Probablemente, esta es la manera más fácil de hacer geometría. Sin embargo, hay otra manera muy importante, que consiste en hacer uso de regla y compás. En este caso, no tenemos una regla con marcas, sino una regla lisa (de longitud infinita, desde luego), de modo que aun cuando se puedan trazar rectas, no se puede medir distancias. También, se tiene un compás. Con este, se puede dibujar circunferencias con centro en un punto cualquiera y pasando por otro punto dado arbitrario. Pero no se puede medir ángulos, de igual modo se puede medir distancias. Este es el esquema desarrollado por los antiguos geómetras griegos, el cual es de gran interés para los matemáticos de hoy y conduce a algunos problemas curiosos cuando se trata de averiguar qué tipo de figuras se puede trazar con la regla y el compás. No importa cómo se

estudie la geometría, se tiene ciertos instrumentos reales para dibujar y una teoría matemática correspondiente. En todos los casos, la teoría matemática es exacta, pero los resultados que se obtienen con los instrumentos reales de dibujo son solamente aproximaciones.

También, en esta investigación el papel que juegan las construcciones geométricas realizadas en el entorno de geometría dinámica es fundamental, pues se convierten en los objetos de “experimentación” sobre la teoría, sin utilizar de manera directa el discurso, contribuyendo a superar uno de los obstáculos principales del aprendizaje de la geometría, como es, la superación de las tensiones entre los procesos de visualización y su potencial pedagógico heurístico en la resolución de problemas y los procesos de justificación y su potencial pedagógico para dar sentido a la organización deductiva del conocimiento matemático.

Siñeriz (2000) afirma que: todas las construcciones con regla y compas se logran a partir de sucesivas aplicaciones de cinco construcciones básicas. Y estas, a su vez, utilizan los puntos, segmentos y circunferencias que se han trazado en los pasos anteriores. Estas cinco construcciones son:

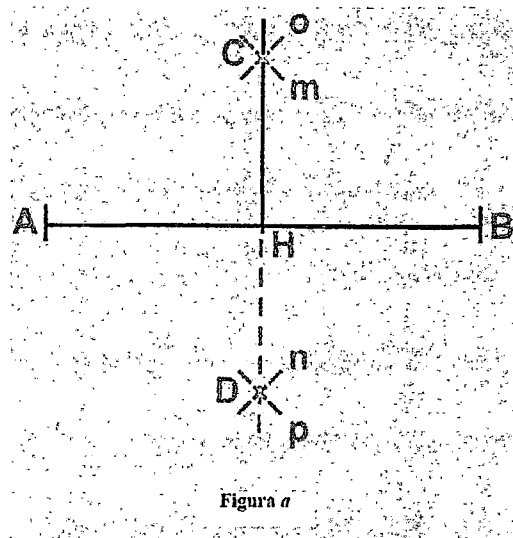
- Trazar la recta que pasa por dos puntos.
- Trazar la circunferencia con centro en un punto y radio determinado por otro punto.
- Marcar el punto de intersección de dos rectas.
- Marcar el punto de intersección de una circunferencia con una recta.
- Marcar el punto de intersección de dos circunferencias

### 2.2.3.2. Algunos problemas gráficos para resolver con la regla y el compás

#### A) Trazar perpendicular en el punto medio de un segmento

Siendo el segmento  $\overline{AB}$  (fig. a). Con una abertura de compás mayor a la mitad del segmento y haciendo centro en  $A$  y en  $B$ , sucesivamente, se trazan los arcos  $o, m, n$  y  $p$ , que se cortan en  $C$  y  $D$ , respectivamente.

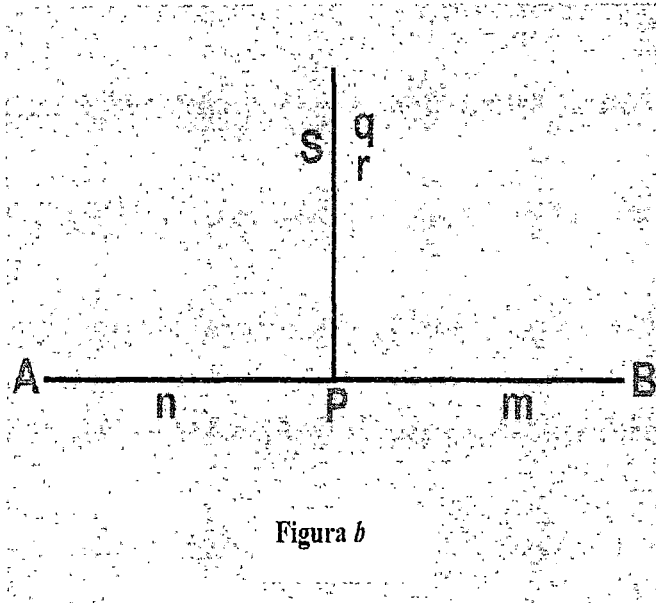
Uniendo  $C$  con  $D$  tenemos la perpendicular en el punto medio  $H$  del segmento  $\overline{AB}$ .



#### B) Trazar una perpendicular en un punto cualquiera de una recta

Siendo  $P$  un punto cualquiera de la recta  $\overline{AB}$  (figura b). Haciendo centro en  $P$  y con una abertura cualquiera del compás se trazan los arcos  $m$  y  $n$ ;

haciendo centro en los puntos donde estos arcos cortan la recta, se trazan los arcos  $q$  y  $r$ , que se cortan en el punto  $S$ . Uniendo  $S$  con  $P$  se tiene  $\overline{PS}$ , que es la perpendicular buscada.



**C) Trazar una perpendicular en un extremo de un segmento sin prolongarlo (figura c)**

Siendo  $\overline{AB}$  el segmento. Para trazar la perpendicular en un extremo  $B$ , se hace centro en  $B$  y con una abertura cualquiera de compás se traza el arco  $p$   $g$   $r$  que corta  $\overline{AB}$  en  $C$ . Haciendo centro en  $C$  y con la misma abertura, se señala el punto  $D$ ; haciendo centro en  $D$  se señala el punto  $E$ . Haciendo centro en  $D$  y  $E$ , sucesivamente, se trazan los arcos  $s$  y  $t$ , que se cortan en  $U$ . Uniendo  $U$  con  $B$  tendremos la perpendicular buscada.

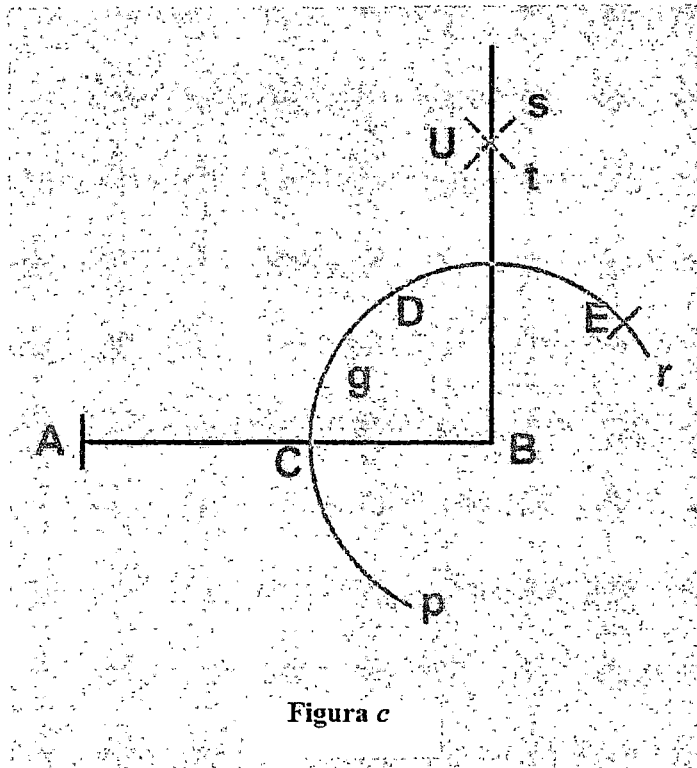
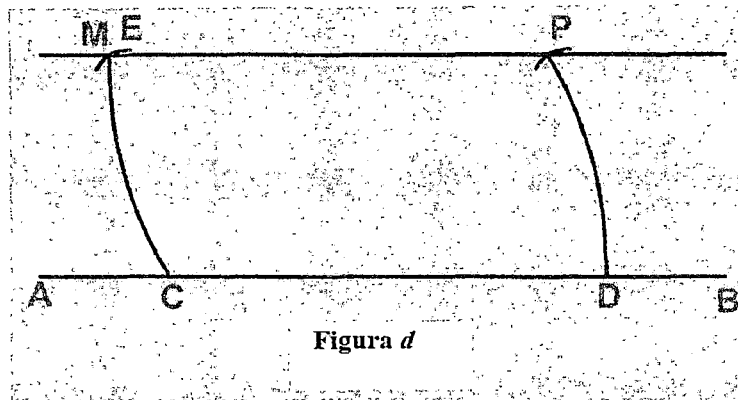


Figura c

D) Por un punto  $P$  exterior a una recta  $\overline{AB}$ , trazar una paralela a ésta (figura d)

Por un punto cualquiera  $C$  de la recta y con radio  $\overline{CP}$  se traza el arco  $QPD$ . Haciendo centro en  $P$  y con el mismo radio se traza el arco  $OCE$ . Con centro en  $C$ , y tomando una abertura de compás igual a  $\overline{PD}$  se señala el punto  $M$ .

La recta  $\overline{PM}$  es paralela a la recta  $\overline{AB}$  y pasa por  $P$ .



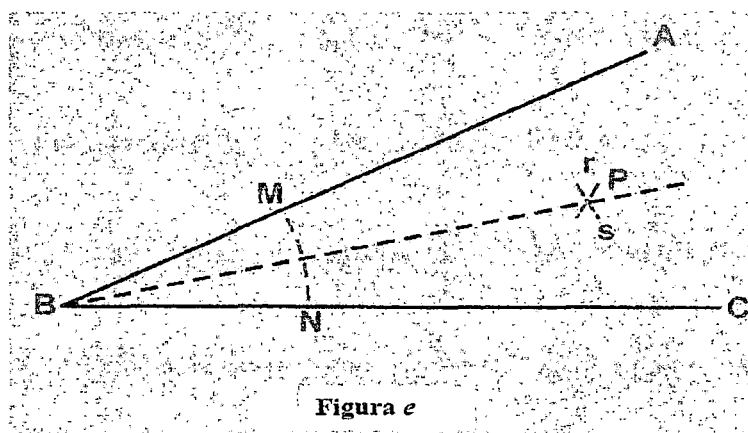
### E) Trazar la bisectriz de un ángulo

Siendo el ángulo  $ABC$ , (figura e).

Haciendo centro en el vértice  $B$  se traza el arco  $OMN$ . Con centro en  $M$

trazamos el arco  $r$  y con centro en  $N$  el arco  $s$ . Entonces  $r$  y  $s$  se cortan en  $P$ .

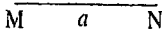
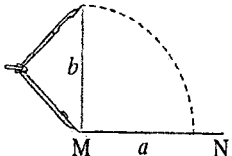
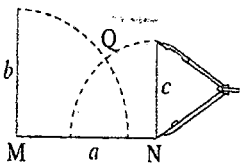
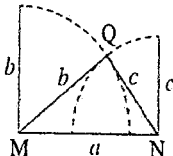
La semirrecta  $\overrightarrow{BP}$  es la bisectriz del ángulo  $ABC$ .



### F) Construcción de un triángulo con la regla y el compás

Para dibujar con regla y compás un triángulo de medidas  $a = 2$  cm,

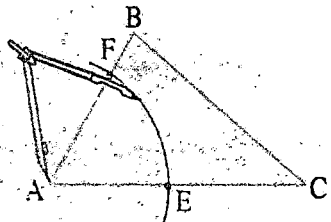
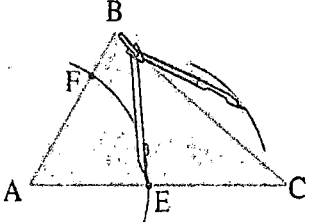
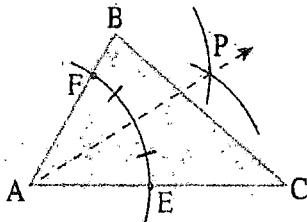
$b = 1,6$  cm y  $c = 1,2$  cm, seguimos estos pasos:

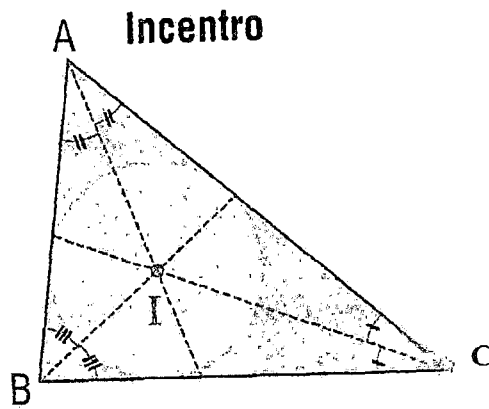
<p>1. Colocamos uno de los tres segmentos como base. En este caso, elegimos al segmento <math>a</math> de 2 cm y ubicamos sobre sus extremos los puntos <math>M</math> y <math>N</math>.</p> 	<p>2. Con el compás, trazamos un arco de circunferencia de centro <math>M</math> y radio igual a la longitud de uno de los otros dos segmentos. En este caso, del segmento <math>b</math> de 1,6 cm.</p> 
<p>3. Trazamos otro arco, de centro <math>N</math> y radio igual a la longitud del segmento <math>c</math>, de 1,2 cm. Marcamos el punto <math>Q</math>, intersección de ambos arcos.</p> 	<p>4. Trazamos los segmentos <math>MQ</math> y <math>QN</math>, de tal manera que queda dibujado el triángulo <math>MQN</math> de lados <math>a = 2</math> cm, <math>b = 1,6</math> cm y <math>c = 1,2</math> cm.</p> 

### G) Bisectriz interior e incentro

Una bisectriz interior de un triángulo es el rayo que divide un ángulo interior en dos congruentes. El punto de intersección de las tres bisectrices interiores es el **incentro (I)**, el cual equidista de los lados del triángulo.

**Traza con regla y compás la bisectriz de uno de los ángulos de un triángulo.**

<p>Con centro en <math>A</math>, trazamos un arco y marcamos los puntos <math>E</math> y <math>F</math>.</p> 	<p>Con la misma abertura del compás, trazamos un arco con centro en <math>E</math> y otro con centro en <math>F</math>.</p> 	<p>Marcamos con <math>P</math> el punto de intersección de ambos arcos y trazamos <math>\overrightarrow{AP}</math>.</p> 
--	---	---



### H) Mediatriz y Circuncentro

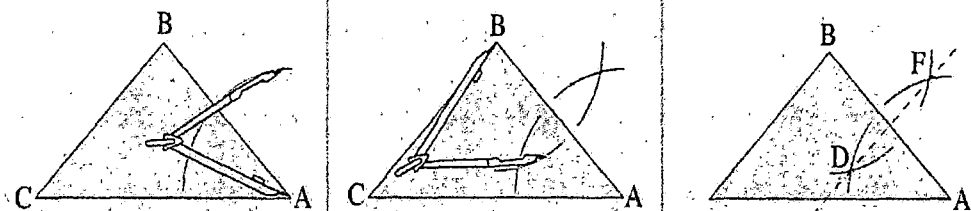
Una mediatriz de un triángulo es la recta perpendicular de cada lado, que pasa por su punto medio. El punto de intersección de las tres mediatrices es el **circuncentro (C)**, el cual equidista de los vértices del triángulo.

**Traza con regla y compás la mediatriz de uno de los lados de un triángulo.**

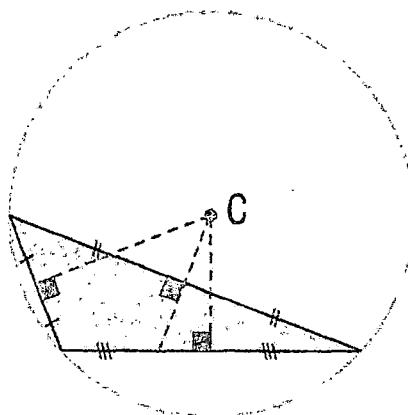
Con centro en A, trazamos un arco de circunferencia a cada lado de  $\overline{AB}$ .

Con la misma abertura del compás, trazamos un arco con centro en B, a cada lado de  $\overline{AB}$ .

Nombramos los puntos de intersección de ambos arcos y trazamos una recta que pase por estos.



### Circuncentro



### 2.3 Definición Conceptual

- **Aprendizaje Activo:** Butts T. (1980), afirma que: el aprendizaje activo consiste en la utilización de un conjunto de métodos experimentales más eficaces e interesantes. Con el aprendizaje activo los estudiantes asumen una mayor responsabilidad sobre su propia educación. Ello resulta especialmente importante en un entorno de enseñanza a distancia, en que es probable que ni el profesor ni los alumnos se conozca entre sí. Para comenzar: definir el contenido (qué vamos a estudiar) y establecer los objetivos (qué vamos a aprender). A continuación, buscar información. Luego, crear una lista de actividades que nos ayuden a aprender y a explicar lo aprendido. Puede ser que algunas de estas actividades no nos resulten interesantes; otras, quizás, se adapten mejor nuestro estilo de aprendizaje.
- **Aprendizaje por Descubrimiento:** Villa (2005), señala que: en este tipo de aprendizaje el individuo tiene una gran participación. El instructor no expone los contenidos de un modo acabado; su actividad se dirige a darles a conocer una meta que ha de ser alcanzada y además de servir como mediador y guía para que los individuos sean los que recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos. En otras palabras, el aprendizaje por descubrimiento es cuando el instructor le presenta todas las herramientas necesarias al individuo para que este descubra por sí mismo lo que se desea aprender.

Constituye un aprendizaje bastante útil, pues cuando se lleva a cabo de modo idóneo, asegura un conocimiento significativo y fomenta hábitos de investigación y rigor en los individuos.

- **Aprendizaje de la geometría:** Hershkowitz (2008), indica que: El aprendizaje de la Geometría en el proceso de la visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevara a la respuesta correcta, si puede conducir al resultado a profundizar en la situación que se está tratando.
- **Construcciones con Regla y Compás:** Díaz (2000), menciona que: El programa oficial de secundaria contempla las siguientes construcciones con regla y compás: la construcción de ángulos congruentes, construcción de la bisectriz de un ángulo, bisección de un segmento, mediatriz de un segmento, triángulo rectángulo, triángulo equilátero, y las construcciones de las rectas notables y puntos de intersección de éstas en un triángulo.
- **Geometría:** Alsina y Otros (1987:14), señalan que: La Geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. En un sentido amplio se puede considerar a la Geometría como la Matemática del espacio.
- **Motivación:** Huertas Juan (2001: 47 y 48), señala que: “recurramos a la autoridad más relevante en materia de habla castellana: la Real Academia. Dice la Academia que motivación es un ensayo mental preparatorio de una acción para animarse a ejecutarla con interés y diligencia. Solamente nos gustaría añadir dos aspectos más que, aun estando implícitos en la definición académica, creemos conveniente resaltar algo más. El primero hace referencia a la necesidad de enfatizar que la motivación se entiende como un proceso psicológico (no meramente cognitivo, la energía que

proporciona la motivación tiene un alto componente afectivo, emocional) que determina la planificación y la actuación del sujeto. El segundo es que sólo se puede aplicar con propiedad y gusto el concepto de motivación cuando nos referimos al comportamiento humano que tiene algún grado de voluntariedad, el que se dirige hacia un propósito personal más o menos internalizado”.

## **CAPÍTULO III**

### **RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **3.1. Descripción del trabajo de campo**

La ejecución o aplicación de la tesis se inició con las coordinaciones previas con el Director y la profesora del aula de la I. E. “Señor de la Soledad”- Huaraz, formalizando a través de una carta de presentación de la decanatura de la Facultad de Ciencias Sociales, Educación y de la Comunicación a la Dirección de la Institución Educativa “Señor de la Soledad”.

Después de coordinación con la profesora del aula se determinaron los grupos de trabajo de la siguiente manera: 2<sup>do</sup> “A” como Grupo Experimental con 30 alumnos y 2<sup>do</sup> “B” como Grupo Control con 29 alumnos, ambas secciones tenían casi las mismas características académicas.

Los horarios usados fueron los establecidos en la misma Institución Educativa y también algunos sábados en la mañana. En la primera sesión de clases se tomó el examen Pre Test a ambos grupos relacionado a los temas: paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos, ángulos formados por una recta

secante a dos rectas paralelas, propiedades básicas de los triángulos, finalmente líneas y puntos notables en un triángulo. El examen fue el mismo para ambos grupos. Se notó un desinterés generalizado por el examen y su contenido.

En el Grupo Control en cada sesión de aprendizaje se utilizó métodos y estrategias tradicionales, es decir de manera expositiva, en la cual se dieron a conocer los contenidos establecidos en la unidad de Aprendizaje con ejercicios y problemas. Mientras que en el aula del grupo experimental se aplicó la variable independiente: uso de regla y compás aplicando estrategias y procedimientos para realizar trazos geométricos. En ambos grupos se desarrolló los contenidos con el mismo ritmo y nivel de complejidad.

La aplicación de la variable independiente en el grupo experimental, impactó con resultados satisfactorios, porque a medida que se desarrollaban las clases los alumnos se sentían motivados demostrando mayor interés por los temas y participando activamente. La presentación de los temas usando regla y compás permitió mantener la atención permanente de los estudiantes y asimilaron los conceptos de geometría con mayor facilidad. También el uso de regla y compás en las clases de geometría propició en los estudiantes las iniciativas de experimentación manipulando los instrumentos y materiales que están a su alcance aplicando estrategias y procedimientos para realizar diferentes trazos geométricos.

Mientras que en el grupo de control, el logro de los aprendizajes esperados fue más lento, los alumnos mostraron poco interés por los temas presentados, hubo una escasa participación, se distraían constantemente, tenían dificultades en la

asimilación de los conceptos de geometría, en su mayoría no tenían regla y compás por lo que desconocían su utilidad de éstos.

Las actividades de aplicación en la Institución Educativa “Señor de la Soledad” de Huaraz, se desarrollaron en 6 sesiones de aprendizaje, culminando con el examen de Post Test igual para ambos grupos (Control y Experimental).

La colaboración de la profesora y el apoyo de los alumnos de aula propiciaron un ambiente de trabajo favorable. Al hacer una comparación entre los alumnos de ambos grupos, se notó una diferencia significativa en el logro de aprendizajes esperados por el grupo experimental.

### **3.2. Presentación y análisis de datos**

#### **3.2.1. Resultados de la evaluación de la variable independiente**

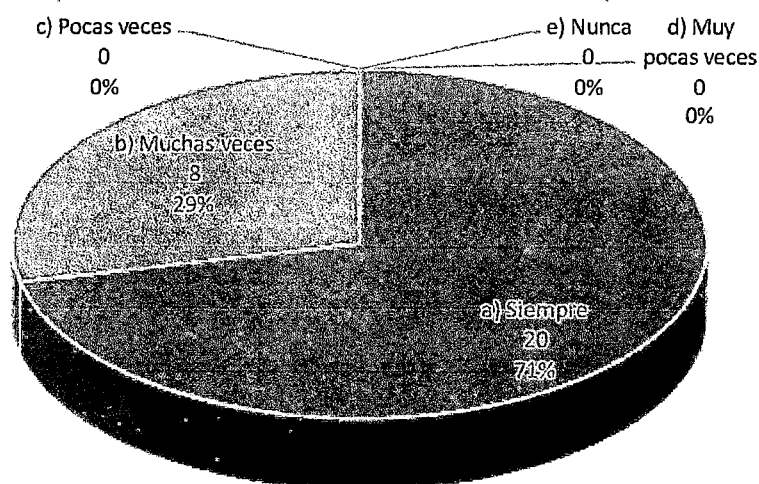
El presente trabajo de investigación empleó como instrumento de recojo de datos para la primera variable la encuesta de opinión a los alumnos del 2<sup>do</sup> Grado “A” de Educación Secundaria de la I. E. “Señor de la Soledad”-Huaraz, que arrojó los siguientes resultados:

**Tabla 1. Frecuencia de uso de regla y compás en clases de Geometría**

Uso de regla y compás	f	%
a) Siempre	20	71,4
b) Muchas veces	8	28,6
c) Pocas veces	0	0,0
d) Muy pocas veces	0	0,0
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100,0

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 1. Frecuencia de uso de regla y compás en clases de Geometría**



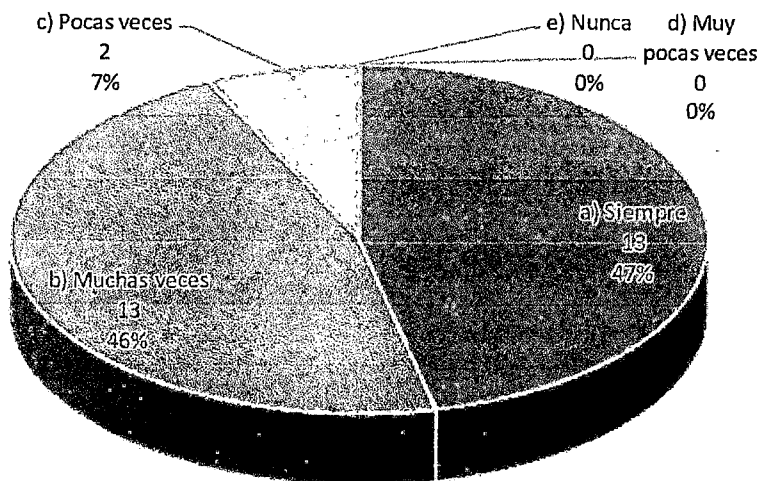
Según los resultados de la Tabla 1 y Figura 1 se observa que el 71 % de alumnos encuestados afirma que el profesor siempre usa regla y compás en las clases de geometría, así mismo se observa que el 29% de alumnos indica que el profesor usa muchas veces regla y compás en el curso de geometría. Por lo tanto la mayoría de alumnos afirman que el profesor usa regla y compás en el desarrollo de las clases de la geometría.

**Tabla 2. Aumento de interés por la geometría**

Aumento de Interés por geometría	f	%
a) Siempre	13	46,4
b) Muchas veces	13	46,4
c) Pocas veces	2	7,1
d) Muy pocas veces	0	0,0
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 2. Aumento de interés por la geometría**



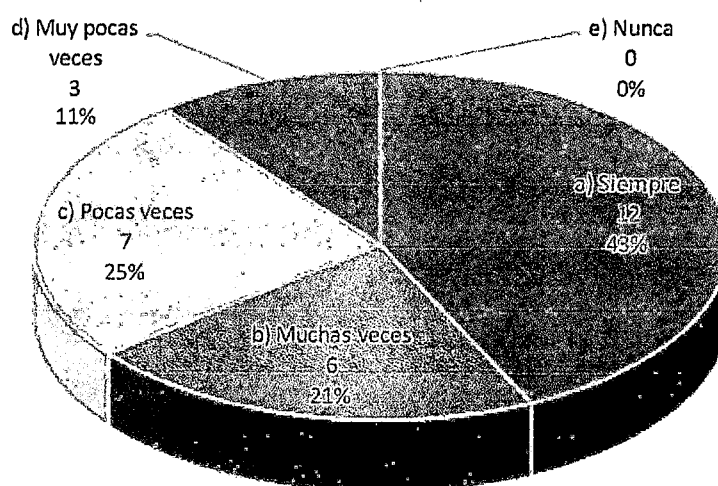
Según los resultados de la tabla 2 y figura 2 se observa que el 47 % de alumnos encuestados afirman que el uso de regla y compás aumenta siempre su interés en las clases de geometría, el 46% indican que aumenta su interés muchas veces, así mismo se observa que el 7% de alumnos indican que no aumenta su interés en las clases de geometría. Por lo tanto la mayoría de alumnos afirman el uso de regla y compás aumenta su interés en las clases de geometría.

**Tabla 3. Participación en las clases de geometría**

Participación en las clases	f	%
a) Siempre	12	42,9
b) Muchas veces	6	21,4
c) Pocas veces	7	25,0
d) Muy pocas veces	3	10,7
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 3. Participación en las clases de geometría**



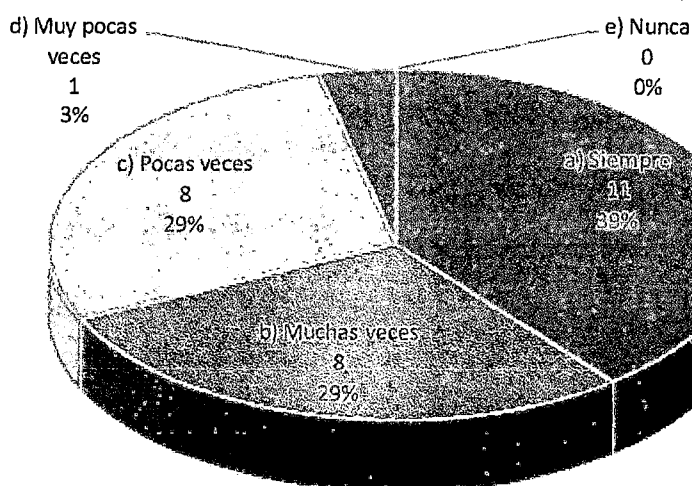
Según los resultados de la tabla 3 y figura 3 se observa que del 64 % de alumnos aumenta su participación en las clases de geometría así mismo se observa que del 11% de alumnos no aumenta su participación en las clases de geometría. Por lo tanto la mayoría de alumnos participan en el curso de geometría.

**Tabla 4. Motivación constante en las clases de geometría**

Motivación en las clases	f	%
a) Siempre	11	39,3
b) Muchas veces	8	28,6
c) Pocas veces	8	28,6
d) Muy pocas veces	1	3,6
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz, 2014.

**Figura 4. Motivación constante en la clase de geometría**



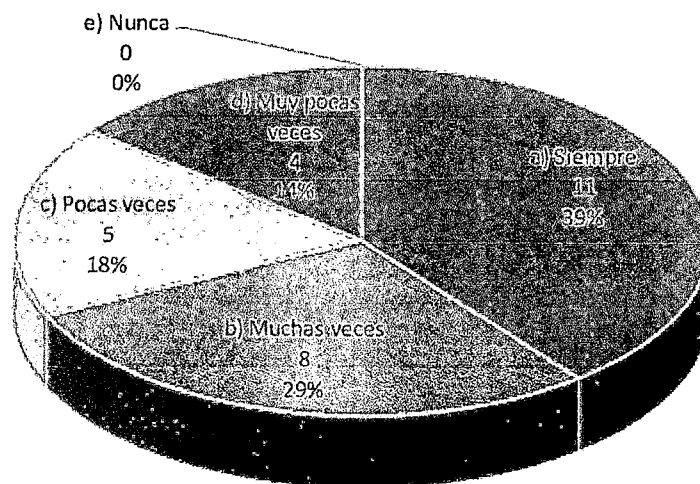
Según los resultados de la tabla 4 y figura 4 se observa que el 68 % de alumnos están motivados constantemente en las clases de geometría así mismo se observa que el 29% de alumnos no se sienten motivados en las clases de geometría. Por lo tanto la mayoría de alumnos se encuentran motivados en las clases de geometría.

**Tabla 5. Mantener atención en las clases de geometría**

Mantener atención en las clases	f	%
a) Siempre	11	39,3
b) Muchas veces	8	28,6
c) Pocas veces	5	17,9
d) Muy pocas veces	4	14,3
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz, 2014.

**Figura 5. Mantener atención en las clases de geometría**



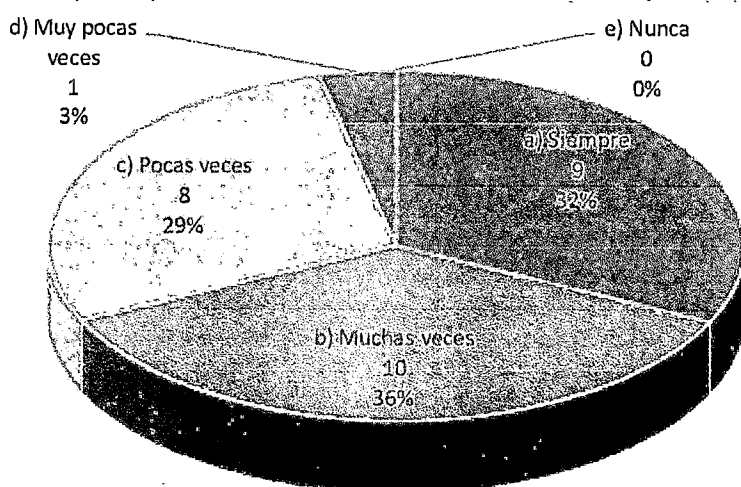
Según los resultados de la tabla 5 y figura 5 se observa que el 68 % de alumnos encuestados indican que mantienen continuamente su atención en las clases de geometría así mismo se observa que el 14% de alumnos mantienen pocas veces su atención en las clases de geometría. Por lo tanto la mayoría de los alumnos mantienen continuamente su atención en las clases de geometría.

**Tabla 6. Facilidad de asimilación de conceptos de geometría**

Facilidad de asimilación de conceptos	f	%
a) Siempre	9	32,1
b) Muchas veces	10	35,7
c) Pocas veces	8	28,6
d) Muy pocas veces	1	3,6
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz, 2014.

**Figura 6. Facilidad de asimilación de conceptos de geometría**



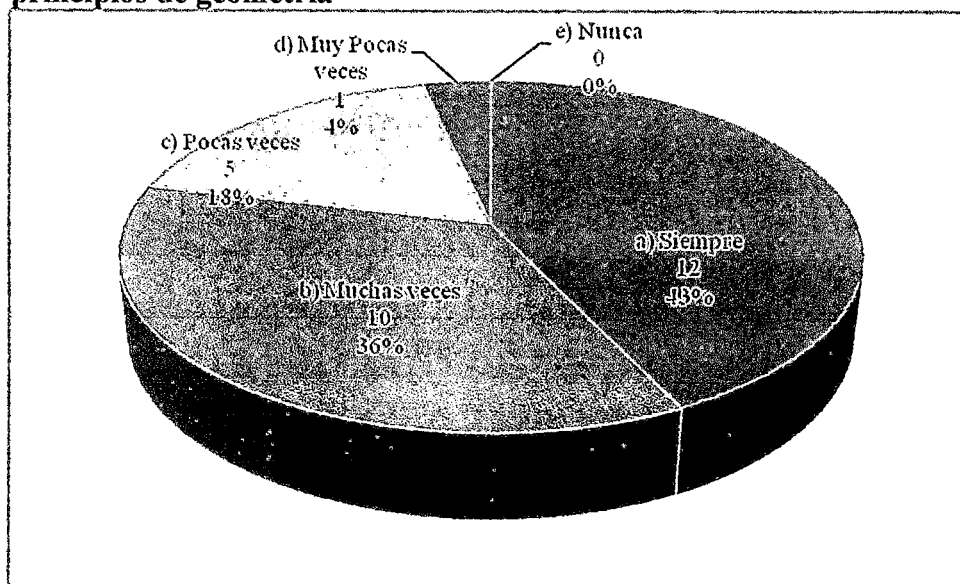
Según los resultados de la tabla 6 y figura 6 se observa que el 68 % de alumnos encuestados afirman asimilar con facilidad los conceptos de geometría, así mismo se observa que el 29% de alumnos tienen dificultad en la asimilación de los conceptos de geometría. Por lo tanto la mayoría de alumnos asimilan con facilidad los conceptos de geometría.

**Tabla 7. Vincular y organizar mejor conceptos, símbolos, gráficos y principios de geometría**

Vincula y organiza conceptos	f	%
a) Siempre	12	42,9
b) Muchas veces	10	35,7
c) Pocas veces	5	17,9
d) Muy pocas veces	1	3,6
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huáraz, 2014.

**Figura 7. Vincular y organizar mejor conceptos, símbolos, gráficos y principios de geometría**



Según los resultados de la tabla 7 y figura 7 se observa que el 79 % de alumnos encuestados indican que vinculan y organizan mejor los conceptos, símbolos, gráficos y principios de geometría así mismo se observa que el 18% de alumnos pocas veces vinculan y organizan los conceptos, símbolos, gráficos y principios de geometría. Por lo tanto la

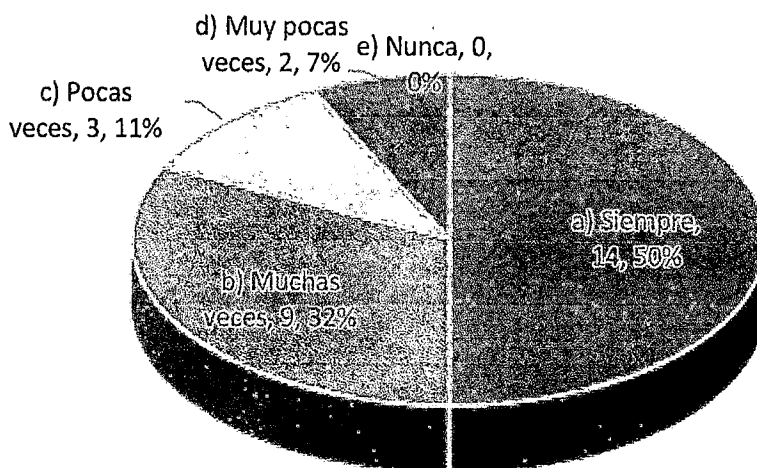
mayoría de alumnos vinculan y organizan mejor los conceptos, símbolos, gráficos y principios de geometría.

**Tabla 8. Facilidad de manipulación de regla y compas**

Uso adecuado de regla y compás	f	%
a) Siempre	14	50,0
b) Muchas veces	9	32,1
c) Pocas veces	3	10,7
d) Muy pocas veces	2	7,1
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 8. Facilidad de manipulación de regla y compas**



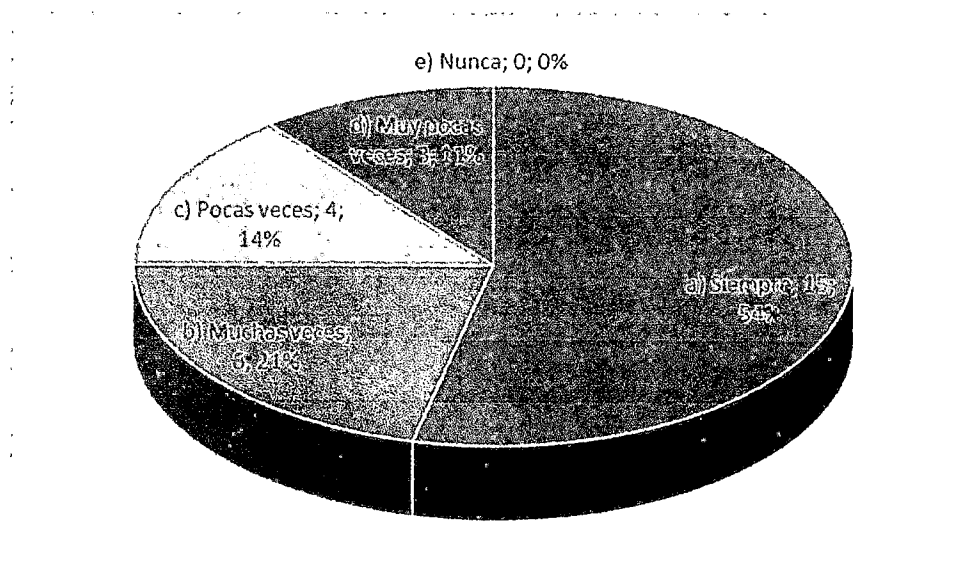
Según los resultados de la tabla 8 y figura 8 se observa que el 82 % de alumnos tienen facilidad en la manipulación de la regla y compas así mismo se observa que el 11% de alumnos presentan dificultades en el uso adecuado de regla y compas. Por lo tanto la mayoría de alumnos tienen la facilidad de manipular la regla y el compás adecuadamente.

**Tabla 9. Estrategias y procedimientos al realizar trazos geométricos**

Aplica estrategias y procedimientos	f	%
a) Siempre	15	53,6
b) Muchas veces	6	21,4
c) Pocas veces	4	14,3
d) Muy pocas veces	3	10,7
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 9. Estrategias y procedimientos al realizar trazos geométricos**



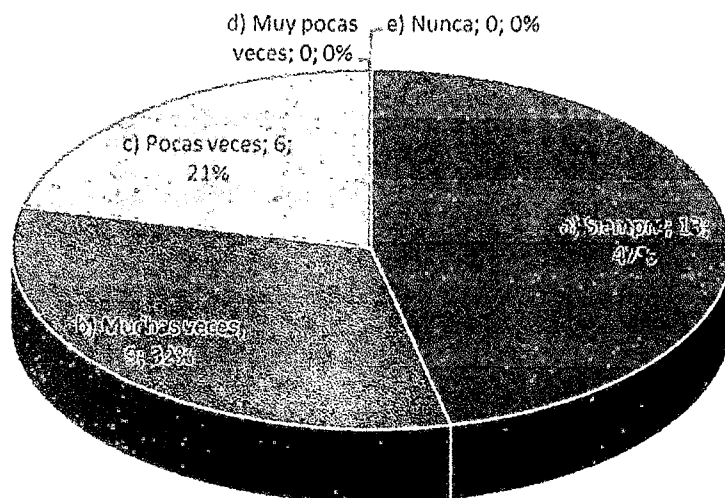
Según los resultados de la tabla 9 y figura 9 se observa que el 65 % de alumnos encuestados aplican estrategias y procedimientos al realizar trazos geométricos así mismo se observa que el 25% de alumnos manifiestan que aplican pocas veces estrategias y procedimientos geométricos. Por lo tanto la mayoría de alumnos aprovechan los procedimientos y estrategias al realizar trazos geométricos.

**Tabla 10. Las prácticas de trazos geométricos son entretenidas y útiles**

Son entretenidas y útiles	f	%
a) Siempre	13	46,4
b) Muchas veces	9	32,1
c) Pocas veces	6	21,4
d) Muy pocas veces	0	0,0
e) Nunca	0	0,0
Total	28	100

Fuente: Elaboración propia con los datos de la encuesta de opinión sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría del 2<sup>do</sup> Grado de Secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz, 2014.

**Figura 10. Las prácticas de trazos geométricos son entretenidas y útiles**



Según los resultados de la tabla 10 y figura 10 se observa que el 79 % de alumnos encuestados les parecen entretenidos y útiles realizar los trazos geométricos así mismo se observa que al 21% de alumnos no les parecen útiles realizar los trazos geométricos. Por lo tanto la mayoría de alumnos les parece entretenida y útil realizar trazos geométricos.

### **3.2.2. Resultados de la evaluación de la variable dependiente**

El presente trabajo de investigación empleó en el desarrollo de la fase experimental el diseño cuasi experimental de dos grupos no equivalentes, cuyo resultado se expone en los acápites siguientes:

Se aplicaron dos evaluaciones a cada grupo:

- Evaluación pre test al grupo control y experimental
- Evaluación post test al grupo control y experimental.

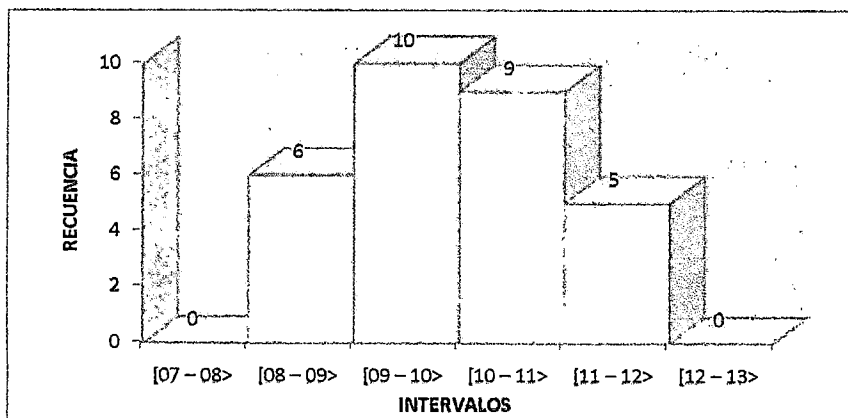
#### **3.2.2.1 Resultados de la evaluación del Pre-Test del grupo experimental y control**

**Tabla 11. Distribución de frecuencia de los resultados del Pre – Test del grupo experimental.**

Notas	Pm	$f_i$	$F_i$	$hi\%$	$H_i\%$
[07 – 08>	7,5	0	0	0,0	0,0
[08 – 09>	8,5	6	6	20,0	20,0
[09 – 10>	9,5	10	16	33,3	53,3
[10 – 11>	10,5	9	25	30,0	83,3
[11 – 12>	11,5	5	30	16,7	100,0
[12 – 13>	12,5	0	30	0,0	100,0
Totales		30		100	

### **Análisis e interpretación**

De la observación del cuadro N° 11 y gráfico N° 11 se puede observar que de los 30 alumnos participantes del grupo experimental en la prueba de entrada o pre test, el 20% obtuvieron notas de 8 a 9 puntos; el 33.3 % de estudiantes del pre test obtuvieron de 9 a 10 puntos; el 30% de 10 a 11 puntos; el 16.7 % de 11 a 12. Esto nos permite concluir que la mayoría de estudiantes obtuvieron puntuaciones desaprobatorias. Finalmente se puede ver una asimetría ligeramente positiva.



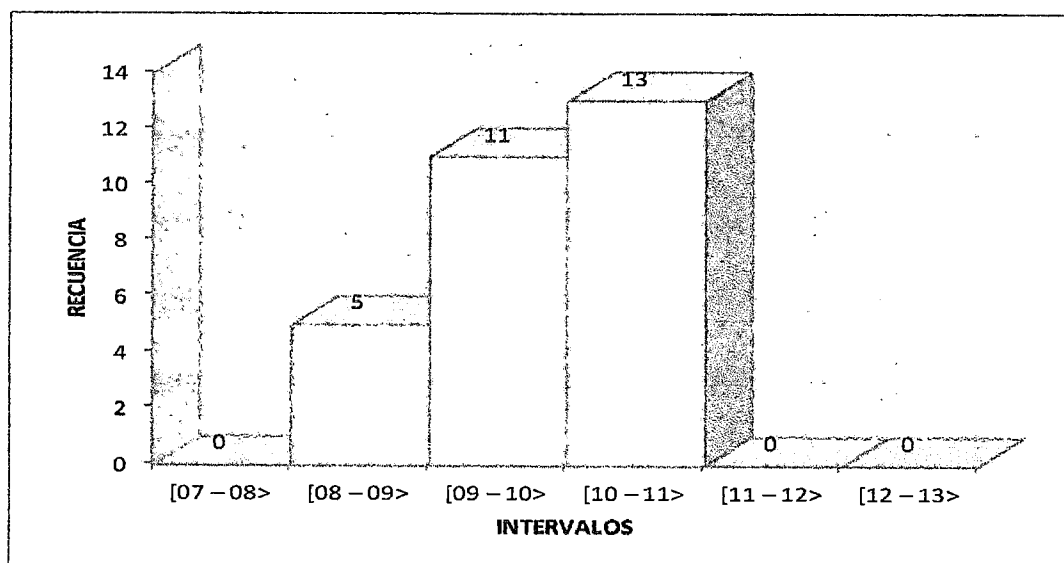
**Figura 11. Distribución de frecuencia de los resultados del pre – test del grupo experimental**

**Tabla 12. Distribución de frecuencia de los resultados del Pre – Test del grupo control**

Notas	Pm	$f_i$	$F_i$	$hi\%$	$H_i\%$
[07 – 08>	7,5	0	0	0,0	0,0
[08 – 09>	8,5	5	5	17,2	17,2
[09 – 10>	9,5	11	16	38,0	55,2
[10 – 11>	10,5	13	29	44,8	100,0
[11 – 12>	11,5	0	29	0,0	100,0
[12 – 13>	12,5	0	29	0,0	100,0
Totales		29		100	

### **Análisis e interpretación**

Del cuadro N° 12 y gráfico N° 12 se puede observar que de los 29 alumnos del grupo control en la prueba de entrada o pre test, el 17.2% obtuvieron notas de 8 a 9 puntos; el 38 % de estudiantes del pre test obtuvieron de 9 a 10 puntos; el 44.8 % de 11 a 12. Esto nos permite concluir que la mayoría de estudiantes obtuvieron puntuaciones desaprobatorias. Finalmente se puede ver una asimetría ligeramente negativa.



**Figura 12. Distribución de frecuencia de los resultados del pre – test del grupo control**

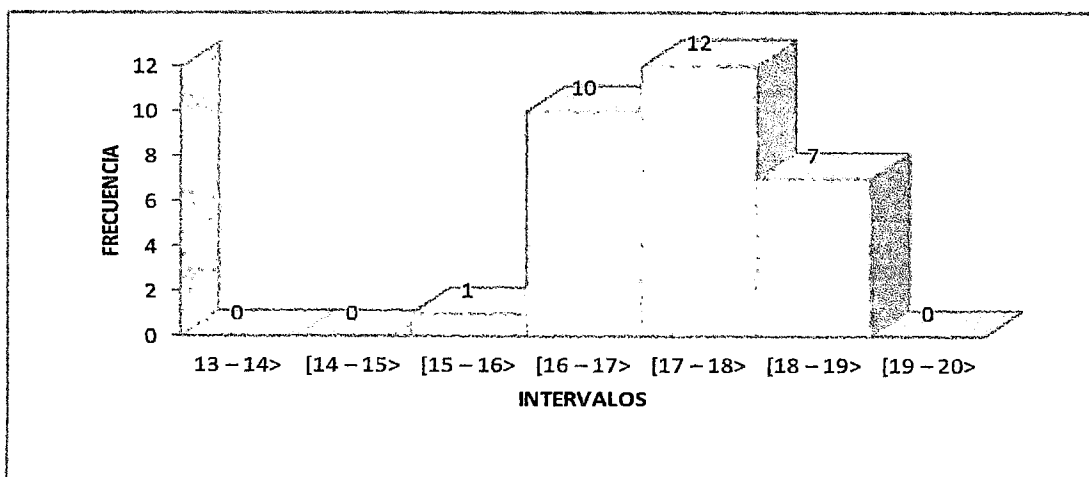
### 3.2.2.2. Resultados de la evaluación Pos-Test del grupo experimental y control

**Tabla 13. Distribución de frecuencia de los resultados del Post – Test del grupo experimental**

	Pm	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	h <sub>i</sub> %	H <sub>i</sub> %
[13 – 14>	13,5	0	0	0	0
[14 – 15>	14,5	0	0	0	0
[15 = 16>	15,5	1	1	3,3	3,3
[16 – 17>	16,5	10	11	33,3	36,7
[17 – 18>	17,5	12	23	40	76,7
[18 – 19>	18,5	7	30	23,3	100
[19 – 20>	19,5	0	30	0	100
Totales		30		100	

#### **Análisis e interpretación**

De la observación del Tabla 13 y gráfico N° 13 se puede observar que de las 30 alumnos del grupo experimental en la prueba de salida o pos test, el 3.3% obtuvieron notas de 15 a 16 puntos; el 33.3 % de estudiantes del pos test obtuvieron de 16 a 17 puntos; el 40.0 % de alumnos obtuvieron de 17 a 18 puntos y el 23.3 obtuvieron puntos de 18 a 19. Esto nos permite concluir que la mayoría de estudiantes obtuvieron puntuaciones aprobatorias. Finalmente se puede ver una asimetría ligeramente positiva.



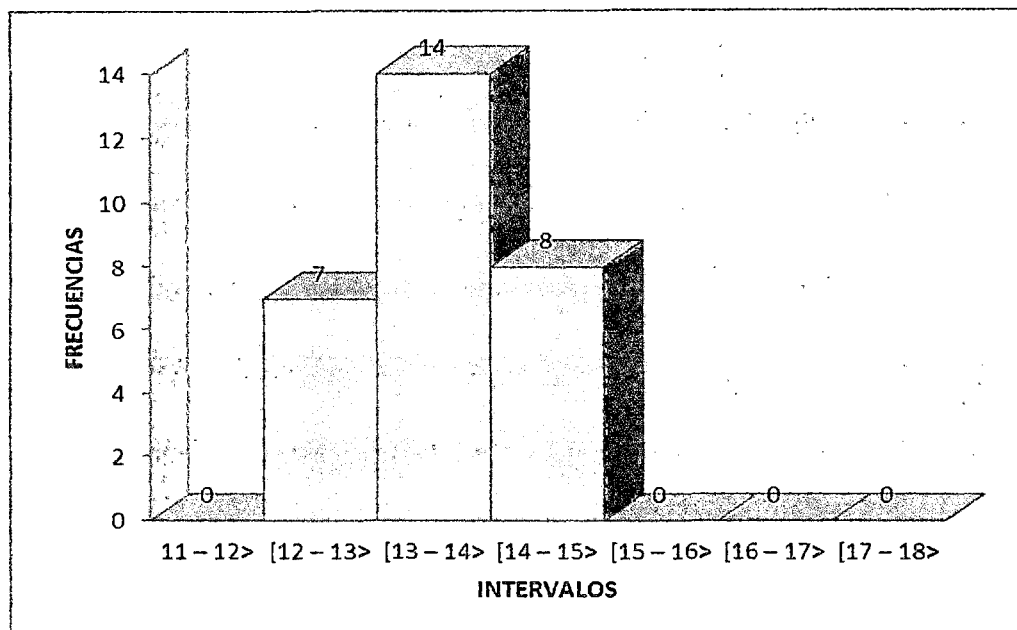
**Figura 13. Distribución de frecuencia de los resultados del pos – test del grupo experimental**

**Tabla 14. Distribución de frecuencia de los resultados del Post – Test del grupo control**

	Pm	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	h <sub>i</sub> %	H <sub>i</sub> %
[11 – 12>	11,5	0	0	0	0
[12 – 13>	12,5	7	7	24,14	24,14
[13 – 14>	13,5	14	21	48,28	72,41
[14 – 15>	14,5	8	29	27,59	100
[15 – 16>	15,5	0	0	0	0
[16 – 17>	16,5	0	0	0	0
[17 – 18>	17,5	0	0	0	0
Totales		29		100	

### **Análisis e interpretación**

De la observación del cuadro N° 14 y gráfico N° 14 se puede observar que de las 29 alumnos del grupo control en la prueba de salida o pos test, el 24.14% obtuvieron notas de 12 a 13 puntos; el 48.28 % de estudiantes del pos test obtuvieron de 13 a 14 puntos; el 27.59 % de alumnos obtuvieron de 14 a 15 puntos. Esto nos permite concluir que la mayoría de estudiantes obtuvieron puntuaciones aprobatorias. Finalmente se puede ver una asimetría ligeramente positiva.



**Figura 14. Distribución de frecuencia de los resultados del pos – test del grupo control**

### **3.2.2.3. Análisis de la comparación de resultados**

A continuación se presenta el análisis comparativo de los cuatro grupos, los cuales se pueden visualizar en los siguientes cuadros y gráficos comparativos:

•Comparación de resultados del Pre-Test y Post-Test del grupo experimental

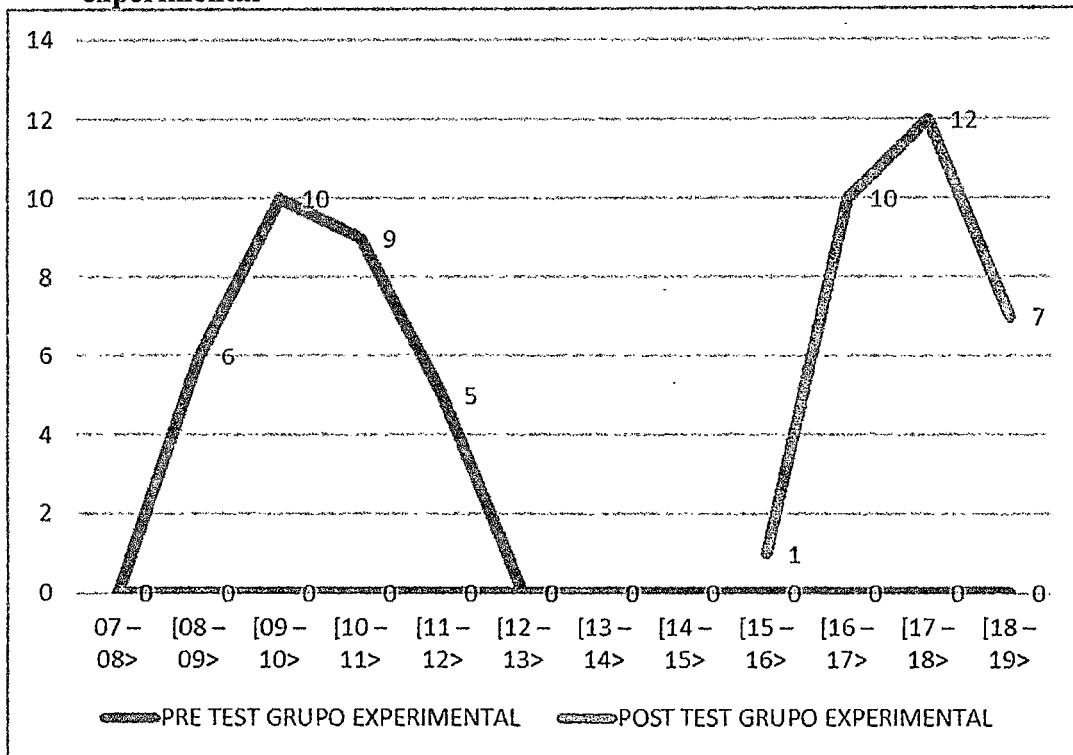


Figura N° 15: Comparación Pre = Test grupo experimental y Post – Test grupo experimental

Según la tabla N° 11 y la figura N° 11 podemos ver que el grupo experimental en el Pre Test, al menos el 83,3% tienen notas desaproboratorias, mientras que según la tabla N° 13 y figura N° 13 en el Post Test del grupo experimental se aprecia notas aprobatorias mayores a 14.

El hecho educativo significa que los alumnos del grupo experimental en el pre test obtuvieron un rendimiento bajo con relación al post test; que permite afirmar categóricamente que, si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2do grado de educación secundaria.

• Comparación de resultados del Pre-Test y Post-Test del grupo control

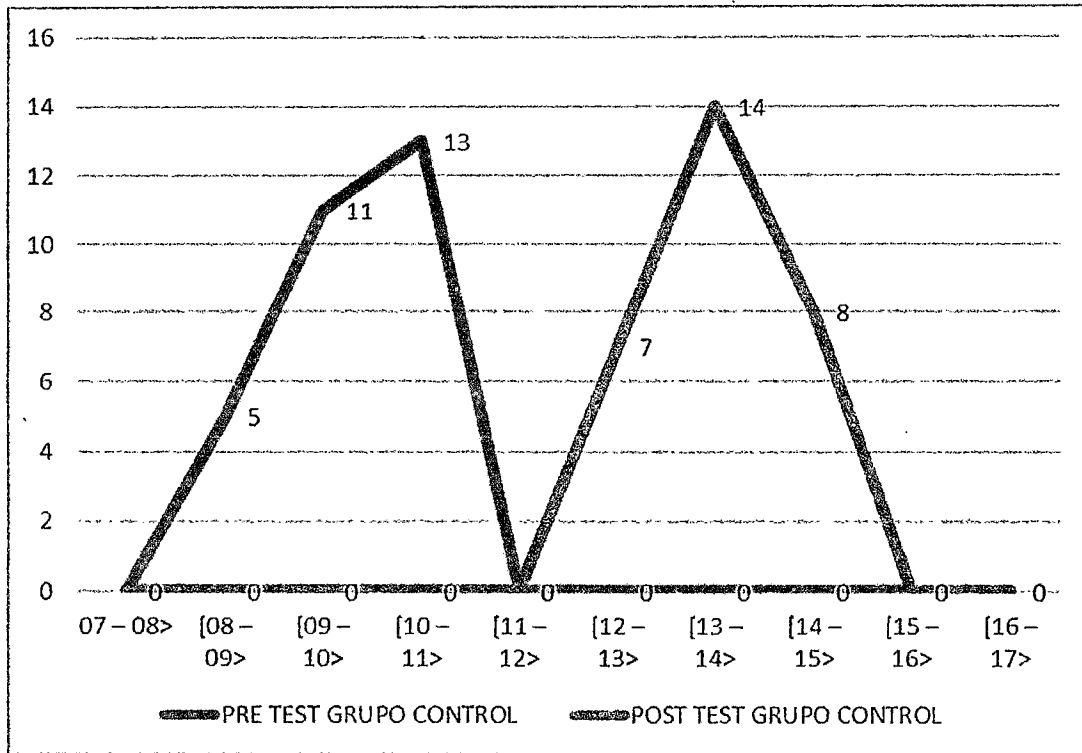


Figura N° 16: Comparación Pre Test y Post test grupo control

Según la tabla N° 12 y figura N° 12 podemos ver que el grupo control en el Pre Test, al menos el 55,2% tienen notas menores a 10, según la tabla N° 14 y figura N° 14, en el Post Test el grupo control obtuvo un rendimiento ligeramente superior, pero con notas inferiores a 15.

El hecho educativo significa que los alumnos del grupo control en el pre test obtuvieron un rendimiento bajo y mejoraron ligeramente en el Post Test, en este grupo las clases se desarrollaron de manera tradicional.

• Comparación de resultados del Pre – Test del grupo control y experimental

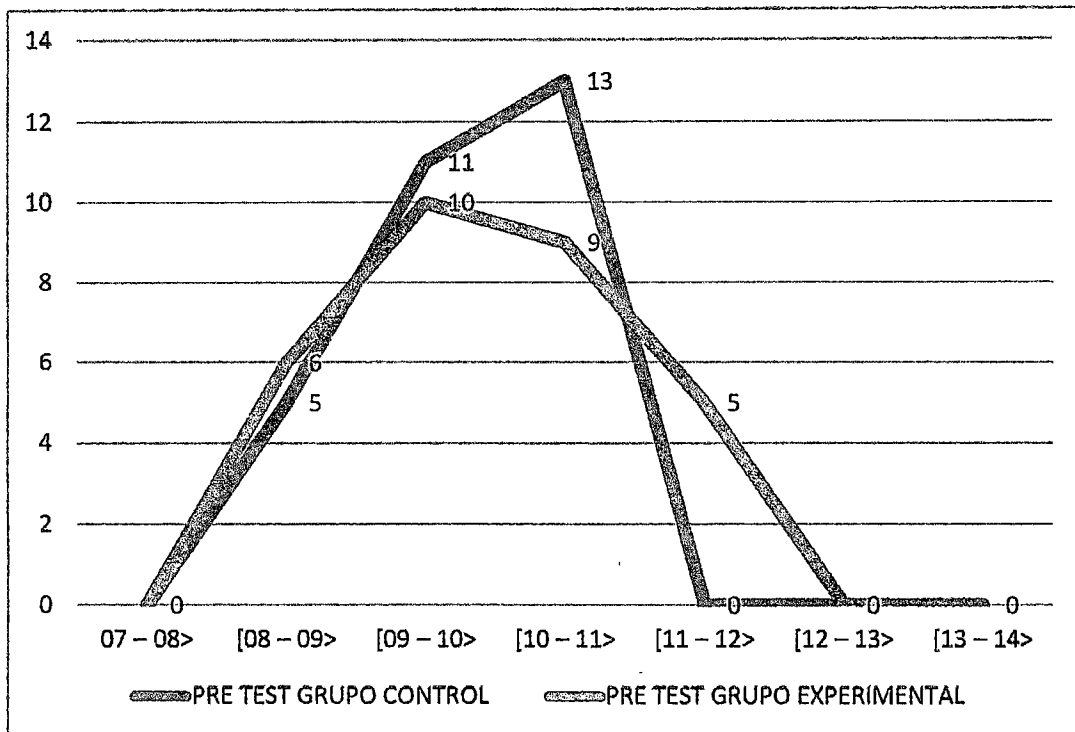


Figura N° 17: Comparación Pre-Test del grupo control y experimental

Según los resultados observados en la tabla N° 12, podemos ver que el grupo control en el Pre Test, al menos el 55,2% tienen notas menores a 10, de manera similar en la tabla N° 11 observamos que el grupo experimental en el Pre –Test, al menos el 53,3% tienen notas menores a 10.

El hecho educativo significa que los alumnos del grupo control y experimental al inicio de la aplicación de la presente investigación tenían características similares, académicamente en condiciones iguales.

• Comparación de resultados del Post-Test del grupo control y experimental

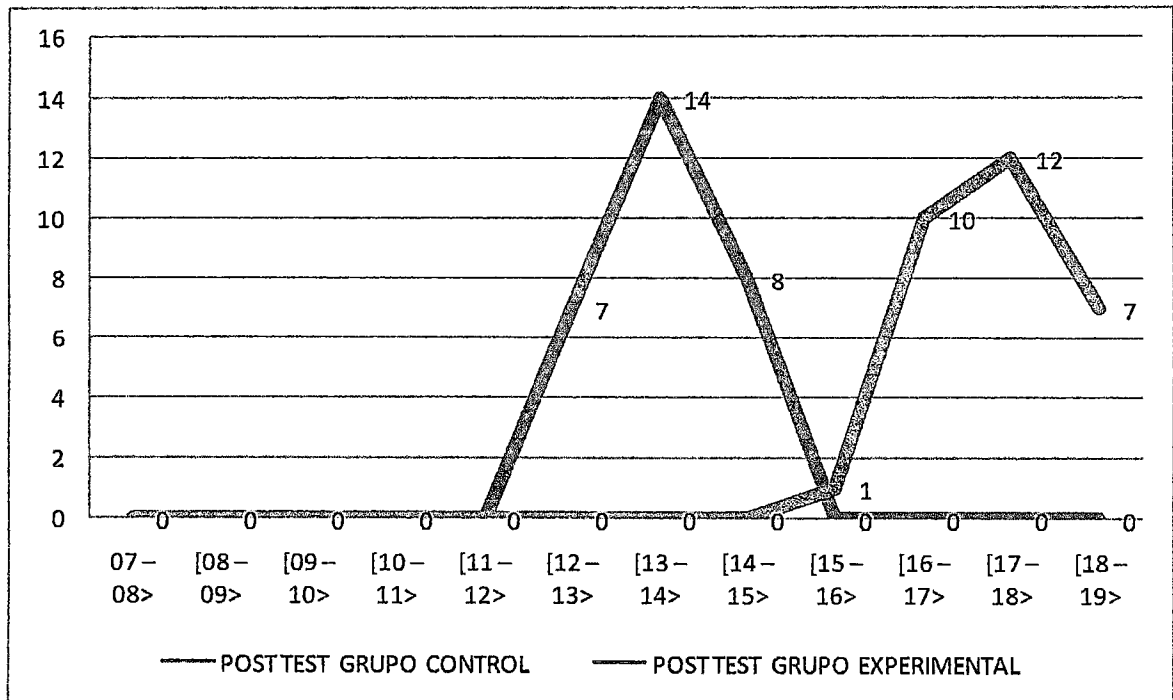


Figura N° 18: Comparación post test grupo control y experimental

Según la tabla N° 14, podemos ver que el grupo control en el Pos Test obtuvieron notas aprobatorias pero inferiores a 15, mientras que según la tabla N° 13 en el Post Test el grupo experimental obtuvieron mayores a 14.

El hecho educativo significa que los alumnos del grupo control en el Post Test sin la aplicación de la variable independiente demostraron una ligera mejora en contraste con los alumnos del grupo experimental en el Post Test después de la aplicación de la variable independiente demostraron una mejora significativa en el aprendizaje de la geometría.

### 3.2.3. Prueba de Hipótesis

Para la aplicación de la prueba de hipótesis se ha utilizado el Software SPSS 21 y se empleó la prueba de hipótesis t de Student para muestras relacionadas, en el que se han obtenido los siguientes resultados. Dado que se admite como válidos los datos allí obtenidos, que nos permite adoptar las siguientes decisiones:

**Respecto a la primera hipótesis específica se tiene**

Paso 1. Se formula la  $H_0$  y  $H_a$ .

$H_0: \mu_1 = \mu_3$

$H_a: \mu_1 \neq \mu_3$

O en forma equivalente:

$H_0$ : No existe una relación directa entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.

$H_a$ : Existe una relación directa entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.

Paso 2. Se determina el nivel de confianza:

Para  $\alpha = 0,05$ , se tiene 95% de confianza

Paso 3. Se elige el estadístico de prueba:

Se eligió la prueba T de Student para muestras relacionadas

Paso 4. Se calculan los valores estadísticos

Tabla N° 15. Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par 1 Pre test grupo experimental - Post test grupo experimental	-7.400	1.163	.212	-7.834	-6.966	34.862	29	.000

Paso 5. Se determina regla de decisión

Para un nivel de confianza de 95%, que equivale a un valor  $\alpha = 0,05$  se ha obtenido  $t = -34.862 < -Z_{\alpha/2} = -7.834$  y además se tiene que los resultados de la prueba T Student muestran un valor  $p = 0,000 < \alpha = 0,05$  por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta que existe una relación directa entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría

**Respecto a la segunda hipótesis específica se tiene**

Paso 1. Se formula la  $H_0$  y  $H_a$ .

$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$

$H_a: \mu_1 = \mu_2$

O en forma equivalente:

$H_0$ : La presentación con la regla y el compás no incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.

Ha: La presentación con la regla y el compás incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.

Paso 2. Se determina el nivel de confianza:

Para  $\alpha = 0,05$ , se tiene 95% de confianza

Paso 3. Se elige el estadístico de prueba:

Se eligió la prueba T de Student para muestras relacionadas

Paso 4. Se calculan los valores estadísticos:

Tabla N° 16. Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Suerior			
Par 1	Pre test grupo experimental - Pre test grupo control	.172	1.338	.248	-.337	.681	.694	28	.000

Paso 5. Se determina regla de decisión

Para un nivel de confianza de 95%, que equivale a un valor  $\alpha = 0,05$  se ha obtenido  $t = 0.694 > Z_{\alpha/2} = 0.681$  y además se tiene que los resultados de la prueba T Student muestran un valor  $P = 0,000 < \alpha = 0,05$  por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta que la presentación con la regla y el compás incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.

**Respecto a la tercera hipótesis específica se tiene**

Paso 1. Se formula la Ho y Ha.

Ho:  $\mu_2 \neq \mu_4$

Ha:  $\mu_2 = \mu_4$

O en forma equivalente

Ho: La experimentación no influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de la geometría

Ha: La experimentación influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de la geometría

Paso 2. Se determina el nivel de confianza

Para  $\alpha = 0,05$ , se tiene 95% de confianza

Paso 3. Se elige el estadístico de prueba

Se eligió la prueba T de Student para muestras relacionadas

Paso 4. Se calculan los valores estadísticos

Tabla N°17. Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas				T	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior				Superior
Par 1	Pre test grupo control - Post test grupo control	-3.759	.951	.177	-4.120	-3.397	21.289	28	.000

Paso 5. Se determina regla de decisión

Para un nivel de confianza de 95%, que equivale a un valor  $\alpha = 0,05$  se ha obtenido  $t = -21.289 < -Z_{\alpha/2} = -4.120$  y además se tiene que los resultados de la prueba T Student muestran un valor  $P = 0,000 < \alpha = 0,05$  por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta que la experimentación influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de la geometría.

### **Respecto a la hipótesis general se tiene**

Paso 1. Se formula la  $H_0$  y  $H_a$ .

$H_0: \mu_3 = \mu_4$

$H_a: \mu_3 > \mu_4$

O en forma equivalente:

$H_0$ : Si no se usa la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2<sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz

$H_a$ : Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2<sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz

Paso 2. Se determina el nivel de confianza

Para  $\alpha = 0,05$ , se tiene 95% de confianza

Paso 3. Se elige el estadístico de prueba

Se eligió la prueba T de Student para muestras relacionadas

Paso 4. Se calculan los valores estadísticos:

Tabla N° 18 Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas				T	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior				Superior
Par 1	Post test grupo experimental - Post test grupo control	3.793	1.082	.201	3.382	4.205	18.885	28	.000

Paso 5. Se determina regla de decisión

Para un nivel de confianza de 95%, que equivale a un valor  $\alpha = 0,05$  se ha obtenido  $t = 18.885 > \bar{Z}_{\alpha/2} = 4.205$  y además se tiene que los resultados de la prueba T Student muestran un valor  $P = 0,000 < \alpha = 0,05$  por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta que si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de geometría en los alumnos del 2<sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. “Señor de la Soledad” Huaraz

### 3.3. Discusión de resultados

Según Gutiérrez y Jaime (2001), el papel que juegan las construcciones geométricas realizadas en el entorno de geometría dinámica es fundamental, pues se convierten en los objetos de “experimentación” sobre la teoría, sin utilizar de manera directa el discurso, contribuyendo a superar uno de los obstáculos principales del aprendizaje de la geometría, como es, la superación de las tensiones entre los procesos de visualización y su potencial pedagógico heurístico en la resolución de problemas y los procesos de justificación y su potencial pedagógico para dar sentido a la organización deductiva del conocimiento matemático.

Siñeriz (2000), afirma que: todas las construcciones con regla y compas se logran a partir de sucesivas aplicaciones de cinco construcciones básicas. Y estas, a su vez, utilizan los puntos, segmentos y circunferencias que se han trazado en los pasos anteriores. Estas cinco construcciones son:

- Trazar la recta que pasa por dos puntos.
- Trazar la circunferencia con centro en un punto y radio determinado por otro punto.
- Marcar el punto de intersección de dos rectas.
- Marcar el punto de intersección de una circunferencia con una recta.
- Marcar el punto de intersección de dos circunferencias

Según Cerda (2006) “Estudiando los triángulos a través de su construcción con regla y compás”, concluye: a) Reconocen elementos básicos de los triángulos, y los utilizan adecuadamente para la reproducción y/o creación de triángulos, b)

Distinguen los elementos que permiten caracterizar un triángulo, c) Utilizan la construcción de triángulos para reproducir polígonos.

Para Cerda B, (2006), El compás puede trazar circunferencias de cualquier radio dado, pero a diferencia de la mayoría de compases reales, no tiene ninguna marca que permita repetir una abertura determinada. Sólo puede abrirse entre puntos que hayan sido previamente construidos, así que en realidad su única función es trazar una circunferencia, o parte de ella, con un centro determinado y un radio también determinado por un punto prefijado. Además, se trata de un compás "idealizado", que en cuanto deja de tocar el papel se cierra, perdiendo todo recuerdo del radio de la circunferencia que acaba de trazar.

De otro lado, como parte del desarrollo del trabajo de campo según la tabla N° 2, N° 3, N° 4, figura N° 2, N° 3, N° 4, tabla y figura N° 13 y los gráficos comparativos N° 15 y N° 18, a los que se suma la prueba de la t de Student que nos permite rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna con lo que se confirma que la hipótesis específica N° 1 que afirma que la motivación influye significativamente con la capacidad de razonamiento y demostración en geometría. Queda aceptada.

Asimismo, como parte del desarrollo del trabajo de campo según el cuadro y gráfico N° 5, N° 6, N° 7, tabla y figura N° 13 y los gráficos comparativos correspondientes a los que se suma la prueba de la t de Student que nos permite rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna con lo que se confirma que la hipótesis específica N° 2 que afirma. La presentación con regla y compás

incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en geometría.  
Queda aceptada.

Finalmente, como parte del desarrollo del trabajo de campo según el cuadro y gráfico N° 8, N° 9, N° 10, tabla y figura N° 13, así como los gráficos comparativos correspondientes a los que se suma la prueba de la t de Student que nos permite rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna con lo que se confirma que la hipótesis específica N° 3 que afirma que la experimentación influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de geometría. Queda aceptada.

### **3.4 Adopción de decisiones**

Habiendo quedado evidenciado en los acápites que anteceden, así como en la discusión de resultados, donde los datos obtenidos y las pruebas de hipótesis de datos con la t de Student para cada una de las hipótesis específicas 1, 2, 3 y la hipótesis general han sido confirmadas y aceptadas, con lo que queda evidenciado una vez más nuestro logro de los propósitos de la presente investigación, con lo cual se posibilita y ha quedado demostrada nuestra hipótesis general que dice: Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E “Señor de la soledad” - Huaraz. Quedando plenamente demostrada y confirmada.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda a los docentes de matemática deben adoptar como indispensable el uso eficiente de la regla y el compás, ya que como material educativo tienen influencia poderosa en el aprendizaje, los padres de familia por su parte deben dotarles estos instrumentos y otros materiales que favorezca el desempeño académico de sus hijos.
- Se recomienda motivar constantemente a los alumnos usando materiales educativos pertinentes para cada tema de tal manera que propicie su participación activa, despierte su interés, imaginación, creatividad con los cuales adquiera nociones básicas para realizar las tareas de razonamiento y demostración en la geometría.
- Se recomienda que durante las sesiones de clase se debe presentar los temas lo más explícito que se pueda, utilizando los medios necesarios que favorezca la atención permanente, la asimilación de conceptos, de tal manera que los alumnos desarrollen hábitos de comunicación específicamente en la geometría y en lo general en matemática.
- Se recomienda a los profesores de aula poner más énfasis en la importancia de la teoría y la práctica, deben fomentar la aplicación de estrategias y procedimientos adecuados en la resolución de problemas de la geometría y de la vida real.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

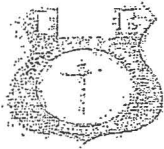
- Alsina, C. Y OTROS (1987). Invitación a la didáctica de la Geometría. 12. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Editorial Síntesis. Madrid.
- Alsina, C. Y OTROS (1988). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis. Madrid.
- Alsina, C. y Otros (1997). ¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para ESO. Editorial Síntesis. Madrid.
- Boyer, C. (1968). Libro de Historia de la Matemática. Brooklyn, New York: Editorial Progreso.
- Bressan (2009). La geometría en la educación general. España. Editorial Addison-Wesley.
- Butts, T. (1980). Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica. Mirar, construir, decir y pensar. España: Novedades Educativas. 3ra Edición.
- Carretero, Coriat y Nieto (1995). Secuenciación, organización de contenidos y actividades de aula. Materiales curriculares para la ESO, Junta de Andalucía, Consejería de Educación. Sevilla.
- Coriat, M. (1997). Materiales, Recursos y Actividades: Un panorama. En Luis Rico (Ed.), La educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona, Horsori. pp. 155-178.
- Díaz, N. (2000). Las construcciones con regla y compás en la Enseñanza de la Geometría. Universidad de Costa Rica. Escuela de Matemática.

- Diseño Curricular Nacional (2009). De educación Básica Regular. Segunda Edición. Ministerio de Educación. Lima.
- Gutiérrez, A. & Jaime, A. (2001). Construcciones Geométricas por los Estudiantes de Magisterio. Departamento de Didáctica de la Matemática. España: Universidad de Valencia.
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988) Recursos en el aula de matemáticas (n° 34). Editorial Síntesis. Madrid.
- Hernández, F. y Soriano, E. (1999). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Diseño y evaluación de programas. Editorial La Muralla, S.Á. Madrid.
- Heródoto (1970), Matemática: la historia de la geometría, de los símbolos y del espacio, México: Organización Editorial Novaro.
- Huertas, Juan Antonio (2001). Motivación Querer aprender, Psicología Cognitiva y Educación. Aique Grupo Editor S.A. Buenos Aires.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE (2008). La enseñanza de la geometría. Segunda edición, 2008, 174 pp. Editorial Novaro.
- Martínez, A. y otros (1989). Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría. Editorial Síntesis. Madrid.
- Marín R. y otros (2012). La geometría plana y del espacio: Editorial La Muralla, S.A. Madrid.
- Polya, G. (1987). Cómo plantear y resolver problemas. Decimocuarta reimpresión, México: Editorial Trillas.

- Siñeriz L. (2001). Acerca del Razonamiento en Geometría y construcción con regla y compas. Divulgaciones Matemáticas. Vol. I.
- Valenzuela Molina, M. (2012). Uso de Materiales Didácticos Manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría - Un estudio sobre algunos colegios de Chile. (Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada).

**ANEXO 01**

**CONSTANCIA DE APLICACIÓN DE LA TESIS**



I.E. "Señor de la Soledad" - Huaraz

## CONSTANCIA

EL DIRECTOR DE LA INSTITUCION EDUCATIVA "SEÑOR DE LA SOLEDAD" HUARAZ, QUE AL FINAL SUSCRIBE HACE CONSTAR:

Que, los Bachilleres : DOMINGUEZ RIVERA Alejandro Glicerio y ROMERO AGUILAR Erick de la UNIVERSIDAD NACIONAL "Santiago Antúnez de Mayolo" Facultad de Ciencias sociales, Educación y comunicación, quienes han realizado la APLICACIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACION titulado : INFLUENCIA DEL USO DE REGLA Y COMPAS EN EL APRENDIZAJE DE GEOMETRIA" con los alumnos del 2do. Grado de Educación Secundaria de esta Institución Educativa, realizado en el mes de setiembre 2014 con la supervisión de la docente de área de matemática, durante el desarrollo han demostrado puntualidad y responsabilidad en el trabajo.

Se expide la presente constancia a petición de los interesados para los fines que estimen por conveniente.

Huaraz, 09 de octubre - 2014



  
Dr. Juan de S. HILARIO GARCÍA  
DIRECTOR

**ANEXO 02**

**MATRIZ DE CONSISTENCIA**

# MATRIZ DE CONSISTENCIA

TITULO	PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGIA
Influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2 <sup>do</sup> grado de secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz	<b>Problema general</b> ¿Cómo influye el uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2 <sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz?	<b>Objetivo general</b> Evaluar la influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2 <sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz	<b>Hipótesis general</b> Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del 2 <sup>do</sup> grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz	<b>variable independiente</b>  Uso de la regla y el compás	Motivación  Presentación  Experimentación	- Demuestra interés favorable por la geometría. - Participa activamente en la clase.  - Mantiene atención permanente en la clase. - Asimila conceptos de geometría con facilidad.  - Demuestra habilidades de manipulación de materiales. - Aplica estrategias y procedimientos para realizar trazos geométricos.	<b>Tipo de Estudio:</b> Investigación Científica Aplicada <b>Nivel:</b> Causal Explicativo <b>Diseño de la Investigación:</b> Cuasi experimental Diseño con pre prueba, post prueba y grupos intactos (uno de ellos de control): $G_1: O_1 \times O_3$ <hr/> $G_2: O_2 \quad O_4$
	<b>Problemas Específicos</b> ¿Cuál es la relación que existe entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría?  ¿Qué efectos tiene la presentación con la regla y el compás en la capacidad de comunicación matemática en la geometría?  ¿Cuál es la influencia de la experimentación en la capacidad de resolución de problemas de la geometría?	<b>Objetivos específicos</b> Analizar la relación existente entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.  Explicar los efectos de la presentación con regla y compás en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.  Determinar la influencia de la experimentación en la capacidad de resolución de problemas de la geometría	<b>Hipótesis Específicas</b> Existe una relación directa entre la motivación con la capacidad de razonamiento y demostración en la geometría.  La presentación con regla y compás incide favorablemente en la capacidad de comunicación matemática en la geometría.  La experimentación influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas de la geometría	<b>variable dependiente</b>  aprendizaje de la geometría	Razonamiento y demostración  Comunicación matemática  Resolución de problemas	- Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos. - Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.  - Grafica líneas y puntos notables en un triángulo. - Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.  - Resuelve problemas de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo. - Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.	<b>Población:</b> Los estudiantes de segundo grado del nivel secundario de la I.E. "Señor de la Soledad" Huaraz: 130  <b>Muestra:</b> Grupo Control 29; Sección B Grupo Experimental 30; Sección A

**ANEXO 03**

**MATRIZ DE COHERENCIA ENTRE OBJETIVO, HIPÓTESIS, VARIABLES E  
INSTRUMENTOS**

MATRIZ DE COHERENCIA ENTRE OBJETIVO, HIPÓTESIS,  
VARIABLES E INSTRUMENTOS

OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INSTRUMENTOS	FUENTE DE INFORMACIÓN
Evaluar la influencia del uso de la regla y el compás en el aprendizaje de geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E "Señor de la Soledad - Huaraz"	Si se usa eficientemente la regla y el compás entonces mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del segundo grado de educación secundaria de la I.E "Señor de la soledad - Huaraz"	Uso de regla y compás	Encuesta	Estudiantes
		Aprendizaje de geometría	Pre test Post test	Estudiantes

## **ANEXO 04**

### **OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES POR INSTRUMENTOS.**

OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES POR INSTRUMENTOS.

VARIABLES	DIMENSIÓN	INDICADOR	ÍNDICES	ÍTEM	
Uso de la regla y el compás	Motivación	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Demuestra interés favorable por la geometría.</li> <li>◦ Participa activamente en la clase.</li> <li>◦ Mantiene atención permanente en la clase</li> <li>◦ Asimila conceptos de geometría con facilidad</li> <li>◦ Demuestra habilidades de manipulación de instrumentos</li> <li>◦ Aplica estrategias y procedimientos para realizar trazos geométricos.</li> </ul>	Siempre	1	
				2	
	Presentación		Muchas veces	3	
				4	
	Experimentación		Pocas veces	5	
				6	
			Muy pocas veces	7	
				8	
			Nunca	9	
				10	
Aprendizaje de la geometría	Razonamiento y demostración	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.</li> <li>- Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.</li> <li>- Grafica líneas y puntos notables en un triángulo.</li> <li>- Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.</li> <li>- Resuelve problemas de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.</li> <li>- Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.</li> </ul>		1	
				2	
	Comunicación matemática			3	
				4	
	Resolución de problemas			5	
				6	

**ANEXO 05**

**UNIDAD DE APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA**

**UNIDAD DE APRENDIZAJE  
GEOMETRÍA PLANA Y MEDIDA**

**I.- DATOS INFORMATIVOS:**

- |                       |                                  |                    |
|-----------------------|----------------------------------|--------------------|
| 1.1.- I.E.            | : “SEÑOR DE LA SOLEDAD” - HUARAZ |                    |
| 1.2.- ÁREA            | : Matemática                     |                    |
| 1.3.- GRADO           | : 2°                             | SECCIÓN: “A” Y “B” |
| 1.4.- DURACIÓN        | : 12 Horas                       |                    |
| 1.5.- HORAS SEMANALES | : 04 Horas                       |                    |
| 1.5.- PROFESORA       | : Lucero Solís Angélica          |                    |

**II.- JUSTIFICACIÓN:**

En esta unidad hemos tenido en cuenta el tema transversal de Educación ambiental, y es conocido que uno de los principales problemas de Huaraz es la contaminación ambiental producido por la industria minera y esta industria tiene plantas de tratamiento con estructuras geométricas que permitirán a los alumnos observar y analizar matemáticamente dichas estructuras.

**III.- TEMA TRANSVERSAL:** Educación Ambiental.

**IV.- ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES:**

CONOCIMIENTOS	APRENDIZAJES ESPERADOS (Capacidades)	ACTIVIDADES/ESTRATEGIAS	TIEMPO
<p><b>Geometría plana</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas paralelas y perpendiculares.</li> <li>• Ángulos formados por una recta secante a dos paralelas.</li> <li>• Ángulos en el triángulo.</li> <li>• Líneas y puntos notables en el triángulo.</li> </ul> <p><b>Medida</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes.</li> </ul>	<p><b>Razonamiento y demostración</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.</li> <li>• Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.</li> <li>• Argumenta proposiciones y enunciados que implican propiedades de ángulos formados por rectas secantes.</li> </ul> <p><b>Comunicación matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica líneas y puntos notables en un triángulo.</li> <li>• Representa gráficamente líneas notables de un triángulo y de una circunferencia.</li> <li>• Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.</li> </ul> <p><b>Resolución de problemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de las medidas de ángulos mediante las propiedades de los ángulos formados por una recta secante a dos paralelas.</li> </ul>	<p><u>Orientaciones para la apertura motivadora</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se les presenta gráficos y fotos de las diferentes estructuras de la industria en Chimbote con diferentes formas geométricas.</li> <li>• Se ven polígonos regulares e irregulares. Además, se aprecian polígonos convexos y no convexos.</li> </ul> <p><u>Recuperación de conocimientos previos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizan la clasificación de los ángulos según su medida para hacer su construcción, empleando escuadras, transportador, reglas y compás para trazar la bisectriz.</li> <li>• Trazan los segmentos empleando una regla y marcar el punto medio usando un compás.</li> <li>• Aplican propiedades básicas del triángulo.</li> </ul> <p><u>Orientaciones para el desarrollo del tema y las actividades</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizan demostraciones en forma sencilla.</li> <li>- <u>Circunferencia y círculo:</u> El alumno debe graficar una circunferencia de 10cm de diámetro, utilizando un compás, luego colocara sus elementos usando diferentes colores.</li> <li>- Plantear ejercicios con aplicaciones directas.</li> <li>- <u>Ángulos en el círculo:</u> Que los alumnos trabajen con regla y compás, construyan e identifiquen los diversos ángulos en el círculo y realicen ejercicios de aplicación directa.</li> </ul>	12horas

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.</li> <li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.</li> </ul> <p><b>Actitudes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos.</li> <li>• Valora la utilidad de las propiedades y relaciones geométricas para resolver situaciones del entorno.</li> <li>• Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Circunferencia inscrita y circunscrita:</b> tener en cuenta la diferencia entre circunferencia inscrita y circunscrita, para ellos los alumnos dibujarán ambos casos..</li> <li>• Los alumnos que comenten sobre la gráfica de una circunferencia inscrita y circunscrita</li> <li>• Los alumnos observen fotografías de los diferentes restos arqueológicos de la cultura Chavín, pues en ella verán las formas geométricas que poseen.</li> <li>• Comentar con los alumnos la importancia de la geometría en las construcciones de las culturas antiguas peruanas.</li> <li>• Se le hace conocer el concepto de segmentos proporcionales y segmentos congruentes y ponen en práctica dichos conceptos en un problema real propuesto por el profesor.</li> <li>• Los alumnos elaboren un plano, utilizando, reglas, compás, escuadras, etc.</li> <li>• Pedir a los alumnos que traigan una copia de dos fotos en diferentes escalas y establecen las diferencias y similitudes en sus lados.</li> <li>• Los alumnos con ayuda del profesor conocen las líneas notables de los triángulos, luego trazan estas líneas en un triángulo rectángulo.</li> <li>• Preguntar a los alumnos que puntos de intersección de estas líneas notables coinciden en un triángulo rectángulo y en un triángulo equilátero.</li> <li>• Conocen conceptos de cuerda en una circunferencia apotema, corona, sector circular.</li> </ul>	
--	--	--	--

**V.- ÁREAS QUE SE INTEGRAN:**

5.1. Ciencia, Tecnología y Ambiente, Historia, geografía y economía.

**VI.- RECURSOS:**

- Humanos: Alumnos, docentes.
- Materiales: plumones, tizas, textos, impresos, escuadra, regla, compás, etc.
- Internet

**VII- EVALUACIÓN:**

<b>CRITERIOS</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>TÉCNICAS/INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN</b>
<b>Razonamiento y Demostración</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.</li><li>• Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.</li></ul>	Prácticas dirigidas Prueba escrita Intervenciones en la Pizarra.
<b>Comunicación matemática</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Representa gráficamente líneas y puntos notables de un triángulo.</li><li>• Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.</li></ul>	Prácticas dirigidas Prueba escrita Intervenciones en la Pizarra.
<b>Resolución de problemas</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.</li><li>• Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.</li></ul>	Prácticas dirigidas Prueba escrita Intervenciones en la Pizarra
<b>Actitudes</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos.</li><li>• Valora la utilidad de las propiedades y relaciones geométricas para resolver situaciones del entorno.</li><li>• Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados.</li></ul>	Ficha de observación Lista de cotejo

Huaraz, Agosto del 2014

LIC.....

**ANEXO 06**

**MATRIZ PARA LA EVALUACIÓN DEL PRE Y POST TEST**

### MATRIZ DE EVALUACIÓN PARA EL PRE Y POST TEST

INDICADORES DE EVALUACIÓN	Nº ITEM	PESO %	PUNTAJE
• Establece relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos.	1	15	3
• Verifica proposiciones que implican propiedades básicas de los triángulos.	2	15	3
• Representa gráficamente líneas y puntos notables de un triángulo.	3	15	3
• Calcula la medida de ángulos formados por rectas secantes y ángulos de triángulos.	4	15	3
• Resuelve problemas que implican el cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.	5	20	4
• Resuelve problemas que implican el cálculo de líneas notables de un triángulo.	6	20	4
		100	20

**ANEXO 07**

**FICHA DE SESION DE APRENDIZAJES**



**UNIVERSIDAD NACIONAL**  
**"SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"**  
 FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN

**DISEÑO DE SESIÓN DE APRENDIZAJE**

**I.- DATOS INFORMATIVOS:**

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : Señor de la Soledad - Huaraz  
 1.2. LUGAR : Huaraz FECHA : 06/09/2014  
 1.3. GRADO DE ESTUDIOS : 2do de Secundaria SECCIÓN : "A"  
 1.4. ÁREA CURRICULAR : Matemática TIEMPO : 2h  
 1.5. PROFESOR DE ÁREA/AULA : Angélica Lucero Solís  
 1.6. PROFESOR DE PRÁCTICA :  
 1.7. ALUMNO PRACTICANTE : Erick Romero Aguilar y Alejandro Domínguez R.

**II.- APRENDIZAJE ESPERADO:**

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
Resuelve problemas que implican el uso de los medidores de ángulos mediante las propiedades de los ángulos formados por una recta secante a dos paralelas.	Ángulos formados por dos rectas paralelas y una recta secante.
ACTITUDES	
Toma la iniciativa para formular preguntas, buscar conjeturas y plantear problemas.	

**III.- DESARROLLO DEL APRENDIZAJE:**

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES/ESTRATEGIAS	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO (Recuperación de Saberes Previos)	Se les presenta fotografías y se les pide que identifiquen diferencias rectas paralelas, perpendiculares y secantes.	Fotos, computadora, multimedia	15'
PROCESO (Construcción de Nuevos Conocimientos)	Describen y relacionan los ángulos determinados por dos rectas paralelas y una recta secante: ángulos alternos internos, alternos externos, conjugados internos, conjugados externos y correspondientes.	Escuadras, transportador, reglas, hojas impresas, pizarra, plumones	1h
SALIDA (Aplicación de Nuevos Conocimientos)	Demuestran propiedades de ángulos formados por rectas paralelas y secante. Resuelve problemas.	Hojas impresas, reglas, plumones.	30'
Metacognición (Reflexión sobre el aprendizaje)	¿Qué aprendí? ¿Cómo aprendí? ¿En qué debo mejorar?		15'

**IV.- EVALUACIÓN DE APRENDIZAJES**

CAPACIDADES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Razonamiento y Demostración Comunicación Matemática Resolución de problemas	Argumenta proposiciones y enunciados que impliquen propiedades de ángulos formados por rectas secantes.	Hojas impresas y/o copias fotostáticas.
BIBLIOGRAFÍA	DIRECCIONES URL/PÁGINAS WEB	
Ministerio de Educación (2012). Matemática 2. Ed. Norma		

*[Firma]*

ALUMNO PRACTICANTE

PROFESOR DE PRÁCTICA



**UNIVERSIDAD NACIONAL**  
**"SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"**  
 FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN

**DISEÑO DE SESIÓN DE APRENDIZAJE**

**DATOS INFORMATIVOS:**

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA	: Señor de la Soledad - Huaraz	FECHA	: 15/09/2014
1.2. LUGAR	: Huaraz	SECCIÓN	: 4A
1.3. GRADO DE ESTUDIOS	: 2do de secundaria	TIEMPO	: 2h
1.4. ÁREA CURRICULAR	: Matemática		
1.5. PROFESOR DE ÁREA/AULA	: Angélica Lucano Salís		
1.6. PROFESOR DE PRÁCTICA			
1.7. ALUMNO PRACTICANTE	: Erick Romero Aguilar y Alejandro Domínguez Rivera		

**APRENDIZAJE ESPERADO:**

GAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
Verifica propiedades de las figuras básicas de los triángulos.	Angulos de un triángulo y elementos del triángulo.
Resuelve problemas que implican el cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.	Clasificación de triángulos y propiedades fundamentales de los triángulos.
ACTITUDES	
Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su formación matemática.	

**DESARROLLO DEL APRENDIZAJE**

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES/ESTRATEGIAS	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO (Recuperación de Saberes Previos)	Se les presenta gráficos y fotos de las diferentes estructuras de la industria en China y botellas de las compañías mineras.	Fotos, libros	15'
PROCESO (Construcción de Nuevos Conocimientos)	Definición de Triángulo con la participación de los alumnos. Clasificación de los triángulos. Propiedades fundamentales de los triángulos.	Fotos de empresas de procedimientos para realizar triángulos geométricos.	1h
SALIDA (Aplicación de Nuevos Conocimientos)	Resolución de problemas del cálculo de la suma de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.	Lista de ejercicios y libros	30'
Metacognición (Reflexión sobre el aprendizaje)	¿Qué aprendí? ¿Cómo aprendí? ¿En qué debo mejorar?		15'

**EVALUACIÓN DE APRENDIZAJES:**

GAPACIDADES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Razonamiento y Demostración	Verifica propiedades básicas de los triángulos.	Prácticas dirigidas
Comunicación Matemática	Identifica medida de ángulos interiores y exteriores de un triángulo.	Intervenciones en clase.
Resolución de problemas		

BIBLIOGRAFÍA	DIRECCIONES URL/PÁGINAS WEB
Santillana (2012). 4 Matemática secundaria, Perú	

*[Firma]*

ALUMNO PRACTICANTE

PROFESOR DE PRÁCTICA



**UNIVERSIDAD NACIONAL**  
**"SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"**  
 FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN

**DISEÑO DE SESIÓN DE APRENDIZAJE**

**I.- DATOS INFORMATIVOS:**

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : Señor de la Soledad - Huaraz  
 1.2. LUGAR : Huaraz FECHA : 20/09/2014  
 1.3. GRADO DE ESTUDIOS : 2do Grado de Secundaria SECCIÓN : "A"  
 1.4. ÁREA CURRICULAR : Matemática TIEMPO : 2 h  
 1.5. PROFESOR DE ÁREA/AULA : Angélica Lucero Solís  
 1.6. PROFESOR DE PRÁCTICA :  
 1.7. ALUMNO PRACTICANTE : Alejandro G. Domínguez Rivera y Erick Romero Aguilar

**II.- APRENDIZAJE ESPERADO:**

CAPACIDADES:	CONOCIMIENTOS:
Gráfica líneas y puntos notables en un triángulo.	Líneas y puntos notables en el triángulo. - Mediana y el Baricentro (G). - Bisectriz y el Incentro (I). - Altura y el Ortocentro (O). - Mediatriz y el Circuncentro (C).
Resuelve problemas que impliquen el cálculo de líneas notables en un triángulo.	
ACTITUDES:	
Valora la utilidad de las propiedades y relaciones geométricas para resolver situaciones del entorno.	

**III.- DESARROLLO DEL APRENDIZAJE:**

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES/ESTRATEGIAS	MEDIOS Y MATERIALES	T.
INICIO (Recuperación de Saberes Previos)	Se les pide que traigan la altura de diferentes clases de triángulo. Se les pide hallar el centro de gravedad del triángulo.	Pizarra, plumones, reglas, escuadras, hilo o cuerda.	15'
PROCESO (Construcción de Nuevos Conocimientos)	Definición de líneas notables en el triángulo. Trazar bisectrices y ubicar el incentro. Trazar las alturas y ubicar el ortocentro. Trazar las medianas y ubicar el baricentro. Trazar las mediatrices y ubicar el circuncentro.	Regla, compás, plumones, hojas impresas de procedimientos para realizar trabajos geométricos.	4h
SALIDA (Aplicación de Nuevos Conocimientos)	Resolución de problemas.	Regla, compás, transportador.	
Metacognición (Reflexión sobre el aprendizaje)	¿Qué aprendí? ¿Cómo aprendí? ¿En qué debo mejorar?		

**IV.- EVALUACIÓN DE APRENDIZAJES:**

CAPACIDADES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Razonamiento y demostración	Resuelve problemas que impliquen el cálculo de líneas notables	- prácticos dirigidos
Comunicación matemática	Representa gráficamente líneas y puntos notables del triángulo	- intervenciones en clase
Resolución de problemas		- Tarjetas para la clase.

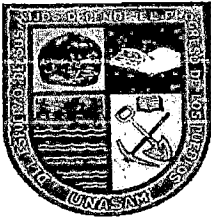
BIBLIOGRAFÍA	DIRECCIONES URL/PÁGINAS WEB
Alfabetemática S.A. de C.V. (2002). La Biblia de las matemáticas.	

ALUMNO PRACTICANTE

PROFESOR DE PRÁCTICA

**ANEXO 08**

**PRE TEST**



**PRE TEST**

**INFLUENCIA DEL USO DE LA REGLA Y EL COMPAS EN EL  
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA EN LOS ALUMNOS DEL SEGUNDO  
GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA I.E “SEÑOR DE LA  
SOLEDAD – HUARAZ**

**UBICACIÓN Y DATOS INFORMATIVOS:**

DEPARTAMENTO : ANCASH  
PROVINCIA : HUARAZ  
I.E. : SEÑOR DE LA SOLEDAD  
GRADO : 2° SECCIÓN: .....  
FECHA : ..... Nombres:.....



NOTA

**INSTRUCCIÓN:** La presente evaluación sobre geometría, tiene por finalidad recoger información para la realización de un trabajo de investigación pedagógica. Por favor lea con atención las preguntas, resuelva y responda en cada caso.

1) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones y argumenta tu respuesta.

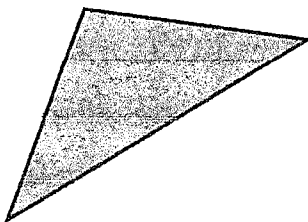
a)  $\vec{L}_1$  y  $\vec{L}_2$  son perpendiculares a  $\vec{L}_3$ , entonces  $\vec{L}_1$  y  $\vec{L}_2$  son paralelas.

b) Si  $\vec{L}_1$  es perpendicular a  $\vec{L}_2$  y  $\vec{L}_2$  es perpendicular a  $\vec{L}_3$ , entonces  $\vec{L}_1$  es perpendicular a  $\vec{L}_3$ .

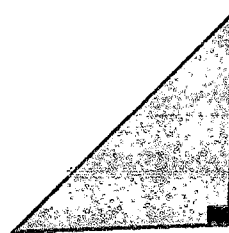
2) ¿Puede ser equilátero un triángulo rectángulo?, argumenta tu respuesta.

3) Reproduce los siguientes triángulos. Luego, traza las alturas y ubica el ortocentro.

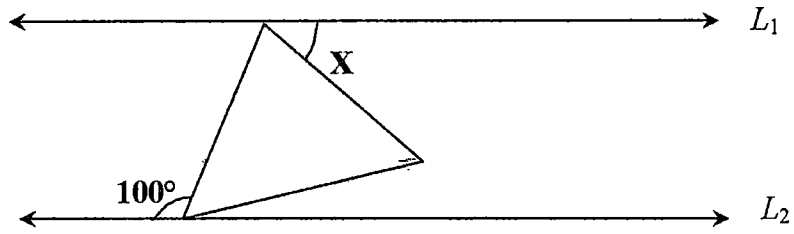
a)



b)

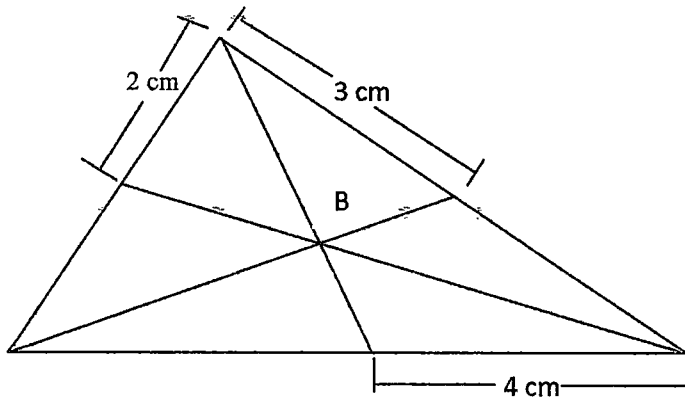


- 4) El triángulo ABC es equilátero y las rectas  $\overleftrightarrow{L_1}$  y  $\overleftrightarrow{L_2}$  son paralelas. Halla el valor de X.



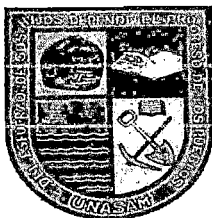
- 5) En un triángulo isósceles, uno de sus ángulos exteriores mide  $70^\circ$ . ¿Cuánto miden los ángulos interiores?

- 6) Si B es el baricentro del triángulo, calcule el perímetro de dicha figura.



**ANEXO 09**

**POS TEST**

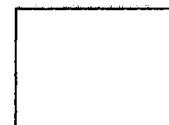


## POST TEST

### INFLUENCIA DEL USO DE LA REGLA Y EL COMPAS EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA EN LOS ALUMNOS DEL SEGUNDO GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA I.E "SEÑOR DE LA SOLEDAD – HUARAZ

#### UBICACIÓN Y DATOS INFORMATIVOS:

DEPARTAMENTO : ANCASH  
PROVINCIA : HUARAZ  
I.E. : SEÑOR DE LA SOLEDAD  
GRADO : 2° SECCIÓN: .....



NOTA

FECHA : ..... Nombres:.....

**INSTRUCCIÓN:** La presente evaluación sobre geometría, tiene por finalidad recoger información para la realización de un trabajo de investigación pedagógica. Por favor lea con atención las preguntas, resuelva y responda en cada caso.

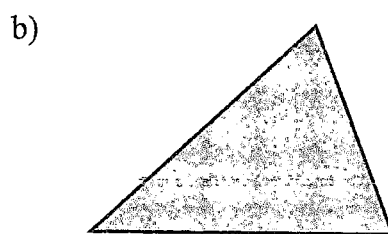
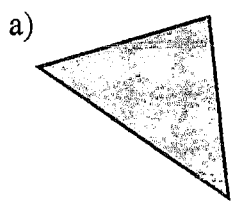
1) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones y argumenta tu respuesta.

a) Si  $\vec{L}_1$  es perpendicular a  $\vec{L}_2$  y  $\vec{L}_2$  es perpendicular a  $\vec{L}_3$ , entonces  $\vec{L}_1$  es perpendicular a  $\vec{L}_3$ .

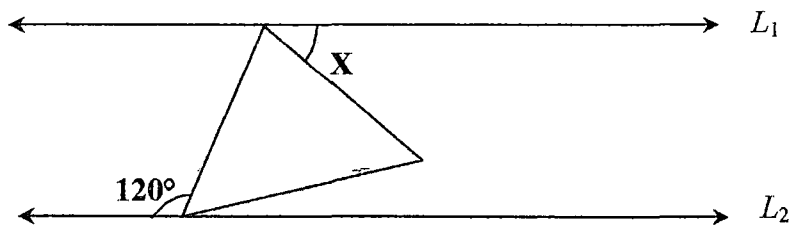
b) Si  $\vec{L}_1$  es paralela a  $\vec{L}_2$ ,  $\vec{L}_3$  es paralela a  $\vec{L}_4$  y  $\vec{L}_1$  es perpendicular a  $\vec{L}_4$ , entonces  $\vec{L}_2$  es perpendicular a  $\vec{L}_3$ .

2) ¿Podrás construir con regla y compás un triángulo de medidas  $a = 10$  cm,  $b = 5$  cm y  $c = 4$  cm?, justifica tu respuesta.

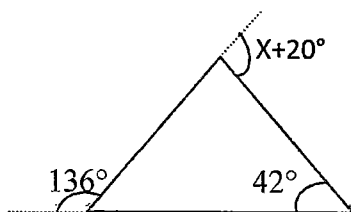
3) En los siguientes triángulos traza las medianas y ubica el baricentro.



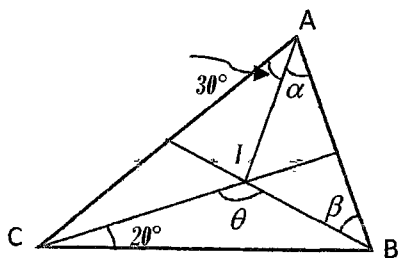
4) El triángulo ABC es equilátero y las rectas  $\vec{L}_1$  y  $\vec{L}_2$  son paralelas. Halla el valor de X.



5) Calcula el valor de x en la siguiente figura:

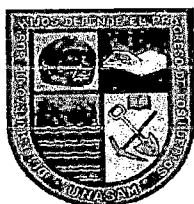


6) En la figura I es incentro. Halla  $\alpha + \beta + \theta$ .



**ANEXO 10**

**ENCUESTA DE OPINIÓN SOBRE EL USO DE LA REGLA Y EL COMPÁS**



**ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ALUMNOS DEL SEGUNDO GRADO "A" DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA I.E. "SEÑOR DE LA SOLEDAD" HUARAZ-2014.**

Apellidos y Nombres: ..... Sección: .....

**INSTRUCCIONES:** La encuesta es sobre el uso de regla y compás en las clases de geometría, marque la alternativa que consideras conveniente. En algunos ítems la alternativa N/A significa No Aplica.

- 1) Tu profesor usa regla y compas en la clase de geometría
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 2) El uso de regla y compás aumenta tu interés por la geometría.
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 3) El uso de regla y compás fomenta tu participación en las clases de geometría.
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 4) Estas motivado constantemente en las clases de geometría.
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 5) El uso de regla y compás es interesante el cual permite mantener tu atención continuamente en las clases de geometría.
  - ã) Siemprè b) muchas vécès c) pocas vécès d) Muy pocas vécès e) Nunca
- 6) El uso de regla y compas facilita la asimilación de conceptos de geometría.
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 7) El uso de regla y compas te permite vincular y organizar mejor tus ideas, conceptos, símbolos, gráficas y principios de geometría.
  - a) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca

- 8) Tienes facilidad de manipulación de regla y compas en las clases de geometría.  
b) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 9) Aplicas estrategias y procedimientos al realizar los trazos geométricos con regla y compas.  
c) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca
- 10) Las prácticas de trazos geométricos con regla y compas te parecen entretenidas y útiles.  
d) Siempre b) muchas veces c) pocas veces d) Muy pocas veces e) Nunca