

**UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO
FACULTAD DE CIENCIAS**

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



**ALGORITMO PARA ESCRIBIR UN NÚMERO PAR QUE TERMINA EN
DOS COMO LA SUMA DE DOS NÚMEROS PRIMOS**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA

AUTOR

Bach. UNVERDI FLORES, Dieter Barnal.

ASESOR

Dr. CERNA MAGUIÑA Bibiano Martín.

Huaraz – Perú

2021

N° Registro T010



FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN, CONDUCENTES A
OPTAR TÍTULOS PROFESIONALES Y GRADOS ACADÉMICOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

1. Datos del autor:

Apellidos y Nombres: _____

Código de alumno: _____

Teléfono: _____

E-mail: _____

D.N.I. n°: _____

(En caso haya más autores, llenar un formulario por autor)

2. Tipo de trabajo de investigación:

Tesis

Trabajo de Suficiencia Profesional

Trabajo Académico

Trabajo de Investigación

Tesinas (presentadas antes de la publicación de la Nueva Ley Universitaria 30220 – 2014)

3. Para optar el Título Profesional de:

4. Título del trabajo de investigación:

5. Facultad de: _____

6. Escuela o Carrera: _____

7. Línea de Investigación (*): _____

8. Sub-línea de Investigación (*): _____

() Según resolución de aprobación del proyecto de tesis*

9. Asesor:

Apellidos y nombres _____ D.N.I n°: _____

E-mail: _____ ID ORCID: _____

10. Referencia bibliográfica: _____

11. Tipo de acceso al Documento:

Acceso público* al contenido completo.

Acceso restringido** al contenido completo

Si el autor eligió el tipo de acceso abierto o público, otorga a la Universidad Santiago Antúnez de Mayolo una licencia no exclusiva, para que se pueda hacer arreglos de forma en la obra y difundirlo en el Repositorio Institucional, respetando siempre los Derechos de Autor y Propiedad Intelectual de acuerdo y en el Marco de la Ley 822.

En caso de que el autor elija la segunda opción, es necesario y obligatorio que indique el sustento correspondiente:



12. Originalidad del archivo digital

Por el presente dejo constancia que el archivo digital que entrego a la Universidad, como parte del proceso conducente a obtener el título profesional o grado académico, es la versión final del trabajo de investigación sustentado y aprobado por el Jurado.



Firma del autor

13. Otorgamiento de una licencia *CREATIVE COMMONS*

Para las investigaciones que son de acceso abierto se les otorgó una licencia Creative Commons, con la finalidad de que cualquier usuario pueda acceder a la obra, bajo los términos que dicha licencia implica.



El autor, por medio de este documento, autoriza a la Universidad, publicar su trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional, al cual se podrá acceder, preservar y difundir de forma libre y gratuita, de manera íntegra a todo el documento.

Según el inciso 12.2, del artículo 12º del Reglamento del Registro Nacional de Trabajos de Investigación para optar grados académicos y títulos profesionales - RENATI "Las universidades, instituciones y escuelas de educación superior tienen como obligación registrar todos los trabajos de investigación y proyectos, incluyendo los metadatos en sus repositorios institucionales precisando si son de acceso abierto o restringido, los cuales serán posteriormente recolectados por el Recolector Digital RENATI, a través del Repositorio ALICIA".


14. Para ser verificado por la Dirección del Repositorio Institucional

Seleccione la
Fecha de Acto de sustentación:

Huaraz,

Firma:




Varillas William Eduardo
Asistente en Informática y Sistemas
- UNASAM -

***Acceso abierto:** uso lícito que confiere un titular de derechos de propiedad intelectual a cualquier persona, para que pueda acceder de manera inmediata y gratuita a una obra, datos procesados o estadísticas de monitoreo, sin necesidad de registro, suscripción, ni pago, estando autorizada a leerla, descargarla, reproducirla, distribuirla, imprimirla, buscarla y enlazar textos completos (Reglamento de la Ley No 30035).

**** Acceso restringido:** el documento no se visualizará en el Repositorio.



UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

"Una Nueva Universidad para el Desarrollo"

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

AV. CENTENARIO N° 200 – TELÉFONO (043) 640020 ANEXO 1913
HUARAZ – ANCASH – PERÚ



"Año del Bicentenario del Perú: 200 años de Independencia"

ACTA DIGITAL DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 001

Los Miembros del Jurado de la Revisión y Sustentación de Tesis de la Escuela Académico Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias, designados mediante Resolución de Consejo de Facultad N° 103-2017-UNASAM-FC, se reunieron el día viernes 22 de octubre de 2021, a horas 04:00 p.m. en el Auditorio virtual de la Facultad de Ciencias en acto público para evaluar la Sustentación de Tesis, presentado por el:

Bachiller : UNVERDI FLORES DIETER BARNAL

Tesis Titulada : "ALGORITMO PARA ESCRIBIR UN NÚMERO PAR QUE TERMINA EN DOS COMO LA SUMA DE DOS NÚMEROS PRIMOS".

Después de la Sustentación y las respuestas a las preguntas, el Jurado lo declara **APTO** para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, con el calificativo de **quince** (15)

En señal de conformidad y para constancia, firmamos la presente ACTA, siendo las diecisiete horas con siete minutos del mismo día y año.

Huaraz, 22 de octubre de 2021.

Dr. Johnson Diomedes VALDERRAMA ARTEAGA
PRESIDENTE

MSc. Abencia SOTO GONZALEZ
SECRETARIA

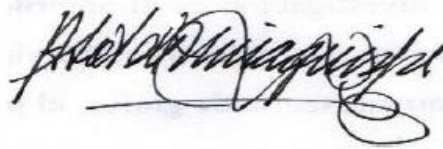
MSc. Jaime Braulio CAHUANA FLORES
VOCAL

Dr. BIBIANO MARTIN CERNA MAGUIÑA
ASESOR

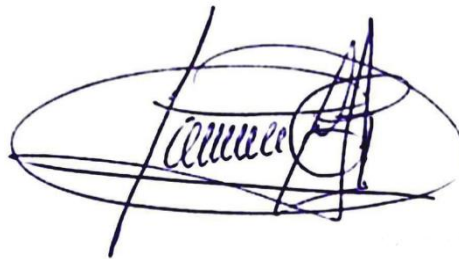
JURADO CALIFICADOR



Dr. VALDERRAMA ARTEAGA Jonhson Diomedes.
(PRESIDENTE)



MSc. SOTO GONZALEZ Abencia.
(SECRETARIA)



Lic. CAHUANA FLORES Jaime Braulio
(VOCAL)

AGRADECIMIENTOS

Agradezco, primeramente, a Dios por darme salud, por ser la fuente de toda sabiduría y por abrir a la humanidad las puertas del conocimiento.

Un agradecimiento muy especial al Dr. CERNA MAGUIÑA Bibiano Martín, por su dedicación y apoyo para desarrollar y culminar esta tesis así también incrementar mis conocimientos en mi formación académica.

Agradezco a la Universidad Nacional de Ancash “Santiago Antúnez de Mayalo” facultad de ciencias, escuela profesional de matemática por haberme brindado el espacio para mi formación profesional.

UNVERDI FLORES.

DEDICATORIA

A mis abuelos Magda Palacios Lavado y Teófilo Flores Mendes, que en paz descansen, por todo el apoyo incondicional que me brindaron para ser profesional.

UNVERDI FLORES.

RESUMEN

Considerando que los números primos son tan importantes por constituir base fundamental de la teoría de números y motivado por uno de los problemas matemáticos más antiguos que aún hasta la fecha en su totalidad no ha sido resuelto, como es la Conjetura de GOLDBACH, el presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal **“Elaborar un algoritmo que nos permite expresar a un número natural par que termina en dos como la suma de dos números primos”**.

Para lograr dicho propósito partimos de las cuatro funciones enteras: $f_1(k) = 10k + 1$, $f_2(k) = 10k + 3$, $f_3(k) = 10k + 7$ y $f_4(k) = 10k + 9$, llamadas funciones generadoras, donde k es un número entero natural, para luego aplicando los métodos científicos como es inductivo-deductivo y el análisis se establece el algoritmo: si $m = 2k$ es un número natural par que termina en dos, entonces

$m = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3)$, $m = (10k_1 + 1) + (10k_2 + 1)$ o $m = (10k_1 + 7) + 5$, por su puesto con ciertas restricciones que cada caso requiere.

Aplicando dichos algoritmos se obtiene los resultados planteados en los objetivos del presente trabajo, tal como de demuestran en sus capítulos subsiguientes. Por lo tanto, existen números pares que terminan en dos y son expresados como la suma de dos números primos.

Palabras claves: Conjetura, algoritmo, ecuaciones Diofánticas, teorema.

ABSTRACT

Considering that prime numbers are so important because they constitute the fundamental basis of number theory and are motivated by one of the oldest mathematical problems that even to date in its entirety has not been resolved, as is the GOLDBACH Conjecture, the present work The main objective of the research is to "elaborate an algorithm that allows us to express a pair that ends in four as the sum of two prime numbers".

To achieve this purpose we start with the two whole functions: $f_1(k) = 10k + 1$, $f_2(k) = 10k + 3$, $f_3(k) = 10k + 7$ y $f_4(k) = 10k + 9$, called functions generators, where k is a natural whole number, then applying scientific methods such as inductive-deductive and analysis algorithm is established: if $m = 2k$ is a natural number that ends in four, $m = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3)$, $m = (10k_1 + 1) + (10k_2 + 1)$ or $m = (10k_1 + 7) + 5$, of course with certain restrictions that each case requires.

Applying these algorithms, the results proposed in the objectives of this work are obtained, as shown in their subsequent chapters. Therefore, there are even numbers that end in two and are expressed as the sum of two prime numbers.

Keywords: Guess, algorithm, Diofacial equations, theorem.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	ii
DEDICATORIA	iii
RESUMEN	iv
ABSTRACT.	v
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
1.1.1. Antecedentes del problema.....	2
1.1.2. Cuestionario del problema.....	4
1.2. OBJETIVOS.....	4
1.2.1. Objetivo General.....	4
1.2.1. Objetivos Específicos.....	4
1.3. HIPÓTESIS	4
II. MARCO TEÓRICO:	5
2.1. Conjetura:	5
2.2. Número primo:	5
2.3. Ecuaciones Diofánticas:	5
2.4. Algoritmo:	5
2.5. Múltiplo de un número:	5
2.6. Funciones generadoras:	5
2.7. Definición:.....	6

2.8. Teorema:.....	6
2.9. Teorema:.....	7
III. MATERIALES Y MÉTODOS	8
3.1. Materiales.....	7
3.2. Tipo de investigación.....	8
IV. RESULTADOS.....	9
4.1. Construcción del Algoritmo.	9
4.2. Aplicación del algoritmo para un número natural par de tres cifras.	14
4.3. Aplicación del algoritmo para un número natural par de cuatro cifras.	30
4.4. Aplicación del algoritmo para un número natural par de cinco cifras.....	36
4.5. Aplicación del algoritmo para un número natural par de seis cifras.	45
V. CONCLUSIONES	69
VI. RECOMENDACIONES	70
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71

I. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo sea logrado obtener una secuencia lógica, que nos permite expresar números naturales que terminan en dos como la suma de dos números primos. Para lograr este objetivo sean utilizado las siguientes funciones:

- $f_1(k) = 10k + 1$
- $f_2(k) = 10k + 3$
- $f_3(k) = 10k + 7$
- $f_4(k) = 10k + 9$

Donde “ k ” es un número natural.

En la primera parte del algoritmo se hace un refinamiento de todas las posibles maneras de expresar un número natural par que termina en dos como la suma de dos números, las cuales pueden ser ambos impares, ambos primos, uno primo y el otro no, o ninguno de ellos números primos.

En la segunda parte del algoritmo, definitivamente se obtiene un número par, como la suma de dos números primos. Adicionalmente usando las funciones citadas obtenemos un teorema que nos asegura que sus imágenes están contenidas en el conjunto de los números primos. En este trabajo n representa los múltiplos de “ n ”, \mathbb{N} representa el conjunto de los números naturales, P representa el conjunto de los números primos.

Con esta investigación se logra construir un algoritmo que permite expresar un número natural par que termina en dos como la suma de dos números primos. Así mismo debo mencionar que es crucial saber resolver ecuaciones Diofánticas de grado dos en el menor tiempo posible, pero lo más importante de este algoritmo es que las ecuaciones que están involucradas son de fácil resolución. Además, no es necesario conocer de antemano los

números primos menores que la raíz cuadrada del número que se pretende determinar si es número primo o no.

Este trabajo se ha estructurado de la siguiente manera.

Construcción del algoritmo. Describimos un método general para obtener un número natural que termina en dos como la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de tres cifras. Ejemplificamos cómo funciona el algoritmo descrito anteriormente. Con un número natural par que termina en dos escogidos aleatoriamente. Y luego lo escribimos como la suma de dos números primos en todas sus posibilidades.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cuatro cifras: Usamos el algoritmo para escribir un número natural par fijo de cuatro cifras que termina en dos escogidos al azar para expresar como la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cinco cifras: Usamos el algoritmo para escribir un número natural par fijo de cinco cifras que termina en dos escogidos al azar para expresar como la suma de dos números primos.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de seis cifras: Escogemos al azar un número natural de 6 cifras que termine en dos y lo expresamos como la suma de dos números primos.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1.1. Antecedentes del problema

En la teoría de números, la conjetura de GOLDBACH es uno de los problemas abiertos más antiguos en matemáticas. A veces se le califica del problema más difícil en la historia de esta ciencia.

“Todo número par mayor o igual a cuatro puede ser escrito como la suma de dos números primos”. Esta conjetura habría sido conocida por Descartes. Y es la que se conjeturo originalmente en una carta de GOLDBACH a Euler en (1742).

Concretamente G. H. Hardy en (1921) en su famoso discurso pronunciado en la sociedad Matemática de Copenhage comento que probablemente la conjetura de GOLDBACH no es solo uno de los problemas no resueltos más difíciles de la teoría de números, sino de todas las matemáticas.

Sabemos que todo número par puede escribirse de forma mínima como suma de a lo más de seis números primos. Como consecuencia de un trabajo de Vinográdov, todo número par lo bastante grande puede escribirse como suma de a lo más cuatro números primos. Además, Vinográdov demostró que casi todos los números pares pueden escribirse como la suma de números primos (en el sentido de que la proporción de números pares que puedan escribirse de dicha forma tiende a 1). Chen-Run mostro que todo número par lo bastante grande puede escribirse como suma de un primo y un número que tiene a lo más dos factores primos (1966).

Con el fin de generar publicidad para el libro El Tío Petros y la conjetura de GOLDBACH de Apostolos Doxiasdis, el editor británico Tony Faber ofreció en el 2000 un premio de un millón de dólares a angloparlante que demostrase la conjetura antes de abril del 2002. Nadie reclamó el premio.

La conjetura débil de GOLDBACH afirma que todo número impar mayor o igual a 7 es la suma de tres números primos, el cual fue resuelto por el Peruano Harold Helfogt el año 2013.

1.1.2. Cuestionario del problema

Se sabe que, para determinar que un número dado N es primo, se extrae la raíz cuadrada del número N y dicho número se divide entre los números primos $p \leq \sqrt{N}$, si ningún número p divide a N , entonces N es un número primo. Este algoritmo ya es complicado pues precisa conocer a todos los números primos menores que la raíz cuadrada de N . ¿Será posible, construir un algoritmo para expresar un número par que termina en dos y expresado como la suma de dos números primos?

1.2. OBJETIVOS.

1.2.1. Objetivo General.

Construir el algoritmo que expresa un número natural par que termina en dos como la suma de dos números primos.

1.2.2. Objetivos Específicos

- ❖ Determinar todas las posibles sumas de un número par de tres cifras que termina en dos como la suma de dos números primos.
- ❖ Determinar que la suma de un número par de cuatro cifras que termina en dos sea la suma de dos números primos.
- ❖ Determinar la posible suma de un número par de cinco cifras que termina en dos como la suma de dos números primos.
- ❖ Determinar que la suma de un número par de seis cifras que termina en dos sea la suma de dos números primos.

1.3. HIPÓTESIS

Es posible que todo número natural par, que termina en dos, se expresa como la suma de dos números primos.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Conjetura: La conjetura consiste en una afirmación que, al no haber sido demostrada ni refutada se considera como cierta. Solo cuando haya sido demostrada esta pasara a llamarse teorema o ley. (Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos - Efraín Soto Apolinar).

2.2 Número primo: Es aquel número natural que solo es divisible por sí mismo y por la unidad, además la importancia radica de que nos generan a todos los números compuestos. El número uno no es considerado primo (Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos - Efraín Soto Apolinar).

2.3 Ecuaciones Diofánticas: Son ecuaciones enteras cuyas soluciones también son enteras (Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos - Efraín Soto Apolinar).

2.4 Algoritmo: Es un conjunto ordenado de operaciones sistemáticas que permiten hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problemas (Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos - Efraín Soto Apolinar).

2.5 Múltiplo de un número: Un múltiplo de un número es el que lo contiene un número entero de veces. En otras palabras, un múltiplo es un número tal que, dividido por a , da por resultado un número entero (el resto de la división Euclidea es cero) (Haaser, 1992).

2.6 Funciones generadoras: son todas aquellas funciones que son de la forma:

- $f_1(k) = 10k + 1$
- $f_2(k) = 10k + 3$
- $f_3(k) = 10k + 7$
- $f_4(k) = 10k + 9$

Donde " k " es un número natural.

Además, se llaman así pues estas funciones generan un conjunto de todos los números primos excepto el número 2 y 5 (Cerna, 2018).

2.7 Definición: sea “n” un número entero positivo. Si a, b son dos enteros tales que $\left(\frac{n}{a-b}\right)$ o que es lo mismo decir $(a - b) = kn$ para algún número entero k , entonces se dice que “a” es congruente con “b” modulo “n”; esto será denotado por $a = b \cdot modulo(n)$. Si “n” no divide a $(a - b)$ diremos que “a” es incongruente con “b” modulo “n”, esto será denotado por $a \neq b \cdot modulo(n)$ (Rudin, 1982).

2.8 Teorema: dos números enteros a y b dejan el mismo residuo cuando son divisibles por un número entero positivo n , si y solo si $a = b \cdot mod(n)$. (Pettofrezzo, 1972).

Demostración:

Sea: $a = k_1 \cdot n + r$; $b = k_2 \cdot n + r$ luego tenemos

$$a - b = (k_1 \cdot n + r) - (k_2 \cdot n + r) = (k_1 - k_2)n$$

Para $k_1 - k_2 = k$; k_1, k_2 entonces $k \in \mathbb{Z}$

Luego $a - b = k_n$ por definición tenemos $a = b \cdot mod(n)$

\Leftrightarrow Si $a - b = k_n$; de esta relación tenemos

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = k \dots (*)$$

De (*) :

$$a = \lambda n + r_1 ; 0 \leq r_1 < n$$

$$b = \beta n + r_2 ; 0 \leq r_2 < n$$

Restando tenemos

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = (\lambda - \beta) + (r_1 - r_2) \dots (**)$$

De (*) y (**) tenemos

$$k = (\lambda - \beta) + (r_1 - r_2) \dots (***)$$

De (***):

Si $r_1 = r_2 = 0$; a, b son múltiplos de n y ambos dejan residuo cero.

Si $0 \leq r_1 < n$ y $0 \leq r_2 < n$ en (***) vemos que

$r_1 = r_2$ pues $r_1 - r_2 \neq 0$, sería absurdo.

2.9 Teorema: (teorema fundamental de la aritmética). Todo número entero positivo " n " mayor que uno puede ser expresado como el producto de números primos; esta representación es única, independientemente del orden en el cual aparecen los factores (Rudin, 1982).

Demostración:

Sea N un número entero positivo, si $N = P$ un número primo, no hay modo de probar lo mencionado. Pero si N pero no es un número primo, tenemos que formar divisiones sucesivas: $N = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_n^{\alpha_n}$ donde $\alpha \in \mathbb{N}$; $p_i, i = 1, \dots, n$ son números primos.

Como los números primos p_i son únicos esta representación de N es única pues si

$$N = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_n^{\alpha_n} = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} q_3^{\alpha_3} \dots q_n^{\alpha_n}; \quad \alpha_i, \beta_i \in \mathbb{N} \text{ donde } p_i \text{ y } q_i; 1 \leq i \leq n$$

son números primos. Si p_i divide a N entonces p_i divide a q_1 ó a q_2 ó a q_3 ... ó a q_i .

Por decir p_i divide a q_1 similarmente q_1 divide a N lo cual implica que q_1 divide a p_1 ó a p_2 ó a p_3 ... ó a p_i luego es claro que q_1 divide a p_i ; $1 < i < n$ de esta manera q_1

divide a $p_i = q_1$.

luego N es primo, producto de los factores primos y esta representación es única.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. MATERIALES

- Bibliografía especializada.
- Materiales de escritorio.
- Laptop y USB.

3.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN.

La investigación es de tipo descriptiva, debido a que se utiliza los métodos de inducción, deducción y el análisis matemático.

IV. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

Construcción del Algoritmo.

Describimos un algoritmo para escribir un número natural que termina en dos como la suma de dos números primos.

Sea $m = 2k$, un número natural que termina en dos, se presentan los siguientes casos:

4.1 Primer caso es cuando: $m = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3)$, para ello se debe de tener en cuenta las siguientes condiciones.

A. $k_1 \neq 3$.

B. $k_2 \neq 3 - \{0\}$.

Ahora determinamos " k_1 " y " k_2 " haciendo el siguiente artificio

$$(10k_1 + 9) + (10k_2 + 3) = (k - u) + (k + u)$$

Entonces tenemos a) ó b):

a) $(10k_1 + 9) = (k - u)$ y $(10k_2 + 3) = (k + u)$.

Donde: $k_1 = \frac{k-9-u}{10}$, $k_2 = \frac{k-3+u}{10}$

b) $(10k_1 + 9) = (k + u)$ y $(10k_2 + 3) = (k - u)$.

Donde: $k_1 = \frac{k+u-9}{10}$, $k_2 = \frac{k-u-3}{10}$

El valor de " u " queda determinado pues " k " es conocido, esta es la primera parte del algoritmo, la segunda parte consiste en verificar que los números $(10k_1 + 9)$ y $(10k_2 + 3)$ sean primos, para ello se debe cumplir lo siguiente:

1º. $(10k_1 + 9)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

- $(10k_1 + 9) = (10x + 3)(10y + 3)$.
- $(10k_1 + 9) = (10z + 7)(10w + 7)$.
- $(10k_1 + 9) = (10\alpha + 9)(10\beta + 1)$.

No tienen soluciones enteras, pero lo cual se debe tener en cuenta algunas condiciones:

a) $x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\},$

b) $z \neq 3 + 2, z \neq 7 - \{0\}$

c) $w \neq 3 + 2, w \neq 7 - \{0\}.$

d) $\alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \alpha \neq k_1.$

2°. $(10k_2 + 3)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_2 + 3) = (10x + 9)(10y + 7)$

- $(10k_2 + 3) = (10z + 1)(10w + 3)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones:

a) $y \neq 3 - 2, y \neq 7 - \{0\}, x \neq 3$

b) $z \neq 3 + 2, w \neq k_2, w \neq 3 - \{0\}.$

4.2 segundo caso es cuando: $m = (10k_1 + 1) + (10k_2 + 1)$, además se debe de tener en cuenta algunas condiciones

A. $k_1 \neq 3 + 2$

B. $k_2 \neq 3 + 2$

Ahora determinamos " k_1 " y " k_2 " haciendo el siguiente artificio

$(10k_1 + 1) + (10k_2 + 1) = (k - u) + (k + u)$, tenemos dos posibilidades.

a) $(10k_1 + 1) = (k + u)$ y $(10k_2 + 1) = (k - u).$

$$\text{Donde: } k_1 = \frac{k-1+u}{10}, k_2 = \frac{k-u-1}{10}$$

b) $(10k_1 + 1) = (k - u)$ y $(10k_2 + 1) = (k + u).$

$$\text{Donde: } k_1 = \frac{k-1-u}{10}, k_2 = \frac{k+u-1}{10}$$

Este es la primera parte del algoritmo para el caso (II), la segunda parte consiste en verificar que los números $(10k_1 + 1)$ y $(10k_2 + 1)$ sean primos, para ello se debe tener en cuenta lo siguiente:

1°. $(10k_1 + 1)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_1 + 1) = (10x + 9)(10y + 9)$
- $(10k_1 + 1) = (10z + 3)(10w + 7)$
- $(10k_1 + 1) = (10r + 1)(10s + 1)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones

- a) $x \neq 3, y \neq 3.$
- b) $w \neq 3 + 2, w \neq 7 - \{0\}, w \neq 7.$
- c) $z \neq 3 - \{0\}.$
- d) $r \neq 3 + 2, r \neq k_1.$
- e) $s \neq 3 + 2.$

2°. $(10k_2 + 1)$ es un número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

- $(10k_2 + 1) = (10x + 9)(10y + 9)$
- $(10k_2 + 1) = (10z + 1)(10w + 1)$
- $(10k_2 + 1) = (10r + 7)(10s + 3)$

No tienen soluciones enteras, para lo cual se debe tener en cuenta estas condiciones

- a) $x \neq 3, y \neq 3,$
- b) $z \neq k_2, z \neq 3 + 2, w \neq 3 + 2, w \neq k_2.$
- c) $r \neq 3 + 2, r \neq 7 - \{0\}, s \neq 3 - \{0\}$

4.3 Tercer caso es cuando: $m = 5 + (10k_1 + 7)$, además se debe de tener en cuenta esta condición.

$k_1 \neq 3 + 2, k_1 \neq 7 - \{0\}$; el número $(10k_1 + 7)$ es número primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

A. $(10k_1 + 7) = (10x + 9)(10y + 3)$.

B. $(10k_1 + 7) = (10z + 7)(10w + 1)$.

C. $(10k_1 + 9) = (10r + 7)(10s + 7)$.

Donde se tienen las condiciones para $x; y; z; w; r; s$.

a) $x \neq 3, y \neq 3 - \{0\}$.

b) $z \neq k_1, w \neq 3 + 2, z \neq 3 + 2$.

c) $r \neq 3 + 2, s \neq 7 - \{0\}, r \neq 7 - \{0\}$.

No tienen soluciones enteras.

Por lo tanto, para cualquier otro número natural par que termina en 2, 6, 8, 0, se puede seguir el mismo esquema descrito.

Teorema: sea $f_i: N \rightarrow N, i = 1, 2, 3, 4$ las funciones definidas por:

i) $f_1(k) = 10k + 1, k \neq 3 + 2$, es primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

➤ $(10k + 1) = (10x + 7)(10y + 3)$.

➤ $(10k + 1) = (10z + 9)(10w + 9)$.

➤ $(10k + 1) = (10r + 1)(10s + 1)$.

Donde tenemos las condiciones:

$x \neq 3 + 2; y \neq 3 - \{0\}; x \neq 7 - \{0\}; z \neq 3; w \neq 3; r \neq 3 + 2; s \neq 3 +$

$2; r \neq k$.

No tienen soluciones enteras entonces, $f_1(N) \subseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

ii) $f_2(k) = 10k + 3, k \neq 3 - \{0\}$, es primo si las siguientes ecuaciones Diofánticas

$$\triangleright (10k + 3) = (10x + 7)(10y + 9).$$

$$\triangleright (10k + 3) = (10z + 1)(10w + 3).$$

Donde tenemos las condiciones:

$$x \neq 3 + 2; y \neq 3; x \neq 7 - \{0\}; z \neq 3 + 2; w \neq 3 - \{0\}; w \neq k.$$

No tienen soluciones enteras, entonces $f_2(N) \subseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

iii) $f_3(k) = 10k + 7, k \neq 3 + 2$, si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

$$\triangleright (10k + 7) = (10x + 9)(10y + 3).$$

$$\triangleright (10k + 7) = (10z + 7)(10w + 1).$$

Donde tenemos las condiciones:

$$x \neq 3; y \neq 3 - \{0\}; z \neq 3 + 2; z \neq 7 - \{0\}; w \neq 3 + 2; z \neq k.$$

No tienen soluciones enteras, entonces $f_3(N) \subseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

iv) $f_4(k) = 10k + 9, k \neq 3$, si las siguientes ecuaciones Diofánticas.

$$\triangleright (10k + 9) = (10x + 7)(10y + 7)$$

$$\triangleright (10k + 9) = (10z + 3)(10w + 3)$$

$$\triangleright (10k + 9) = (10r + 9)(10s + 1)$$

Donde tenemos las siguientes condiciones:

$$x \neq 3 + 2; y \neq 3 + 2; x \neq 7 - \{0\}; y \neq 7 - \{0\}; z \neq 3 - \{0\}$$

$$w \neq 3 - \{0\}; r \neq 3; s \neq 3 + 2; r \neq k \quad \text{no tienen soluciones enteras,}$$

entonces $f_4(N) \subseteq P$, donde P es el conjunto de los números primos.

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

u	k_1	k_2
150	0	30
140	1	29
130	2	28
120	3	27
110	4	26
100	5	25
90	6	24
80	7	23
70	8	22
60	9	21
50	10	20
40	11	19
30	12	18
20	13	17
10	14	16
0	15	15
	16	14
	17	13
	18	12
	19	11
	20	10
	21	9

	22	8
	23	7
	24	6
	25	5
	26	4
	27	3
	28	2
	29	1
	30	0

De esta tabla eliminamos los que se mencionó en (*) y nos queda los siguientes valores de k_1 y k_2 .

k_1	k_2
3	27
6	24
9	21
12	18
15	15

Luego los números que podrían ser números primos y cuya suma es 302 son los siguientes pares de números: (31; 271), (61; 241), (91; 221), (121; 181), (151; 151), los números 31, 61, son números primos, 91 y 121 no lo son, veamos. Si $N_1=151$ es un número primo o no.

$N_1=151$ es número primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución

- I. $151 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3, y \neq 3$
- II. $151 = (10z + 3)(10w + 7), z \neq 3 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, w \neq 3 + 2$
- III. $151 = (10\alpha + 1)(10\beta + 1), \alpha \neq 3 + 2, \beta \neq 3 + 2, \alpha \geq 1, \beta \geq 1$

de (I)

$$70 = 100xy + 90y + 90x$$

$$7 = 10xy + 9y + 9x$$

lo cual no tiene solución entera.

de (II)

$$130 = 100zw + 70z + 30w$$

$$13 = 10zw + 7z + 3w$$

lo cual no tiene solución entera.

de (III)

$$150 = 100\alpha\beta + 10\alpha + 10\beta$$

$15 = 10\alpha\beta + \alpha + \beta, \alpha \geq 1, \beta \geq 1$, lo cual no tiene solución entera.

Luego 151 es un número primo.

Veamos si el número $N_2=271$ es primo o no.

N_2 es número primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

- I. $271 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3, y \neq 3$
- II. $271 = (10z + 3)(10w + 7), z \neq 3 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, w \neq 3 + 2$
- III. $271 = (10\alpha + 1)(10\beta + 1), \alpha \neq 3 + 2, \beta \neq 3 + 2, \alpha \geq 1, \beta \geq 1$

de (I)

$$271 = 100xy + 90y + 90x + 81$$

$$19 = 10xy + 9y + 9x$$

lo cual no tiene solución entera.

de (II)

$$271 = 100zw + 70z + 30w + 21$$

$$25 = 10zw + 7z + 3w$$

$w = 0 \Rightarrow 25 = 7z$; no hay solución

$z = 0 \Rightarrow 25 = 3w$; no hay solución

$z = 1 \Rightarrow 18 = 13w$; no hay solución

$w = 1 \Rightarrow 22 = 17z$; no hay solución

Luego $N_2=271$ es un número primo

Veamos si el número $N_3=241$ es primo o no.

N_3 es número primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

I. $241 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3, y \neq 3$

II. $241 = (10z + 3)(10w + 7), z \neq 3 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, w \neq 3 + 2$

III. $241 = (10\alpha + 1)(10\beta + 1), \alpha \neq 3 + 2, \beta \neq 3 + 2, \alpha \geq 1, \beta \geq 1$

de (I)

$$241 = 100xy + 90y + 90x + 81$$

$$19 = 10xy + 9y + 9x$$

lo cual no tiene solución entera.

de (II)

$$241 = 100zw + 70z + 30w + 21$$

$$22 = 10zw + 7z + 3w$$

$w = 0 \Rightarrow 22 = 7z$; no hay solución

$z = 0 \Rightarrow 22 = 3w$; no hay solución

$w = 1 \Rightarrow 19 = 17z$; no hay solución

$z = 1 \Rightarrow 15 = 13w$; no hay solución

Asi $N_2=241$ es un número primo.

Los números 211 y 181 no verificamos si son primos o no pues sus correspondientes pares 91y 121, no son números primos.

II. La segunda posibilidad para llegar al número mencionado es:

$N = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3)$. Sabiendo que $N = 2k$ tenemos lo siguiente.

$$(10k_1 + 9) + (10k_2 + 3) = (k + u) + (k - u) \dots \dots \dots (*)$$

De (*) se tienen los siguientes casos.

(a) $(10k_1 + 9) = (k + u)$ y $(10k_2 + 3) = (k - u)$ donde , $k_1 \neq 3, k_2 \neq 3 - \{0\}$.

$$k_1 = \frac{k-9+u}{10} \text{ y } k_2 = \frac{k-u-3}{10}; \text{ además se conoce también } k = 151$$

$$k_1 = \frac{142+u}{10} \text{ y } k_2 = \frac{148-u}{10}$$

(b) $(10k_1 + 9) = (k - u)$ y $(10k_2 + 3) = (k + u)$ donde $k_1 \neq 3, k_2 \neq 3 - \{0\}$

$$k_1 = \frac{k-9-u}{10} \text{ y } k_2 = \frac{k+u-3}{10}; \text{ además se conoce también } k = 151$$

$$k_1 = \frac{142-u}{10} \text{ y } k_2 = \frac{148+u}{10}$$

Nótese que el valor de "a" en el caso **(a)** es distinto que en el caso **(b)**.

En la tabla siguiente se muestran los valores admisibles para k_1 y k_2

	N			m_2	
	k_1	k_2		k_1	k_2
u			u		
142	0	29			
132	1	28	9	23	25
122	2	27	19	22	26
112	3	26	29	21	27
102	4	25	39	20	28

92	5	24	49	19	29
82	6	23	59	18	30
72	7	22	69	17	31
62	8	21	79	16	32
52	9	20	89	15	33
42	10	19	99	14	34
32	11	18	109	13	35
22	12	17	119	12	36
12	13	16	129	11	37
2	14	15	139	10	38
	15	14			
	16	13			
	17	12			
	18	11			
	19	10			
	20	9			
	21	8			
	22	7			
	23	6			
	24	5			
	25	4			
	26	3			
	27	2			
	28	1			

	29	0			
--	----	---	--	--	--

De m_1 se eliminan los múltiplos de $k_1 \neq 3$, $k_2 \neq 3 + 2$

De N se eliminan los múltiplos de $k_1 \neq 3, k_2 \neq 3 - \{0\}$ Nos queda el siguiente cuadro:

N		m_2	
k_1	k_2	k_1	k_2
1	28	23	25
4	25	20	28
7	22	17	31
10	19	14	34
13	16	11	37
19	10	8	40
22	7	5	43
25	4	2	46
28	1		
29	0		

Luego tenemos los siguientes pares.

- Para " m_1 "

(263, 221); (293, 191); (323, 161); (353, 131); (383, 101); (413, 71); (443, 41);
(473, 11).

- Para " N "

(19, 283); (49, 253) (79, 223); (109, 193); (139, 163); (169, 133); (199, 103);
(229,73),(259, 43); (289, 13) (229,3).

Los números que a primera vista son números primos; son: 19,79,109,103,73,43,13,
3. los números que no son primos son 49y 169. por lo tanto veamos la primalidad de los números restantes.

$N_1=283$ este número será primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución

I. $283 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$

II. $283 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$

de (I)

$$283 = 100xy + 90y + 90x + 63$$

$$22 = 10xy + 9y + 7x$$

$x = 0 \Rightarrow 22 = 7x$; no hay solución

$y = 0 \Rightarrow 22 = 9y$; no hay solución

$x = 1 \Rightarrow 15 = 19y$; no hay solución

$y = 1 \Rightarrow 13 = 17x$ no hay solución

de (II)

$$283 = 100zw + 70z + 30w + 21$$

$$28 = 10zw + 7z + w$$

$$w = 0 \Rightarrow 28 = 3z ; \text{ no hay solución}$$

$$z = 1 \Rightarrow 25 = 11w ; \text{ no hay solución}$$

$$z = 2 \Rightarrow 22 = 21w ; \text{ no hay solución}$$

Luego $N_1=283$ es un número primo.

Veamos para $N_2=253$

$$\text{I. } 253 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$$

$$\text{II. } 253 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$$

de (I)

$$253 = 100xy + 90y + 70x + 63$$

$$19 = 10xy + 9y + 7x$$

$$x = 0 \Rightarrow 19 = 9y ; \text{ no hay solución}$$

$$y = 0 \Rightarrow 19 = 7x ; \text{ no hay solución}$$

de (II)

$$253 = 100zw + 30z + 10w + 3$$

$$25 = 10zw + 3z + w$$

$$\text{Claramente } z = 1 \Rightarrow 22 = 11w \Rightarrow w = 2$$

Luego $253=11 \times 23$, no es un número primo.

Veamos para $N_3=223$

$$\text{I. } 223 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$$

$$\text{II. } 223 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$$

de (I)

$$223 = 100xy + 90y + 70x + 63$$

$$16 = 10xy + 9y + 7x$$

Si $x = 0$; no hay solución

Si $y = 0$; no hay solución

Si $x = 1$; no hay solución

Si $y = 1$; no hay solución

de (II)

$$223 = 100zw + 30z + 10w + 3$$

$$22 = 10zw + 3z + w$$

$z = 1 \Rightarrow 19 = 11w$; no hay solución

$w = 0 \Rightarrow 22 = 3z$; no hay solución

$w = 1 \Rightarrow 21 = 13z$; no hay solución

Luego 223 es un número primo.

Veamos para $N_4=193$

I. $193 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$

II. $193 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$

de (I)

$$193 = 100xy + 90y + 70x + 63$$

$$13 = 10xy + 9y + 7x$$

No hay solución.

de (II)

$$193 = 100zw + 30z + 10w + 3$$

$$19 = 10zw + 3z + w$$

$z = 1 \Rightarrow 16 = 11w$; no hay solución

$w = 0 \Rightarrow 19 = 3z$; no hay solución

$w = 1 \Rightarrow 18 = 13z$; no hay solución

Por lo tanto, $N_4=193$ es un numero primo.

Veamos para $N_5=163$

I. $163 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$

II. $163 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$

de (I)

$$163 = 100xy + 90y + 70x + 63$$

$$10 = 10xy + 9y + 7x$$

No hay solución.

de (II)

$$163 = 100zw + 30z + 10w + 3$$

$$16 = 10zw + 3z + w$$

$z = 1 \Rightarrow 13 = 11w$; no hay solución

$w = 0 \Rightarrow 16 = 3z$; no hay solución

$w = 1 \Rightarrow 15 = 13z$; no hay solución

Luego $N_5=163$ es un numero primo.

Veamos para $N_6 = 133$

I. $133 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$

II. $133 = (10z + 1)(10w + 3), z \neq 3 + 2, z \geq 1, w \neq 3 - \{0\}$

de (I)

$$133 = 100xy + 90y + 70x + 63$$

$$7 = 10xy + 9y + 7x$$

Tiene solución $y = 0, x = 1 \Rightarrow 133 = 19 \times 7$, así $N_6=133$ no es un número primo.

Veamos el número $M_1=139$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

$$\text{I. } 139 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$$

$$\text{II. } 139 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2, \\ w \neq 3 + 2$$

$$\text{III. } 139 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$$

de (I)

$$139 = 100xy + 30y + 30x + 9$$

$$13 = 10xy + 3y + 3x$$

$$x = 0 \Rightarrow 13 = 3y ; \text{ no hay solución}$$

$$x = 1 \Rightarrow 10 = 13y ; \text{ no hay solución}$$

de (II)

$$9 = 10zw + 7z + 7w , \text{ no hay solución}$$

de (III)

$$13 = 10\alpha\beta + \alpha + 9\beta, \text{ no hay solución}$$

Luego $M_1=139$ es un número primo.

Veamos el número, $M_2=199$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

$$\text{I. } 199 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$$

$$\text{II. } 199 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2, \\ w \neq 3 + 2$$

$$\text{III. } 199 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$$

de (I)

$$199 = 100xy + 30x + 30y + 9$$

$$19 = 10xy + 3x + 3y, \text{ no hay solución}$$

de (II)

$$199 = 100zw + 70z + 70w + 49$$

$$15 = 10zw + 7z + 7w, \text{ no hay solución}$$

de (III)

$$19 = 10\alpha\beta + \alpha + 9\beta, \beta \geq 1$$

$$\beta = 1 \Rightarrow 10 = 11\alpha; \text{ no hay solución}$$

$$\alpha = 0 \Rightarrow 19 = 9\beta; \text{ no hay solución}$$

Luego $M_2=199$ es un número primo.

Veamos el número, $M_3=229$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

$$\text{I. } 229 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$$

$$\text{II. } 229 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2,$$

$$w \neq 3 + 2$$

$$\text{III. } 229 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$$

de (I)

$$229 = 100xy + 30x + 30y + 9$$

$$22 = 10xy + 3x + 3y, \text{ no hay solución}$$

de (II)

$$229 = 100zw + 70z + 70w + 49$$

$$18 = 10zw + 7z + 7w, \text{ no hay solución}$$

de (III)

$$229 = 100\alpha\beta + 10\alpha + 90\beta + 9$$

$$22 = 10\alpha\beta + \alpha + 9\beta, \beta \geq 1 ; \text{ no hay solución}$$

Luego $M_3=229$ es un número primo.

Veamos el número, $M_4=259$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

I. $259 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$

II. $259 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2,$
 $w \neq 3 + 2$

III. $259 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$

de (I)

$$259 = 100xy + 30x + 30y + 9$$

$$25 = 10xy + 3x + 3y, \text{ no hay solución}$$

de (II)

$$259 = 100zw + 70z + 70w + 49$$

$$21 = 10zw + 7z + 7w$$

$z = 0 \Rightarrow w = 3$ luego $259=7 \times 37$ no es un número primo

Veamos el número, $M_5=289$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

I. $289 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$

II. $289 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2,$
 $w \neq 3 + 2$

$$\text{III. } 289 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$$

de (I)

$$289 = 100xy + 30x + 30y + 9$$

$$28 = 10xy + 3x + 3y, \text{ no hay solución entera}$$

de (II)

$$289 = 100zw + 70z + 70w + 49$$

$$24 = 10zw + 7z + 7w$$

$$z = 0 \Rightarrow w = \frac{24}{7} \text{ no hay solución}$$

$$z = 1 \Rightarrow 17 = 17w \Rightarrow w = 1 \text{ luego } 289 = 17 \times 17 \text{ no es un número primo}$$

Finalmente Veamos el número, $M_6=299$, este número es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

$$\text{I. } 299 = (10x + 3)(10y + 3), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$$

$$\text{II. } 299 = (10z + 7)(10w + 7), z \neq 7 - \{0\}, w \neq 7 - \{0\}, z \neq 3 + 2,$$

$$w \neq 3 + 2$$

$$\text{III. } 299 = (10\alpha + 9)(10\beta + 1), \alpha \neq 3, \beta \neq 3 + 2, \beta \geq 1$$

de (I)

$$299 = 100xy + 30x + 30y + 9$$

$$29 = 10xy + 3x + 3y, \text{ no hay solución entera}$$

$$x = 0 \Rightarrow 29 = 3y ; \text{ no hay solución}$$

$$x = 1 \Rightarrow 26 = 13y \Rightarrow y = 2 ; \text{ luego } M_6=299=13 \times 23 \text{ no es un número primo.}$$

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cuatro cifras.

En esta parte usaremos el algoritmo para describir como un número natural par fijo de cuatro cifras que termina en dos se puede expresar como la suma de dos números primos.

Ejemplo: sea $N = 8992 = 2k \Rightarrow k = 4496$

$$I) \quad 8992 = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3),$$

$$k_1 = \frac{4496 - 9 - u}{10} \quad ; \quad k_2 = \frac{4496 + u - 3}{10}$$

$$k_1 = \frac{4487 - u}{10} \quad ; \quad k_2 = \frac{4493 + u}{10}$$

$$k_1 \neq 3 + 2$$

$$k_2 \neq 3 - \{0\}$$

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

u	k_1	k_2
4487	0	898
4477	1	897
4467	2	896
4457	3	895
4447	4	894
4437	5	893
4427	6	892
4417	7	891
4407	8	890
4397	9	889
4387	10	888
4377	11	887

4367	12	886
4357	13	885
4347	14	884
4337	15	883
4327	16	882
4317	17	881
4307	18	880
4297	19	879
4287	20	878
4277	21	877
4267	22	876
4257	23	875
.	.	.
.	.	.
.	.	.
-4493	898	0

Los posibles de pares de números que darán por suma será:

(29, 8963); (59, 8933) ;(89, 8903) ;(119, 8873) ;(149, 8843) ;(179, 8813) ;(209, 8783);

(239, 8753); ...

Veamos si $N_1=8963$ es un número primo.

N_1 es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

$$I. \quad 8963 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2,$$

$$\text{II. } 8963 = (10z + 1)(10w + 3), w \neq 3 - \{0\}, z \neq 3 + 2, z \geq 1$$

$$\text{de (I) } 3 + 2 = x(y + 1) \Rightarrow \text{si } x = 3x_1 \Rightarrow y \in \emptyset$$

$$\text{si } x = 3x_1 + 1 \Rightarrow y = 3y_1 + 1 \cdots a_1$$

$$\text{si } x = 3x_1 + 2 \Rightarrow y = 3y_1 \cdots a_2$$

$$\text{De (} a_1 \text{) en (I) tenemos } 8963 = (30x_1 + 19)(30y_1 + 17) \cdots (*)$$

$$94 \geq 30x_1 + 19 \text{ ou } 94 \geq 30y_1 + 17$$

$$0 \leq x_1 \leq 2 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 2 \cdots (**)$$

De esta relación (*) y (**) tenemos

$$8963 = 19(30y_1 + 17) \text{ ó } 8963 = (30x_1 + 19)17$$

$$8963 = 79(30y_1 + 17) \text{ ó } 8963 = (30x_1 + 19)47$$

$$8963 = 49(30y_1 + 17) \text{ ó } 8963 = (30x_1 + 19)77$$

Las ecuaciones no tienen solución entera.

De la relación (a_2) y (I) tenemos

$$8963 = (10(3x_1 + 2) + 9)(10(3y_1) + 7)$$

$$8963 = (30x_1 + 29)(30y_1 + 7) \cdots (***)$$

$$\text{De (***) tenemos } 94 \geq 30x_1 + 29 \text{ ou } 94 \geq 30y_1 + 7$$

$$0 \leq x_1 \leq 2 \text{ ou } 0 \leq y_1 \leq 2 \cdots (***)$$

De (***) y (****) tenemos :

$$8963 = 29(30y_1 + 7) \text{ ou } 8963 = (30x_1 + 29)7$$

$$8963 = 59(30y_1 + 7) \text{ ou } 8963 = (30x_1 + 29)37$$

$$8963 = 89(30y_1 + 7) \text{ ou } 8963 = (30x_1 + 29)67$$

Estas ecuaciones no tienen solución entera.

De la relación (II)

$$3 + 2 = (z + 1)w$$

$$\text{si } z = 3z_1 + 1 \Rightarrow w = 3w_1 + 1 \cdots (b_1)$$

$$\text{si } z = 3z_1 \Rightarrow w = 3w_1 + 2 \cdots (b_2)$$

De esta relación (II) y (b_1) tenemos

$$8963 = (10(3z_1 + 1) + 1)(10(3w_1 + 1) + 3)$$

$$8963 = (30z_1 + 11)(30w_1 + 13) \cdots (\lambda)$$

$$\text{Por lo tanto: } 94 \geq 30z_1 + 11 \text{ ó } 94 \geq 30w_1 + 13$$

$$0 \leq z_1 \leq 2 \text{ ou } 0 \leq w_1 \leq 2 \cdots (\alpha)$$

De esta relación (λ) y (α) tenemos:

$$8963 = 11(30w_1 + 13) \text{ ó } 8963 = (30z_1 + 11)13$$

$$8963 = 41(30w_1 + 13) \text{ ó } 8963 = (30z_1 + 11)43$$

$$8963 = 71(30w_1 + 13) \text{ ó } 8963 = (30z_1 + 11)73$$

No tienen solución entera estas ecuaciones.

De la relación (II) y (b_2) tenemos

$$8963 = (10(3z_1 + 1))(10(3w_1 + 2) + 3)$$

$$8963 = (30z_1 + 1)(30w_1 + 23) \cdots (\theta)$$

$$94 \geq 30z_1 + 1 \text{ ou } 94 \geq 30w_1 + 23$$

$$0 \leq z_1 \leq 3 \text{ ou } 0 \leq w_1 \leq 2 \cdots (r)$$

De (θ) y (r) tenemos:

$$8963 = 31(30w_1 + 23) \text{ ou } 8963 = (30z_1 + 1)23$$

$$8963 = 61(30w_1 + 23) \text{ ou } 8963 = (30z_1 + 1)53$$

$$8963 = 91(30w_1 + 23) \text{ ou } 8963 = (30z_1 + 1)83$$

Estas ecuaciones no tienen solución entera.

Análogo procedimiento para obtener $N_2=8933$ y decir que este número es primo. Como nuestro objetivo es encontrar solo un par de números primos cuya suma nos da el número $N=8992$; esta queda concluido

$$\text{Así: } 8992 = \underbrace{29}_{\text{primo}} + \underbrace{8963}_{\text{primo}}$$

$$8992 = \underbrace{59}_{\text{primo}} + \underbrace{8933}_{\text{primo}}$$

$$8992 = \underbrace{89}_{\text{primo}} + \underbrace{8903}_{\text{no es primo}}$$

..... etc.

II) Otra forma de llegar al número escogido es el siguiente

$$8992 = (10k_1 + 1) + (10k_2 + 1)$$

$$k_1 \neq 3 + 2$$

$$k_2 \neq 3 - \{0\}$$

$$k_1 + k_2 = 899$$

u	k_1	k_2
4487	0	898
4477	1	897
4467	2	896
4457	3	895
4447	4	894
4437	5	893
4427	6	892
4417	7	891
4407	8	890

4397	9	889
4387	10	888
4377	11	887
4367	12	886
4357	13	885
4347	14	884
4337	15	883
4327	16	882
4317	17	881
4307	18	880
4297	19	879
4287	20	878
4277	21	877
4267	22	876
4257	23	875
4247	24	874
4237	25	873
4227	26	872
4217	27	871
4207	28	870
.	.	.
.	.	.
.	.	.
-4493	898	0

Luego los posibles pares de números primos cuya suma es el número N, tenemos
 (11,8981); (41,8951); (71,8921) ;(101,8891); (131,8861); (161,8831); (191,8801);
 (221,8771) ;(251,8741) ;(281,8711); ...

$N_1=8981$ no es primo pues $8981=1283 \times 7$

$N_2=8951$ es un número primo, el cual se demuestra usando las funciones generales y mostrando que las ecuaciones diofánticas no tienen solución.

Luego: $8992 = \underbrace{41}_{\text{primo}} + \underbrace{8951}_{\text{primo}}$

$N_3=8921$ no es primo pues $8921=11 \times 811$

$N_4=8891$ no es primo pues $8891=17 \times 523$

Y así podremos continuar hasta agotar todas las posibilidades.

Aplicación del algoritmo para un número natural par de cinco cifras.

En esta parte damos un número natural par que termina en dos y lo escribimos como la suma de dos números primos.

Tal número par es escogido aleatoriamente y consta de cinco cifras.

Ejemplo: análogo a lo realizado en el capítulo III tenemos:

$$98982 = (10k_1 + 9) + (10k_2 + 3),$$

$$\text{Sea: } N = 98982, 2k = 98982 \Rightarrow k = 49491$$

Según el algoritmo tenemos lo siguiente:

$$k_1 = \frac{49491 - 9 - u}{10} ; k_2 = \frac{49491 + u - 3}{10}$$

$$k_1 = \frac{49482 - u}{10} \quad ; \quad k_2 = \frac{49488 + u}{10}$$

$$k_1 \neq 3 + 2$$

$$k_2 \neq 3 - \{0\}$$

$$k_1 + k_2 = 9897$$

En la tabla se muestran los valores admisibles de k_1 y k_2

u	k_1	k_2
49482	0	9897
49472	1	9896
49462	2	9895
49452	3	9894
49442	4	9893
49432	5	9892
49422	6	9891
49412	7	9890
49402	8	9889
49392	9	9888
49382	10	9887
49372	11	9886
49362	12	9885
49352	13	9884
49342	14	9883
49332	15	9882

49322	16	9881
49312	17	9880
49302	18	9879
49292	19	9878
49282	20	9877
49272	21	9876
49262	22	9875
49252	23	9874
.	.	.
.	.	.
.	.	.
-49488	9897	0

Luego los posibles pares de números primos cuya suma es el número N son:

(19,98963) ;(29,98953) ;(49,98933) ;(59,98923) ;(79,98953) ;(89,98893) ;(109,98873);

(119,98863) ;(139,98843) ;(149,98833) ;(169,98813) ;(179,98803) ;(199,98783)

;(209,98773) ;(229,98753) ;(239,98743) ...

Veamos que $N_1=98963$ es un número primo o no es.

Veamos si $N_1=98963$ es un número primo o no es.

N_1 es primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

- I. $98963 = (10x + 7)(10y + 9), x \neq 3, x \neq 3 + 2, y \neq 3$
 II. $98963 = (10z + 1)(10w + 3), w \neq 3 - \{0\}, z \neq 3 + 2$

de (I) tenemos: $3 + 2 = y(x + 1)$

a) si $y = 3y_1 + 1 \Rightarrow x = 3x_1 + 1$

b) si $y = 3y_1 + 2 \Rightarrow x = 3x_1$

de la relación (I) y (a)

(*) ... $98963 = (30x_1 + 17)(30y_1 + 19)$ lo cual implica que

$$314 \geq 30x_1 + 17 \text{ ou } \sqrt{98963} \geq 30y_1 + 19$$

$$314 \geq 30y_1 + 19$$

$$0 \leq x_1 \leq 9 \text{ ou } 0 \leq y_1 \leq 9$$

De (*) $98963 = 900x_1y_1 + 19 \times 30x_1 + 17 \times 30y_1 + 17 \times 19$

$$3288 = 30x_1y_1 + 19x_1 + 17 \dots (**)$$

de (**) $3 = x_1 + 2y_1$

si $x_1 = 3x_2 \Rightarrow y_1 = 3y_2 \dots c_1$

si $x_1 = 3x_2 + 1 \Rightarrow y_1 = 3y_2 + 1 \dots c_2$

si $x_1 = 3x_2 + 2 \Rightarrow y_1 = 3y_2 + 2 \dots c_2$

de (c₁) y (**) tenemos que $x_2 \in \{0,1,2,3\}, y_2 \in \{0,1,2,3\}$

y además: $3288 = 30(3x_2)(3y_2) + 19 \times 3x_2 + 17 \times 3y_2$

$$1096 = 90x_2y_2 + 19x_2 + 17y_2$$

$x_1 = 0 \Rightarrow 1096 = 17y_2$

$x_2 = 1 \Rightarrow 1096 - 19 = 90y_2 + 17y_2 = 107y_2$, no hay solución

$x_2 = 2 \Rightarrow 1096 - 38 = 180y_2 + 17y_2 = 197y_2$, no hay solución

$x_2 = 3 \Rightarrow 1096 - 57 = 270y_2 + 17y_2 = 287y_2$, no hay solución

Además

$$y_2 = 0 \Rightarrow 1096 = 19y_2$$

$$y_2 = 1 \Rightarrow 1096 - 17 = 90x_2 + 19x_2 = 109x_2, \text{ no hay solución}$$

$$y_2 = 2 \Rightarrow 1096 - 34 = 180x_2 + 17x_2 = 199x_2, \text{ no hay solución}$$

$$y_2 = 3 \Rightarrow 1096 - 51 = 270x_2 + 19x_2 = 289x_2, \text{ no hay solución}$$

De (c_2) y $(**)$ tenemos que $x_2 \in \{0,1,2\}, y_2 \in \{0,1,2\}, y$

$$\text{además : } 3288 = 30(3x_2 + 1)(3y_2 + 1) + 19(3x_2 + 1) + 17(3y_2 + 1)$$

$$3288 = 30 \times 9x_2y_2 + 30 \times 3x_2 + 30 \times 3y_2 + 19 \times 3x_2 + 19 + 17 \times 3y_2 + 17$$

$$3288 = 30 \times 9x_2y_2 + 49 \times 3x_2 + 47 \times 3y_2 + 66$$

$$1074 = 90x_2y_2 + 49x_2 + 47y_2 \dots (**)$$

$$\text{Si } x_2 = 0 \Rightarrow 1074 = 47y_2, \text{ no hay solución}$$

$$\text{Si } x_2 = 1 \Rightarrow 1074 - 49 = 90y_2 + 47y_2 = 137y_2, \text{ no hay solución}$$

$$\text{Si } x_2 = 2 \Rightarrow 1074 - 98 = 180y_2 + 47y_2 = 227y_2, \text{ no hay solución}$$

Además:

$$\text{Si } y_2 = 0 \Rightarrow 1074 = 19y_2$$

$$\text{Si } y_2 = 1 \Rightarrow 1074 - 47 = 90x_2 + 49x_2 = 139x_2, \text{ no hay solución}$$

$$\text{Si } y_2 = 2 \Rightarrow 1074 - 94 = 180x_2 + 49x_2 = 229x_2, \text{ no hay solución}$$

De (c_3) y $(**)$ tenemos que $x_2 \in \{0,1,2\}, y_2 \in \{0,1,2\}, y$

además, tenemos:

$$3288 = 30(3x_2 + 2)(3y_2 + 2) + 19(3x_2 + 2) + 17(3y_2 + 2)$$

$$3288 = 30 \times 9x_2y_2 + 30 \times 6x_2 \times 6y_2 + 120 + 38 + 34 + 19 \times 3x_2 + 17 \times 3y_2$$

$$3096 = 30 \times 9x_2y_2 + 3x_2(19 + 60) + 3y_2(60 + 17)$$

$$1032 = 90x_2y_2 + 79 + 77y_2$$

$$\text{Si } x_2 = 0 \Rightarrow 1032 = 77y_2, \text{ no hay solución}$$

Si $x_2 = 1 \Rightarrow 1032 - 79 = 90y_2 + 77y_2 = 167y_2$, no hay solución

Si $x_2 = 2 \Rightarrow 1032 - 158 = 180y_2 + 77y_2 = 257y_2$, no hay solución

Además

Si $y_2 = 0 \Rightarrow 1032 = 79y_2$

Si $y_2 = 1 \Rightarrow 1032 - 77 = 90x_2 + 79x_2 = 169x_2$, no hay solución

Si $y_2 = 2 \Rightarrow 1032 - 154 = 180x_2 + 79x_2 = 259x_2$, no hay solución

De la relación (I) y (b) tenemos:

(IV)... $98963 = (30y_1 + 27)(30x_1 + 7)$ lo cual implica que

$$314 \geq 30y_1 + 27 \text{ ou } 314 \geq 30x_1 + 7$$

$$0 \leq y_1 \leq 9 \text{ ou } 0 \leq x_1 \leq 10$$

De la relación (IV) podríamos hacer lo mismo que el caso anterior; pero también

podemos optar lo siguiente; dado que se conocen los valores admisibles para

$x_1 \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, y para $y_2 \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ tenemos lo siguiente:

$98963 = 29(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 0$, no hay solución.

$98963 = 59(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 1$, no hay solución.

$98963 = 89(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 2$, no hay solución.

$98963 = 119(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 3$, no hay solución.

$98963 = 149(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 4$, no hay solución.

$98963 = 179(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 5$, no hay solución.

$98963 = 209(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 6$, no hay solución.

$98963 = 239(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 7$, no hay solución.

$98963 = 269(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 8$, no hay solución.

$98963 = 299(30x_1 + 7)$, si $y_1 = 9$, no hay solución.

Análogamente para los valores de x_1 :

$$98963 = 7(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 0, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 37(30y_1 + 7), \text{ si } x_1 = 1, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 67(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 2, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 97(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 3, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 127(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 4, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 157(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 5, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 187(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 6, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 217(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 7, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 247(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 8, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 277(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 9, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 307(30y_1 + 29), \text{ si } x_1 = 10, \text{ no hay solución.}$$

De (II) tenemos que

$$3z + 2 = w(z + 1)$$

$$\text{si } w = 3w_1 + 1 \Rightarrow z = 3z_1 + 1 \dots (d)$$

$$\text{si } w = 3w + 2 \Rightarrow z = 3z_1 \dots (e)$$

De la relación (d) y (II) tenemos:

$$(V) \dots 98963 = (30z_1 + 11)(30w_1 + 13) \text{ de esta relación tenemos:}$$

$$314 \geq 30z_1 + 11 \text{ ou } 314 \geq 30w_1 + 13$$

$$0 \leq z_1 \leq 10 \text{ ou } 0 \leq w_1 \leq 10 \dots (VI)$$

De (V) tenemos usando los valores admisibles dado la (VI)

$$98963 = 11(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 0, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 41(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 1, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 71(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 2, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 101(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 3, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 131(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 4, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 161(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 5, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 191(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 6, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 221(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 7, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 251(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 8, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 281(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 9, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 311(30w_1 + 13), \text{ si } z_1 = 10, \text{ no hay solución.}$$

Análogamente para los valores de w_1 :

$$98963 = 13(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 0, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 43(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 1, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 73(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 2, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 103(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 3, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 133(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 4, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 163(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 5, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 193(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 6, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 223(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 7, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 253(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 8, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 283(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 9, \text{ no hay solución.}$$

$$98963 = 313(30z_1 + 11), \text{ si } z_1 = 10, \text{ no hay solución.}$$

Finalmente, de la relación (II) y (e) tenemos :

$$98963 = (10(3z_1) + 1)(10(3z_1 + 2) + 13)$$

(VI)... $98963 = (30z_1 + 1)(30w_1 + 23)$ de esta relación tenemos:

$$314 \geq 30z_1 + 1 \text{ ou } 314 \geq 30w_1 + 23 \dots (***)$$

$$0 \leq z_1 \leq 10 \text{ ou } 0 \leq w_1 \leq 9$$

Para los valores admisibles de z_1 tenemos de (VI) y (***):

$$98963 = 31(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 1, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 61(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 2, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 91(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 3, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 121(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 4, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 151(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 5, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 181(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 6, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 221(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 7, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 241(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 8, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 271(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 9, \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 301(30w_1 + 23), \text{ si } z_1 = 10, \text{ no tiene solución.}$$

Para los valores de w_1 tenemos:

$$98963 = 23(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 53(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 83(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 113(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 143(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 173(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 203(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 233(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 263(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

$$98963 = 293(30z_1 + 1), \text{ no tiene solución.}$$

Luego $N_1 = 98963$ es un número primo. Así

$$N = 98982 = \underbrace{19}_{\text{primo}} + \underbrace{98963}_{\text{primo}}$$

Aplicación del algoritmo para un número natural par de seis cifras.

En esta parte escogemos al azar un número de 6 cifras que termine en dos y lo expresamos como la suma de dos números primos.

Sea $N = 900092$, luego tenemos las ecuaciones diofánticas.

- I. $900092 = (10x + 9) + (10y + 3), x \neq 3, y \neq 3$
- II. $900092 = (10x + 1) + (10y + 1), x \neq 3 + 2, y \neq 3 + 2, x \geq 1, y \geq 1$
- III. $900092 = (10x + 7) + 5, x \neq 3 + 2, x \neq 7 - \{0\}$

De la relación (I) tenemos:

$$900092 = 10x + 10y + 12$$

$$x + y = 90008$$

$90008 = x + y$; listamos solo algunas posibilidades para algunos valores de x e y .

x	y
0	90008
1	90007
2	90006
3	90005
4	90004
5	90003
6	90002
7	90001
8	90000
9	89999
10	89998
11	89997
12	89996
13	89995
14	89994
15	89993
16	89992
17	89991
18	89990
19	89989
20	89988
21	89987
22	89986

23	89985
24	89984
25	89983
26	89982
27	89981
28	89980
29	89979
.	.
.	.
.	.

Eliminando las restricciones impuestas a x y y obtenemos lo siguiente:

Por lo tanto los posibles pares de números impares cuyas sumas dan el número N son los siguientes: (19,900073); (49,900043); (79,900013); (109,899983); (139, 899953); (169, 899923); (199, 899893); (229, 899863); (259, 899833); (289,899803)...

Sabemos que 19 es un número primo. Veamos que $N_1=900073$ es o no un número primo.

Esta será la segunda parte del algoritmo, N_1 es un número primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

- i. $900073 = (10x + 9)(10y + 7), x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$
- ii. $900073 = (10x + 3)(10y + 1), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 + 2, y \geq 1$

De la (i) ecuación tenemos:

$$900073 = (10x + 9)(10y + 7) \dots (*)$$

$$3 + 1 = xy + x, x \neq 3, y \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 + 2$$

$$\text{Si } x = \dot{3} + 1 \Rightarrow \dot{3} + 1 = (\dot{3} + 1)y + \dot{3} + 1 = y + 1 \Rightarrow y = \dot{3}$$

Por lo tanto, tenemos la primera posibilidad:

$$x = 3x_1 + 1 \wedge y = 3y_1 + 2 \dots (a)$$

$$\text{Si } x = \dot{3} + 2 \Rightarrow \dot{3} + 1 = (\dot{3} + 2)y + \dot{3} + 2 = 2y + 2 \Rightarrow \dot{3} + 2 = 2y \Rightarrow y = \dot{3} + 1$$

Luego la segunda posibilidad es:

$$x = 3x_1 + 2 \wedge y = 3y_1 + 1 \dots (b)$$

De la relación (*) y (a) tenemos:

$$900073 = [10(3x_1) + 9][10(3y_1 + 1) + 7] = (30x_1 + 9)(30y_1 + 17) \dots (**)$$

De (**) tenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 9 \text{ ou } 948 \times 72 \geq 30y_1 + 17$$

$$0 \leq x_1 \leq 31 \text{ ou } 0 \leq y_1 \leq 31 \dots (***)$$

De (a) y (***) tenemos que:

$$x \in \{1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,31,34,37,40,43,46,49,52,55,58,61,64,67,70,73,76,79,82,85,88,91,94\} \dots (***)$$

$$y \in \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,48,51,54,57,60,63,66,69,72,75,78,81,84,87,90,93\}$$

$$\text{Como } , y \neq \dot{7} - \{0\} \text{ tenemos que } y \in \{0,3,6,9,12,15,18, 24,27,30,33,36,39,45,48,51,54,57,60, 66,69,72,75,78,81,87,90,93\} \dots (***)$$

De (*) y (***) tenemos:

$$900073 = 19(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 49(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 79(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 109(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 139(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$900073 = 169(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 199(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 229(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 259(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 289(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 319(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 349(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 379(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 409(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 439(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 469(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 499(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 529(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 559(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 589(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 619(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 649(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 679(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 709(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 739(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 769(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 799(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 829(10y + 7)$, no hay solución entera.
 $900073 = 859(10y + 7)$, no hay solución entera.

$$900073 = 889(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 919(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 949(10y + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

De (*) y (***) tenemos:

$$900073 = 7(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 37(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 67(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 97(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 127(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 157(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 187(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 247(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 277(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 307(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 337(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 367(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 397(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 457(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 487(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 517(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 547(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 577(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 607(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 667(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 697(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 727(10x + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900073 = 7(10x + 9) \Rightarrow 1189 = 10x + 9 \Rightarrow x = 118 \wedge y = 757$$

$$900073 = 7(10x + 9)$$

$$900073 = 7(10x + 9)$$

$$900073 = 7(10x + 9)$$

$$900073 = 7(10x + 9)$$

$$900073 = 7(10x + 9)$$

Luego $900073 = 757 \times 1189$ no es un número primo.

Podríamos pasar al par $(79, 900013)$ pero por cuestiones de simetría usamos la

ecuación (II)

De la relación (II) tenemos

$$x + y = 90009, x \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{3} + 2$$

x	y
1	90008
2	90007
3	90006
4	90005
5	90004
6	90003
7	90002
8	90001
9	90000

10	89999
11	89998
12	89997
13	89996
14	89995
15	89994
16	89993
17	89992
18	89991
19	89990
20	89989
21	89988
22	89987
23	89986
24	89985
25	89984
26	89983
27	89982
28	89981
29	89980
.	.
.	.
.	.

Eliminando de las restricciones impuestas a x y y se obtiene los posibles pares de números

cuyas sumas dan el número N , estas posibles sumas de acuerdo a la tabla serían los siguientes pares:

(31,900061); (61,900031); (91,900001); (121,899971); (151,899941); (181,899911); (211,899881); (241,899851); (271,899821) ...

Sabemos que 31 es un número primo. veamos que $N_2=900061$ es un número primo. N_2 es un número primo si las siguientes ecuaciones diofánticas no tienen solución.

- i. $900061 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$
- ii. $900061 = (10x + 7)(10y + 3), x \neq 3 + 2, x \neq 7 - \{0\}, y \neq 3 - \{0\}$
- iii. $900061 = (10x + 1)(10y + 1), x \neq 3 + 2, y \neq 3 + 2$

De la (i) ecuación tenemos

$$900061 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3, y \neq 3 \dots(I)$$

$$3 + 1 = xy + x + y + 1$$

$$\text{Si } x = 3 + 2 \Rightarrow y = 3 + 2 \Rightarrow x = 3x_1 + 2; \Rightarrow y = 3y_2 + 2 \dots(a_1)$$

$$\text{Si } x = 3 + 1 \Rightarrow y = 3 + 1 \Rightarrow x = 3x_1 + 1; \Rightarrow y = 3y_2 + 1 \dots(b_1)$$

De la relación $(a_1) \wedge (I)$ tenemos

$$900061 = (30x_1 + 29)(30y_1 + 29)$$

De esta relación obtenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 29 \text{ ó } 948 \geq 30y_1 + 29$$

$$0 \leq x_1 \leq 30 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 30 \dots(A)$$

Por la simetría solo consideramos los valores de x , de (a_1) y (I) tenemos:

$x \in \{2,5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,35,38,41,44,47,50,53,56,59,62,65,68,71,74,77,80,83,86,89,92\} \dots (A_1)$

De (A_1) y (I) tenemos:

$$900061 = 29(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 59(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 89(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 119(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 149(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 179(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 209(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 239(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 269(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 299(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 329(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 359(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 389(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 419(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 449(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 479(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 509(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 539(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 569(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 599(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 629(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 659(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 689(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 719(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 749(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 779(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 809(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 839(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 869(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 899(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 929(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

De la relación (I) y (b_1) tenemos:

$$900061 = (30x_1 + 19)(30y_1 + 19) \dots \text{(II)}$$

De esta relación obtenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 19 \text{ ó } 948 \geq 30y_1 + 19$$

$$0 \leq x_1 \leq 30 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 30 \dots \text{(III)}$$

De las relaciones (III) y (II) y Por la simetría de (II) solo consideramos los valores de x .

$$x \in \{1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,31,34,37,40,43,46,49,52,55,58,61,64,67,70,73,76,79,82,85,88,91,94\} \dots \text{(IV)}$$

De (IV) y (I) tenemos:

$$900061 = 19(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 49(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 79(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 109(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 139(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

$900061 = 169(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 199(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 259(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 289(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 319(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 349(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 379(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 409(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 439(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 469(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 499(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 529(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 559(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 589(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 619(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 649(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 679(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 709(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 739(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 769(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 799(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 829(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 859(10y + 9)$, no hay solución entera.
 $900061 = 889(10y + 9)$, no hay solución entera.

$$900061 = 919(10y + 9), \text{ no hay solución entera.}$$

Por cuestiones análogas a (i) resolvemos la ecuación (iii)

$$900061 = (10x + 1)(10y + 1), x \neq \dot{3} + 2, y \neq \dot{3} + 2, x \geq 1, y \geq 1 \dots c$$

$$\dot{3} + 1 = xy + x + y + 1$$

$$\dot{3} = xy + x + y$$

$$\text{Si } x = \dot{3} \Rightarrow y = \dot{3} \Rightarrow x = 3x_1 \wedge y = 3y_2 \dots c_1$$

$$\text{Si } x = \dot{3} + 1 \Rightarrow y = (\dot{3} + 1)y + \dot{3} + 1 + y = 2y + 1 \Rightarrow y = \dot{3} + 1,$$

$$\Rightarrow x = 3x_1 + 1; \Rightarrow y = 3y_1 + 1 \dots c_2$$

$$\text{Si } x = \dot{3} + 2 \Rightarrow y = (\dot{3} + 2)y + \dot{3} + 2 + y = \dot{3} + \dot{3} + 2 \text{ esto es absurdo.}$$

De la relación (c) y (c₁) tenemos :

$$900061 = (30x_1 + 1)(30y_1 + 1) \dots (D)$$

De (D) obtenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 1 \text{ ó } 948 \geq 30y_1 + 1$$

$$0 \leq x_1 \leq 31 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 31$$

Por ser simetría la ecuación (D) solo consideramos los valores de

$$x_1 \in \{0, 1, 2, \dots, 31\} \dots (d_1)$$

De (D) y (d₁) tenemos:

$$900061 = 31(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 61(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 91(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 121(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 151(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 181(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

$900061 = 211(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 241(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 271(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 301(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 331(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 361(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 391(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 421(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 451(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 481(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 501(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 531(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 561(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 591(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 621(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 651(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 681(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 701(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 731(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 761(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 791(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 821(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 851(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.
 $900061 = 881(30y_1 + 1)$, no hay solución entera.

$$900061 = 901(30y_1 + 1), \text{ no hay solución entera.}$$

De la relación (c₁) y (c₂) tenemos:

$$900061 = (30x_1 + 1)(30y_1 + 11) \dots (E)$$

De la relación (E) por simetría solo consideramos los valores de x_1

De (D) obtenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 1 \Rightarrow 0 \leq x_1 \leq 31 \dots (e_1)$$

De (E) y (e₁) tenemos:

$$900061 = 11(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 41(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 71(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 101(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 131(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 161(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 191(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 221(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 251(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 281(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 311(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 341(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 371(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 401(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 431(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 461(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 491(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 521(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 551(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 581(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 611(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 641(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 671(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 701(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 731(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 761(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 791(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 821(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 851(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 881(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 911(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 941(30y_1 + 11), \text{ no hay solución entera.}$$

Finalmente verificamos si (ii) tiene solución entera

$$900061 = (10x + 9)(10y + 9), x \neq 3 + 2, y \neq 3 - \{0\}, x \neq 7 - \{0\} \dots (F)$$

$$3 + 1 = xy + y$$

$$\text{Si } y = 3 + 1 \Rightarrow 3 + 1 = (3 + 1)x + 3 + 1 = x + 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = 3y_1 + 1 \wedge x = 3x_1 \dots (f_1)$$

$$\text{Si } y = 3 + 2 \Rightarrow 3 + 1 = (3 + 2)x + 3 + 2 = 2x + 2 \Rightarrow 3 + 2 = 2x$$

$$\Rightarrow x = 3x_1 + 1 \wedge x = 3y_1 \dots (f_2)$$

De (F) \wedge (f₁) tenemos

$$900061 = (30x_1 + 7)(30y_1 + 13)$$

De esta relación obtenemos:

$$948 \geq 30x_1 + 7 \text{ ó } 948 \geq 30y_1 + 13$$

$$0 \leq x_1 \leq 31 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 31$$

Luego de las condiciones

$$x_1 \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25, \\ 26,27,28,29,30,31\} \dots (f_3)$$

$$y_1 \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25, \\ 26,27,28,29,30,31\} \dots (f_4)$$

Así tenemos en la ecuación $900061 = (30x_1 + 7)(30y_1 + 13)$ lo siguiente:

$$900061 = 7(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 37(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 67(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 97(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 127(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 157(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 187(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 217(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 247(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 277(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 307(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 337(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 367(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 397(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 427(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 457(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 487(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 517(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 547(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 577(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 607(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 637(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 667(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 697(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 727(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 757(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 787(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 817(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 847(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 877(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 907(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 937(30y_1 + 13), \text{ no hay solución entera.}$$

Para los valores de y_1 tenemos en la ecuación: $900061 = (30x_1 + 7)(30y_1 + 13)$

$$900061 = 13(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 43(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 73(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 103(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 143(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 173(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

$900061 = 203(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 233(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 263(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 293(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 323(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 353(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 383(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 413(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 443(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 473(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 503(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 533(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 563(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 593(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 623(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 653(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 683(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 713(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 743(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 773(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 803(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 833(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 863(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.
 $900061 = 893(30x_1 + 7)$, no hay solución entera.

$$900061 = 923(30x_1 + 7), \text{ no hay solución entera.}$$

Finalmente de la relación (F) y (f₂)

$$900061 = (10(3x_1 + 1) + 7)(10(3y_1 + 2) + 3)$$

$$900061 = (30x_1 + 17)(30y_1 + 23) \dots (G)$$

De la relación (G) se obtiene

$$\sqrt{900061} \geq 30x_1 + 17 \text{ ó } \sqrt{900061} \geq 30y_1 + 23$$

$$948 \geq 30x_1 + 17 \text{ ó } 948 \geq 30y_1 + 23$$

$$0 \leq x_1 \leq 31 \text{ ó } 0 \leq y_1 \leq 31 \dots (g_1)$$

de (G) y (g₁) obtenemos y las restricciones $x_1 \neq 2, 9, 16, 23, 30$.

$$900061 = 17(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 47(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 107(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 137(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 167(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 197(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 227(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 257(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 317(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 347(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 377(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 407(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 437(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 467(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 527(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 557(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 587(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 617(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 647(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 677(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 737(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 767(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 797(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 827(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 857(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 887(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 947(30y_1 + 23), \text{ no hay solución entera.}$$

Para los valores de y_1 obtenemos:

$$900061 = 23(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 53(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 83(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 113(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 143(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 173(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 203(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 233(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 263(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 293(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 323(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 353(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 383(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 413(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 443(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 473(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 503(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 533(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 563(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 593(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 623(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 653(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 683(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 713(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 743(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 773(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 803(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 833(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 863(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 893(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

$$900061 = 923(30x_1 + 17), \text{ no hay solución entera.}$$

Como las ecuaciones, (i), (ii) y (iii) no tienen solución tenemos que

$N_2 = 900061$ es un número primo. por lo tanto

$$N = 900092 = \underbrace{900061}_{\text{primo}} + \underbrace{31}_{\text{primo}}$$

PROGRAMACIÓN DEL ALGORITMO EN PSEINT

```
Proceso prog_uv
  Escribir "Ingresar Numero"
  Leer m
  Escribir "PARES DE SUMANDOS PRIMOS:"
  Escribir " "
  Escribir "CASO 1: ", m, " = 5 + (10k1 + 7)"
  n<-m-5; s<-0;
  Para i<-2 Hasta rc(n) Con Paso 1 Hacer
    Si n mod i = 0 Entonces
      s<-s+1;
    FinSi
  FinPara
  Si s = 0 Entonces
    escribir m, " = ", "5 + ", n
  FinSi
  Escribir " "
  Escribir "CASO 2: ", m, " = (10k1 + 1) + (10k2 + 1)"
  a<-m/20;
  x<-(m-2)/10;
  Para j<-1 Hasta a Con Paso 1 Hacer
    s<-0; p<-0;
    b<-m-(10*j+1);
    c<-m-b;
    Para i<-2 Hasta rc(b) Con Paso 1 Hacer
      Si b mod i = 0 Entonces
        s<-s+1;
    FinSi
    FinPara
    Para i<-2 Hasta rc(c) Con Paso 1 Hacer
      Si c mod i = 0 Entonces
        p<-p+1;
    FinSi
  FinSi
```

```

FinPara
    Si  $s = 0$  y  $p = 0$  Entonces
        escribir m, " = ", b, " + ", c
    FinSi
FinPara
Escribir " "
Escribir "CA9SO 3: ", m, " =  $(10k_1 + 3) + (10k_2 + 9)$ "
 $z \leftarrow -(m-12)/10$ ;
Para  $j < -0$  Hasta z Con Paso 1 Hacer
     $s \leftarrow -0$ ;  $p \leftarrow -0$ ;
     $d \leftarrow m - (10*j + 9)$ ;
     $e \leftarrow m - d$ ;
    Para  $i < -2$  Hasta  $rc(d)$  Con Paso 1 Hacer
        Si  $d \bmod i = 0$  Entonces
             $s \leftarrow s + 1$ ;
        FinSi
    FinPara
    Para  $i < -2$  Hasta  $rc(e)$  Con Paso 1 Hacer
        Si  $e \bmod i = 0$  Entonces
             $p \leftarrow p + 1$ ;
        FinSi
    FinPara
    Si  $s = 0$  y  $p = 0$  Entonces
        escribir m, " = ", d, " + ", e
    FinSi
FinPara
FinProceso

```

V. CONCLUSIONES

1) Usando las funciones generadoras como son:

- $f_1(k) = 10k + 1$
- $f_2(k) = 10k + 3$
- $f_3(k) = 10k + 7$
- $f_4(k) = 10k + 9$

Se pudo construir un algoritmo, para obtener un número par que termina en dos como la suma de dos números primos.

- 2) Análogamente se construyó el algoritmo para los números naturales que terminan en dos de 4; 5 y 6 cifras respectivamente.
- 3) Hemos obtenido dos técnicas distintas para resolver ecuaciones Diofánticas de grado dos, en dos variables.
- 4) Los números primos hallados coinciden con los números primos que figuran en internet o textos.

VI. RECOMENDACIONES

1. Si queremos trabajar con números mayores a seis cifras, sugiero usar el teorema 2.1 del artículo “Some results on number theory and analysis”. Este teorema es muy útil para determinar la primalidad de un número natural.
2. Estudiar las curvas $p = (10x + 3)(10y + 3)$, $p = (10x + 7)(10y + 7)$, $p = (10x + 9)(10y + 1)$, $q = (10x + 1)(10y + 3)$, $q = (10x + 7)(10y + 9)$, donde p termina en 9 y q termina en 3.
3. En el presente trabajo determino dos técnicas para hallar la primalidad de un número, recomendando vía programación determinar cuál de ellos es el más rápido.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Burton, D.M. (1980). Elementary Number Theory (6th ed.). U.S.A: Allyn and Bacon, Inc.
- Cerna, B. (2018). SOME RESULTS ON PRIME NUMBER, IJPAM International journal.
- Haaser, N., La Salle, J., Sullivan, J. (1992). Análisis matemático (2nd ed. Vol II). México.
- Ivan Niven, H. (1991). And Introduction to the Theory of Number (5th ed.) U.S.A: Jhon Wiley and Sons, Inc.
- Pettofrezzo, A. (1972). Introduction to number theory (1st ed.). U.S.A: Pretince - Hall International.
- Rudin, W. (1982). Principios de Análisis Matemático (2nd ed. Vol II). México
- Sierpinski, W. (1988). Elementary Theory of Number (2nd ed. Vol I). Poland: North-Holland Mathematical Library.

DIRECCIONES ELECTRÓNICAS.

- ❖ Valverde, J. L. (2013). Jochinchilla @.ter.ac. Montevideo, Uruguay: [https:// Semur.edu.uy.cibem.org](https://Semur.edu.uy.cibem.org)
- ❖ Hitos, J.R. (2017). Pensamiento matemático Brasil [file:///C:/Users/INTEL/Documents/Dialnet – Ecuaciones Diofanticas.](file:///C:/Users/INTEL/Documents/Dialnet%20-%20Ecuaciones%20Diofanticas)
- ❖ SCHMIDT R.F. y THEWS G. (1993) “Fisiología humana”. Interamericana, Madrid, / Mc Graw-Hill.<https://talentomatematico.files.wordpress.com>
- ❖ http://oa.upm.es/14868/3/DICCIONARIO_BIOGRAFICO_DE_MATEMATICOS.pdf