



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
“SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO”**

**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN  
Y DE LA COMUNICACIÓN**

**ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN**

**“ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS, PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES  
METACOGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE  
EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE  
MARCARÁ-CARHUAZ-2016 ”**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE:  
LICENCIADO EN EDUCACIÓN**

***ESPECIALIDAD: Educación Secundaria, Matemática e informática***

**PRESENTADO POR**

- Bach. Yenitza Margot CERNA HARO
- Bach. Nelson Hugo CALVO EVARISTO
- Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

**ASESOR: Mg. César Heraclides BRITO MALLQUI**

**HUARAZ – PERÚ  
2016**

## **DEDICATORIA**

Dedico esta tesis A DIOS, a Santo Tomás de Aquino, patrono de los estudiantes y a la Virgen María, quienes inspiraron mi espíritu para la conclusión de esta tesis, en Educación. A mi madre quien me dio la vida, educación, apoyo y consejos. A mis compañeros de estudio, a mis maestros y amigos. A todos ellos se los agradezco desde el fondo de mi alma. Para todos ellos hago esta dedicatoria.

**Filder Manuel MÉNDEZ**

Con la mayor gratitud por los esfuerzos realizados para que yo lograra terminar mi carrera profesional siendo para mí la mejor herencia.

A mi madre que es el ser más maravilloso de todo el mundo. Gracias por el apoyo moral, tu cariño y comprensión que desde niño me has brindado, por guiar mi camino y estar junto a mí en los momentos más difíciles. A mi padre porque desde pequeño ha sido para mí un gran hombre maravilloso al que siempre he admirado. Gracias por guiar mi vida con energía, esto ha hecho que sea lo que soy. Con amor, admiración y respeto.

**Nelson Hugo CALVO EVARISTO**

Dedico de todo corazón a Dios y a mis padres porque a través de ellos me concedió la vida en este mundo, así como a mis familiares, tíos, hermanos, esposo e hija y a todas las personas que directa o indirectamente han tenido a bien ayudarme en forma moral y económica para mi formación como ser humano y profesional, en respuesta a esto, cuenten con una gran amiga. Con cariño.

**Yenitza Margot CERNA HARO**

## **AGRADECIMIENTOS**

A DIOS: por ser el creador de la vida, y quien nos ha dotado de capacidad, aptitudes, inteligencia y perseverancia para plasmar este importante trabajo. Por siempre resguardarnos y guiarnos nuestros pasos. Para Dios toda la honra y gloria.

A NUESTRAS FAMILIAS: por el apoyo y el amor siempre incondicional. Porque no siempre estuvimos presentes en algunos momentos por dedicarnos a nuestros estudios. Gracias por todo, por ser las personas que más nos apoyaron durante nuestros estudios.

A NUESTROS AMIGOS: a todos, a los que nos alentaron siempre y se convirtieron en parte importante de nuestras vidas, y que siempre tuvieron un gesto de comprensión y apoyo cuando compartimos nuestros estudios.

A LA UNIVERSIDAD SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO: por abrirnos sus puertas para nuestra formación como profesionales. Por estar presente en donde se necesita de ella. Por ser parte de ella durante 5 años.

A NUESTROS MAESTROS: licenciados, ingenieros, doctores, todos y cada uno de los que durante los años que estudiamos en la universidad compartieron de su conocimiento; tuvieron la paciencia de formarnos. Gracias totales a cada uno de ustedes.

A PERÚ: nuestro país, de la Bandera roja-blanca. Gracias por ser nuestra patria y por identificarnos con tu Bandera.

A HUARAZ: Capital Internacional de la Amistad. Tierra de Atusparia y Pedro Cochachin, gracias por acobijarnos en tu suelo, y por este sentimiento tan grande que no se puede explicar.

A SHANCAYAN: Ciudad Universitaria, de ruidoso crepitar de jóvenes estudiosos. Gracias a nuestra Facultad por todo lo que nos ha dado. Ahora te honramos. A todos ellos, nuestro agradecimiento.

A MARCARÁ-CARHUAZ: Al personal administrativo y docentes del primer grado de educación secundaria de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ MARÍA ARGUEDAS, por su colaboración y compromiso institucional.

**Los Tesistas**

## **RESUMEN**

La presente investigación tuvo como propósito descubrir y desarrollar habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará-Carhuaz, para lo cual se elaboró, aplicó y evaluó la propuesta de enseñanza de las estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos.

El fundamento teórico del estudio se basó por un lado en los modelos heurísticos de solución de problemas planteados por Polya y Shoenfeld. Para el caso de la variable habilidades metacognitivas eje central de la propuesta, se tomó como sustrato teórico lo expuesto por Flavell en cuanto a los cuatro componentes de la metacognición, así como los aspectos declarativos y procedimentales sugeridos por Brown.

Este estudio se desarrolló a partir de un diseño cuasi-experimental, con un modelo pre prueba y post prueba con un grupo de control, a los que se les administraron dos instrumentos, uno para determinar que estrategias empleaban en la solución de problemas y otro para medir el dominio de las habilidades metacognitivas, la muestra estuvo conformada por los estudiantes del 1° grado de I.E. José María Arguedas de Marcará-Carhuaz-2016, ubicada en el distrito de Marcará jurisdicción de la provincia de Carhuaz.

Los resultados de la pre prueba indican que los estudiantes presentan un bajo nivel de desarrollo de las habilidades metacognitivas, así como de las estrategias

de solución de problemas, mientras que la post prueba evidenció que la solución de problemas basada en la implementación de estrategias heurísticas, mejoró el dominio de las habilidades metacognitivas de toma de conciencia, planificación de la tarea y control ejecutivo.

**Palabras claves:** Habilidades metacognitivas, heurísticos, resolución de problemas matemáticos.

## **ABSTRACT**

This research was aimed to discover and develop metacognitive skills in students of 1st grade secondary education S.I. José María Arguedas Marcara-Carhuaz, for which it was developed, implemented and evaluated the proposed heuristic teaching strategies in solving mathematical problems.

The theoretical foundation of the study was based on one side on the heuristic models of solving problems posed by Polya and Schoenfeld. In the case of variable metacognitive skills center axis of the proposal, it was taken as theoretical grounds by Flavell substrate in terms of the four components of metacognition as well as declarative and procedural aspects suggested by Brown.

This study was developed from a quasi-experimental design with a pretest model and posttest with a control group, who were given two instruments, one to determine which strategies employed in solving problems and another to measure the domain metacognitive skills, the sample consisted of students from 1st grade of IE José María Arguedas Marcara-Carhuaz-2016, located in the district of Marcará jurisdiction of the Province of Carhuaz.

The results of the pretest indicate that students have a low level of development of metacognitive skills and strategies of problem solving, while the posttest showed that problem solving based on the implementation of heuristic strategies, improved mastery of skills metacognitive awareness, task planning, monitoring and evaluation executive.

Keywords: metacognitive skills, heuristic, mathematical problem solving.

American

## INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de todo docente es que los estudiantes observen en forma adecuada los procesos de aprendizajes, pero en la mayoría de los casos los estudiantes no han desarrollado suficientes estrategias de aprendizajes y habilidades metacognitivas, entendida como estar conscientes de los pasos y estrategias durante el proceso de la solución de problemas y de evaluar la productividad de su propio pensamiento; que les faciliten realizar aprendizajes significativos con menor esfuerzo y obtener mejor rendimiento.

Es por esto que se propone como estrategia pedagógica la metacognición como una herramienta para desarrollar el pensamiento complejo en los estudiantes; esto se considera fundamental para la formación de profesionales con pensamiento para la innovación. Partiendo de la premisa que en la medida que el sujeto adquiere habilidades metacognitivas, el proceso de aprendizaje será efectivo y reflexivo, de tal forma que se convierte en un acto consciente del estudiante, convirtiéndolo en un sujeto crítico y con habilidades para proponer. Se busca promover que el futuro egresado de la carrera de matemática e informática de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, se apropie en forma efectiva la información que recibe del docente y otros medios, lo transforme en conocimiento y como resultado realice propuestas originales e innovadoras, producto de sus propios procesos conscientes de su pensamiento.

También se busca promover esta estrategia pedagógica como una alternativa a la enseñanza tradicional conductista que ha caracterizado la formación del magisterio.



Finalmente se proponen una serie de actividades en clase para promover el desarrollo de habilidades metacognitivas en el estudiante.

Las habilidades del pensamiento, en las últimas décadas han despertado mayor interés por ser investigadas en el campo educativo, como consecuencia de las nuevas y mayores exigencias que la sociedad del conocimiento le encarga a la escuela, donde el reto del maestro no es solo mediar para que sus estudiantes aprendan, sino para que aprendan a aprender, o dicho en otros términos, que desarrollen sus habilidades metacognitivas, necesidad que los docentes reconocen y valoran, pero que en la mayoría de los casos no saben cómo lograr durante los procesos de enseñanza y aprendizaje en sus aulas.

Por ejemplo, el caso de la solución de problemas, una capacidad tan esencial e inherente al ser humano, se orienta en la escuela desde la memorización y aplicación de algoritmos que los estudiantes lo hacen de manera mecánica y sin lograr una verdadera apropiación y comprensión de lo que hacen al resolver este tipo de procesos, desaprovechando un espacio para el desarrollo de la metacognición o pensamiento de alto nivel.

Conviene entonces advertir, la necesidad e importancia del presente estudio, el cual propone un modelo de intervención pedagógica, que desde el contexto cotidiano de aprendizaje de las matemáticas medie en el desarrollo de las habilidades de pensamiento de alto nivel.

La presente tesis se basó en los estudios de Polya y Shoenfeld, proponemos un modelo de enseñanza de heurísticos en la solución de problemas matemáticos como mediación

para mejorar el dominio de las habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria. Población en la que se advierte la necesidad y pertinencia de este tipo de propuestas por tratarse de un segmento poblacional vulnerable, donde el desarrollo del pensamiento se ve limitado desde los primeros años de vida por las precarias condiciones de tipo socioeconómico, por lo que la escuela requiere estrategias novedosas, sistemáticas y contextualizadas a las características propias de sus estudiantes.

La investigación se caracterizó por realizar exploraciones que nos permitieron conocer el uso de estrategias empleadas por los estudiantes para resolver problemas matemáticos, así mismo se evaluaron las habilidades metacognitivas de los grupos a participar en la investigación mediante la aplicación de un instrumento, como paso siguiente, se elaboró el propuesta de intervención se implementó y evaluó la propuesta, llegando a conclusiones y recomendaciones.

## SUMARIO

	Pág.
Dedicatoria	i
Agradecimiento	ii
Resumen	iv
Abstract	vi
Introducción	vii
<b>CAPÍTULO I: PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>13</b>
1.1. El problema de investigación.....	13
1.1.1. Planteamiento del problema.....	13
1.1.2. Formulación de problemas.....	21
Problema general.....	21
Problemas específicos.....	21
1.2. Objetivos de la Investigación.....	22
1.2.1. Objetivo general.....	22
1.2.2. Objetivos específicos.....	22
1.3 Justificación de la Investigación.....	23
1.4. Hipótesis.....	26
1.4.1 Hipótesis general.....	26
1.4.2. Hipótesis específicas.....	26
1.4.3. Clasificación de las variables.....	27
1.4.4. Operacionalización de variables.....	28
1.5. Metodología de la Investigación.....	29

1.5.1. Tipo de estudio.....	29
1.5.2. Diseño de la investigación.....	29
1.5.3. Población y muestra.....	30
1.5.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	31
1.5.5. Técnicas de análisis y prueba de hipótesis.....	32
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>33</b>
2.1. Antecedentes de la investigación.....	33
2.2. Bases teóricas.....	38
2.2.1. ¿Qué son las Estrategias? .....	38
2.2.2. El Enfoque Heurístico.....	40
2.2.3. Estrategias Heurísticas. ....	41
2.2.4. Resolución de problemas.....	43
2.2.5. Estrategias generales de la solución de problemas.....	48
2.2.6. La Metacognición.....	49
2.2.7. La metacognición en el campo de las matemáticas.....	53
2.2.8. Habilidades Metacognitivas.....	54
2.2.9. Aspectos de la Metacognición.....	55
2.2.10. Aproximación histórica del concepto Metacognición.....	57
2.2.11. Estrategias para desarrollar la metacognición en los estudiantes.....	60
2.3. Definición Conceptual.....	62
2.3.1. Estrategia.....	62
2.3.2. Problemas.....	63
2.3.3. Algoritmos.....	63
2.3.4. Heurística.....	64

2.3.5. Metacognición.....	64
2.3.6. Habilidades Metacognitivas.....	65
2.3.7. Resolución de Problemas.....	66
2.3.8. Estrategias heurísticas para resolución problemas.....	66
2.3.9. Habilidades cognitivas.....	66
<b>CAPÍTULO III: RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>68</b>
3.1. Descripción del trabajo de campo.....	68
3.2. Presentación de resultados y prueba de Hipótesis .....	74
3.3. Discusión de Resultados .....	90
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>91</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>93</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>94</b>

**ANEXOS:**

- Anexo 1. Pre y Post Test sobre la aplicación de las estrategias heurísticas para el desarrollo de habilidades metacognitivas.
- Anexo 2. Resultado del Pre y Post Test de la aplicación de estrategias heurísticas para el desarrollo de habilidades metacognitivas..
- Anexo 3. Plan de Intervención.
- Anexo 4. Instrumento de Evaluación de habilidades Metacognitivas.
- Anexo 5. Esquemas de Ayuda para la resolución de problemas.
- Anexo 6. Resultados de variables
- Anexo 7. Panel de Fotografías durante la Intervención.
- Anexo 8. Matriz de consistencia.

## CAPÍTULO I

### PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1. El Problema de Investigación:

##### 1.1.1. Planteamiento del problema:

Montesdeoca (2004), define al ser humano autónomo, a aquel que tiene la capacidad para tomar la iniciativa, su espontaneidad para asumir la responsabilidad y su claridad interna para optar entre los estímulos que provienen de su entorno: le mueven valores, practica la iniciativa y asume la responsabilidad de hacer que las cosas sucedan y que funcionen.

En función a ella, la metacognición ha cobrado cada vez más, mayor interés por ser investigada e implementada en diferentes contextos educativos, puesto que, y de acuerdo con Flavell (1971) y Brown (1978), el desarrollo de esta habilidad posibilita la autogestión del conocimiento a través de la conciencia y el control de los procesos cognitivos propios.

Los resultados alcanzados en la prueba PISA, realizada por la UNESCO, arrojan resultados desastrosos, ya que el Perú ocupó los últimos lugares tanto en Matemática como en Comunicación (2001), resultando uno de los factores de esta situación, el dominio metodológico docente en cuanto a las estrategias para resolver problemas de matemáticas, es limitado, por ello el interés por investigar este asunto, que repercute en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, para dar una salida metodológica.

La Institución Educativa “José María Arguedas” Marcará - Carhuaz, ubicada en la zona urbana de la capital del distrito de Marcará no escapa a

esta realidad, en ella prevalece una educación que centra sus esfuerzos en la memorización y repetición rutinaria de procedimientos y la transmisión de eventos poco significativos para los estudiantes. Son pocas las oportunidades que los estudiantes tienen de reflexionar sobre qué y cómo están aprendiendo; frecuentemente siguen instrucciones sin lograr una verdadera comprensión de lo que están haciendo o por qué y para qué lo hacen; de igual manera, escasas veces cuestionan sus estrategias de aprendizaje o evalúan la eficacia de su propio desempeño.

Una evidencia categórica de lo expuesto anteriormente, es el proceso que adelantan los estudiantes al resolver problemas matemáticos, donde los aprendices en su mayoría y a menudo intentan dar respuestas a éstos de manera irreflexiva, su atención se centra en operar los números que aparecen en el problema, haciendo uso del algoritmo matemático que les resulte más fácil de emplear o que crean que está asociado con los números que aparecen en el problema, ya sea por su tamaño o el tipo de resultado que ofrezca. En otras palabras, la operación matemática es para estos jóvenes la estrategia necesaria que los llevará a encontrar la respuesta a la incógnita que se les plantee.

En consecuencia, se puede afirmar que los estudiantes desconocen las estrategias de solución de problemas, tales como: tener una buena comprensión del enunciado, planear una estrategia, revisar cada paso que adelantan, buscar ayudas de ser necesario y revisar el procedimiento llevado a cabo. Todo lo anterior, conducido por procesos conscientes y regulados, que permitan al estudiante a partir del conocimiento de sus propios recursos

cognitivos, un mayor aprovechamiento de estos en la tarea de solución de problemas, y por qué no, en otro tipo de tareas.

Hemos detectado que los estudiantes que logran mayor éxito en este tipo de tareas, es decir, resuelven los problemas, sin saber cómo lo hicieron, lo cual obedece a que simplemente aplican pasos, algoritmos o procedimientos que sus maestros les han hecho mecanizar, logrando responder de manera satisfactoria a algunas exigencias escolares; pero, una vez que se enfrentan a situaciones novedosas o complejas, se muestran frustrados y poco competentes.

Ejemplo de lo anterior, es que no recurren a los conocimientos que se supone dominan, así como tampoco, idean o adaptan las estrategias específicas que conocen para la resolución de un problema, evidencia clara de que no son conscientes de estas, por lo cual, no ejercen mecanismos de planificación, regulación y evaluación encaminadas a lograr un mejor desempeño.

La situación anterior, se torna más preocupante en los estudiantes de los niveles de educación inicial y primaria, pues sus maestros demuestran menor inquietud por desarrollar habilidades superiores del pensamiento en esta población, sus esfuerzos están concentrados en pedirles que desplieguen conocimientos específicos y habilidades rutinarias. Razón de ello, es quizás el desconocimiento por parte de los docentes de estrategias para tal fin, o quizás porque lo consideran una tarea propia de la educación superior, lo cual a la luz de autores como (Lipman, 1965, citado por Muñoz, 2004), es



poco acertado, pues si queremos adultos que piensen por sí mismos, debemos educar a los estudiantes y jóvenes para que piensen por sí mismos.

Los maestros suelen estar más preocupados por adelantar en los contenidos curriculares, que, por desarrollar habilidades de pensamiento en los estudiantes, avanzan día a día bajo la orientación de tipo magistral, indicando a los estudiantes qué algoritmos emplear al resolver uno u otro problema matemático; dotando un conjunto de fórmulas y algoritmos que deben aprender y aplicar al momento de las evaluaciones.

Es frecuente encontrar en las aulas un profesorado que emplea pocas estrategias didácticas que no impacta en los estudiantes ni motiva su capacidad de aprender a aprender, pues no desarrollan problemas de contexto real o matemático que se resuelvan empleando diversas estrategias: ensayo-error, mediante ecuaciones lineales de primer grado, sistemas de ecuaciones, mediante tablas de doble entrada, a través de representaciones gráficas, simbólicas etc. Haciendo uso de la reflexión de los procesos cognitivos de unos y otros, mediante la exploración de caminos menos pre-estructurados que los algoritmos, como bien son las estrategias heurísticas, pero que ofrecen mayores oportunidades a los estudiantes de poner en juego sus habilidades cognitivas a cuenta de que aprendan a conocerlas y así sacarles el mejor provecho.

En nuestro contexto educativo se dan capacitaciones a los docentes promovidos por las UGELES donde se discuten y debaten aspectos del currículo, y son conscientes de que existe escasas habilidades cognitivas y

metacognitivas que los estudiantes despliegan al resolver problemas matemáticos, y es de su convencimiento, en cuanto a que las estrategias que han enseñado a sus estudiantes han sido ineficaces, en la práctica cotidiana de clases, siguen empleando las mismas rutinas algorítmicas que durante mucho tiempo han demostrado ser insuficientes para la formación de estudiantes con un alto desarrollo de sus capacidades de pensamiento.

Se podría afirmar entonces, que se trata de un problema compartido donde la interacción dialógica maestro-estudiante evidenciada en los procesos de resolución de problemas matemáticos es poca, a pesar de que son muchas las bondades que ofrece la enseñanza explícita y sistemática de estrategias de resolución de problemas (Costa, 1984), o la imitación de la ejecución por parte de un experto para el desarrollo de habilidades metacognitivas (Nickerson, et al 1985). En la I.E. José María Arguedas este proceso parece estar orientado de manera ciega; tal es así, que cuando el maestro explica a sus estudiantes cómo resolver un problema matemático, estos ven los resultados del pensamiento del profesor, pero rara vez son testigos del proceso de pensamiento en sí, y cuando el profesor pide a los estudiantes que lo resuelvan, este observa los resultados del ejercicio sin indagar las representaciones que los estudiantes hacen de la tarea, las estrategias que emplean, el monitoreo que hacen del proceso y la evaluación de su desempeño en general, desaprovechando este terreno fértil para mediar en él el desarrollo de habilidades metacognitivas.

En conclusión, los estudiantes partícipes de esta investigación no han desarrollado su capacidad de pensar sobre el pensamiento (Metacognición),

porque sus maestros no les han enseñado de manera intencional y sistemática, no han diseñado e implementado estrategias que permitan desde las diferentes disciplinas abonar este campo y de manera especial desde las habilidades de resolución de problemas, a pesar de que muchos de los contenidos de tipo declarativo se aprenden mejor desde la perspectiva de la resolución de problemas y esta misma, abordada desde la implementación de métodos heurísticos, promete un espacio de mayor reflexión, planeación, control y evaluación consciente y regulada del aprendizaje.

De lo precedentemente mencionado el desarrollo de las habilidades metacognitivas debe ser una tarea habitual de la labor del profesor de matemática a través de las estrategias heurísticas. Dado que la resolución de problemas es propicia para el desarrollo de las habilidades metacognitivas, que los profesores deben alcanzar el desarrollo óptimo de estas habilidades, ya que se tornan fundamentales para el mejor aprovechamiento, desenvolvimiento y desarrollo de los estudiantes.

Solo a través de la metacognición podemos convertirnos en hábiles usuarios de nuestra capacidad pensante, solo así seremos autónomos para aprender, solo así podemos incrementar la toma de conciencia sobre uno mismo, sobre su interacción con el saber y el medio y sobre sus posibilidades de transferencia (Flavell, 2004).

La metacognición es el conocimiento de los propios procesos cognoscitivos, de los resultados de esos procesos y de cualquier aspecto que se relacione con ellos, es decir, el aprendizaje de las propiedades relevantes de la información (Flavell 1979).

La metacognición es el conocimiento y regulación de nuestras propias cogniciones y de nuestros procesos mentales: percepción, atención, memorización, lectura, escritura, comprensión, comunicación; qué son, cómo se realizan, cuándo hay que usar una u otra, que factores ayudan o interfieren su operatividad (Burón, 1996)

Las habilidades metacognitivas optadas para el presente trabajo básicamente son los siguientes:

1. La observación, estudio y diseño de los pasos a seguir. Es la base para detectar características cualidades o propiedades.
2. Descripción, es integrar las características observadas. Explicar los detalles.
3. Comparación, es establecer relaciones de semejanza o discrepancia entre objetos, situaciones personas, sucesos entre otros.
4. Relación, expresar la conexión o correspondencia que existe entre dos o más casos.
5. Ordenamiento, disposición sistemática de datos.
6. Análisis, destacar los problemas básicos de la unidad de información
7. Síntesis, reorganización de pasos erróneos hasta lograr los objetivos. Nos permite recomponer e integrar.

Según (Allueva, 1990), las modalidades metacognitivas más directamente relacionadas con el desarrollo metacognitivo y que, por tanto, habrá que procurar desarrollar, son:

**a) Metamemoria**

Es el conocimiento que tenemos de nuestra propia memoria. Hace referencia a todo lo que conocemos de nuestra memoria, si somos o no capaces de recordar alguna cosa, nuestras capacidades y limitaciones memorísticas, cómo poder controlar el olvido, etc.

**b) Metaatención**

Conocimiento del funcionamiento y de las variables que afectan y controlan la atención. Qué debemos hacer para atender, cómo evitar distraernos, cómo controlar la atención, etc., son preguntas que somos capaces de contestarnos cuando tenemos conocimiento de nuestra atención.

**c) Metacomprensión**

¿Qué somos capaces de comprender de una materia determinada?, ¿qué tenemos que hacer para comprender?, ¿cómo debemos hacerlo?, etc. Estas preguntas nos sitúan en el *conocimiento de nuestra comprensión*, que es lo que llamamos Metacomprensión.

**d) Metapensamiento**

“Deberíamos enseñar a los estudiantes *cómo* pensar; en lugar de ello, enseñamos principalmente *lo que es* pensar” (Lochhead, 1979).

Conocimiento del pensamiento o como también se le ha llamado “pensamiento del pensamiento”, dado que, en muchas ocasiones, pensamos sobre nuestros propios pensamientos. El pensamiento como actividad global del sistema cognitivo (Vega, 1984) nos sitúa, de alguna forma, en el campo de la Metacognición.

### 1.1.2. FORMULACIÓN DE PROBLEMAS

El presente trabajo de investigación, al tratar de dar solución a la problemática, plantea la siguiente pregunta:

- **Problema General**

- ❖ ¿Cuál es la influencia de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas, en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016?

- **Problemas Específicos**

- ❖ ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?
- ❖ ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de experimentación de ensayo y error, en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de planificación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?
- ❖ ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de control en los estudiantes

del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?

- ❖ ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de evaluación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?

## **1.2. Objetivos de la Investigación**

### **1.2.1. Objetivo general**

Determinar la influencia de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

### **1.2.2. Objetivos específicos:**

- Determinar las ventajas de la aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación de la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.
- Identificar las estrategias heurísticas de experimentación de ensayo y error de la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de planificación en los estudiantes del 1º grado de educación

secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

- Identificar las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades de la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de control en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.
- Identificar las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de evaluación en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

### **1.3. Justificación del estudio**

El presente trabajo de investigación se justifica por su importancia en la acción del maestro, quien es el artífice del desarrollo del pensamiento en toda su expresión. El auténtico protagonismo de la escuela tiene que dirigirse a ayudar a pensar a la persona y a enseñar a aprender. Es decir, el docente tiene que enseñar estrategias de aprendizaje y debe promover el esfuerzo del estudiante para propiciar la construcción de esquemas y facilitar el aprendizaje permanente. Una de las áreas prioritarias actuales y futuras en investigación es la de las intervenciones en habilidades metacognitivas, su impacto en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, la transferencia y la perdurabilidad de sus efectos en el aprendizaje.



El desarrollo del pensamiento ha sido a lo largo del tiempo una meta educativa deseable de alcanzar en todos los niveles escolares; en los últimos años se ha incrementado notablemente esta intención, lo cual obedece, entre otras razones, a las nuevas necesidades impuestas por la sociedad del conocimiento de formar individuos capaces de aprender a aprender en cualquier lugar y a lo largo de toda su vida, así lo expresa Delors (1997) cuando nos plantea que en la sociedad que está surgiendo en el mundo entero, basada en el saber, continuar nuestra educación durante toda la vida ya no es un lujo, sino una necesidad. Pero este objetivo educativo que ha crecido en sus pretensiones, hoy propone otro tema de discusión que tribute aún más a esta nueva exigencia, aprender cómo aprender.

Perseguimos que los estudiantes al solucionar problemas, se apropien de las estrategias utilizadas, que sepan cómo y cuándo emplearlas, de qué forma lo están haciendo; que es lo que saben y lo que no saben, es decir, que lo hagan de forma eficiente, activando así sus habilidades Metacognitivas, puesto que es la Metacognición sobre la estrategia, más que la estrategia en sí misma, lo que resulta ser fundamental.

El estudio de investigación contempla a los estudiantes como los autores y arquitectos de sus propias estrategias de resolución de problemas; sin embargo, los propios recursos de los estudiantes no son suficientes para lograr una resolución experta y madura (Thornton, 1998), en consecuencia, el programa propuesto toma el enfoque de enseñanza recíproca, donde tanto el docente como los estudiantes compartirán la responsabilidad de interpretar, seleccionar o construir las estrategias solucionadoras de problemas.

La propuesta de la metacognición es un modelo que contribuye en la reflexión, diseño y puesta en marcha de estrategias útiles a los maestros a la hora de incorporar objetivos Metacognitivas en sus disciplinas, dando respuestas a las nuevas exigencias formativas de la sociedad en cuanto a la adquisición de estrategias para aprender a aprender (Pozo, 1996).

Todo este panorama conlleva a la reflexión de la necesidad urgente de crear nuevas estrategias para que desde la resolución de problemas se contribuya a la formación de un estudiante con altas habilidades Metacognitivas, por lo cual proponemos el uso de heurísticos como el camino posible en el logro de los objetivos mencionados, los cuales ofrecen al estudiante la posibilidad de planear, evaluar y controlar su proceso de aprendizaje.

Los heurísticos que por su origen griego significa “servir para descubrir”, son tomados en este trabajo como eje para las estrategias solucionadoras de problemas, debido a que no se trata de dar a los estudiantes una ruta segura (algoritmos) que lo conduzca a la solución de problemas, sino más bien de presentar y construir con ellos una serie de posibles alternativas o rutas generales que les ayuden o los acerquen a encontrar soluciones.

Con esta investigación pretendemos suplir el vacío curricular en la institución educativa José María Arguedas de Marcará- Carhuaz en cuanto al empleo de estrategias didácticas innovadoras, acordes con las exigencias formativas actuales y las necesidades educativas de los estudiantes, de manera que estudiantes y docentes se vean desafiados a desarrollar habilidades Metacognitivas en sus contextos

cotidianos de clase, y con lo cual unos y otros interactúen de manera competente, en un mundo cada más exigente, dinámico y cambiante.

## **1.4. Hipótesis**

### **1.4.1. Hipótesis general**

La aplicación adecuada de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas, favorece el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.

### **1.4.2. Hipótesis específicas**

#### **Hipótesis específica 1**

La aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos permite obtener ventajas significativas en el desarrollo de habilidades metacognitivas de la toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.

#### **Hipótesis específica 2**

La aplicación de las estrategias heurísticas de experimentación y de ensayo y error en la resolución de problemas matemáticos nos permite identificar las tareas de planificación en el desarrollo de las habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.

### **Hipótesis específica 3**

La aplicación de las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos, nos permite identificar las habilidades de control en el desarrollo de las habilidades metacognitivas por los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.

### **Hipótesis específica 4**

La aplicación de las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos nos permite identificar las habilidades de evaluación en el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

#### **1.4.3. Clasificación de las variables.**

##### **Variable independiente.**

Estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos

##### **Variable Dependiente**

Desarrollo de habilidades metacognitivas

##### **Variables intervinientes**

Estilos de enseñanza del docente de matemática

Horas de estudio del estudiante

Tipos de problemas

### 1.4.4. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b>  <b>•Estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos.</b>	El arte del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente.	<b>ORGANIZACIÓN, CODIFICACIÓN</b>	- Realiza: símbolos apropiados, croquis, gráficos, figuras, diagramas y esquemas. - Usa: lenguaje de la lógica, el de las Matemáticas (geométrico, algebraico, analítico, probabilístico) - Usa lenguaje analógico (modelos, manipulaciones) y el imaginativo o pictórico (figuras, esquemas, diagramas etc.).
		<b>EXPERIMENTACIÓN ENSAYO Y ERROR</b>	- Plantea una ecuación; - realiza un diagrama en árbol - construye una tabla de contingencia - construye tablas de doble entrada
		<b>BUSCAR REGULARIDADES</b>	- Conjetura una hipótesis - Supone un problema resuelto - Trabaja con marcha atrás - Divide los problemas en partes
		<b>SIMULACIÓN</b>	- Representa eventos - Dramatiza el problema
<b>VARIABLE DEPENDIENTE</b>  <b>•Desarrollo de habilidades Metacognitivas.</b>	Desarrollo de un alto nivel de conciencia y de control voluntario, cuya finalidad es gestionar procesos cognitivos simples y complejos (Daniel Ocaña A. (chiapas).	<b>TOMA DE CONCIENCIA</b>	Se sustenta sobre actividades como las siguientes:  * Divide un problema en partes para encontrar la solución final. * Es consciente de lo que necesita saber para resolver un problema. * Reflexiona sobre las diferentes maneras en que puede resolver un problema
		<b>HABILIDADES DE PLANIFICACIÓN</b>	* Realiza un plan para resolver un problema. * Tiene en cuenta las posibles dificultades que se le pueden presentar en la resolución de un problema. * Identifica las ayudas disponibles para resolver un problema. * Elige las mejores formas de resolver un problema.
		<b>HABILIDADES DE CONTROL</b>	* Busca las ayudas necesarias cuando tiene una dificultad. * Hace constantes correcciones mientras resuelve un problema. * Sabe para qué realiza ciertas operaciones cuando busca la solución de un problema.

		<b>HABILIDADES DE EVALUACIÓN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Explica cómo logró resolver el problema</li> <li>* Es consciente de los pasos para resolver un problema</li> <li>* Explica las acciones en la resolución de problemas</li> <li>* Valora el plan para resolver un problema</li> <li>* El interés le ayuda o dificulta resolver un problema.</li> </ul>
--	--	----------------------------------	--

## **1.5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.5.1. Tipo de estudio**

La investigación se sustenta en los criterios metodológicos del paradigma cuantitativo.

La investigación fue del tipo experimental. Pues permitió evaluar, examinar los efectos del programa basado en heurísticos para observar y concluir los resultados del desarrollo de las habilidades Metacognitivas.

### **1.5.2. Diseño de la investigación**

Para el presente estudio se seleccionó el diseño cuasi-experimental de grupos equivalentes (de control y experimental). El diseño resultante aparece representado en la Tabla 2, donde O1 son las observaciones en el grupo experimental antes de comenzar el tratamiento, O3 son las observaciones dentro del grupo de control antes de la intervención, X es el tratamiento basado en la enseñanza de heurísticos para la resolución de problemas para los estudiantes del grupo experimental, O2 son las observaciones en el grupo experimental después de la intervención y O4 son las mediciones en el grupo de control, una vez finalizado el tratamiento.

GE: 01 x 02

GC: 03 - 04

**Donde:**

GE = Grupo experimental. GC = Grupo de control.

O = Observación del grupo de control y sus logros.

X = Variable independiente

*Diagrama. Representación del diseño cuasi-experimental con el grupo control, según Campbell y Stanley.*

A través de este diseño se probó las hipótesis y alcanzó los objetivos.

### **1.5.3. Población y muestra**

La población objeto de estudio estuvo conformada por todos los estudiantes del primer grado de educación secundaria de Educación Básica Regular (EBR) de la Institución Educativa “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz.

#### **Muestra**

La muestra se seleccionó de forma no probabilística, conformada por grupos intactos, correspondientes a los estudiantes de ambos grupos del 1º grado “A” y “D” de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz, siendo el grupo de control la sección A y el grupo experimental sección D.

#### **1.5.4. Técnicas e instrumentos de recopilación de datos**

Se utilizó las siguientes técnicas:

El instrumento empleado para medir la variable dependiente: desarrollo de habilidades metacognitivas, en las fases pre test y pos test se diseñó tomando como principales referentes los sustratos teóricos de Flavell y Ann Brown, en cuanto a la doble naturaleza de la metacognición como conocimiento y regulación de la propia actividad cognitiva.

Es un instrumento de medición de tipo escala Likert, con cuatro opciones de respuesta: totalmente en desacuerdo, de acuerdo, parcialmente de acuerdo y totalmente de acuerdo. Constó de veinte reactivos agrupados equitativamente en cuatro sub variables: toma de conciencia, planificación, control ejecutivo y evaluación de la tarea.

Técnica de análisis de documentos, se llevó a cabo a lo largo del estudio al momento de la revisión y análisis bibliográfico y de otros documentos relacionados con la unidad de análisis.

Técnica experimental, se llevó a cabo con un pre y un post test, seguidos de un programa de intervención a una muestra real.

#### **Validez y Confiabilidad**

##### Validez

Para determinar la consistencia interna en relación lógica el instrumento se sometió a juicios de expertos; para ello se convocó el aporte de un



matemático y un magíster acreditados en el conocimiento de las variables y de la investigación.

#### Confiabilidad de los instrumentos

Para la confiabilidad de los instrumentos se aplicó la prueba de confiabilidad de Kuder Richardson Kr20, para calcular la fiabilidad se relacionó los coeficientes de fiabilidad, los cuales pueden oscilar entre 0 y 1.

#### **1.5.5. Técnicas de análisis y prueba de hipótesis**

Se empleó la estadística descriptiva toda vez que se utilizó la media y la desviación estándar, y la estadística inferencial, ya que se utilizó la T de Student.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 2.1. Antecedentes de la Investigación

Se considera los principales hallazgos en cuanto a las variables: heurísticos en la resolución de problemas matemáticos y el desarrollo de habilidades metacognitivas y las posibles relaciones entre resolución de problemas y metacognición.

A continuación, pasaremos a mencionar los antecedentes de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos y el desarrollo de habilidades Metacognitivas:

(Mendoza 2014) en la tesis Estrategias Heurísticas para Incrementar la Capacidad de Resolución de Problemas en Alumnos de Educación Secundaria, la autora para optar el grado de magister en educación, con mención en Docencia y Gestión Educativa; realizada con estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa N° 80822, La Esperanza, Trujillo, La Libertad, 2014. Demuestra que la aplicación de estrategias heurísticas influye significativamente y mejora la capacidad de resolución de problemas matemáticos, como consecuencia de la aplicación de estímulos de las estrategias heurísticas, lo que mejora la capacidad de resolución de problemas matemáticos y las formas de pensar y actuar Metacognitivamente.

Cornalo Diana, Medina Valeria y Stivanello Antonella (2013), en el marco del Taller de Investigación II, correspondiente al currículo de la carrera del

Profesorado en Matemática del Instituto de Profesorado Concordia, Provincia de Entre Ríos, Argentina realizaron un estudio sobre el uso de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de 5° año del colegio N°12 Chajarí del año electivo 2013, con el objetivo de indagar y conocer si el alumno desarrolla estrategias heurísticas al momento de resolver problemas de cuyo trabajo podemos recoger algunas recomendaciones importantes:

- Que la resolución de un problema matemático constituye una tarea intelectualmente exigente, pues no se realiza con la simple activación de la memoria, ni con la aplicación mecánica de esquemas algorítmicos o recetas preconcebidas. Por el contrario, requiere de un cierto esfuerzo intelectual.”
- Un problema para un individuo es una situación que requiere solución y éste, estando motivado u obligado por las circunstancias académicas, personales o vitales no posee ni vislumbra el medio o camino que conduzca a la misma, al menos en lo inmediato.”

Así mismo consideran importante la definición de heurístico dado por Polya como “el estudio de medios y métodos de resolución de problemas. *“Es decir que son las operaciones mentales que nos sirven para resolverlos”*

Mencionan que las heurísticas sirven como una guía y una ayuda para encaminar al alumno en la resolución del problema alcanzándonos algunas heurísticas:

- Utilizar un método de expresión o representación adecuado: verbal, gráfico, algebraico, numérico.
- Razonar por analogía.
- Recurrir a dibujos, esquemas, diagramas o gráficos.
- Considerar casos particulares.

- Analizar casos particulares para buscar regularidades o patrones y generalizar (Razonamiento inductivo).
- Verificar usando casos particulares.
- Trabajar desde el final.
- Dividir el problema en sub-problemas.
- Simplificar el problema.
- Introducir un elemento auxiliar

Según (Navarro & Alarcón, 2008); Metacognición en los estudiantes. Este estudio desarrollado por dos psicólogas colombianas pretende ser un acercamiento teórico a la literatura de la Metacognición, y de manera especial en su desarrollo a edades tempranas. El estudio evidencia que la Metacognición es una característica del sistema cognitivo desde tempranas edades, inclusive desde los primeros meses de edad, desde la mirada de un niño activo capaz de regular, reducir, organizar, reelaborar y utilizar información, procesos todos controlados por el propio niño (Florez, 2003).

Sus autoras, además, concluyeron que el entorno (currículo, padres, tareas, escenarios) es de gran relevancia como propiciador de las habilidades Metacognitivas del estudiante, al tener la posibilidad de centrar su atención en la resolución de problemas que despiertan su interés, se ven concitados a elaborar un plan, plantear posibles hipótesis, inferir, entre otros. (Puche, Navarro, 2000, 2003-Karmiloff- Smith 1992, 1984).

Las autoras plantean el desafío de establecer mecanismos de evaluación en los estudiantes, y dejan como escenario privilegiado la tarea de resolución de problemas, teniendo en cuenta que es una actividad que despierta la atención del estudiante y le permite desplegar estrategias y elegir posibles caminos de solución.

Finalmente proponen una mirada integradora de los procesos de representación de una tarea, los procedimientos a los que recurren los estudiantes y las maneras de reconfigurar los mismos, con el fin de entender, comprender y acceder a los diferentes itinerarios que los estudiantes tienen al abordar una tarea, abandonando así, la mirada sobre los resultados finales que determinan el éxito o fracaso de un estudiante.

- Vygotsky (1979), los conceptos de Zona de Desarrollo Próximo y Mediación, sustentan las posibilidades de progreso de las habilidades metacognitivas en los estudiantes, al tener en cuenta que en su desarrollo existe un tránsito hacia la consolidación de pensamientos de alto nivel (como la conciencia o la metacognición), que pueden alcanzar con la ayuda de un par superior o un adulto experto (ZDP), y donde el uso de mediadores como el lenguaje, contribuyen a su consolidación.
  
- Según Jaramillo, S & Osses. B. (2010) citado por Torres, Tejada & Villabona (2013) en un estudio realizado sobre la metacognición: herramienta para el desarrollo de pensamiento complejo como eje fundamental en la formación para la innovación, recomiendan a los profesores que deberían favorecer los aprendizajes Metacognitivos en sus estudiantes, sosteniendo que el principal objetivo de todo profesor es que los estudiantes realicen en forma adecuada los procesos de aprendizajes, pero en la mayoría de los casos los estudiantes no han desarrollado suficientes estrategias de aprendizajes y habilidades metacognitivas que les faciliten realizar aprendizajes significativos con menor esfuerzo y obtener mejor rendimiento. Es por esto que se propone como estrategia pedagógica la metacognición como una herramienta para desarrollar el pensamiento

complejo en los estudiantes; esto se considera fundamental para la formación de profesionales con pensamiento para la innovación. Partiendo de la premisa que en la medida que el sujeto adquiere habilidades metacognitivas, el proceso de aprendizaje será efectivo y reflexivo, de tal forma que se convierte en un acto consciente del estudiante, convirtiéndolo en un sujeto crítico y con habilidades para proponer.

- Preocuparse por acrecentar sus conocimientos sobre los elementos de la metacognición: planificación, supervisión, control y evaluación.
- Aumentar la consciencia de sus propios estilos de aprendizaje.
- Incrementar la consciencia de la naturaleza y propósitos de las tareas.
- Aumentar el control sobre el aprendizaje a través de una toma de decisiones más efectiva y consciente.
- Desarrollar una actitud más favorable hacia el aprendizaje y estándares más altos de confianza para entender y actuar, junto con una mejor autoevaluación de sus logros.
- Favorecer cada vez más, un aprendizaje independiente, no sujeto a la normatividad de los tiempos y espacios escolares, que se constituya en una actividad permanente.

En cuanto al profesor, los principales objetivos que deben animar su trabajo como educador son:

- Preocuparse por desarrollar la toma de consciencia y entendimiento de los procesos de aprendizaje de sus alumnos.

- Asumir una actitud favorable hacia el proceso metacognitivo y buscar permanentemente que el alumno sea responsable por el desarrollo del control de su propio aprendizaje.
- Adoptar mecanismos que permitan la toma del control del aprendizaje por parte del alumno en el aula de clase.

## **2.2. BASES TEÓRICAS**

### **2.2.1. ¿QUE SON LAS ESTRATEGIAS?**

Las estrategias son conscientes e intencionales, dirigidas a un propósito relacionado con el aprendizaje. Se puede considerar que la estrategia es una guía de las acciones que hay que seguir, un análisis constante de aprendizaje.

Entre sus rasgos más característicos; Pozo y Postigo, 1993 consideran:

- a).-La aplicación de las estrategias es controlada y no automática requieren necesariamente de la una toma de decisiones, de una actividad previa de planificación y de un control de su ejecución.
- b).- La planificación experta de las estrategias requiere de una reflexión profunda sobre el modo de emplearlas. Es necesario que se dominen las secuencias de acciones e incluso las técnicas que las constituyen y que se sepa además cómo y cuándo aplicarlas flexiblemente.
- c).- La aplicación de las mismas implica que el aprendiz las sepa seleccionar inteligentemente de entre varios recursos y capacidades que tenga a su disposición.

Se utiliza una actividad estratégica en función de demandas contextuales determinadas y de la consecución de ciertas metas de aprendizaje.

Se debe considerar que las estrategias no son ejecutadas por el agente instruccional sino por el aprendiz cualquiera que este sea (niño, alumno, universitario, persona con discapacidad intelectual, adulto etc.), siempre que se demande aprender, recordar o solucionar problemas sobre algún contenido de aprendizaje.

La ejecución de estrategias ocurre asociada a otros tipos de recursos y procesos cognitivos del que dispone cualquier alumno. Brown, 1975 y Wellman, 1977, distinguen varios tipos de conocimiento que poseemos y utilizamos durante el aprendizaje. Entre ellos se puede distinguir:

Procesos cognitivos básicos: Son todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, percepción, codificación, almacenaje y mnémicos, recuperación etc.

Conocimientos conceptuales específicos: Se refiere al conjunto de hechos, conceptos y principios que poseemos sobre distintos temas de conocimientos el cual está organizado en forma de reticulado jerárquico constituido por esquemas. Por lo común se denomina “conocimientos previos”. Brown (1975) ha denominado saber a este conocimiento.

Conocimiento estratégico: este tipo de conocimiento tiene que ver directamente con las estrategias de aprendizaje. Brown (1975) ha denominado de saber cómo conocer.

Conocimiento meta cognitivo: Es el conocimiento que poseemos sobre qué y cómo lo sabemos, así como el conocimiento que tenemos sobre nuestros



procesos y operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas. Brown (1975) lo describe con la expresión conocimiento sobre el conocimiento.

### **2.2.2 El enfoque heurístico**

La palabra “heurística” procede del griego *heuriskin*, que significa “servir para descubrir”, y es Polya (1957, en Nickerson et al., 1985), quizás uno de los más destacados exponentes de su utilidad a la hora de enseñar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos. Este enfoque considera que lo que se requiere para lograr mayor éxito en la resolución de problemas, es contar con un repertorio de heurísticos que tengan probabilidades de ser eficaces en diversas situaciones que acarreen problemas, junto, claro está, con el Meta-conocimiento acerca de las situaciones en las cuales resultan apropiados determinados heurísticos.

Algunas ventajas citadas por Schoenfeld (1980, en Nickerson et al, 1985) de la enseñanza directa de heurísticos para la resolución de problemas son:

- Cuando los estudiantes conocen y saben aplicar heurísticos, éstos los ayudan a resolver problemas.
- Los estudiantes carecen de un buen conjunto de heurísticos.
- Los estudiantes no aprenden los heurísticos de modo espontáneo a través de los ejemplos; los heurísticos deben enseñarse de un modo explícito.

Los estudiantes no aplican de modo fiable los heurísticos que conocen; resulta necesario proporcionarles algún tipo de guía o ayuda.

De igual manera Rubinstein y sus colegas (1975, citado por Chávez, 2006), plantean algunas reglas útiles para el éxito de las estrategias heurísticas:

- Busque la imagen global, no se pierda en detalles
- Mantenga su objetividad, no se parcialice demasiado pronto.
- Genere un modelo para simplificar el problema, utilice palabras representaciones pictóricas, símbolos y ecuaciones
- Intente cambiar la representación del problema.
- Formule preguntas verbales, varíe la pregunta.
- Sea flexible, cuestione la credibilidad de sus premisas.
- Trabaje con el método de búsqueda hacia atrás. Revise.
- Proceda a la manera de llegar a soluciones generales.
- Use analogías y metáforas.
- Hable acerca del problema.

### **2.2.3. ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS**

Según la (RAE, 2012), se entiende por **heurístico** lo siguiente: "Técnica de la indagación y del descubrimiento. En algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc."

Reciben el nombre de heurísticos o estrategias heurísticas las “operaciones mentales típicamente útiles en el proceso de resolución de problemas, y se refiere al estudio de las reglas y los métodos del descubrimiento y la invención. Por lo tanto, parece bien elegido para aplicarlo a la resolución de problemas. El grado de complejidad de estas operaciones mentales es muy diverso.

Pueden ir de la sencillez más evidente a la dificultad más desalentadora. Con todo, una persona que desee abrirse camino en las procelosas aguas de la resolución de problemas, debe ir haciéndose con un cierto equipo heurístico. En este sentido, resulta básico que la persona tenga un modelo mental de las fases del proceso de resolución de un problema, puesto que le facilitará el acercamiento al mismo.

Constituyen una serie de sugerencias concretas encuadradas en el proceso general de resolución de problemas que ayudan al estudiante a desarrollar habilidades y actitudes positivas en el proceso. Las actividades sugeridas son usadas cuando necesitan comprender una situación o hacer progresos hacia la solución o analizar el proceso seguido.

Con ello se pretende ayudarles a descubrir su propio estilo, sus capacidades y sus limitaciones, pero diseñando actividades que favorezcan hábitos de resolución.

Sería conveniente, además del diseño de estrategias propias, comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros, demostrando respeto hacia el trabajo de los compañeros.

Algunas estrategias o actividades (Educantabria, 2012) que se pueden desarrollar dentro de esta actuación son las siguientes:

- Juegos de estrategia: juegos cooperativos, juego de la oca, parchís, juego de damas, ajedrez.
- Estrategias heurísticas.
  1. Ensayo y Error.
  2. Usar una variable.

3. Buscar un Patrón.
4. Hacer una lista.
5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama.
8. Usar razonamiento directo.
9. Usar razonamiento indirecto.
10. Usar las propiedades de los números.
11. Resolver un problema equivalente.
12. Trabajar hacia atrás.
13. Usar casos.
14. Resolver una ecuación.
15. Buscar una fórmula.
16. Usar un modelo.
17. Usar análisis dimensional.
18. Identificar sub-metas.
19. Usar coordenadas.
20. Usar simetría.

#### **2.2.4. Resolución de Problemas**

En la vida cotidiana todas las personas nos vemos enfrentadas en múltiples ocasiones a resolver situaciones de todo tipo: doméstico, laboral, académico, social, etc., en las que desplegamos ingenio y creatividad para poder resolverlas con éxito, pero bajo qué condiciones se pueden entender dichas situaciones como problemas. Si por ejemplo queremos resolver “por un lapicero se paga S/. 3,00 ¿cuánto se pagará por una docena de ellos?”, es en general un desafío para un niño

de los primeros grados de educación primaria, mientras que para otro de quinto o sexto grado es sólo un sencillo ejercicio que no demanda para él mayor esfuerzo, entonces, ¿qué caracteriza a un problema?

El término problema admite diversas acepciones; de manera general se le entiende como una situación en la que las cosas que tenemos son diferentes de las que deseamos, para Contreras (1987, citado por González, 1998), considera que una situación constituye un problema cuando dicha situación no es familiar, es decir, cuando la novedad es la característica fundamental de la misma y cuando requiere un tratamiento distinto de una mera aplicación rutinaria. Dicho en términos de ejecución, cuando su resolución necesita deliberación, identificación de hipótesis posibles y comprobación de factibilidad, teniendo que elaborar el individuo unas conductas propias que pongan a prueba sus capacidades de razonamiento autónomo.

En palabras de Carretero y García (1984:185), un problema surge cuando queremos conseguir algo y los sistemas que tenemos a nuestra disposición para conseguirlo no nos sirven. Es decir, existe una meta más o menos definida y no existe un camino claro y sencillo que nos conduzca hacia ella. Precizando un poco más la mayoría de los psicólogos consideran que un problema existe cuando hay algún obstáculo entre una situación dada y una situación meta. La existencia de ese obstáculo obliga al sujeto a considerar los posibles caminos que le pueden conducir a la situación meta.

Sintetizando se puede afirmar que existe consenso al considerar un problema como una situación que debe superarse y cuya solución no está

directamente al alcance, y que dicha situación estará determinada por la edad, el nivel escolar o intelectual, el entorno escolar y familiar y la experiencia previa de la persona.

Gabucino (2005:153), nos propone los siguientes componentes básicos en la constitución de un problema: a) cuando queremos ir desde una situación actual a una situación deseada, b) creemos disponer de los recursos para lograrlo y, c) no nos resulta inmediatamente obvio cómo aplicar los recursos para alcanzar la meta, por lo que debemos idear medios para lograrlo.

En cuanto al proceso de resolución de problemas, este es considerado una tarea intelectualmente exigente que demanda procesos de razonamiento relativamente complejos y no una actividad rutinaria meramente asociativa (Ontoria 2006; Nickerson et al 1985; Thornton 1998), tomando distancia de aquellas marcadas por procesos exclusivos de memoria, con un alto componente de creatividad.

### **Tipología de problemas**

Existen diversas taxonomías de tipos de problemas, en función de diferentes aspectos:

Greeno (1978, citado por Bermejo, 1990) propuso que los problemas pueden clasificarse en:

**Problemas de estructura inducida.** Establecen relaciones entre los elementos que la componen tales como números, palabras, símbolos

o ideas. Los problemas de completar series y los de analogías son ejemplos de esta categoría.

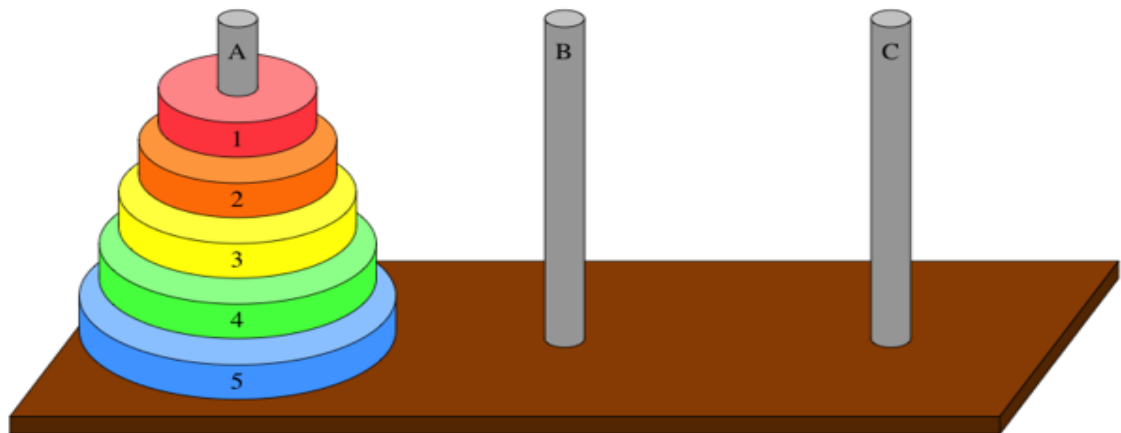
**Problemas de orden.** Es necesario integrar las partes de un problema de manera que cumplan con algún criterio. Las partes pueden disponerse en muchas formas, pero sólo una o unas cuantas darán la solución. Los problemas de insight son ejemplos de problemas de este tipo.

**Problemas de transformación.** En estos problemas, se presenta el estado inicial y el estado final del problema y la tarea es efectuar una serie de transformaciones a fin de conseguir una meta específica. Dentro de esta categoría cae el problema de los hobbits.

Reitman (1965, citado por Doménech, 2004), clasificó los problemas según las especificaciones de su estado inicial y final en cuatro tipos.

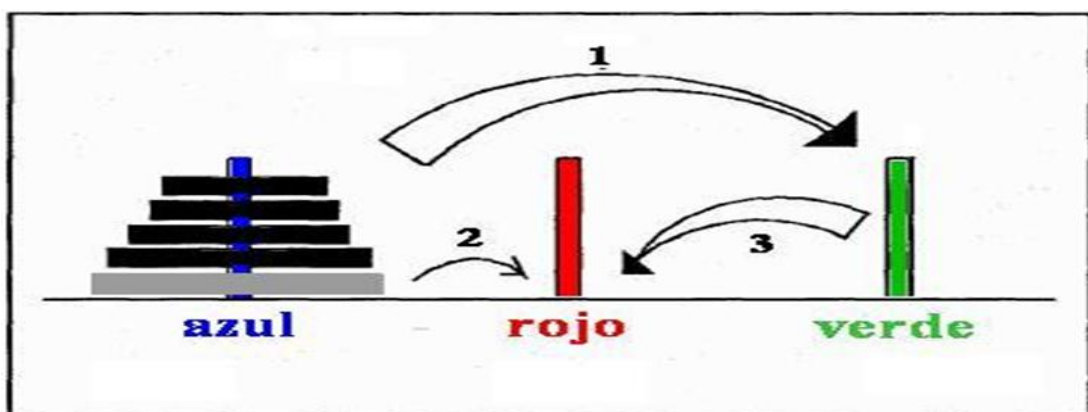
**Estado inicial y final definido.** Induce al estudiante que quiere resolver el problema a conocer de antemano dónde inicia y a dónde debe llegar; el verdadero problema consiste en encontrar el procedimiento preciso para transformar un estado en otro. En este tipo de problemas se especifica sus componentes, la situación inicial, la situación deseada y las acciones que pueden o no realizar para pasar de la primera a la segunda, información que es totalmente explícita en la formulación del mismo, ejemplo de este tipo de

problemas es la torre de Hanói (Ver figura 1), el clásico problema de los misioneros y los caníbales que deben cruzar un río sin que los primeros sean comidos por los segundos es, otro buen ejemplo de este tipo de problemas. Figura 1



problema consiste en pasar todos los discos del primer eje hasta el tercero, teniendo en cuenta que no se puede mover más de un disco a la vez, no se puede colocar un disco más grande sobre uno pequeño y no se puede mover la base.

Gráfico 1. Problema de las Torres de Hanói:



**Estado inicial definido y final mal definido.** En su estado inicial se conjugan uno o varios elementos y el estado final se asemeja a un rompecabezas, al no estar definido explícitamente de antemano.



**Estado inicial mal definido y final bien definido.** Se explica visiblemente a donde se debe llegar, pero los elementos del inicio no se detallan, no se sabe cómo hacerlo, ni qué procesos están involucrados.

**Estado inicial y final mal definidos.** Ser parte de aspectos que no están definidos, el estado inicial es ambiguo y el estado final debe obtenerse inventando, creando o descubriendo. Ejemplo: Preparar una fuga o las adivinanzas infantiles de tipo: ¿Qué tiene ocho patas, tres cabezas, y dos alas?, cuya respuesta es: Un hombre a caballo llevando un pollo.

VanLehn (1989, citado por Doménech, 2004), plantea la clasificación de los problemas en función del conocimiento que se requiera o no para resolverlos.

**Problemas que no requieren conocimiento previo.** Para su resolución no se demanda la disposición de conocimientos y procedimientos específicos de un dominio, sino simplemente estrategias generales de pensamiento que emplean las instrucciones ofrecidas.

**Problemas que requieren de gran conocimiento específico.** La experticia en un área o dominio específico es el punto importante. Ejemplo: ajedrez, informática, etc.

### **2.2.5. Estrategias generales de Resolución de problemas**

La primera distinción que puede ser útil para abordar el estudio de métodos de solución de problemas es establecer la diferencia entre algoritmos y heurísticos.

Nickerson et al (1985), expone que un algoritmo consiste en una prescripción efectuada paso a paso para alcanzar un objetivo particular

y que garantiza el hallazgo de una solución para el problema. Los heurísticos, en cambio, son reglas informales o intuitivas que nos señalan “atajos mentales” que podemos tomar cuando no es posible hacer uso de algoritmos, ya sea porque éstos no están disponibles o porque su aplicación es imposible en términos prácticos. A diferencia de los algoritmos, los heurísticos no garantizan el hallazgo de soluciones a los problemas.

Las estrategias de resolución de problemas también pueden ser generales o específicas. Las estrategias generales se aplican a problemas de diversas áreas, cualquiera que sea su contenido; las estrategias específicas se emplean sólo en áreas particulares. Las estrategias generales son útiles cuando nos ocupamos de problemas cuyas soluciones no son inmediatamente obvias.

Se señalan a continuación algunas de las estrategias generales más utilizadas, desde la perspectiva de Thornton (1988).

## **2.2.6 LA METACOGNICIÓN**

De acuerdo con Sandia (2004), la palabra Metacognición está compuesta por el prefijo Meta y el constructo Cognición implicando al conocimiento y a los procesos psicológicos que se activan para su construcción. Se puede definir como el conocimiento de un individuo acerca de los procesos cognitivos (Lockl y Schneider, 2006).

De acuerdo con Flavell (1976: 232), uno de los pioneros en la utilización de este término, afirma que la Metacognición, por un lado, se refiere "*al conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos*

*cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información relevantes para el aprendizaje" y, por otro, "a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos, en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente en áreas de alguna meta u objetivo concreto".* Así, por ejemplo, se practica la Metacognición cuando se tiene conciencia de la mayor dificultad para aprender un tema que otro; cuando se comprende que se debe verificar un fenómeno antes de aceptarlo como un hecho; cuando se piensa que es preciso examinar todas y cada una de las alternativas en una elección múltiple antes de decidir cuál es la mejor, cuando se advierte que se debería tomar nota de algo porque puede olvidarse.

Carretero (2001), por una parte, se refiere a la Metacognición como el conocimiento que las personas construyen respecto del propio funcionamiento cognitivo. Un ejemplo de este tipo de conocimiento sería saber que la organización de la información en un esquema favorece su recuperación posterior. Por otra, asimila la Metacognición a operaciones cognitivas relacionadas con los procesos de supervisión y de regulación que las personas ejercen sobre su propia actividad cognitiva cuando se enfrentan a una tarea. Por ejemplo, para favorecer el aprendizaje del contenido de un texto, un estudiante selecciona como estrategia la organización de su contenido en un esquema y evalúa el resultado obtenido.

Esta distinción entre el conocimiento Metacognitivo y el control Metacognitivo es consistente con la distinción entre el conocimiento declarativo relativo al "saber qué" y el conocimiento procedimental referido al "saber cómo".

En consecuencia, es posible diferenciar dos componentes Metacognitivos: uno de naturaleza declarativa (conocimiento Metacognitivo) y otro de carácter procedimental (control Metacognitivo o aprendizaje autorregulado), ambos importantes para el aprendizaje y relacionados entre sí.

El conocimiento Metacognitivo se refiere: a) al conocimiento de la persona. En este caso, se trata del conocimiento que tenemos de nosotros mismos como aprendices, de nuestras potencialidades y limitaciones cognitivas y de otras características personales que pueden afectar el rendimiento en una tarea; b) conocimiento de la tarea. Hace alusión al conocimiento que poseemos sobre los objetivos de la tarea y todas aquellas características de ésta, que influyen sobre su mayor o menor dificultad, conocimiento muy importante, pues ayuda al aprendiz a elegir la estrategia apropiada; c) conocimiento de las estrategias. El aprendiz debe saber cuál es el repertorio de estrategias alternativas que le permitirán llevar a cabo una tarea, cómo se aplicarán y las condiciones bajo las cuales las diferentes estrategias resultarán más efectivas.

En cuanto al control Metacognitivo o aprendizaje autorregulado, la idea básica es que el aprendiz competente es un participante intencional y activo, capaz de iniciar y dirigir su propio aprendizaje y no un aprendiz reactivo. El aprendizaje autorregulado está, por tanto, dirigido siempre a una meta y controlado por el sujeto que aprende (Arguelles y Nagles 2007).

La importancia de la Metacognición para la educación radica en que todo niño es un aprendiz que se halla constantemente ante nuevas tareas de aprendizaje. En estas condiciones, lograr que los alumnos "aprendan a aprender", que lleguen a ser capaces de aprender de forma autónoma y autorregulada se convierte en una necesidad. Uno de los objetivos de la escuela debe ser, por tanto, ayudar a los alumnos a convertirse en aprendices autónomos. El logro de este objetivo va acompañado de otra nueva necesidad, la de "enseñar a aprender".

En nuestras sociedades actuales no sólo los estudiantes tienen que estar aprendiendo nuevas tareas de forma permanente, sino también los adultos, a quienes constantemente se les presentan situaciones problemáticas no previstas que deben resolver.

Pozo (1996) afirma que la adquisición de nuevas estrategias para aprender es una de las nuevas exigencias formativas que nuestras sociedades están generando.

Esta nueva demanda está siendo reconocida y recogida en las Reformas Educativas que se están llevando a cabo en diferentes países de Europa y Latinoamérica. Así, por ejemplo, el Documento Curricular Base para la Enseñanza Obligatoria en España expresa que es necesario que el alumno tome conciencia de los procesos que utiliza en la elaboración de conocimiento, facilitándole la reflexión Metacognitiva sobre las habilidades de conocimiento, los procesos cognitivos, el control y la planificación de la

propia actuación y la de otros, la toma de decisiones y la comprobación de resultados (MEC 1989).

### **2.2.7. LA METACOGNICIÓN EN EL CAMPO DE LAS MATEMÁTICAS O RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Partiendo de la definición de desarrollo de habilidades metacognitivas planteada por el psicólogo John Flavell en la década de los 70 del siglo pasado, se refiere al conocimiento que tenemos sobre lo que significa pensar, cómo funcionan los procesos de pensamiento, las habilidades o estrategias de aprendizaje en relación a diferentes tipos de tareas, así como el conocimiento o las creencias acerca de uno mismo, por ejemplo, el autoconcepto, la autoeficacia, la motivación, etc.(Escudero A, 2010)

La importancia de las habilidades o estrategias metacognitivas en el ámbito específico de la matemática, en la resolución de problemas matemáticos, están relacionados con los procesos de pensamiento superiores pues, entre otras cosas, permite regular los propios procesos de aprendizaje. Se han desarrollado multitud de estrategias de intervención en dificultades en solución de problemas, como el Solve It de Montague (2003; Montague y Bos, 1986, citado por Escudero, 2010), que enfatizan el uso de estrategias metacognitivas como planificación de la tarea, regulación, control y revisión del proceso de resolución. Deben procurar que los estudiantes desarrollen sus habilidades metacognitivas, que entiendan por qué, cómo y cuándo es necesario emplear una determinada estrategia de aprendizaje, en función de sus características personales. Solo si somos conscientes de cómo funcionan los procesos mentales implicados en la resolución de tareas, nos enfrentaremos a ellas del modo más adecuado.

### **2.2.8. HABILIDADES METACOGNITIVAS:**

Según (Sánchez, 2008) define a las habilidades Metacognitivas como facilitadoras de la cantidad y calidad del conocimiento que se tiene, su control, su dirección y su aplicación a la resolución de problemas, tareas, etc. y se clasifican en:

**Planificación:** Esta involucra la selección de estrategias apropiadas y las de uso de recursos para su ejecución, por ejemplo hacer un análisis de cuál es la mejor estrategia para buscar la idea central del texto.

**Control:** Verificar el resultado de las estrategias aplicadas, revisar su efectividad, hacer una autoevaluación de cuanto estamos comprendiendo, almacenando, aprendiendo o recuperando información.

**Evaluación:** Se refiere a los procesos reguladores y del resultado de la comprensión y nuestro aprendizaje.

**Monitoreo:** Observación y apreciación de la eficacia de la estrategia utilizada o de la modificación del proceso con relación con los resultados obtenidos.

**Acceso:** Hace referencia a que se necesita no solo el conocimiento sino la habilidad para adquirir ese conocimiento en el momento apropiado.

### **2.2.9. ASPECTOS DE LA METACOGNICIÓN**

La Metacognición es una concepción polifacética, generada durante investigaciones educativas, principalmente llevadas a cabo durante experiencias de clase. Entre los variados aspectos de la Metacognición, podemos destacar los siguientes:

La Metacognición se refiere al conocimiento, concientización, control y naturaleza de los procesos de aprendizaje. El aprendizaje Metacognitivo puede ser desarrollado mediante experiencias de aprendizaje adecuadas. Cada persona tiene de alguna manera puntos de vista Metacognitivos, algunas veces en forma inconsciente. De acuerdo a los métodos utilizados por los profesores durante la enseñanza, pueden alentarse o desalentarse las tendencias Metacognitivas de los estudiantes. Desde otra perspectiva, se sostiene que el estudio de la Metacognición se inicia con J. H. Flavell, un especialista en psicología cognitiva, y que la define diciendo: *"La Metacognición hace referencia al conocimiento de los propios procesos cognitivos, de los resultados de estos procesos y de cualquier aspecto que se relacione con ellos; es decir el aprendizaje de las propiedades relevantes que se relacionen con la información y los datos. Por ejemplo, yo estoy implicado en la Metacognición si advierto que me resulta más fácil aprender A (situación de aprendizaje) que B (situación de aprendizaje)"*.

Nosotros entendemos por Metacognición a *"la capacidad que tenemos las personas de autorregular nuestro propio aprendizaje, es decir de planificar qué estrategias se han de utilizar en cada situación (de aprendizaje), aplicarlas, controlar el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos, y como consecuencia... transferir todo ello a una nueva acción o situación de aprendizaje"*.

La Metacognición se refiere al conocimiento, concientización, control y naturaleza de los procesos de aprendizaje.

Este proceso puede ser desarrollado mediante experiencias de aprendizaje adecuadas, como por ejemplo la utilización de las Inteligencias Múltiples o la aplicación de la Inteligencia Emocional.



De acuerdo a los métodos utilizados por los docentes durante la enseñanza, pueden alentarse o desalentarse las tendencias Metacognitivas del estudiantado.

Según Burón, *la Metacognición se destaca por cuatro características:*

*Llegar a conocer los objetivos que se quieren alcanzar con el esfuerzo mental.*

*Posibilidad de la elección de las estrategias para conseguir los objetivos planteados.*

*Auto observación del propio proceso de elaboración de conocimientos, para comprobar si las estrategias elegidas son las adecuadas.*

*Evaluación de los resultados para saber hasta qué punto se han logrado los objetivos.*

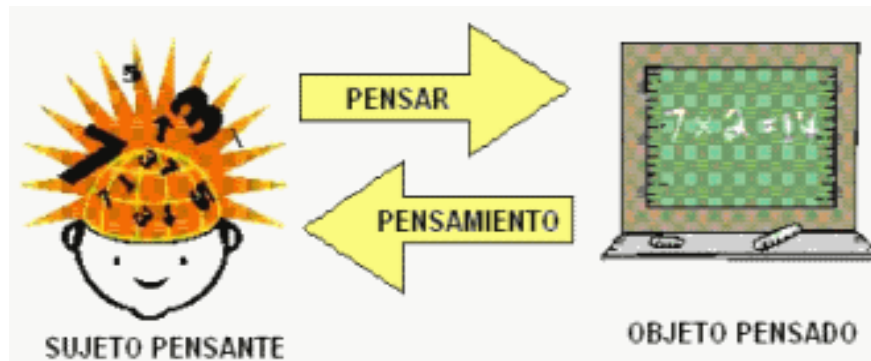
Es una verdad evidente que toda persona realiza una serie de procesos mentales que le permiten interactuar con la realidad en la que está inmerso. Sin embargo, los límites de la cognición humana van más allá. Por una parte, se puede pensar acerca del mundo, e incluso, crear mundos imaginarios; y, por otra, puede hacerse una reflexión sobre dicha vida mental y, a partir de allí, regularla o replantearla, de acuerdo a los fines que una determinada tarea o situación de aprendizaje se imponga.

Uno de los ejemplos más prácticos que tenemos acerca de la Metacognición en el campo educativo es el aprendizaje de la Lógica Formal, en la casi extinta materia de Lógica y Ética.

Citemos un tema de ejemplo, para ser más gráficos en nuestra exposición: El pensar y el pensamiento. En este tema, se pretende comprender como nuestro cerebro capta la realidad objetiva por medio de nuestros cinco sentidos (olfato, gusto, tacto, vista y oído). Pero en el proceso existen varios factores que

intervienen para la obtención del proceso del pensar y los elementos que interactúan en él.

Observemos el gráfico en el cual se sintetiza este proceso:



Fuente: [http://www.monografias.com/trabajos34/metacognicion-](http://www.monografias.com/trabajos34/metacognicion-escuela/metacognicion-escuela.shtml#metac#ixzz4G2fh7qts)

[escuela/metacognicion-escuela.shtml#metac#ixzz4G2fh7qts](http://www.monografias.com/trabajos34/metacognicion-escuela/metacognicion-escuela.shtml#metac#ixzz4G2fh7qts)

EXPLICACION: En el proceso del pensar, existen algunos elementos sin los cuales no existiría el mismo; el sujeto, el objeto, el pensar y el pensamiento forman una unidad en la adquisición del conocimiento.

#### **2.2.10. Aproximación histórica del concepto de Metacognición**

En la década de los 70 Flavell (1971) empezó a utilizar este término consistentemente aplicándolo inicialmente a la Meta-memoria; pronto se relacionó con dominios específicos, como la lectura, la comprensión, la atención, la interacción social (Markman, 1977; Baker y Brown, 1981; Miller, 1982) y, a mediados de los 80, se replantea con fuerza la aplicación del término a la Metacognición en general y la necesidad de definirlo teórica y operacionalmente (Borkowski, 1985; Yussen, 1985; Brown, 1987; Garner y Alexander, 1989 ).

Otros autores consideran que se trata de un concepto borroso (Wellman, 1988 b), con gran diversidad de significados (Yussen, 1985), que enraíza en la antigua historia de la filosofía (Cavanaugh y Perlmutter, 1982; Brown, 1987).

En cualquier caso, se trata de un concepto complejo que se ha ido perfilando por el aporte de distintas tradiciones teóricas y epistemológicas, lo cual se observa en recopilaciones como la de Nelson. Para Yussen existen cuatro posibles paradigmas y tratamientos teóricos de la Metacognición:

<b>PARADIGMA</b>	<b>TEÓRICOS REPRESENTATIVOS</b>	<b>TRATAMIENTO TEÓRICO DE LA METACOGNICIÓN</b>
1. Procesamiento de la información	Siegler, Klahr, Sternberg, Trabasso	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Descripción, modelo de control, procesos ejecutivos.</li> <li>2. Descripción, modelo de mecanismos autorregulatorios.</li> <li>3. Descripción, modelo de entrenamiento en estrategias y generalización</li> </ol>
2. Cognitivo-Estructural	Piaget, R. Brown, Feldman	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Descripción estructural del conocimiento sobre acontecimientos cognitivos y patrones estratégicos.</li> <li>2. Énfasis en secuencias de cambio estructura</li> <li>3. Modelos de relación entre cambio estructural en conocimiento Metacognitivo y otro conocimiento.</li> </ol>
3. Cognitivo-Conductual	Bandura, Michael, Rosenthal y Zimmerman	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Problemas de medida (p. Ej., fiabilidad, validez).</li> <li>2. Identificar factores Metacognitivos o procesos básicos</li> <li>3. Papel de la Metacognición en la ingeniería y tecnología del cambio de conducta</li> </ol>
4. Psicométrico	Cattell-Horn, Guilford,	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Problemas de medida (p. Ej., fiabilidad, validez).</li> </ol>

	Estructura del Intelecto, Factor Kaufman, Modelo structural, WISC	2) Identificar factores Metacognitivos o procesos básicos.
--	---	--

Para Brown las raíces de la Metacognición se encuentran en los análisis:

1) de los informes verbales; 2) de los mecanismos ejecutivos del sistema de procesamiento de la información; 3) de los problemas que plantea el aprendizaje y desarrollo de la autorregulación y la reorganización conceptual; y 4) del tópico de la heterorregulación.

A ellos se deberían unir otros paradigmas y otras raíces: 1) los estudios sobre la conciencia, especialmente la reflexiva; 2) los que recientemente han ido formulándose sobre la teoría de la mente o a los modelos de la mente; 3) los que tratan de definir el procesamiento controlado y el explícito en contraste con el automático y el tácito; 4) los referidos al procesamiento estratégico y a la utilización de estrategias de aprendizaje y de pensamiento; 5) los que analizan la posible existencia de manifestaciones Metacognitivas en trastornos neuropsicológicos que conllevan una ausencia de manifestaciones conductuales estratégicas y conscientes; 6) los que tienen que ver con el autocontrol, la autoeficacia, el autoconcepto y la autoestima; 7) los que describen y explican el aprendizaje autorregulado; 8) los que intentan delimitar la naturaleza y el alcance de la representación, de los modelos de la mente y, por tanto, del conocimiento; 9) los que analizan la recursividad (la recursión); y 10), entre otros, los que desarrollan el concepto cibernético de retroalimentación informativa. En la literatura reciente sobre la

Metacognición se ha considerado como ejemplar prototípico la Meta-memoria.

El prefijo “meta” empieza a usarse con el significado actual a partir de Hilbert, cuando en su *Grundlagen der Mathematik* introduce el término “metamatemática” para referirse a la utilización del lenguaje natural para hablar sobre realidades matemáticas (como los números, símbolos y reglas). Otro ámbito al que se extendió este prefijo fue el de la comunicación, constituyendo la Meta-comunicación el procedimiento básico para resolver problemas de la comunicación.

#### **2.2.11. Estrategias para desarrollar la Metacognición en los estudiantes**

Fisher propone tres estrategias:

- ❖ Hacer explícito el lenguaje del pensamiento y el aprendizaje introduciéndolo en el plan de enseñanza y en la discusión de clase. El objetivo es modelar el vocabulario que queremos que use el estudiante, lo que incluye la explicación directa de términos que se están utilizando, al igual que desafiar a los estudiantes a definir estos términos en sus propias palabras, ejemplos de palabras claves en la enseñanza del pensamiento son: pensar, explorar, diseñar, recordar, resumir, aprender, perseverar, descubrir, preguntar, elegir, demostrar, comprobar, comprender, preguntarse, decir, investigar, decidir, explicar, predecir, considerar, practicar, repetir, crear, hablar, comprobar, revisar, idear.

❖ Hacerles preguntas sobre su pensamiento. El objetivo de esto es promover en los estudiantes que hablen sobre lo que están pensando, las preguntas Metacognitivas ofrecen un desafío para que los estudiantes lleguen a ser conscientes de sus pensamientos y sentimientos. Ejemplo de esto es la siguiente lista progresiva de preguntas que van de describir su tipo de pensamiento hasta cómo lo hacen y evalúan.

1. Describir qué clase de pensamiento hiciste.

- ¿Qué clase de pensamiento hiciste?
- ¿Cómo llamas a esta clase de pensamiento?
- ¿Era esa clase de pensamiento (nombrar un tipo de pensamiento)?

2. Describir cómo hiciste tu pensamiento.

- ¿Cómo hiciste este pensamiento?
- ¿Qué pensaste al respecto y por qué?
- ¿Tenías un plan o estrategia?

3. Evaluar tu pensamiento:

- ¿Fue tu pensamiento bueno, por qué?
- ¿Tenías un buen plan o estrategia?
- ¿Cómo puedes mejorar la próxima vez tu pensamiento?

Finalmente, otra manera de desarrollar la Metacognición en los estudiantes es a través del uso del pensamiento en voz alta (thinking aloud), lo cual evidencia los procesos Metacognitivos al tiempo que ayuda a modelarlos, una manera de hacerlo es pegando una lista en el aula de preguntas Metacognitivas como: ¿qué has aprendido?, ¿qué encontraste difícil?, ¿qué hiciste bien?, ¿qué necesitas para aprenderlo más tarde?, ¿qué te gusta hacer o aprender?, ¿cómo te sentiste?, ¿de qué

te sientes orgulloso?, ¿qué necesitas para hacerlo mejor?, ¿qué te ayudaría, cuáles con tus objetivos?. En definitiva, se trata de tener en cuenta la premisa de que hablar sobre nuestro aprendizaje ayuda a mejorar nuestro aprendizaje cuando tal charla incluye la discusión Metacognitiva.

Otro aspecto importante de resaltar es que algunos tipos de tareas promueven el desafío cognitivo y Metacognitivo, tales como:

- ❖ Tareas originales, como aquellas que ofrecen más de una solución difícil tipo crucigramas, sopas de letras, sodukos, etc.
- ❖ Tareas que incluyen conflictos cognitivos como debates o filosofía para los estudiantes.
- ❖ Tener monitores, a los estudiantes que enseñan a otros, aprendizaje recíproco, tutorías con pares de diferentes edades.

## **2.3. Definición Conceptual**

### **2.3.1 Estrategia**

Una estrategia es un plan que especifica una serie de pasos o de conceptos nucleares que tienen como fin la consecución de un determinado objetivo. El concepto deriva de la disciplina militar, en particular la aplicada en momentos de contiendas; así, en este contexto, la estrategia dará cuenta de una serie de procedimientos que tendrán como finalidad derrotar a un enemigo. Por extensión, el término puede emplearse en distintos ámbitos como sinónimo de un proceso basado en una serie de premisas que buscan obtener un resultado específico, por lo general beneficioso. La estrategia, en cualquier sentido, es una puesta en práctica de la inteligencia y el raciocinio.

### 2.3.2. Problemas

- Según Nieto (citado por Beyer, 2000, Pérez y Ramírez (2011)) “*problema como una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada*”.
- Para Kilpatrick (citado por Beyer, 2000 Pérez y Ramírez (2011)) “problema” es una definición en la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa.
- Por su parte, Rohn (citado por Beyer, 2000 Pérez y Ramírez (2011)) “concibe un problema como un sistema de proposiciones y preguntas que reflejen la situación objetiva existente; las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce) mientras que las preguntas indican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca).

### 2.3.3. Algoritmos

Un algoritmo es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad.

En la vida cotidiana, se emplean algoritmos frecuentemente para resolver problemas. Algunos ejemplos son los manuales de usuario, que muestran algoritmos para usar un aparato, o las instrucciones que recibe un trabajador por parte de su patrón. Algunos ejemplos en matemática son el algoritmo de multiplicación, para calcular el producto, el algoritmo de la división para calcular el cociente de dos números, el algoritmo de Euclides para obtener el máximo común divisor de dos enteros positivos, o el método de Gauss para resolver un sistema de ecuaciones lineales.



#### **2.3.4. Heurística**

La palabra heurística aparece en más de una categoría gramatical. Cuando se usa como sustantivo, identifica el arte o la ciencia del descubrimiento, una disciplina susceptible de ser investigada formalmente. Cuando aparece como adjetivo, se refiere a cosas más concretas, como estrategias heurísticas, reglas heurísticas o silogismos y conclusiones heurísticas.

Claro está que estos dos usos están íntimamente relacionados ya que la heurística usualmente propone estrategias heurísticas que guían el descubrimiento. El término fue utilizado por Albert Einstein en la publicación sobre efecto fotoeléctrico (1905), con el cual obtuvo el premio Nobel en Física en el año 1921 y cuyo título traducido al idioma español es: “*Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz*” (Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt).

#### **2.3.5. Metacognición**

Es un macroproceso, de orden superior, caracterizado por un alto nivel de conciencia y de control voluntario, cuya finalidad es gestionar otros procesos cognitivos más simples y elementales. (Daniel Ocaña A. (Chiapas)). La metacognición es considerada una herramienta de amplia aplicación en el aprendizaje y el mejoramiento de las actividades cognitivas: comunicación oral de información, persuasión oral, comprensión oral, comprensión lectora, escritura creativa, adquisición del lenguaje, percepción, atención, memoria, resolución de problemas, autoconocimiento y conocimiento social (inteligencia emocional), (Flavell, 1993).

### **2.3.6. Habilidades metacognitivas**

Según Sánchez (2008), es la capacidad que tenemos para aprender a conocer y controlar los procesos básicos que requerimos para un aprendizaje adecuado: Dicha capacidad nos permite planificar qué tipo de estrategia debemos utilizar en cada situación, como emplearla, controlarla y evaluarla, para de esta forma detectar los posibles fallos y aprender de la experiencia. Forman parte de un conjunto de operaciones mentales que tienen como finalidad enseñar al estudiante a controlar su propio aprendizaje, a darse cuenta del grado de satisfacción que le proporciona lo que aprende.

Estas habilidades facilitan la cantidad y calidad del conocimiento adquirido, su control, dirección y aplicación a la resolución de problemas y tareas.

Básicamente las habilidades metacognitivas son las siguientes:

1. Observación: estudio y diseño de los pasos a seguir. Es la base para detectar características, cualidades o propiedades.
2. Descripción: es integrar las características observadas. Explicar los detalles.
3. Comparación: es establecer relaciones de semejanza o discrepancia entre objetos, situaciones personas, sucesos entre otros.
4. Relación: expresar la conexión o correspondencia que existe entre dos o más cosas.
5. Ordenamiento: disposición sistemática de datos
6. Análisis: destacar los elementos básicos de una unidad de información.
7. Síntesis: reorganización de los pasos erróneos hasta lograr los objetivos. Nos permite recomponer e integrar.

### **2.3.7. Resolución de problemas**

Es la fase que supone la conclusión de un proceso más amplio que tiene como pasos previos la identificación del problema y su modelado. Por problema se entiende un asunto del que se espera una solución que dista de ser obvia a partir del planteamiento inicial. El matemático G.H. Wheatley lo definió de forma ingeniosa: «La resolución de problemas es lo que haces cuando no sabes qué hacer».

### **2.3.8. Estrategias heurísticas para resolver problemas**

Las estrategias heurísticas para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución. Las estrategias heurísticas para la resolución de problemas incluyen los algoritmos, los procesos de pensamiento crítico y creativo. Las estrategias son enfoques y diversas formas de resolución de problemas y reglas de decisión utilizadas por los que resuelven problemas matemáticos, basadas en la experiencia, pensamiento lateral y reflexivo. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución, (Méndez, 2014).

### **2.3.9. Habilidades cognitivas**

Las habilidades cognitivas son las destrezas y procesos de la mente necesarios para realizar una tarea, además son las trabajadoras de la mente y facilitadoras del conocimiento al ser las responsables de adquirirlo y recuperarlo para utilizarlo posteriormente (Reed, 2007). Las habilidades cognitivas se pueden clasificar en básicas y superiores. Las básicas son consideradas como centrales y ayudan a construir las habilidades cognitivas superiores y pueden ser utilizadas

en diferentes momentos del proceso de pensamiento y en más de una ocasión. Una taxonomía de habilidades cognitivas, las podemos caracterizar como las habilidades básicas y superiores. Habilidades cognitivas básicas: enfoque, obtención y recuperación de información, organización, análisis, transformación y evaluación. Habilidades cognitivas superiores: solución de problemas, toma de decisiones, pensamiento crítico, pensamiento creativo y melioration. (Hernández, 2001).

## CAPÍTULO III

### RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

#### 3.1. Descripción del trabajo de campo:

El trabajo de investigación intitulado **“ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE MARCARÁ-CARHUAZ-2016”**, se inició el 04 de abril del 2016 y finalizó el día 30 de julio del 2016. La investigación estudió sistemáticamente la posesión, carencia o desconocimiento de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas, así como el nivel de desarrollo de las habilidades metacognitivas, es decir, la identificación del problema y de la realidad educativa y las alternativas de solución, que a continuación se describe:

A) La primera etapa constituyó un exhaustivo diagnóstico del conocimiento, uso o aplicación de estrategias heurísticas en la resolución de problemas por los estudiantes en las clases de resolución de problemas de matemática y su implicancia en el desarrollo de las habilidades metacognitivas; la metodología que se aplicó fue la observación directa en el aula, en las clases desarrollados por los docentes tanto en las secciones “A y D”, se observó y analizó cómo los estudiantes abordaban la resolución de los problemas planteados después de las clases, donde se auscultó y descubrió la problemática presentada por los estudiantes de las secciones “A y D” de la I.E. José María Arguedas de Macará. Se observó que la mayoría de los estudiantes fracasaban en las tareas de resolución de problemas y que aquellos que lograban resolverlos no lo hacían de manera reflexiva, es decir, se evidenció el empleo de técnicas en detrimento de

estrategias heurísticas conscientes y reguladas, como consecuencia de la orientación algorítmica y mecánica que habían recibido de sus profesores.

Para corroborar con evidencias y de manera más exhaustiva, la falta del uso de las estrategias heurísticas por los estudiantes al resolver problemas matemáticos aplicamos en una clase, problemas para ser resueltos y que luego de resolverlos, los estudiantes respondieron a la pregunta *¿cómo hiciste para encontrar la solución?*, encontrando mayor recurrencia en dos tipos de respuestas: identificando los datos y aplicando una operación, lo que nos permitió identificar en su ejecución la falta del empleo o uso de las estrategias heurísticas, y deficiente desarrollo de las habilidades metacognitivas.

Luego de estas observaciones exploratorias suministramos el pre test de la aplicación de las estrategias heurísticas, que consistió en una prueba con cuatro problemas, de los cuatro componentes del área de matemática, con problemas sugeridos de las rutas del aprendizaje (*anexo 1*).

Seguidamente, en esta fase de la investigación se elaboró y aplicó el instrumento de evaluación de las habilidades metacognitivas (*anexo 4*), para los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas.

B) Una vez calificado el pre test y reflexionando sobre los resultados desaprobatorios elaboramos la propuesta de intervención, la misma que seguiría las rutas del descubrimiento dirigido, el andamiaje o acompañamiento, la enseñanza recíproca y la autorregulación que nos garantizó lograr en los estudiantes el progreso tanto en la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas, como en el logro de las habilidades metacognitivas, (*anexo 3*); que fueron tomados de las rutas del aprendizaje, abordando las 4

competencias del área de Matemática a través de sus respectivas capacidades. Se alcanzó material didáctico entre ellos esquemas para la resolución de problemas siguiendo los pasos de Polya, problemas resueltos análogos y se priorizó el trabajo en grupos. (anexo 5)

C) En esta etapa implementó la siguiente ruta:

CUADRO DE COMPETENCIAS Y CAPACIDADES

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES	S/A
ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones de cantidad	•Selecciona un modelo relacionado a números N al plantear o resolver un problema en situaciones reales o relativas.	01
	Comunica y representa ideas matemáticas	• Expresa en forma gráfica y simbólica las relaciones de orden recta numérica de los racionales	02
	Elabora y usa estrategias	Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas con números N.	03
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Usa modelos aditivos con fracciones al plantear y resolver problemas aditivos.	04
ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES DE REGULARIDADES Y CAMBIOS	Matematiza situaciones de cantidad	Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de progresión aritmética y geométrica	05
	Comunica y representa ideas matemáticas	Usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear o resolver problemas.	06
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas	07
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Asocia reglas de formación de una progresión aritmética con situaciones de resolución de problemas.	08
ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES DE FORMA Y MOVIMIENTO	Matematiza situaciones de cantidad	Organiza medidas, características y propiedades geométricas de figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales.	09
	Comunica y representa ideas matemáticas	Usa estrategias para construir poliedros según sus características y propiedades. Usa instrumentos de dibujo.	10
	Elabora y usa estrategias	Emplea características, propiedades de cuerpos geométricos. Construye poliedros regulares,	11

		irregulares.	
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Usa modelos, relacionados a figuras poligonales compuestas, triángulos y el rectángulo para plantear y resolver problemas.	12
ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES QUE REQUIEREN GESTIONAR DATOS	Matematiza situaciones de cantidad	Interpreta un modelo gráfico estadístico al resolver situaciones que expresan características o cualidades.	13
	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa información presentada en cuadros, tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.	14
	Elabora y usa estrategias	Expresa conceptos y relaciones entre sucesos y probabilidad, usando terminologías y notaciones aportando a las expresiones de los demás.	15
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Plantea y resuelve situaciones referidas a eventos aleatorios a partir de conocer un modelo referido a la probabilidad.	16



### Programación de la ejecución de la propuesta de intervención

RESPONSABLE	SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	CAMPO TEMATICO	SESIÓN/ SEMANAS
Yenitza Margot CERNA HARO	Jugando con los Z	Operaciones en los números Z	<b>01</b> 1º. semana de abril
Nelson Hugo CALVO EVARISTO	Presupuesto Familiar	Operaciones con números Q	<b>02</b> 2º. semana de abril
Filder Manuel MÉNDEZ	Jugando con los números	Series	<b>03</b> 3º. semana de abril
Yenitza Margot CERNA HARO	Jugando con los números	Sucesiones	<b>04</b> 4º. semana de abril
Nelson Hugo CALVO EVARISTO	Jugando con los números	Progresión aritmética	<b>05</b> 1º. semana de mayo
Filder Manuel MÉNDEZ	Jugando con los números	Progresión Geométrica	<b>06</b> 2º. semana de mayo
Yenitza Margot CERNA HARO	Construyendo polígonos	Polígonos	<b>07</b> 3º. semana de mayo
Nelson Hugo CALVO EVARISTO	Deduciendo las fórmulas para las áreas	Área del triángulo	<b>08</b> 4º. semana de mayo
Filder Manuel MÉNDEZ	Deduciendo las fórmulas para las áreas	Área rectángulo	<b>09</b> 1º. semana de junio
Yenitza Margot CERNA HARO	Construyendo poliedros	Poliedros	<b>10</b> 2º. semana de junio
Nelson Hugo CALVO EVARISTO	Sello y cara de una Moneda	Probabilidad	<b>11</b> 3º. semana de junio
Filder Manuel MÉNDEZ	Conociendo las medidas centrales	Construcción y lectura de un histograma	<b>12</b> 4º. semana de junio

La propuesta de intervención se llevó a cabo en el horario habitual de clases con una duración de dos horas pedagógicas semanales durante doce semanas, en los que se contó con una variada gama de actividades y la participación dinámica de los estudiantes.

A continuación, se describen algunas observaciones producto de la intervención en cada una de las tareas que se realizaron:

**Primero:** El recojo de los saberes previos y la motivación fue la característica del proceso de intervención. La metodología empleada fue participativa donde se presentó a los estudiantes diversas situaciones en las que ellos mismos debían notar la necesidad de conocer y aplicar nuevas estrategias. Esta fase permitió a los estudiantes construir herramientas propias para comprender el problema, hacer una adecuada representación de éste e identificar en él los datos y la incógnita. Del mismo modo se iniciaron en el conocimiento y empleo de estrategias heurísticas para resolver los problemas en general.

**Segundo:** Esta etapa se caracterizó por el empleo de las estrategias heurísticas, implementamos diversos esquemas para ayudar en la resolución de problemas (Anexo 4), de fácil comprensión y manejo por parte de los estudiantes.

**Tercero:** Se caracterizó esta fase por el desarrollo de los talleres e intercambio de experiencias interpersonales y sobre todo de equipos y compartir sus resultados, haciéndose notar las diferentes estrategias heurísticas empleados por lo estudiantes, para resolver problemas matemáticos, propiciando otras miradas que contribuyan al fortalecimiento de un pensamiento creativo y divergente.

Finalmente, como corolario de la intervención se suministró el pos test de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas (anexo1), como también el instrumento de evaluación de habilidades metacognitivas (anexo 4), siguiendo el mismo procedimiento que en la fase inicial. Los instrumentos también figuran en los anexos:

### 3.2. Presentación de resultados y prueba de hipótesis

#### PRE Y POST TEST SOBRE LA APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS

1. En una cafetería que administran tres socios se reunieron S/. 3 465.00 por conceptos de venta de la semana, si de esta cantidad se invirtieron en compras de golosinas por S/. 205.00 y lo demás se repartieron entre los tres socios ¿cuánto le toco a cada uno?



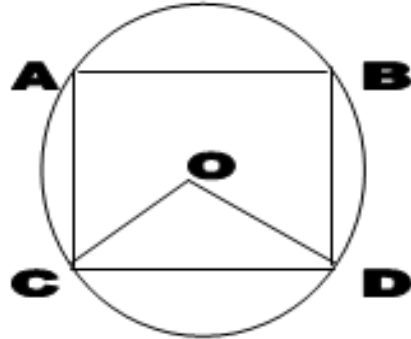
- A. S/. 1 222,00
- B. S/. 1 220,00
- C. S/. 1 202,00
- D. S/. 1 022,00
- E. S/. 2 012,00

2. Determina el valor que falta en la siguiente tabla:

X	Y
1	2
2	5
3	
4	17

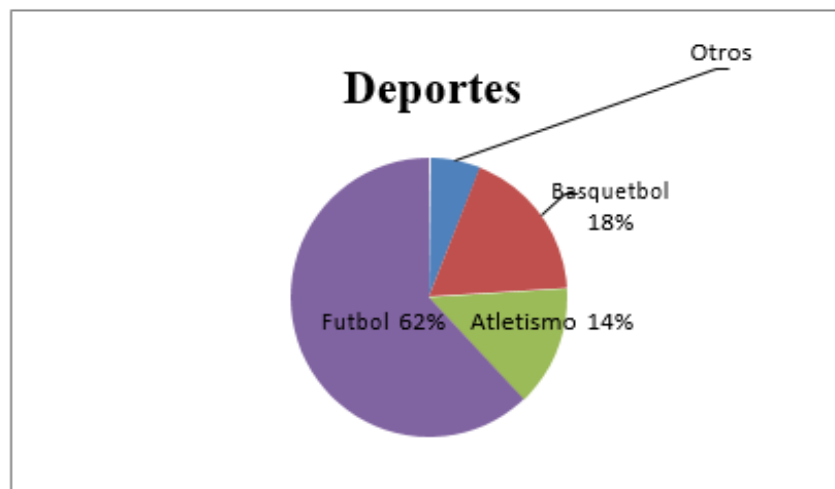
- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11
- E. 12

3. En la siguiente figura ABCD son los vértices de un cuadrado, "O" es el centro del círculo, si el área del triángulo COD es  $3 \text{ cm}^2$  ¿A qué es igual el área del cuadrado ABCD?



- A)  $12 \text{ cm}^2$     B)  $10 \text{ cm}^2$     C)  $14 \text{ cm}^2$     D)  $8 \text{ cm}^2$     E)  $16 \text{ cm}^2$

4. Una encuesta realizada a 1 500 estudiantes sobre sus preferencias deportivas mostró los siguientes resultados:



Determina ¿Cuántos estudiantes prefieren los deportes denominados "otros" en la gráfica circular?

- A. 930  
 B. 270  
 C. 90  
 D. 210  
 E. 120

**Resultados del pre test al Primer Grado A y D de Educación Secundaria**

**Instrumento: Prueba de ejecución de resolución de 4 problemas**

<b>GRUPO DE CONTROL Primer Grado "A"</b>			<b>GRUPO EXPERIMENTAL Primer Grado "D"</b>		
<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>	<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>
1	Anaya Quispe Rosa Ifigenia	04	1	Cántaro Rafael Ángela	07
2	Aburto Romero César Rafael	05	2	Cruz Chávez <u>Maycol</u> Lisandro	03
3	Benito Chávez Rosa Liz	08	3	Cruz Rafael Azucena Isidora	09
4	Basilio Vergara Gerardo Nicolás	02	4	Flores Castillo Prudencio J.	05
5	Bustos Torres <u>Lucinda</u> Tomasa	04	5	Flores Jara Digna Mariela	06
6	Cacha Rondón Jaime Crisanto	05	6	Giraldo Arévalo Daniel Jonathan	03
7	Camones <u>Veramendi</u> Fulgencio	04	7	Giraldo <u>Giraldo</u> Cristian Rosario	03
8	Carrasco Luna María Luisa	06	8	Godo Rafael Marlene	09
9	Chávez Jara Azucena Rosa	03	9	Matías Moreno Rosita	03
10	Duran Medina Teresa	03	10	Matías Trinidad Angélica Amelia	03
11	Figueroa Robles Digna	03	11	Norabuena Salas Flor Rosalinda	03
12	García Félix Apolonio	04	12	<u>Paucar Apo</u> Jefferson <u>Giordi</u>	06
13	<u>Gargate</u> <u>Gargate</u> Juan Pepe	04	13	Quito Matías Pedro Luis	04
14	Méndez <u>Julca</u> Thalía	03	14	Regalado <u>Apolinario</u> Lisbeth	05
15	Orellana <u>Paucar</u> Julio Amancio	04	15	Reyes Vega Julio Cesar	04
16	Pérez Infante Raúl	07	16	Ronaldo Tadeo Valerio	08
17	Sánchez Castillo Melissa	04	17	Rosas Mosquera María Carina	03

**Resultados del pos test al primer grado A y D de Educación Secundaria**

**Instrumento: Prueba de ejecución de resolución de 4 problemas**

<b>GRUPO DE CONTROL Primer Grado "A"</b>			<b>GRUPO EXPERIMENTAL Primer Grado "D"</b>		
<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>	<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>
1	Anaya Quispe Rosa <u>Efigenia</u>	10	1	Cántaro Rafael <u>Ángela</u>	17
2	Aburto Romero César Rafael	11	2	Cruz Chávez <u>Maycol</u> Lisandro	13
3	Benito <u>Chavez</u> Rosa Liz	10	3	Cruz Rafael Azucena Isidora	14
4	Basilio Vergara Gerardo <u>Nicolas</u>	11	4	Flores Castillo Prudencio J.	15
5	Bustos Torres <u>Lucinda</u> Tomasa	09	5	Flores Jara Digna Mariela	16
6	Cacha Rondón Jaime Crisanto	11	6	Giraldo Arévalo Daniel Jonathan	14
7	Camones <u>Veramendi</u> Fulgencio	10	7	Giraldo <u>Giraldo</u> Cristian Rosario	12
8	<u>Carrasco</u> Luna María Luisa	11	8	Godo Rafael <u>Marleny</u>	10
9	Chávez Jara Azucena Rosa	10	9	Matías Moreno Rosita	11
10	Duran Medina Teresa	12	10	Matías Trinidad Angélica Amelia	14
11	Figuroa Robles Digna	12	11	Norabuena Salas Flor Rosalinda	12
12	García Félix Apolonio	09	12	<u>Paucar Apo</u> Jefferson <u>Giordi</u>	16
13	<u>Gargate</u> <u>gargate</u> Juan Pepe	12	13	Quito Matías Pedro Luis	15
14	Méndez <u>Julca</u> Thalía	10	14	Regalado <u>Apolinario</u> Lisbeth	17
15	Orellana <u>Paucar</u> Julio Amancio	11	15	Reyes Vega Julio Cesar	12
16	Pérez Infante Raúl	09	16	Ronaldo Tadeo Valerio	14
17	Sánchez Castillo Melissa	11	17	Rosas Mosquera María Carina	15

## Presentación de resultados y prueba de hipótesis

### Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades Metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

### Modelo Estadístico:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} =$$

### Donde:

t= Estadístico t Student

$\bar{X}$  = Media Aritmética

$\mu_0$  =Media Poblacional

s = Desviación estándar

n = tamaño de muestra

### Nivel de Significancia:

El nivel de significación escogido para la investigación es del 5%.

### Supuesto de la Normalidad:

**Chápiro de Wilk muestras pequeñas menores de 30 datos.**

<i>NORMALIDAD</i>			
P-Valor (Pos Test) =			
,363	>	$\alpha =$	0.05
P-Valor (Pre Test)= ,658		$\alpha =$	0.05
Conclusión: Los datos de las notas provienen de una distribución normal.			

**Aplicación de la fórmula:**

**Media Aritmética:**

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n = 16.588$$

**Desviación Estándar:**

$$s_X = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n - 1\right)} = 7.755$$

**Cálculo de la t de Student:**

$$t = 8.857$$

**Cálculo de los grados de libertad:**

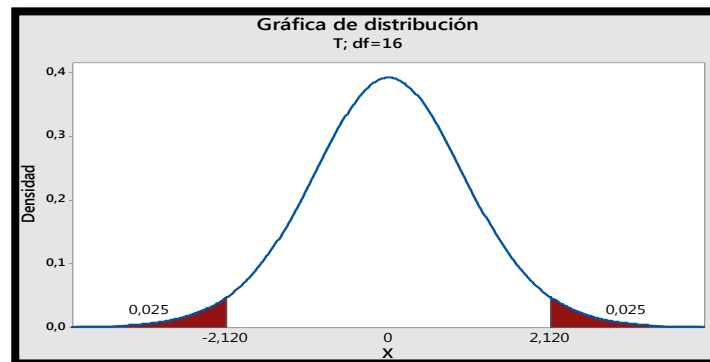
$$\text{Grado de Libertad (GL)} = n - 1$$

➤  $(GL) = 17 - 1$

$$(GL) = 16.$$

Con 16 grados de libertad y un nivel de significancia 0,05 t de Student según tabla = 2,120.

**Gráfico de la t Student:**



RR RA RR

8.857



### Decisión estadística:

#### Regla de decisión

---

P-Valor = ,000

<

$\alpha = 0.05$

---

**Conclusión:** Hay una diferencia significativa en las medias de las notas de los estudiantes en enseñanza de estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades Metacognitivas después del estímulo del tratamiento por lo cual concluye que el tratamiento si tiene efectos significativos sobre las notas promedio de los alumnos. Con una correlación moderada del **57.1%**

---

### Objetivo Específico 01

Determinar las ventajas de la aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016

#### Modelo Estadístico:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} =$$

#### Donde:

t= Estadístico t Student

$\bar{X}$  = Media Aritmética

$\mu_0$  =Media Poblacional

s = Desviación estándar

n= tamaño de muestra

#### Nivel de Significancia:

El nivel de significación escogido para la investigación es del 5%.

#### Supuesto de la Normalidad:

Chápiro de Wilk muestras pequeñas menores de 30 datos.

<b>NORMALIDAD</b>			
P-Valor (Pos Test) = ,390	>	$\alpha =$	0.05
P-Valor (Pre Test)= ,331		$\alpha =$	0.05
Conclusión: Los datos de las notas provienen de una distribución normal.			

### Aplicación de la fórmula:

#### Media Aritmética:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n = 4.235$$

#### Desviación Estándar:

$$s_X = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n - 1\right)} = 3.011$$

#### Cálculo de la t de Student:

$$t = 5.800$$

#### Cálculo de los grados de libertad:

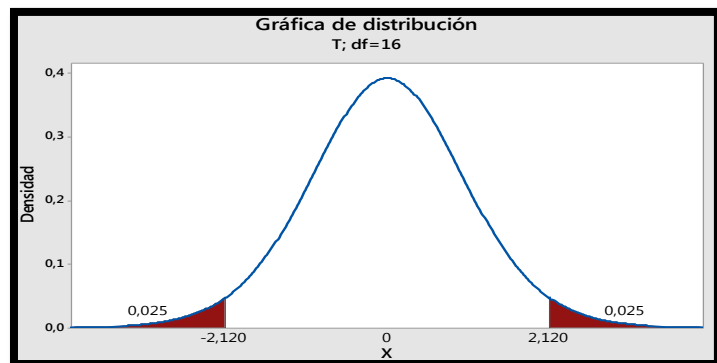
$$\text{Grado de Libertad (GL)} = n - 1$$

$$\text{➤ (GL)} = 17 - 1$$

$$(GL) = 16.$$

Con 16 grados de libertad y un nivel de significancia 0,05 t de Student según tabla = 2,120.

#### Gráfico de la t Student:



RR RA RR 5.800

## Decisión estadística.

---

### Regla de decisión

---

**P-Valor** = ,000

<

$\alpha = 0.05$

---

**Conclusión:** Hay una diferencia significativa en las medias de las notas de los estudiantes en la enseñanza de estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de la toma de conciencia, después del estímulo, por lo cual se concluye que el tratamiento si tiene efectos significativos sobre las notas promedio de los alumnos. Con una correlación buena del **83.7%**.

### Objetivo Específico 02

Identificar las estrategias heurísticas de experimentación, de ensayo y error en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de habilidades de planificación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

#### Modelo Estadístico:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

#### Donde:

t= Estadístico t Student

$\bar{X}$  = Media Aritmética

$\mu_0$  =Media Poblacional

s = Desviación estándar

n= tamaño de muestra

#### Nivel de Significancia:

El nivel de significación escogido para la investigación es del 5%.

#### Supuesto de la Normalidad:

Chápiro de Wilk muestras pequeñas menores de 30 datos.

### **NORMALIDAD**

P-Valor (Pos Test) = ,276	>	$\alpha =$	0.05
P-Valor (Pre Test)= ,198		$\alpha =$	0.05
Conclusión: Los datos de las notas provienen de una distribución normal.			

#### **Aplicación de la fórmula:**

##### **Media Aritmética:**

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n = 2.824$$

##### **Desviación Estándar:**

$$s_X = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n - 1\right)} = 3.468$$

##### **Cálculo de la t de Student:**

$$t = 3.357$$

##### **Cálculo de los grados de libertad:**

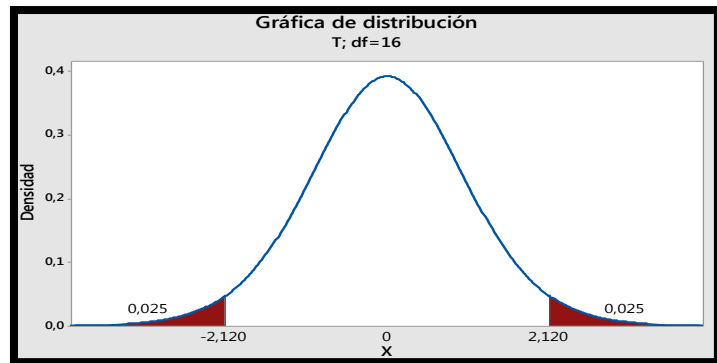
Grado de Libertad (GL) = n - 1

(GL) = 17 - 1

(GL) = 16.

Con 16 grados de libertad y un nivel de significancia 0,05 t de Student según tabla = 2,120.

##### **Gráfico de la t Student:**



RR

RA

RR

**3.357**

## Decisión estadística.

Regla de decisión

---

P-Valor = ,004

<

$\alpha = 0.05$

---

**Conclusión:** Hay una diferencia significativa en las medias de las notas de los estudiantes en las estrategias heurísticas de la resolución de problemas matemáticos que desarrollan las habilidades Metacognitivas de planificación, después del estímulo del tratamiento por lo cual concluye que el tratamiento si tiene efectos significativos sobre las notas promedio de los alumnos. Con una correlación buena del 62.5%.

### Objetivo Especifico 03:

Identificar las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de habilidades de control en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

### Modelo Estadístico:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} =$$

### Donde:

t= Estadístico t Student

$\bar{X}$  = Media Aritmética

$\mu_0$  =Media Poblacional

s = Desviación estándar

n= tamaño de muestra

### Nivel de Significancia:

El nivel de significación escogido para la investigación es del 5%.

### Supuesto de la Normalidad:

Chápiro de Wilk muestras pequeñas menores de 30 datos.

**NORMALIDAD**

P-Valor (Pos Test) = ,476	>	$\alpha =$	0.05
P-Valor (Pre Test)= ,794		$\alpha =$	0.05
Conclusión: Los datos de las notas provienen de una distribución normal.			

**Aplicación de la fórmula:**

**Media Aritmética:**

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n = 4.941$$

**Desviación Estándar:**

$$s_x = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n - 1\right)} = 5.093$$

**Cálculo de la t de Student:**

$$t = 4.001$$

**Cálculo de los grados de libertad:**

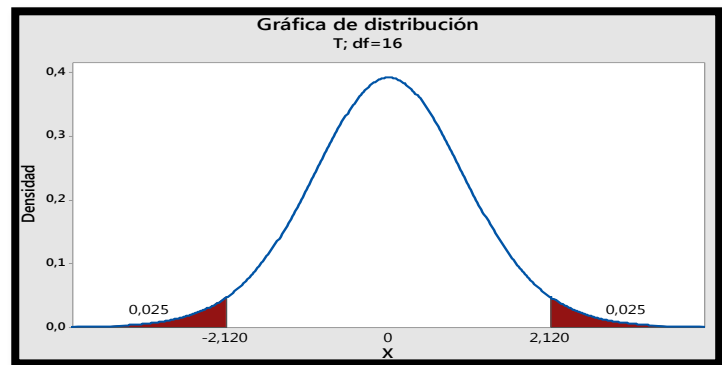
$$\text{Grado de Libertad (GL)} = n - 1$$

$$(\text{GL}) = 17 - 1$$

$$(\text{GL}) = 16.$$

Con 16 grados de libertad y un nivel de significancia 0,05 t de Student según tabla = 2,120.

**Gráfico de la t Student:**



RR RA RR

4.001

Decisión estadística.

Regla de decisión		$\alpha = 0.05$
<b>P-Valor = ,001</b>	<b>&lt;</b>	

**Conclusión:** Hay una diferencia significativa en las medias de las notas de los estudiantes en la enseñanza de las estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos que desarrollan las habilidades Metacognitivas de control ejecutivo, después del estímulo del tratamiento por lo cual concluye que el tratamiento sí tiene efectos significativos sobre las notas promedio de los alumnos. Con una correlación moderada del **56.9%**.

#### **Objetivo Especifico 04**

Identificar las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades Metacognitivas de habilidades de evaluación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

#### **Modelo Estadístico:**

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} =$$

#### **Donde:**

t= Estadístico t Student  
 $\bar{X}$  = Media Aritmética  
 $\mu_0$  =Media Poblacional  
s = Desviación estándar  
n= tamaño de muestra

#### **Nivel de Significancia:**

El nivel de significación escogido para la investigación es del 5%.

#### **Supuesto de la Normalidad:**

**Chápiro de Wilk muestras pequeñas menores de 30 datos.**

### ***NORMALIDAD***

P-Valor (Pos Test) = ,065	>	$\alpha =$	0.05
P-Valor (Pre Test)= ,0.93		$\alpha =$	0.05
<b>Conclusión:</b> Los datos de las notas provienen de una distribución normal.			

### **Aplicación de la fórmula:**

#### **Media Aritmética:**

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n = 4.588$$

#### **Desviación Estándar:**

$$s_X = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n - 1\right)} = 3.658$$

#### **Cálculo de la t de Student:**

$$t = 5.171$$

#### **Cálculo de los grados de libertad:**

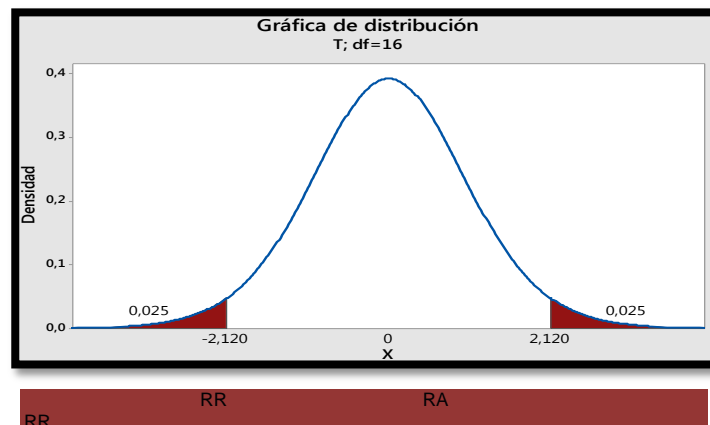
$$\text{Grado de Libertad (GL)} = n - 1$$

$$(\text{GL}) = 17 - 1$$

$$(\text{GL}) = 16.$$

Con 16 grados de libertad y un nivel de significancia 0,05 t de Student según tabla = 2,120.

#### **Gráfico de la t Student:**



5.171



### Decisión estadística.

	<b>Regla de decisión</b>	
<b>P-Valor = ,000</b>	<b>&lt;</b>	$\alpha = 0.05$

---

**Conclusión:** Hay una diferencia significativa en las medias de las notas de los estudiantes en la enseñanza de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades Metacognitivas de evaluación en los estudiantes después del estímulo del tratamiento por lo cual concluye que el tratamiento si tiene efectos significativos sobre las notas promedio de los estudiantes. Con una correlación buena del 65.0%.

### 3.3 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para obtener los resultados de la presente Investigación se ha elaborado el cuestionario, a través de 20 preguntas con los indicadores de la Variable Independiente “Estrategias Heurísticas en la Resolución de Problemas Matemáticos” y la Variable Dependiente “Desarrollo de Habilidades Metacognitivas” instrumento que ha servido para realizar la encuesta a los estudiantes, conformada por los educandos del Grupo de Control del primer grado de Educación Secundaria sección “A” y el Grupo Experimental integrado por el primer Grado de la sección “D”, quienes al responder las preguntas del cuestionario han proporcionado importante información de la realidad educativa.

La recopilación de datos se ha ordenado y tabulado adecuadamente, información que ha posibilitado realizar la estructura estadística de la presente investigación.

Es necesario evidenciar la variación de los resultados en cuanto al desarrollo cognitivo de los estudiantes, a través de la estrategia utilizada por el docente de cada uno de los grupos de la muestra, para lo cual es necesario analizar los indicadores utilizados en las preguntas del cuestionario, tanto de la variable independiente como de la dependiente, de tal manera la diferencia permita demostrar la formulación adecuada de la hipótesis y el cumplimiento de los objetivos en el presente trabajo de investigación.

## CONCLUSIONES

Se llegaron a las siguientes conclusiones:

- La aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos permitió elevar significativamente el desarrollo de habilidades metacognitivas en la etapa de la toma de la conciencia, es decir, el estudiante actúa en la resolución de problemas en sus diversas fases con capacidad de introspección y habilidad de introducir formas y procedimientos para resolver un problema siendo consciente de los pasos, propiedades y de los razonamientos que emplea.
- La Identificación y enseñanza de las estrategias heurísticas de experimentación, de ensayo-error en la resolución de problemas matemáticos, desarrolló las habilidades metacognitivas, pues el estudiante está en la posibilidad de diseñar un plan antes de comenzar a resolver un problema, elaborando dibujos, gráficos, reflexiona cómo planear y encontrar la respuesta. Tiene en cuenta las posibles dificultades que se le pueden presentar cuando resuelve un problema. Identifica las ayudas disponibles para resolver un problema.
- La identificación y empleo de heurísticos de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos, mejoró las habilidades metacognitivas de control, su actitud frente a su proceso de aprendizaje, logrando estudiantes estratégicos y reflexivos.
- La aplicación de las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos permitió el desarrollo de habilidades metacognitivas de evaluación, pues el estudiante está en la posibilidad de explicar las acciones, pasos de la resolución de un problema, como de los factores que intervienen en

su optimización, mejora o dificultad, en la tarea de resolución de problemas, en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

- La aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos desarrolló las habilidades Metacognitivas, de toma de conciencia de planificación, control y evaluación observándose la selección de estrategias, verificación de los resultados, los procesos reguladores, en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.

## RECOMENDACIONES

- La resolución de problemas debe emplearse como una estrategia para desarrollar las habilidades Metacognitivas de toma de conciencia, planificación de la tarea, control ejecutivo y evaluación, teniendo en cuenta las fases de resolución de problemas propuestas por Polya (1965) y las estrategias heurísticas de Shoenfeld (1978, en Nickerson et al., 1985), que respondan a los contextos actuales, a las necesidades educativas propias de los estudiantes y a los fundamentos teóricos del aprendizaje estratégico.
- El docente de matemática y también de otra área curricular debe ofrecer didácticamente las estrategias heurísticas para favorecer el desarrollo de las habilidades Metacognitivas, incentivando la participación activa del estudiante en el desarrollo de la tarea, la planificación y toma de decisiones para apoderarse de una estrategia propia.
- La Dirección de la I.E. José María Arguedas de Marcará debe favorecer el desarrollo de habilidades superiores de pensamiento, salir de la obsolescencia del modelo tradicional, centrado en contenidos, clases magistrales y las evaluaciones productivas o memorísticas, y por su puesto de los bajos resultados de las habilidades Metacognitivas mostradas en el pre test del presente estudio.
- El docente del área debe estar comprometido con la permanente capacitación que le permita introducir mejoras de las estrategias de enseñanza que utiliza para la resolución de problemas matemáticos.
- Que, los docentes conozcan lo que representa un problema matemático, las taxonomías que existen, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados que constituyan un reto para los estudiantes e impliquen un esfuerzo cognoscitivo al resolverlos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Arteaga, J y Guzmán, J (2005).** *Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas.* Redalyc. Vol. 17 número 001. México: Ed. Santillana.

**Bermejo, Vicente (1990).** *El niño y la aritmética.* ED. Paidós, Barcelona.

**Bernal T; Figueroa M; Ramírez M; Triana S; Gaitán A; González; Uribe, C. (2006).** *Cómo suman los niños: Un recorrido a través de los procesos de razonamiento, Metacognición y creatividad.* Revista Infancia Adolescencia y Familia enero-junio, año/vol. 1, número 001.

**Bruer, J. (1995).** *Escuelas para pensar, Una ciencia del aprendizaje en el aula,* Barcelona: Ediciones Paidós.

**Burón, J. (1997).** *Enseñar a aprender: Introducción a la Metacognición.* Bilbao, Ediciones Mensajero.

**Carretero, M y García, J. (1984).** *Lecturas de psicologías del pensamiento. Razonamiento, solución de problemas y desarrollo cognitivo.* Madrid: Ed. Alianza.

**Chávez, J. (2006).** *Guía para el desarrollo de los procesos Metacognitivos.* Ministerio de Educación del Perú.

**Crespo, A. (2000).** *Complementos de Psicología General.* Madrid: Ed. Centro de Estudios Ramón Areces S.A.

**Crespo, A. (2006).** *Cognición Humana: Mente, ordenadores y neuronas,* Madrid: Editorial Ramón Areces S.A.

**Delors, J.** *La educación encierra un tesoro.* Ed. Santillana - Ediciones Unesco, (sf).

**Doménech, M. (2004).** Tesis doctoral “*El papel de la inteligencia y la Metacognición en la resolución de problemas*”. Universidad Rovira I Virgili.

**Fernández, J. (2000).** *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Barcelona: Cisspraxis S.A.

**Flavell, J (1982).** *La psicología evolutiva de Jean Piaget*. Barcelona: Ediciones Paidós.

**Gabucino, F. (2005).** *Psicología del pensamiento*. España: Editorial UOC.

**García, O; Jiménez, E; Florez, R. (2006).** *Un programa de apoyo para facilitar el aprendizaje de resolución de problemas de suma y resta en niños con bajo rendimiento académico*. Redalyc, Vol. 18 (002). México. Santillana.

**Gómez, B. (2000).** *Reflexiones sobre la instrucción heurística como una vía para aumentar la eficiencia en la resolución de problemas*. Universidad de Matanzas.

**Gonzales, F. (1998).** *La Metacognición y tareas intelectualmente exigentes. El caso de la resolución de problemas matemáticos*. Universidad de Matanzas. Disponible en: <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=269>.

**Hernández, C (2001).** *Evaluación de habilidades cognoscitivas-México*; Universidad de Guadalajara.

**Karmiloff-S y Barbel, I. (1984).** *Si quieres avanzar, hazte con una teoría. Lecturas de psicologías del pensamiento. Razonamiento, solución de problemas y desarrollo cognitivo*. Madrid: Ed. Alianza.

**López, J. (2005).** *Estrategias Metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. Disponible en: <http://biblioteca.universia.net/ficha.do?id=2097247>.

**López, S. (2007)** Tesis doctoral “*Procesos de cambio cognitivo en la resolución*

*de problemas en niños de un año de edad*". Tarragona: Universitat Rovira I Virgili.

**Martí, E. (1999).** *Metacognición y estrategias de aprendizaje*, en: Monereo, C y Pozo, J. *El aprendizaje estratégico*, España: Ed. Aula XXI / Santillana.

**Martínez, R y otros (2008).** *Utilidad de distintas ayudas en la resolución de un problema de insight y su relación con las estrategias Metacognitivas*. Anales de psicología. Vol. 4 No 001. Universidad de Murcia España. Disponible en: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/167/16724103.pdf>.

**Mateos, M. (2001).** *Metacognición y educación*. Argentina: Ed. Aique.

**Mayor, J y otros. (1993).** *Estrategias Metacognitivas aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Ed. Síntesis

**Medina, C & Stivanello A (2013)** *Estudio del uso de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de 5º año del Colegio No 12 Chajari del año lectivo 2013*. Argentina.

<https://fernandonapoli.com/2014/03/26/heuristicas-matematicas/>

**Mendoza L. (2011),** Tesis, Estrategias Heurísticas para Incrementar la Capacidad de Resolución de Problemas en Alumnos de educación secundaria Trujillo recuperadofile:///Downloads/1016-2701-1-PB%20(1).pdf

**Monereo, C y Pozo, J. (1999).** *El aprendizaje estratégico*, España: Ed. Aula XXI / Santillana.

**Muñoz, J. (2004).** *Enseñanza-aprendizaje de estrategias Metacognitivas en niños de educación infantil*. España: Universidad de Burgos.

**Navarro, C y Alarcón, A. (2008);** *Metacognición en Niños*. *Revista salud Hist y sanidad*. Vol.3 (1).50–70.



**Nikerson, S; Perkins D; Smith, Edward E. (1985),** *Enseñar a pensar aspectos de la aptitud intelectual*. España: Ed. Paidós.

**Ontoria, A (2006),** *Aprendizaje centrado en el alumno*. Ediciones Narcea.

**Perales, J. (1994).** *Enseñanza-Aprendizaje de una heurística en la resolución de problema de física*. Revista interuniversitaria de formación del profesorado. No 21. Disponible en: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=117847>.

**Pozo, J; Scheuer, N; Pérez, M; Mateos, M; Martín, E; De la Cruz, M. (2006)** *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje las concepciones de profesores y alumnos Serie Teoría y sociología de la educación*. Ed. Grao

**Reed K. (2007),** *Cognición, Teoría y aplicaciones USA: (México)*

**Reed, R y Ellis, C. (2007),** **Fundamentos de psicología cognitiva**. México: Ed. El Manual Moderno.

**Resnick, L. B., y Ford, W. W. (1990),** *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. México: Paidós.

**Resnick, L. B., y Ford, W. W. (1999),** *La educación y el aprendizaje del pensamiento*. Buenos Aires, Ed. Aique.

**Rodríguez, E. (2005),** Tesis doctoral “*Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*”. Universidad Complutense de Madrid – España.

**Rodríguez, Q (2005).** Tesis doctoral “*Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas, una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*”. Universidad Complutense de Madrid.

**Sandia, L. (2004).** *Metacognición en niños: una posibilidad a partir de la Teoría Vygotskiana*. Revista acción pedagógica. Vol. 13, No 2.

**Schunk, H (1998).** *Teorías del aprendizaje*. México: Ed. Pearson Educación.

**Siles, A (2006).** *Estrategias en la resolución de problemas de pre calculo en el segundo de primaria*. Fundación latinoamericana para la educación a distancia.

**Thornton, S (1998).** *La resolución infantil de problemas*, Madrid: Ed. Ediciones Morata, S. L.

**Torres R, Tejada C, Villabona, A (2013)** *metacognición: herramienta para el desarrollo de pensamiento complejo como eje fundamental en la formación para la innovación*. Universidad de Cartagena. Colombia

**Valle Espinos M.C, Juárez Ramírez M.A y Guzmán Ovando M.E. (2007)** *Estrategias generales en la resolución de problemas de la olimpiada mexicana matemática*. *Revista electrónica de investigación educativa*, 9 (2).

**Vygotsky, L.S.** *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Critica.

**Weiten, W (2006),** *Psicología: temas y variaciones*, (6ta ed). Editor Cengage Learning Editores. **Disponible en:**  
[http://www.investigacionpsicopedagogica.org/revista/articulos/1/espanol/Art\\_1\\_3.pdf](http://www.investigacionpsicopedagogica.org/revista/articulos/1/espanol/Art_1_3.pdf).

## **PÁGINAS ELECTRÓNICAS:**

Allueva Torres, <https://dialnet.unirioja.es/servlet/extaut?codigo=824317>

Sánchez, C (2008) recuperado de:

[https://es.slideshare.net/corinasanchez/habilidades-cognitivas-y-metacognitivas-355134?next\\_slideshow=1](https://es.slideshare.net/corinasanchez/habilidades-cognitivas-y-metacognitivas-355134?next_slideshow=1)

Escudero, A (2010) recuperado de

<https://www.smartick.es/blog/educacion/psico/metacognicion-y-aprendizaje/>

<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517102.pdf>.

<http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/html/769/76910106/76910106>.

<http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/libros/index/assoc/HASH68af.dir/doc.pdf>.

<http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/libros/index/assoc/HASH68af.dir/doc.pdf>.

[http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f\\_salud/pregrado/psicologia/documentos/Metacognicion\\_en\\_nixos\\_SHA\\_Claudia\\_Navarro\\_y\\_Angelica\\_Alarcon.pdf](http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_salud/pregrado/psicologia/documentos/Metacognicion_en_nixos_SHA_Claudia_Navarro_y_Angelica_Alarcon.pdf).

[http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f\\_salud/pregrado/psicologia/documentos/Metacognicion\\_en\\_nixos\\_SHA\\_Claudia\\_Navarro\\_y\\_Angelica\\_Alarcon.pdf](http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_salud/pregrado/psicologia/documentos/Metacognicion_en_nixos_SHA_Claudia_Navarro_y_Angelica_Alarcon.pdf).

<http://ecotropicos.saber.ula.ve/db/ssaber/Edocs/pubelectronicas/accionpedagogica/vol13num2/articulo1.pdf>.

[http://216.75.15.111/~cognicion/index.php?option=com\\_content&task=view&id=56&Itemid=79](http://216.75.15.111/~cognicion/index.php?option=com_content&task=view&id=56&Itemid=79)

<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/175/17501304.pdf>

<http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001064/106454s.pdf>

<http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001064/106454s.pdf>

<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/155/15590209.pdf>.

# **ANEXOS**

## Anexo 1

### PRE Y POST TEST SOBRE LA APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS

1. En una cafetería que administran tres socios se reunieron S/. 3 465.00 por conceptos de venta de la semana, si de esta cantidad se invirtieron en compras de golosinas por S/. 205.00 y lo demás se repartieron entre los tres socios ¿cuánto le toco a cada uno?



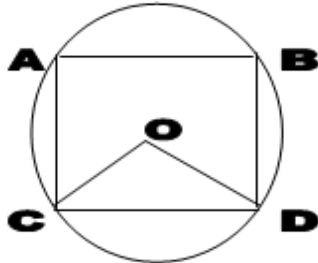
- A. S/. 1 222,00
- B. S/. 1 220,00
- C. S/. 1 202,00
- D. S/. 1 022,00
- E. S/. 2 012,00

2. Determina el valor que falta en la siguiente tabla:

X	Y
1	2
2	5
3	
4	17

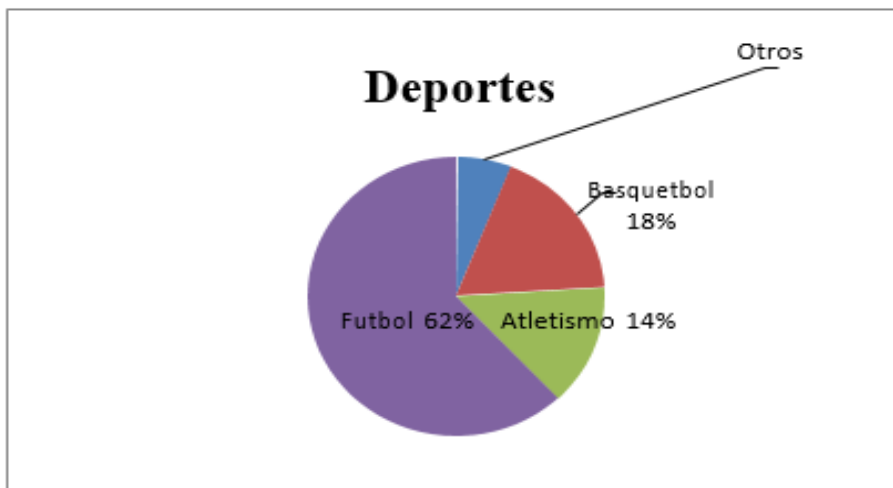
- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11
- E. 12

3. En la siguiente figura ABCD son los vértices de un cuadrado, "O" es el centro del círculo, si el área del triángulo COD es  $3 \text{ cm}^2$  ¿A qué es igual el área del cuadrado ABCD?



- A)  $12 \text{ cm}^2$     B)  $10 \text{ cm}^2$     C)  $14 \text{ cm}^2$     D)  $8 \text{ cm}^2$     E)  $16 \text{ cm}^2$

4. Una encuesta realizada a 1 500 estudiantes sobre sus preferencias deportivas mostró los siguientes resultados:



Determina ¿Cuántos estudiantes prefieren los deportes denominados "otros" en la gráfica circular?

- A. 930  
 B. 270  
 C. 90  
 D. 210  
 E. 120



## Anexo 2

### RESULTADOS DEL PRE TEST DE LA APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS

“ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE MARCARÁ-CARHUAZ-2016”

#### Resultados del pre test al Primer Grado A y D de Educación Secundaria

Instrumento: Prueba de ejecución de resolución de 4 problemas

GRUPO DE CONTROL Primer Grado “A”			GRUPO EXPERIMENTAL Primer Grado “D”		
No	Apellidos y nombres	Nota	No	Apellidos y nombres	Nota
1	Anaya Quispe Rosa Ifigenia	04	1	Cántaro Rafael Ángela	07
2	Aburto Romero César Rafael	05	2	Cruz Chávez <u>Maycol</u> Lisandro	03
3	Benito Chávez Rosa Liz	08	3	Cruz Rafael Azucena Isidora	09
4	Basilio Vergara Gerardo Nicolás	02	4	Flores Castillo Prudencio J.	05
5	Bustos Torres <u>Lucinda</u> Tomasa	04	5	Flores Jara Digna Mariela	06
6	Cacha Rondón Jaime Crisanto	05	6	Giraldo Arévalo Daniel Jonathan	03
7	Camones <u>Veramendi</u> Fulgencio	04	7	Giraldo <u>Giraldo</u> Cristian Rosario	03
8	Carrasco Luna María Luisa	06	8	Godo Rafael Marlene	09
9	Chávez Jara Azucena Rosa	03	9	Matías Moreno Rosita	03
10	Duran Medina Teresa	03	10	Matías Trinidad Angélica Amelia	03
11	Figueroa Robles Digna	03	11	Norabuena Salas Flor Rosalinda	03
12	García Félix Apolonio	04	12	<u>Paucar Apo</u> Jefferson <u>Giordi</u>	06
13	<u>Gargate</u> <u>Gargate</u> Juan Pepe	04	13	Quito Matías Pedro Luis	04
14	Méndez <u>Julca</u> Thalía	03	14	Regalado <u>Apolinario</u> Lisbeth	05
15	Orellana <u>Paucar</u> Julio Amancio	04	15	Reyes Vega Julio Cesar	04
16	Pérez Infante Raúl	07	16	Ronaldo Tadeo Valerio	08
17	Sánchez Castillo Melissa	04	17	Rosas Mosquera María Carina	03





**RESULTADOS DEL POST TEST DE LA APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS  
HEURÍSTICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS**

**"ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS, PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES  
METACOGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE EDUCACIÓN  
SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE MARCARÁ-CARHUAZ-  
2016"**

**Resultados del pos test al primer grado A y D de Educación Secundaria**

**Instrumento: Prueba de ejecución de resolución de 4 problemas**

<b>GRUPO DE CONTROL Primer Grado "A"</b>			<b>GRUPO EXPERIMENTAL Primer Grado "D"</b>		
<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>	<b>No</b>	<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Nota</b>
1	Anaya Quispe Rosa <u>Efigenia</u>	10	1	Cántaro Rafael <u>Ángela</u>	17
2	Aburto Romero César Rafael	11	2	Cruz Chávez <u>Maycol</u> Lisandro	13
3	Benito <u>Chavez</u> Rosa Liz	10	3	Cruz Rafael Azucena Isidora	14
4	Basilio Vergara Gerardo <u>Nicolas</u>	11	4	Flores Castillo Prudencio J.	15
5	Bustos Torres <u>Lucinda</u> Tomasa	09	5	Flores Jara Digna Mariela	16
6	Cacha Rondón Jaime Crisanto	11	6	Giraldo Arévalo Daniel Jonathan	14
7	Camones <u>Veramendi</u> Fulgencio	10	7	Giraldo <u>Giraldo</u> Cristian Rosario	12
8	<u>Carrasco</u> Luna María Luisa	11	8	Godo Rafael <u>Marleny</u>	10
9	Chávez Jara Azucena Rosa	10	9	Matías Moreno Rosita	11
10	Duran Medina Teresa	12	10	Matías Trinidad <u>Angélica</u> Amelia	14
11	Figuroa Robles Digna	12	11	Norabuena Salas Flor Rosalinda	12
12	García Félix Apolonio	09	12	<u>Paucar Apo</u> Jefferson <u>Giordi</u>	16
13	<u>Gargate</u> <u>gargate</u> Juan Pepe	12	13	Quito Matías Pedro Luis	15
14	Méndez <u>Julca</u> Thalía	10	14	Regalado <u>Apolinario</u> Lisbeth	17
15	Orellana <u>Paucar</u> Julio Amancio	11	15	Reyes Vega Julio Cesar	12
16	Pérez Infante Raúl	09	16	Ronaldo Tadeo Valerio	14
17	Sánchez Castillo Melissa	11	17	Rosas Mosquera María Carina	15



**UNIVERSIDAD NACIONAL SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN**  
**MATEMÁTICA E INFORMÁTICA**



**Anexo: 3**

**“PLAN DEL INTERVENCIÓN”**

“Estrategias heurísticas de la resolución de problemas matemáticos, para el desarrollo de habilidades Metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de Educación Secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará-Carhuaz-2016”

## PRESENTACIÓN

El plan de intervención tiene por finalidad desarrollar las habilidades Metacognitivas de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará y se sustenta en la doble naturaleza que tiene la Metacognición: *como conocimiento y control de la propia actividad cognitiva fundamentado teóricamente por varios autores* (Flavell, Brown, Paris, Mateos, entre otros); pretendemos desarrollar en los estudiantes la toma de conciencia de sus propios recursos cognitivos, así como incitar en ellos una actitud más reflexiva, planificada y controlada al momento de enfrentar una tarea matemática y aplicar estrategias heurísticas en la resolución de problemas e interpolar al aprendizaje.

La metodología empleada fue la enseñanza de estrategias heurísticas, usando como herramientas los algoritmos para la resolución de problemas matemáticos, se desarrollaron en el horario habitual de clases en el trimestre abril-junio del 2016 con una frecuencia ininterrumpida de 2 horas semanales, las sesiones de clase fueron talleres dirigidos por los investigadores y monitoreados por el docente de aula en el grupo experimental.

La propuesta de intervención persigue que los aprendices sean conscientes de las estrategias que conocen y usan para aprovecharlas mejor en nuevas situaciones, tal como lo resalta Karmiloff-Smith (en Martí, 1999) quien defiende la necesidad de dominar procedimientos básicos para que estos puedan ser explícitos, verbalizables y comunicables, como asevera Nickerson y otros (1985:124) y amplía esta idea diciendo “los expertos no sólo saben más, saben que saben más, saben mejor como emplear lo que saben, tienen mejor organizado y más fácilmente accesible lo que saben y saben mejor cómo aprender más todavía”.

Finalmente, para propiciar el desarrollo de las habilidades metacognitivas en los estudiantes, estos se verán enfrentados a situaciones nuevas, es decir, tendrán que resolver problemas cuyas estrategias de solución no estén automatizadas, mecanizadas o memorizadas a fin de generar en ellos procesos de aprendizaje conscientes y planificados, propios del pensamiento Metacognitivo.

Los autores

## “Propuesta de intervención”

Desarrollar las habilidades Metacognitivas del estudiante con el fin de determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la tendencia a la exhaustividad, el inconformismo, la curiosidad, la persistencia, la incredulidad, la autonomía, la rigurosidad, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, mediante el uso de las estrategias heurísticas.

Construir significados, organizar objetos matemáticos y generar nuevos aprendizajes en un sentido constructivo y creador de la actividad humana, a través de la resolución de problemas, del entorno del estudiante.

Reflexionar sobre los procesos de la resolución de problemas como: la planeación, las estrategias heurísticas, los recursos, procedimientos, conocimientos y capacidades matemáticas movilizándolo el desarrollo de las habilidades Metacognitivas.

Enfrentar a los estudiantes de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido la resolución de problemas es el proceso central de hacer matemática, y de esta manera vive como un proceso más que como un producto terminado (Font 2003), asimismo es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática en diversas situaciones.

## **I. METODOLOGÍA DE LA INTERVENCIÓN**

1°. Se aplicará la metodología del **aprendizaje por descubrimiento dirigido**, consiste en el aprendizaje en la que el estudiante en vez de recibir los contenidos de forma pasiva, descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo. La enseñanza por descubrimiento en la resolución de problemas coloca en primer plano el desarrollo de las destrezas de investigación del discente y se basa principalmente en el método inductivo, y en la lección inductiva herbatiana y en la solución de los problemas.

Aquí los investigadores haremos la presentación de una serie de problemas matemáticos, después, el estudiante hará el esfuerzo suficiente para encontrar los criterios o reglas necesarias para resolver un problema. Finalizada esta etapa los estudiantes conocen en profundidad una lista importante de heurísticos útiles en la resolución de problemas matemáticos.

2°. Los investigadores ofreceremos ayudas, para facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, dotándoles de información a sus preguntas, técnicas y estrategias heurísticas y se produzca la aproximación entre los significados que construye el estudiante en la resolución de problemas y el desarrollo de las habilidades Metacognitivas.

Para el presente caso administramos diversos esquemas de resolución de problemas (Anexo7), diseñada por la unidad investigativa, basada en el modelo propuesto por Polya y Schoenfeld, donde a través de cuatro pasos, constituidos por una serie de interrogantes introspectivos, el estudiante guía su comportamiento y toma decisiones.

3°. Basado en conformación de grupos para el desarrollo de diversas actividades en la resolución de problemas, los pares llegan a entender mejor que con la misma explicación presentada por el docente. Spencer Kagan lo define como: "La suma de las partes interactuando es mejor que la suma de las partes solas".

Se tuvo presente las principales ideas en el aprendizaje cooperativo:

1. **Formación de grupos:** Se formaron al azar, debe construir una identidad de grupo, práctica de la ayuda mutua y la valorización de la individualidad para la creación de una sinergia.
2. **Interdependencia positiva:** Es necesario promover la capacidad de comunicación adecuada entre el grupo, para el entendimiento de que el objetivo es la realización de producciones y que éstas deben realizarse de forma colectiva.
3. **Responsabilidad individual:** El resultado como grupo será finalmente la consecuencia de la investigación individual de los miembros. Ésta se apreciará en la presentación pública de la tarea realizada.

#### 4º. **Implementación de Modelos Heurísticos de Resolución de Problemas:**

Se basó en los fundamentos teóricos de Polya y Schoenfeld, con el objetivo de ofrecer a los estudiantes caminos posibles que ellos puedan recorrer de manera creativa y flexible al enfrentarse a la resolución de problemas.

Esta propuesta presenta un conjunto de heurísticos, organizados en cuatro etapas, los cuales se describen a continuación de esta misma forma:

### **COMPRENDER EL PROBLEMA**

**Léelo tantas veces como lo creas necesario, hasta comprender el enunciado.**

¿Existe algún dibujo o gráfica que me pueda ayudar a comprender mejor el problema? Y si no lo hay...

¿Podría representarlo?

Ayúdate dramatizándolo.

Asegúrate de que conoces la incógnita y los datos.

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Crees que tienes los datos suficientes para resolver el problema? Sobra algún dato,

¿cuál?

## **PENSAR EN UN PLAN**

### **Piensa en un plan para resolver el problema.**

¿Conoces algún problema parecido a este? ¿Podrías realizar el que tienes ahora usando la misma estrategia?

¿Lograrías resolver el problema dividiéndolo en partes?

¿Podrías obtener la respuesta mediante la estrategia ensayo – error?

### **DESARROLLAR EL PLAN Revisa cada paso.**

Se te ha presentado alguna dificultad. ¿Cómo lo vas resolver?

Haz encontrado alguna ayuda o recursos que te pueden ayudar a resolver el problema.

## **MIRAR HACIA ATRÁS**

### **Verifica la solución propuesta.**

¿He respondido la pregunta?

¿Podrías resolver el problema de otra manera?

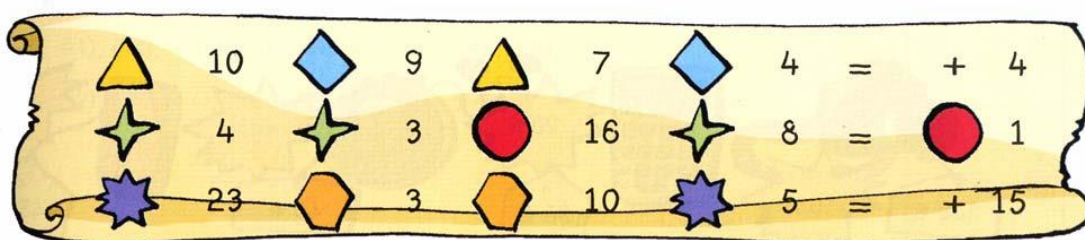
¿Qué debo reforzar o mejorar?



## II. PLAN DE APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

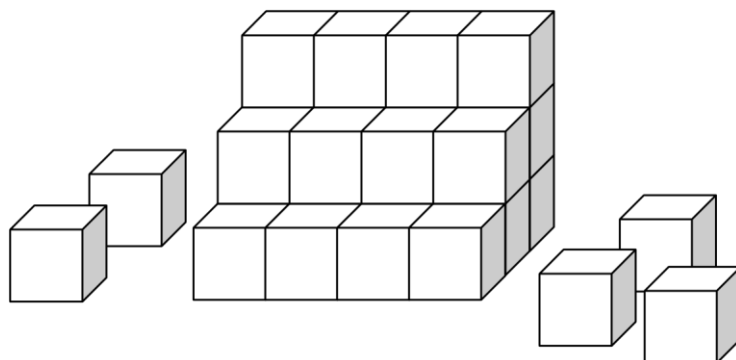
COMPETENCIA 1: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.

1. En una familia trabajan el padre, la madre y uno de los hijos, ganado conjuntamente S/. 3 600.00 soles. La ganancia de la madre es igual a los  $\frac{2}{3}$  de la del padre y la del hijo es  $\frac{1}{2}$  de la de su madre. ¿Cuántos soles gana cada uno?
2. Un puente va sostenido por seis pilares cilíndricos de hormigón de 120 cm. De diámetro y 20 m. de altura ¿Cuántos metros cúbicos de hormigón son necesarios para construir las seis columnas?
3. Un albañil y su hijo han trabajado 23 días en un mes. El padre gana S/. 32 por día y su hijo S/, 27. ¿Cuál será el sueldo total de ambos en ese mes?
4. Coloca los signos (+ 0 -) para que se den las igualdades.

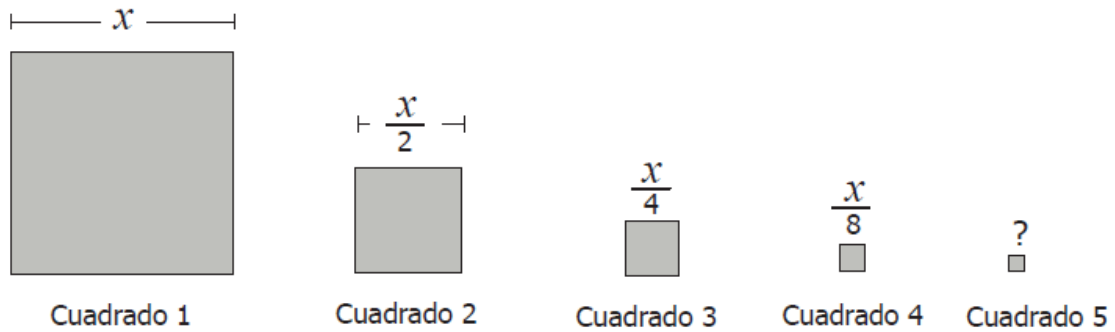


COMPETENCIA 2: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

5. ¿Cuántos bloques de piedra necesitas para construir una escalera como la de la figura de 28 escalones de altura?



6. La siguiente es una secuencia formada por cuadrados. Las dimensiones de los lados se indican en cada figura.



6.1) ¿Cuál es la suma de los perímetros de los cinco cuadrados?

- a)  $x/16$    b)  $31x/4$    c)  $7x/8$    d)  $7x/12$

6.2) ¿Cuál es el área del cuadrado 4?

- a)  $4x/8$    b)  $2x/64$    c)  $x^2/64$    d)  $x^2/8$

7. A las 9 de la mañana, una persona cuenta a tres amigos un secreto. Media hora después, cada uno de estos tres amigos cuenta el secreto a otras tres personas. Media hora más tarde, cada uno de estos cuenta el secreto a otras tres personas y así sucesivamente. Calcular cuántas personas saben el secreto a las 9 de la noche suponiendo que cada persona sólo cuenta el secreto a otras tres personas y a nadie más durante el día y que ninguno ha recibido la información varias veces.

8. Continúa estas series:

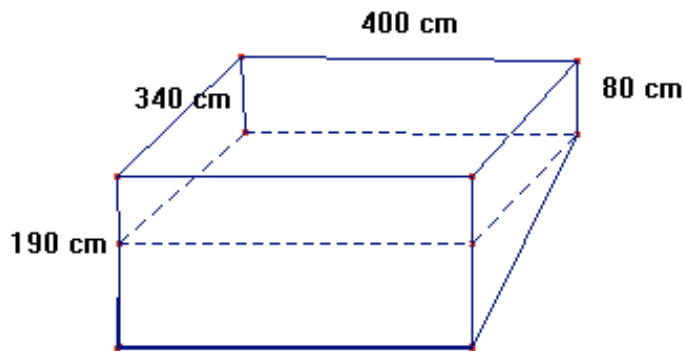
$\begin{matrix} 2 & 5 \\ & 3 \\ 10 & 4 \end{matrix}$	,	$\begin{matrix} 4 & 10 \\ & 6 \\ 20 & 8 \end{matrix}$	,	$\begin{matrix} 6 & 15 \\ & 9 \\ 30 & 16 \end{matrix}$	,	$\begin{matrix} 8 & 20 \\ & 12 \\ 40 & 32 \end{matrix}$	,		,	
--	---	---	---	--	---	---	---	--	---	--

$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{16}{14}$	$\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad}$
---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------------	-----------------------

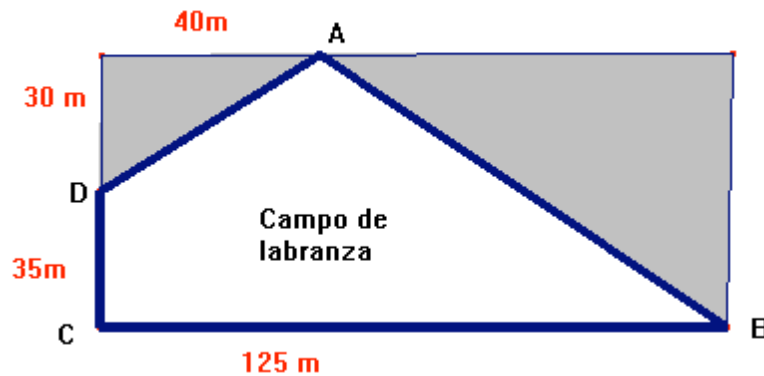
9. Un mendigo le pide hospedaje a un avaro, haciéndole la siguiente proposición. Yo le pagaré S/.1000 por el primer día, S/.2000 por el segundo, S/.3000 por el tercero y así sucesivamente. A cambio, usted me pagará S/.1 el primer día, S/.2 el segundo, S/.4 el tercero y así sucesivamente. El avaro y el mendigo llegaron a un acuerdo por 30 días. ¿Quién salió perjudicado en este acuerdo y por qué?

**COMPETENCIA 3: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.**

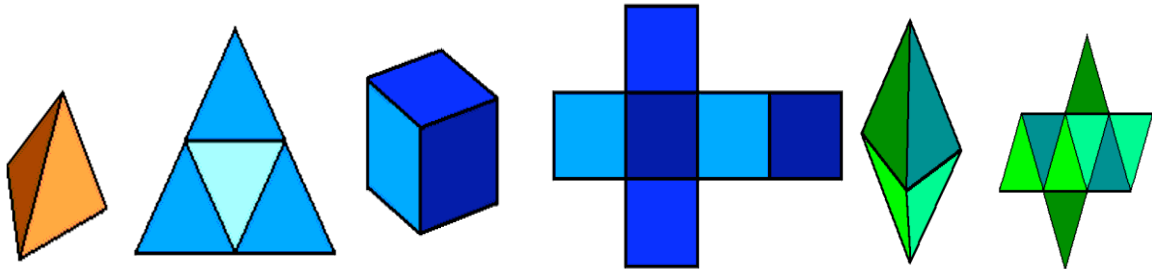
10. Una piscina tiene las siguientes dimensiones que se observan en la figura. Calcula cuántos litros de agua caben en dicha piscina. Si un grifo la surte de agua a razón de 25 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarla?



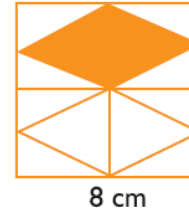
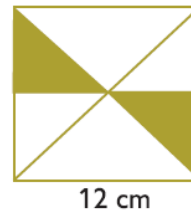
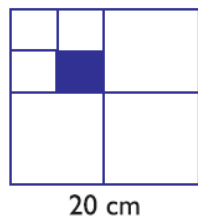
11. De un campo rectangular se han suprimido dos triángulos rectángulos (tal como indica la figura), resultando un cuadrilátero ABCD que se va a utilizar como campo de labranza. ¿Cuál es el área de dicho campo de labranza medido en Ha?



12. En los siguientes gráficos se muestran tres poliedros regulares, con su correspondiente desarrollo. ¿Sabrías decir cómo se llama cada uno de ellos? ¿Cuántas caras, aristas y vértices tienen cada uno de los poliedros?

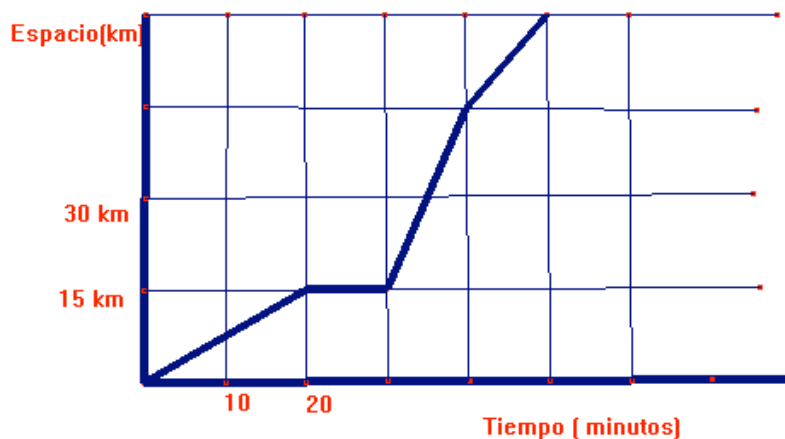


13. Calcular el valor del área coloreada en cada uno de los casos.



COMPETENCIA 4: **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.**

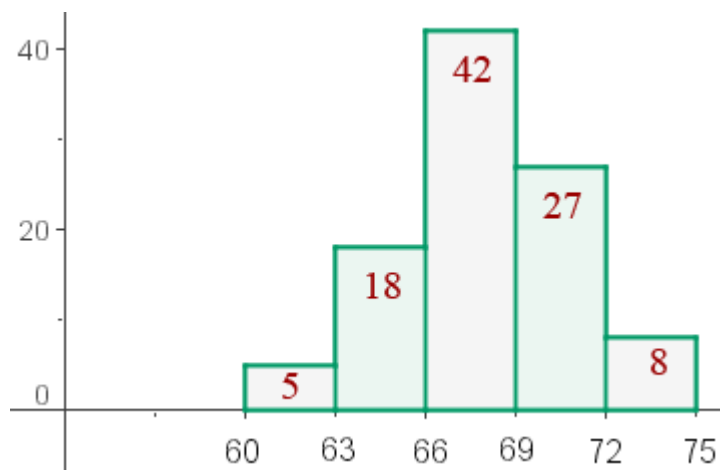
14. Rosa ha salido de casa de viaje. Se acerca desde su casa a la estación del tren, en motocicleta. En la estación espera un rato. Se monta en el tren y los últimos 10 minutos, el tren, tiene que aminorar la marcha por obras en la vía.



- Desde que salió Rosa de casa ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?
- ¿Cuánto tiempo esperó la salida del tren?
- ¿Durante cuánto tiempo estuvo montada en el tren?
- En el trayecto de obras ¿Cuál fue la velocidad del tren?

**15.** De un lote de 30.000 bombillas, se seleccionaron 50 al azar y se comprobaron. Si en la muestra se encontraron 2 bombillas defectuosas, ¿alrededor de cuántas bombillas defectuosas se esperará encontrar en el lote completo? ¿Cuál es la probabilidad de encontrar una bombilla defectuosa?

**16.** El histograma de la distribución correspondiente al peso de 100 alumnos de Bachillerato es el siguiente:



- Formar la tabla de la distribución.
- Si Andrés pesa 72 kg, ¿cuántos alumnos hay menos pesados que él?
- Calcular la moda
- Hallar la mediana.
- ¿A partir de que valores se encuentran el 25% de los alumnos más pesados?

17. Queremos sacar una bola blanca. Coloca el cartel que corresponde a cada una de las bolsas.

The image shows four bags of balls and a legend. The legend has four categories: BASTANTE PROBABLE, POCO PROBABLE, IMPOSIBLE, and SEGURO. Below the legend are four empty boxes for labeling the bags.

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

18. Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9. Relaciona cada suceso con su probabilidad.

Sacar un número impar	$4/10$
Sacar un número mayor que 5	$1/10$
Sacar un número 0	$1/2$
Sacar un número mayor que 5	$10/10$

## Anexo 4

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DE HABILIDADES METACOGNITIVAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE MARCARÁ-CARHUAZ-2016"

		Totalmente de acuerdo <b>4</b>	Parcialmente de acuerdo <b>3</b>	De acuerdo <b>2</b>	Totalmente en desacuerdo <b>1</b>
<b>1. TOMA DE CONCIENCIA</b>					
1	Cuando voy a comenzar una tarea matemática muestro interés y me pregunto qué quiero lograr.				
2	Para comprender más, leo y vuelvo a leer y se si he comprendido.				
3	Es bueno descomponer un problema en problemas más pequeños para resolverlo.				
4	Sé qué pasos debo seguir para resolver un problema.				
5	Yo pienso en diversas maneras para resolver un problema y luego escojo la mejor.				
<b>2. PLANIFICACIÓN DE LA TAREA</b>					
6	Yo creo que es bueno diseñar un plan antes de comenzar a resolver un problema (Dibujos, gráficos, pasos, etc.) (Dibujo, gráfico, pasos, etc.)				
7	Después de comprender un problema, se detiene a pensar cómo va a encontrar la respuesta.				
8	Tiene en cuenta las posibles dificultades que se le pueden presentar cuando resuelve un problema.				
9	Identifica las ayudas disponibles para resolver un problema.				
10	Entre diferentes formas de resolver un problema, escoge la mejor.				
<b>3. CONTROL EJECUTIVO DE LA TAREA</b>					
11	Reconoce cuándo se le presenta una dificultad al resolver un problema e intenta mejorar.				
12	Al resolver un problema que se le ha planteado, busca las ayudas necesarias (profesora, compañeros, padres, libros, etc.) cuando tiene una dificultad.				
13	Hace constantes correcciones mientras resuelve un problema.				
14	Sabe para qué está realizando una operación mientras intenta buscar la solución de un problema.				
15	Cambia de estrategia en caso de que no resulte la que planeó.				
<b>4. EVALUACION DE LA TAREA</b>					
16	Explica si logró resolver un problema completamente.				
17	Puede decir si los pasos aplicados para resolver un problema le sirvieron para encontrar la solución correcta.				
18	Explica qué acciones o pasos de un problema le han resultado difíciles de resolver.				
19	Explica, cómo podría mejorar la próxima vez su plan para resolver un problema.				
20	Es consciente, de cómo su interés le ayuda o dificulta encontrar la solución de un problema.				











## Anexo 5

### *ESQUEMAS DE AYUDA PARA LA APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*

#### *Esquema de 4 pasos para resolver problemas, según Polya*

##### **Paso 1: Comprender el Problema**

- 1.1. Lee atentamente el problema. ¿Entiendes lo que dice? Es un problema aritmético, algebraico, geométrico, trigonométrico u otro.
- 1.2. ¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?
- 1.3. ¿Escribe los datos y señala la incógnita

Datos	Incógnita

- 1.4. ¿sabes a que quieres llegar?\_

##### **Paso 2: Traza un plan para resolverlo:**

- 2.1. Este problema es conocido a otro que ya conoces? Pues plantéalo de manera flexible
- 2.2. ¿se utilizan todos los datos en el diseño de tu plan?
- 2.3. Haz un dibujo de lo que te dice el plan o del problema.

**Paso 3: Ejecuta el Plan:**

3.1. Al ejecutar tu plan comprueba cada uno de los pasos

3.2. Puedes decir que los pasos son correctos. Demuéstralo

--	--

3.3. Mentalmente diseña las operaciones que vas aplicar y que resultado vas a obtener. Escríbelo a continuación.

Dispón tus datos	Pon tu formula?	Pon tu ecuación?	Haz tus cálculos

3.4. Haz los cálculos, comprueba el resultado.

¿Coinciden?, ¿Hay algo que sea raro? Si no es así escribe aquí el resultado final.

**Paso 4: Mirar hacia atrás:**

Ya has terminado: Tu respuesta satisface lo establecido en el problema

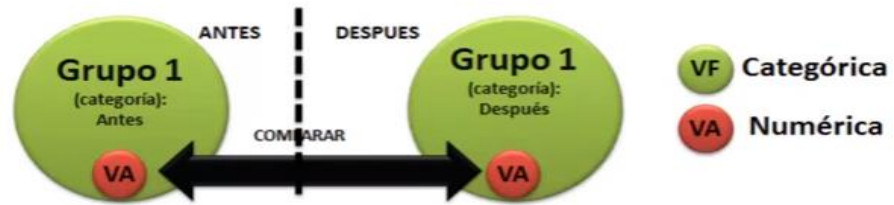
4.1. ¿serías capaz de crear otro problema a partir de el?

4.2. Puedes: con los mismos datos plantear otro problema, añadir o cambiar algún dato, incluir la solución en el problema y llegar a otra respuesta.

ANEXOS SECCIÓN ESTADÍSTICA

CUADRO N°01

**T de Student dos muestras  
Relacionadas**



Se usa cuando nos interesa comparar **una característica** en una población, usando **una sola muestra**, pero en **2 circunstancias distintas**. Lo que nos interesa comparar son las **DIFERENCIAS** entre **2 variables numéricas** (Antes-Después) a un **mismo grupo**.

TABLA N°01  
Prueba de la Normalidad

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Total Pos Test GED	,944	17	,363
Total Pre Test GED	,961	17	,658
Toma de Conciencia Pos Test GED	,946	17	,390
Toma de Conciencia Pre Test GED	,941	17	,331
Planificación de la Tarea Pre Test GED	,936	17	,276
Planificación de la Tarea Pos Test GED	,928	17	,198
Control Ejecutivo de la Tarea Pre Test GED	,951	17	,476
Control Ejecutivo de la Tarea Pos Test GED	,969	17	,794
Evaluación de la Tarea Pre Test GED	,883	17	,065
Evaluación de la Tarea Pos Test GED	,908	17	,093

**Interpretación:** Observamos que el nivel de significancia es mayor de 0.05 por lo tanto las variables son normales.

TABLA N°02

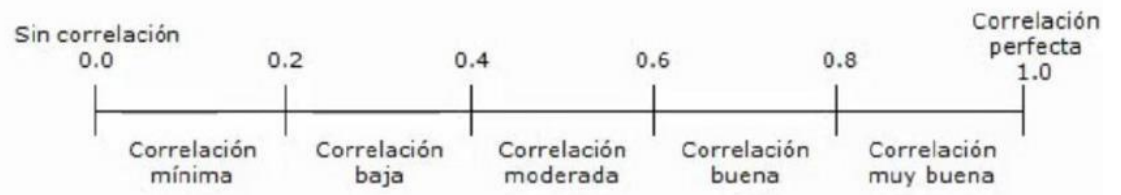
**Prueba de muestras emparejadas**

	Media	Diferencias emparejadas				t	gl	Sig. (bilateral)
		Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Variable 1 Total Pre Test GED - Total Pos Test GED	6,588	7,722	1,873	2,618	0,559	8,857	16	,000
Variable 2 Toma de Conciencia Pre Test GED - Toma de Conciencia Pos Test GED	,235	3,011	,730	,687	,783	5,800	16	,000
Variable 3 Planificación de la Tarea Pre Test GED - Planificación de la Tarea Pos Test GED	,824	3,468	,841	,04	,607	3,357	16	,004
Variable 4 Control Ejecutivo de la Tarea Pre Test GED - Control Ejecutivo de la Tarea Pos Test GED	4,941	5,093	1,235	,323	,56	4,001	16	,001
Variable 5 Evaluación de la Tarea Pre Test GED - Evaluación de la Tarea Pos Test GED	,588	3,658	,887	,707	,469	5,171	16	,000

**Correlaciones de Spearman**

		Correlación	Sig.
Enseñanza de estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades metacognitivas.	17	<b>0,571</b>	<b>0,012</b>
Toma de conciencia del programa basado en la enseñanza de estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas.	17	<b>0,837</b>	<b>0,022</b>
Planificación que desarrollan las habilidades metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.	17	<b>0,625</b>	<b>0,035</b>
Control ejecutivo que desarrollan las habilidades metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos	17	<b>0,569</b>	<b>0,046</b>
Programa basado en la enseñanza de estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades metacognitivas.	17	<b>0,65</b>	<b>0,045</b>

## Correlación de Spearman.





## ANEXO 6

### RESULTADO DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE

#### Variable: 01

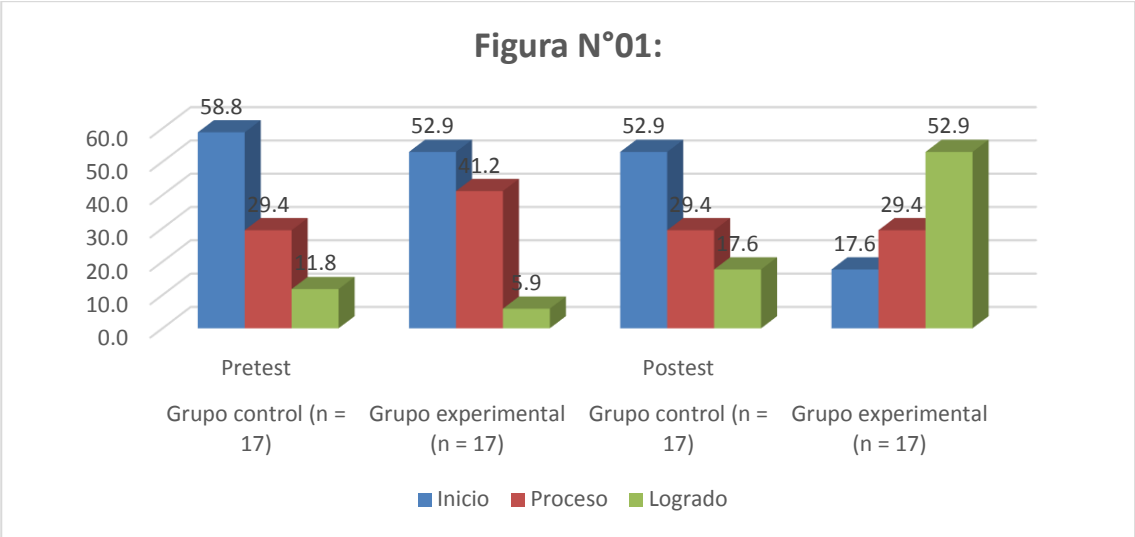
Tabla 01: *Estrategias Heurísticas*

Indicador	Grupo control (n = 17)		Grupo experimental (n = 17)	
	N	%	n	%
<b>Pretest</b>				
Inicio	10	58.8	9	52.9
Proceso	5	29.4	7	41.2
Logrado	2	11.8	1	5.9
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>100</b>	<b>17</b>	<b>100</b>
<b>Media</b>	<b>7.59</b>		<b>7.7</b>	
Desviación estándar	3.01		1.93	
<b>Postest</b>				
Inicio	9	52.9	3	17.6
Proceso	5	29.4	5	29.4
Logrado	3	17.6	9	52.9
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>100</b>	<b>17</b>	<b>100</b>
<b>Media</b>	<b>6.76</b>		<b>10.1</b>	
Desviación estándar	2.46		3.18	

**Fuente:** Test aplicado a los niños

Los resultados del **Pretest** muestran que los niños del grupo de control el 58.8% se encuentran en Inicio, el 29.4% se encuentran en Proceso, el 11.8% se encuentran en Logrado, mientras que los niños del grupo experimental el 52.9% se encuentran en Inicio, el 29.4% se encuentran en Proceso, el 17.6% se encuentran en Logrado.

Así mismo, Los resultados del **Postest** muestran que los niños del grupo de control el 52.9% se encuentran en Inicio, el 41.2% se encuentran en Proceso, el 5.9% se encuentran en Logrado, mientras que los niños del grupo experimental el 17.6% se encuentran en Inicio, el 29.4% se encuentran en Proceso, el 52.9% se encuentran en Logrado.



*Figura 01.* Instrumento de medición de niños de la institución educativa

## Anexo 7

### Panel de fotografías durante la intervención de la aplicación de estrategias heurísticas en la resolución de problemas





**“ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES DEL 1º GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. JOSÉ MARÍA ARGUEDAS DE MARCARÁ-CARHUAZ-2016 ”**

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DEFINICIÓN DE VARIABLES	METODOLOGÍA
<p><b>PROBLEMA GENERAL</b> ¿Cuál es la influencia de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas, en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016?</p> <p><b>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</b> •¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de</p>	<p><b>OBJETIVO GENERAL</b> Determinar la influencia de la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos en el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.</p> <p><b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b> * Determinar las ventajas de la aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José</p>	<p><b>HIPÓTESIS GENERAL</b> La aplicación adecuada de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas, favorece el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.</p> <p><b>HIPÓTESIS ESPECÍFICAS</b> <b>Hipótesis específica 1</b> •La aplicación de las estrategias heurísticas de organización y codificación en la resolución de problemas matemáticos permite obtener ventajas significativas en el desarrollo de habilidades metacognitivas de la toma de conciencia en los estudiantes del 1º grado de educación</p>	<p><b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b> • <b>Estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos.</b></p> <p><b>DIMENSIONES:</b> • ORGANIZACIÓN, CODIFICACIÓN</p> <p>• EXPERIMENTACION, ENSAYO Y ERROR</p> <p>• BUSCAR REGULARIDADES</p> <p>• SIMULACION</p>	<p>ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.</p> <p>Las Estrategias heurísticas son reglas generales y procedimientos matemáticos que consiguen transformar un problema en una situación más sencilla.</p> <p>DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS</p> <p>Desarrollo de un alto nivel de conciencia y de control voluntario, cuya finalidad es gestionar procesos</p>	<p><b>TIPO DE INVESTIGACIÓN</b> tipo experimental</p> <p><b>DISEÑO</b> <math>O_1 \quad X \quad O_2</math> <math>O_3 \quad O_4</math></p> <p>Diseño Cuasi experimental con dos grupos de pre y post test:</p> <p><b>-Control</b></p> <p><b>-Experimental</b></p>

<p>Marcará-Carhuaz en el año 2016”?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de experimentación de ensayo y error, en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de planificación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?</li> <li>• ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de control en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016?</li> <li>• ¿De qué manera influye la aplicación de las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos para el</li> </ul>	<p>María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”</p> <p>. •Identificar las estrategias heurísticas de experimentación de ensayo y error en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de planificación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.</p> <p>* Identificar las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas de control en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.</p> <p>*Identificar las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos para el</p>	<p>secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.</p> <p><b>Hipótesis específica 2</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•La aplicación de las estrategias heurísticas de experimentación y de ensayo y error en la resolución de problemas matemáticos nos permite identificar las tareas de planificación en el desarrollo de las habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.</li> </ul> <p><b>Hipótesis específica 3</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•La aplicación de las estrategias heurísticas de búsqueda de regularidades en la resolución de problemas matemáticos, nos permite identificar las habilidades de control ejecutivo en el desarrollo de las habilidades metacognitivas por los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016.</li> </ul>	<p><b>VARIABLE DEPENDIENTE</b></p> <p><b>Desarrollo de habilidades metacognitivas.</b></p> <p><b>DIMENSIONES</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• TOMA DE CONCIENCIA</li> <li>• HABILIDADES DE PLANIFICACIÓN</li> <li>• HABILIDADES DE CONTROL</li> <li>• HABILIDADES DE EVALUACION</li> </ul>	<p>cognitivos simples y complejos. (Daniel Ocaña A. (chiapas).</p>	
---	--	--	--	--	--

<p>desarrollo de habilidades metacognitivas de evaluación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”?</p>	<p>desarrollo de habilidades metacognitivas de evaluación en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.</p>	<p><b>•Hipótesis específica 4</b>  La aplicación de las estrategias heurísticas de simulación en la resolución de problemas matemáticos nos permite identificar las habilidades de evaluación en el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. “José María Arguedas” de Marcará-Carhuaz en el año 2016”.</p>			
--	--	---	--	--	--



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01

### I. DATOS GENERALES:

1.1. Institución Educativa	:	José María Arguedas.
1.2. UGEL	:	Carhuaz
1.3. Área	:	Matemática
1.4. Ciclo/Año	:	VI/ 1º grado
1.5. Duración/ Fecha	:	90 minutos
1.6. Docente	:	Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC
1.7. Investigadores	:	Bach. Yenitza Margot CERNA HARO Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>II. TÍTULO DE LA SESIÓN</b>		
<b>Resolvamos problemas con estrategia heurísticas</b>		
<b>III. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma movimiento y localización.	Expresa las propiedades de las formas, localización y movimiento en el espacio, de manera oral o escrita, haciendo uso de diferentes Representaciones y lenguaje matemático.	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Identifica diferencias y errores en las Argumentaciones de otros.</li> <li>❖ Plantea ecuaciones a partir de casos referidos a los criterios de equivalencia.</li> </ul>
<b>IV. SECUENCIA DIDÁCTICA</b>		
Inicio (15 minutos)		
<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ El (la) docente da la bienvenida a los estudiantes y revisa la tarea de la clase anterior.</li> <li>❖ El docente presenta una situación de la vida real para ser resuelta por los estudiantes de forma individual. La situación se puede presentar en la pizarra (anexo 01).</li> <li>❖ Luego de dar un tiempo prudente para su solución, pide Voluntarios para que la resuelvan y muestren su estrategia.</li> <li>❖ POSIBLES ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS A PLANTEAR: Mediante ECUACIONES Mediante una ESCALA Mediante GRÁFICOS Mediante ESTIMACION Y MEDICIÓN DIRECTA Mediante ENSAYO Y ERROR</li> <li>❖ Luego, el docente realiza las siguientes indicaciones:</li> <li>❖ Organizar en grupos con 4 integrantes y un relator o coordinador asumiendo cada grupo una de las estrategias para resolver el problema.</li> <li>❖ Reparar y repasan los conocimientos previos, en cada caso argumentando su estrategia.</li> <li>❖ Recuerdan: “trabajo en equipo y de carácter colaborativo”</li> </ul>		



Desarrollo (30 minutos)

- ❖ El/la docente invita a los estudiantes a resolver el problema planteado en la pizarra (anexo 01) y que además cada grupo tiene en una hoja y les indica que consulten los conocimientos previos que requieren en cada caso.
- ❖ Los estudiantes son retados a resolver la actividad “el terreno del agricultor”

❖ Los estudiantes a continuación recuerdan, repasan los métodos de cómo resolver un problema: un problema matemático puede ser resuelto mediante una técnica de cuatro etapas:

1. Entender el problema.
2. Crear un plan.
3. Llevar a cabo el plan.
4. Revisar e interpretar el resultado (mediante el método científico)

Esta actividad está orientada a que los estudiantes aborden la solución del problema de diferentes formas, compartan sus soluciones con todo el salón y sean los mismos estudiantes quienes evalúen los resultados. Esto se hace mediante una competencia por grupos organizados y demostrados en la pizarra. Una vez que todos han resuelto el problema se les da un tiempo para que expliquen su estrategia. Finalmente, el docente invita a los estudiantes a identificar si es que hay algún error en la solución.

- Los grupos a continuación explican las estrategias que les condujo a la solución del problema:

➤ **Mediante ECUACIONES**

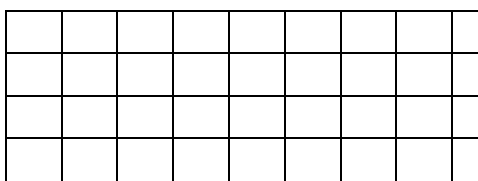
Uso de una ecuación lineal de primer grado en función del perímetro:  $2x + 8 = 25$

Uso de una ecuación lineal de primer grado en función del área  $4x + 8 = 34$

➤ **Mediante una ESCALA**

Interpretan el problema mediante un gráfico a escala

Asignan cada cuadradito de un cm por un metro:



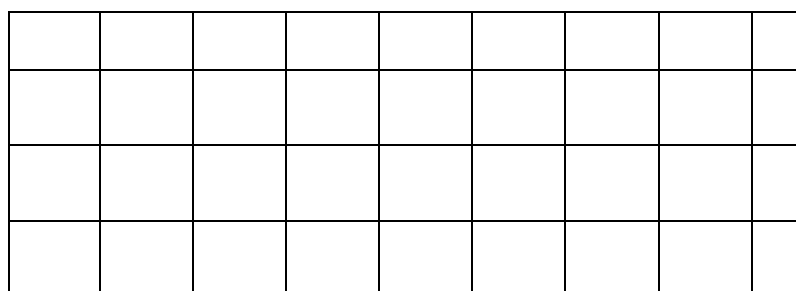
Luego: realizan la inferencia:

Perímetro = medida de 2 de anchos + medida de dos largos

25 metros =  $2(4) + 2$  medidas de largo → 1 largo = ¿?

➤ **Mediante GRÁFICOS**

Presentan en una hoja cuadrículada el gráfico o bosquejo del problema



Realizan inferencias en función al perímetro (P) sabiendo que mide 25 metros  
 $P = 2h + 2b \rightarrow 25 = 2(4 + b)$

➤ **Mediante ESTIMACIÓN Y MEDICIÓN DIRECTA**

- En el patio o área libre con el metro diseñan un dibujo real del problema
- Consignan los lados con la medida de 4 metros cada dimensión del ancho
- Toman en cuenta que el perímetro es 25 metros por lo tanto las dimensiones de los dos lados llamados largos es de 17 metros, luego deducen que a cada lado le corresponde 8,5 metros que rectifican en el dibujo.
- Presentan sus conclusiones.

➤ **Mediante ENSAYO Y ERROR:**

Elaboran la siguiente tabla en función al **ÁREA** dado en el problema 34 m<sup>2</sup>

Valores	Ancho (A)	Largo (L)	Área
1	4	5	20
2	4	6	14
3	4	7	28
4	4	7,5	30
5	4	8	32

Elaboran la siguiente tabla en función al **PERÍMETRO** dado en el problema 25m

Valores	Ancho (A)	Largo (L)	perímetro
1	4(2)	5(2)	18
2	4(2)	6(2)	20
3	4(2)	7(2)	22
4	4(2)	7,5(2)	23
5	4(2)	8,5(2)	25

- Finalmente, los estudiantes realizan anotaciones de la resolución de problemas que presentaron valorando los diferentes métodos empleados.
- Se sugiere continuar con la misma dinámica utilizada buscando en lo posible que todos tengan la oportunidad de demostrar en la pizarra.

Cierre (15 minutos)

- El docente, conduce a que los estudiantes a que reflexionen con las siguientes preguntas:
  - ¿qué proceso siguieron para resolver el problema en cada caso?
  - ¿cómo realizas la comprobación para saber si el problema está bien resuelto?
  - ¿qué dificultades tuviste?
  - ¿qué te agradó más del tema? ¿Por qué?

**V. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver los problemas:
    - a. Por la compra de una cocina Ana pagó s/. 520 de inicial y el resto en cuotas iguales durante 6 meses. Si en total pagó s/. 1360 ¿De cuánto fue el monto de cada cuota?
    - b. Al abuelo de María le faltan 17 años para tener 100 ¿Cuántos años tiene actualmente?
    - c. Carlos repartió s/. 81 entre sus 4 hijos. SI al mayor le dio s/.27 y, a los otros, el resto en

partes iguales ¿Cuánto les dio a los hijos menores?

- ❖ Traer materiales (tablas elaboradas en las sesiones anteriores, información que se encuentre como resultado de la indagación, otros) para elaborar el panel informativo en grupos.

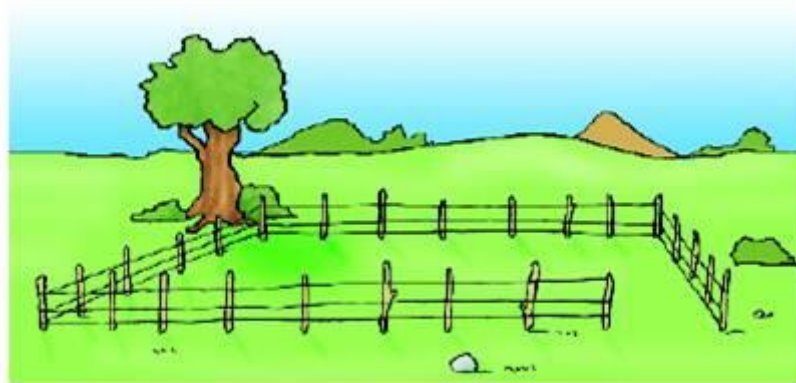
#### VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- ❖ Textos de consulta de Matemática 1 del Ministerio de Educación, editorial Norma S.A.C. – Lima 2012
- ❖ Módulo de Resolución de Problemas “Resolvamos 1”, editorial El Comercio S.A. – Lima 2012
- ❖ MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VI, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- ❖ Fichas de actividades.

Fuente: Elaboración de los investigadores

### ANEXO 1

1. En la zona de Carhuaz Luis es dueño de un terreno rectangular donde suele sembrar maíz, producto que posee un alto valor nutritivo, él sabe que el perímetro de su terreno es de 25m y su área es de  $34\text{m}^2$  ¿Cómo haría Luis para hallar el largo del terreno si él solo recuerda que el ancho era 4m?





**SESIÓN DE APRENDIZAJE N°02**

**I. DATOS GENERALES:**

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
 1.2. UGEL : Carhuaz  
 1.3. Área : Matemática  
 1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
 1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
 1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
 1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
 Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
 Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>II. TITULO DE LA SESION</b>		
<b>Resolvamos problemas con estrategia heurísticas : La vida de Diofanto</b>		
<b>III. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Justifica y valida sus conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis respaldados en significados y propiedades de los números y Operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Identifica las fracciones del problema</li> <li>❖ Plantea ecuaciones a partir del caso referidos a los criterios de equivalencia.</li> </ul>

**IV. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.**

<b>Actividades</b>	<b>Estrategias didácticas</b>	<b>Materiales</b>	<b>Duración</b>
¿Qué sabemos sobre las operaciones con las fracciones y las ecuaciones de primer grado con una variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contestan individualmente y en equipo la hoja de una situación cotidiana de venta y compra con expresiones fraccionarias. Socializan sus respuestas en grupos chicos y en el plenario.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hoja mostrando la situación cotidiana de venta y compra de productos con números fraccionarios.</li> <li>• Papel bond</li> <li>• Lápiz y papel.</li> </ul>	20 minutos
Relacionando las, fracciones y sus operaciones y las ecuaciones de primer grado.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los participantes se organizan en equipos de 5 ó 6 estudiantes.</li> <li>• Usando los “dominó”, descubren las propiedades de los porcentajes, fracciones y números decimales.</li> <li>• Usando los “dominó”, descubren las propiedades de las ecuaciones lineales de primer grado.</li> <li>• Con las Regletas de Cuissenaire establecen las relaciones fraccionarias y resuelven operaciones de adición y sustracción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material: Dominó de Porcentajes, fracciones y decimales”.</li> <li>• Regletas de Cuissenaire.</li> <li>• Documento de apoyo. (ecuaciones de primer grado con fracciones)</li> </ul>	25 minutos

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> </ul>		
Resolviendo el problema mediante ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplican las técnicas de la adición de fracciones en la resolución del problema.</li> <li>Aplican las propiedades de las ecuaciones del primer grado en la resolución del problema.</li> <li>Expresan simbólicamente.</li> <li>Registran el proceso y el resultado obtenido</li> </ul> $x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Socializan sus experiencias y sacan conclusiones..</li> <li>Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plumones.</li> <li>Cartulina.</li> <li>Papel bond.</li> <li>Cinta masking tape.</li> <li>Regletas de documento de apoyo.</li> </ul>	35 minutos

## V. EVALUACIÓN

INDICADORES DE EVALUACIÓN	IMSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa el significado de las fracciones.</li> <li>Aplica los principios y propiedades de las ecuaciones de primer grado y las operaciones con fracciones en la resolución de problemas de la vida diaria.</li> <li>Señala los criterios para operar con fracciones.</li> <li>Aplica técnicas y algoritmos en la resolución de los problemas para determinar el resultado.</li> <li>Determina la el comportamiento del mcm en las operaciones con fracciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cuestionario.</li> <li>Portafolio.</li> <li>Prueba de ejecución.</li> </ul>

## VI. BIBLIOGRAFÍA.

- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- FLORES; Hernán. 1999. Problemas de Aritmética y cómo resolverlos. Editorial Racso. Lima.
- VALIENTE, Santiago. 2000. Didáctica de la Matemática. Editorial La Muralla. Madrid.

### ANEXO 2

**2. PROBLEMA:** Diofanto fue un notable matemático griego que desarrolló su actividad en Alejandría en el siglo III A.C. Y del cual se conservan muy pocos datos biográficos. Sin embargo se dice que su epitafio contenía la siguiente inscripción:

Caminante: aquí yacen los restos de Diofanto. Y los números pueden mostrar cuan larga fue su vida, cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia. Había transcurrido además una duodécima parte cuando sus mejillas se cubrieron de vello. Luego de una séptima parte se casó,

y transcurrido un quinquenio le hizo dichoso el nacimiento de su primogénito, cuya existencia duró tan solo la mitad de la de su padre. Luego de cuatro años buscando consuelo en la ciencia de los números, descendió Diofanto a la sepultura.

¿Qué edad alcanzó Diofanto? ¿A qué edad se casó? ¿Cuántos años vivió su hijo?

**Solución detallada.** Veamos si comprendemos bien el problema. ¿Cuál es la incógnita? El número de años que vivió Diofanto (las preguntas restantes se responden fácilmente conociendo la respuesta a la primera). ¿Cuáles son los datos? Una serie de informaciones sobre las etapas sucesivas de su vida, desde su infancia hasta su muerte. Ahora debemos concebir un plan. ¿Se ha encontrado con un problema semejante? Es de esperar que sí, ya que la mayoría de los problemas resolubles por métodos algebraicos elementales son semejantes. El plan general consiste en escribir ecuaciones que reflejen las condiciones planteadas, resolver el sistema resultante y finalmente interpretar las soluciones obtenidas en el contexto original del problema. Llamemos  $x$  al número de años vividos por Diofanto. Esta cantidad debe ser igual a la suma de las duraciones de las etapas de su vida, a saber: su infancia ( $x/6$ ), la duodécima parte transcurrida hasta que le salió la barba ( $x/12$ ), los años transcurridos hasta que contrajo matrimonio ( $x/7$ ), los años transcurridos hasta que nació su primogénito (5), los años que éste vivió ( $x/2$ ) y los 4 años que Diofanto le sobrevivió. Por lo tanto escribimos:

$$x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$$



**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03**

**I. DATOS GENERALES:**

1.1. Institución Educativa	: José María Arguedas.
1.2. UGEL	: Carhuaz
1.3. Área	: Matemática
1.4. Ciclo/Año	: VI/ 1º grado
1.5. Duración/ Fecha	: 90 minutos
1.6. Docente	: Prof. (a), Victoria Julia PAMPA YANAC
1.7. Investigadores	: Bach. Yenitza Margot CERNA HARO Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>II. TITULO DE LA SESION</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: La granja mixta		
<b>III. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.	Planifica, ejecuta y valora estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación, estimación, usando diversos recursos para resolver el problema	Realiza procedimientos de conteo y cálculo Comprende y usar os números. Emplea relaciones y operaciones. Comprende el significado de las Operaciones con cantidades y magnitudes.
<b>IV. SECUENCIA DIDACTICA</b>		
Inicio (15 minutos)		
<input type="checkbox"/> El docente saluda cordialmente a los estudiantes y les invita a participar activamente durante la sesión de aprendizaje. El docente da a conocer los aprendizajes esperados de la sesión y los indicadores de evaluación.		
<input type="checkbox"/> El docente presenta una situación de la vida real para ser resuelta por los estudiantes de forma individual. La situación se presenta en la pizarra y en hojas bon (anexo 03). Eh Aquí:		
<i>Juan cría en su chacra solamente cuyes y gallinas. Un día, jugando, le dijo a su hijo: "Contando todas las cabezas de mis animales obtengo 60 y contando todas sus patas obtengo 188. ¿Cuántos cuyes y cuántas gallinas tengo?"</i>		



Luego se da un tiempo prudente para pedir  
Las estrategias de solución a usar.

**POSIBLES ESTRATEGIAS HEURISTICAS A PLANTEAR:**

1. MEDIANTE ECUACIONES:

1.1. Ecuación lineal de primer grado

1.2. Sistema de ecuaciones lineales con 2 variables

2. MEDIANTE GRÁFICOS O DIBUJOS

3. MEDIANTE SIMULACIÓN O ANALOGÍA

4. MEDIANTE ENSAYO Y ERROR

5. MEDIANTE UNA TABLA DE DOBLE ENTRADA

Luego, el docente realiza las siguientes indicaciones:

- Organiza en grupos con 4 integrantes y un relator o coordinador asumiendo cada grupo una de las estrategias para resolver el problema
- Reparar y repasan los conocimientos previos, en cada caso.
- Debaten y aportan ideas para la estrategia.
- Trabajan en equipo y colaborativamente.

DESARROLLO: 60 MINUTOS

- El/la docente invita a los estudiantes a resolver el problema por el método o estrategia de su libre elección (anexo 03) y en hoja adjunta y les indica que consulten las dificultades encontradas en el proceso de resolución.

- Los estudiantes son retados a resolver la actividad “la granja mixta”.

- Los estudiantes hacen uso de los 4 pasos de Polya para resolver un problema:

5. Entender el problema.
6. Crear un plan.
7. Llevar a cabo el plan.
8. Revisar e interpretar el resultado (mediante el método científico)

Esta actividad está orientada a que los estudiantes aborden la solución del problema por la estrategia elegida, luego compartan sus soluciones con todo el salón y sean los mismos estudiantes quienes evalúen los resultados. Esto se hace mediante una competencia por grupos organizados y demostrados en papelotes. Espacio y tiempo para que expliquen su estrategia. Finalmente, el docente invita a los estudiantes a identificar algún error en la solución y realizar la demostración de las estrategias que no fueron abordados por los estudiantes.



- Se espera que Los grupos demuestren las estrategias que les condujo a la solución del problema:

## 1. ESTRATEGIA HEURISTICA: PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES.

### 1.1.Ecuación lineal de primer grado

Sea el número de cuyes:  $x$

Entonces el número de gallinas es:  $60 - x$

Luego el número total de patas es 188 y sabemos que cada cuy tiene 4 patas y cada gallina 2 patas entonces podemos plantear:

$$4x + (60 - x) = 188$$

$$X = 34 \rightarrow \text{El número de gallinas es } 26$$

### 1.2.Sistema de ecuaciones lineales con 2 variables

Cantidad de cuyes:  $x$

Cantidad de gallinas:  $y$

Cantidad de cabezas:  $x + y = 60$

Cantidad de patas:  $4x + 2y = 188$

Hemos traducido el problema en un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:  $x$  e  $y$ . Para hallar la solución del problema, tenemos que resolver este sistema de ecuaciones. DE DONDE:

**Respuesta:** Hay 34 cuyes y 26 gallinas.



= 34 y



= 26

## 2. ESTRATEGIA HEURISTICA: DISEÑO DE GRÁFICOS O DIBUJOS

2.1. Presentan en una hoja el dibujo de los 60 animales asumiendo de que todos son cuyes, por lo tanto se tiene 240 patas es decir:  $240 - 188 = 52$  patas de exceso, se divide entre 2, hallando 26 que es el número de gallinas.

2.2. Presentan en una hoja el dibujo de los 60 animales asumiendo de que todos son gallinas, por lo tanto se tiene 120 patas es decir:  $188 - 120 = 68$  patas de defecto (faltan de

acuerdo a las condiciones del problema), se divide entre 2 , hallando 34 que es el número de gallinas.

### 3. ESTRATEGIA HEURISTICA: POR ENSAYO Y ERROR:

NUMERO TOTAL DE ANIMALES ENTRE CUYES Y GALLINAS 60						
Numero cabezas 60			Numero de patas		total	Resultado 188 patas
	gallinas	cuyes	gallinas	cuyes		
si	10	50	20	200	220	No corresponde
si	15	45	30	180	210	No corresponde
si	20	40	40	160	200	No corresponde
si	25	35	50	140	190	No corresponde
si	26	34	52	136	188	RESPUESTA

### 4. ESTRATEGIA HEURISTICA: POR TABLA DE DOBLE ENTRADA

ANIMALES \	Cuyes	gallinas
Numero de animales	x	60 - x
Numero de patas	4x	2(60 - x)
Total de patas	$4x + 2(60 - x) = 188 \rightarrow x = 34$	

- Finalmente, los estudiantes realizan preguntas sobre la resolución de problemas que presentaron valorando los diferentes métodos empleados.

Por su parte el docente completa la información demostrando las estrategias que los estudiantes no lo hicieron.

#### Cierre (35 minutos)

- El docente, conduce a que los estudiantes a que reflexionen con las siguientes preguntas:
  - ¿qué proceso siguieron para resolver el problema en cada caso?
  - ¿cómo realizas la comprobación para saber si el problema está bien resuelto?
  - ¿qué dificultades tuviste?
  - ¿qué te agradó más del tema? ¿Por qué?

#### IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver los problemas

#### V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Textos de consulta de Matemática 1 del Ministerio de Educación, editorial Norma S.A.C. – Lima 2012
- Módulo de Resolución de Problemas “Resolvamos 1”, editorial El Comercio S.A. – Lima 2012
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VI, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Fichas de actividades.



### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

#### V. DATOS GENERALES:

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
1.2. UGEL : Carhuaz  
1.3. Área : Matemática  
1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>V. TITULO DE LA SESION</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: <b>ESTIMACION DE LONGITUDES Y CÁLCULO DE AREAS.</b>		
<b>II. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma movimiento y localización.	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Identifica diferencias y errores en las Argumentaciones de otros. ▪ Plantea conjeturas a partir de casos referidos a los criterios de equivalencia.

#### IV. CAPACIDADES DESAGREGADAS:

- Desarrolla la capacidad de abstracción, utilizando los conceptos de perímetro y área de regiones planas.
- Utiliza de manera adecuada, las fórmulas para el cálculo de áreas de regiones limitadas por figuras geométricas conocidas.

#### V. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.

Actividades	Estrategias didácticas	Materiales	Duración
¿Qué sabemos sobre Las áreas y perímetros de las regiones poligonales	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elaboran secciones de regiones poligonales diversas en equipo y hallan el perímetro y las áreas con una regla milimetrada.</li><li>• Socializan sus respuestas. En grupos chicos y en el plenario.</li></ul>	Hojas, cartulinas Regla Metro lineal  Papel bond Lápiz y papel.	20 minutos

<p>Demuestran las fórmulas de las diferentes áreas de regiones poligonales básicos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los participantes se organizan en equipos de 4 ó 5 estudiantes.</li> <li>• Usando cartulinas”, demuestran por la técnica de la papiroflexia las fórmulas de las áreas de las regiones poligonales básicas.</li> <li>• Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> </ul>	<p>Material: cartulinas.</p> <p>Reglas milimetradas.</p> <p>Metro</p> <p>Documento de apoyo.</p>	<p>40 minutos</p>
<p>Aplicando, las fórmulas demostradas de áreas, perímetros resuelven el problema dado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplican fórmulas en la resolución de problemas.</li> <li>• Aplican las propiedades de los polígonos en la resolución de problemas dado.</li> <li>• Usan el metro lineal para comprobar las medidas de los elementos de los polígonos. Expresan las medidas.</li> <li>• Registran las mediciones de las áreas en diversas unidades de medición.</li> <li>• Socializan sus experiencias y sacan conclusiones.</li> <li>• .Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> <li>• Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	<p>Plumones.</p> <p>Cartulina.</p> <p>Papel bond.</p> <p>Cinta masking tape.</p> <p>Regletas de</p> <p>Documento de apoyo.</p>	<p>20 minutos</p>

## VI. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- 6.1 Manifestación de conocimientos previos.
- 6.2 Análisis de textos. Elaboración de conclusiones.
- 6.3 Establecimiento de las propiedades.
- 6.4 Aplicación de propiedades de los polígonos y poliedros
- 6.5 Aplicación de fórmulas, técnicas y algoritmos.
- 6.6 Adaptación e invención de problemas.
- 6.7 Aplicación de estrategias de resolución de problemas.

## VII. EVALUACIÓN

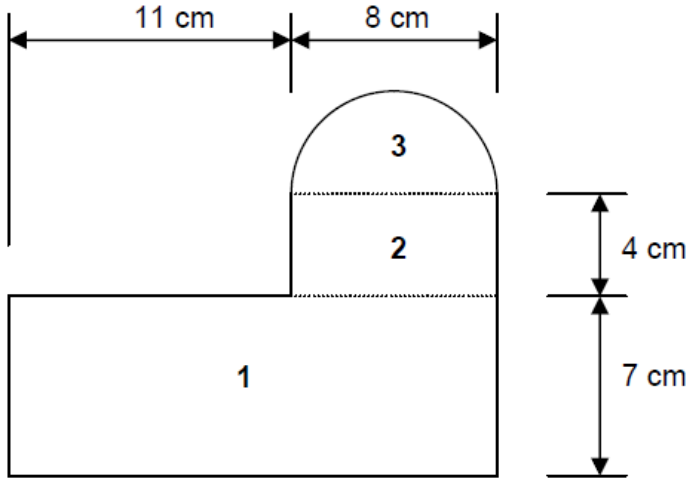
INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce los elementos de los polígonos.</li> <li>• Aplica técnicas y algoritmos en la resolución de problemas para determinar el perímetro, áreas.</li> <li>• Determina la variación porcentual del área, cuando un elemento varía.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario.</li> <li>• Portafolio.</li> <li>• Prueba de ejecución.</li> </ul>

## VIII. BIBLIOGRAFÍA.

- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- FLORES; Hernán. 1999. Problemas de Aritmética y cómo resolverlos. Editorial Racso. Lima.
- VALIENTE, Santiago. 2000. Didáctica de la Matemática. Editorial La Muralla. Madrid.

## ANEXO 04

**PROBLEMA:** Calcular el área de la siguiente figura:



Dividimos la figura en tres partes y calculamos el área de cada una de las partes:

1. Área del rectángulo =  $19 \times 7 = 133 \text{ cm}^2$
2. Área del rectángulo =  $8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$
3. Área del medio círculo =  $\frac{\pi(r)^2}{2} = \frac{3.14(4)^2}{2} = 25,12 \text{ cm}^2$

Para hallar el área total de la figura sumamos las tres áreas parciales = 133

$$+ 32 + 25,12 = 190,12 \text{ cm}^2$$



### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 05

#### VI. DATOS GENERALES:

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
1.2. UGEL : Carhuaz  
1.3. Área : Matemática  
1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>VI. TITULO DE LA SESION</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: <b>POLÍGONOS, TRIÁNGULOS</b>		
<b>II. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma movimiento y localización.	Elabora y usa estrategias	Expresa propiedades de figuras para que los reconozcan o los dibujen. Explora afirmaciones de las características de las figuras Estima, mide y calcula longitudes, áreas usando unidades convencionales

#### IV. CAPACIDADES DESAGREGADAS:

- Reconoce los elementos de los polígonos
- Establece diferencias entre las clases de triángulos.
- Deducen las fórmulas de los perímetros y áreas de los polígonos básicos.
- Resuelven problemas.

#### V. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.

Actividades	Estrategias didácticas	Materiales	Duración
¿Qué sabemos sobre los polígonos y triángulos?	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elaboran secciones de regiones poligonales diversas.</li><li>• Socializan sus respuestas. En grupos chicos y en el plenario.</li></ul>	Hojas, cartulinas Regla Metro lineal Papel bond Lápiz y papel.	20 minutos
Clasifican los polígonos y triángulos.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los participantes se organizan en equipos de 4 ó 5 personas.</li><li>• Usando cartulinas, demuestran las fórmulas de los perímetros de los polígonos y triángulos.</li></ul>	Material: cartulinas. Reglas milimetradas. Metro Documento de apoyo.	20 minutos

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelven las problemas de áreas de los triángulos y polígonos básicos.</li> </ul>		
Resuelven problemas de triángulos la vida cotidiana.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplican las propiedades de los triángulos en la resolución de problemas cotidianos.</li> <li>Usan una regla graduada (cm) para comprobar sus resultados de áreas de triángulos. Expresan las medidas.</li> <li>Registran las mediciones de los lados y perímetros de los triángulos.</li> <li>Socializan sus experiencias y sacan conclusiones.</li> <li>Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> <li>Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	Plumones. Cartulina. Papel bond. Cinta masking tape. Documento de apoyo.	60 minutos

## VII. EVALUACIÓN

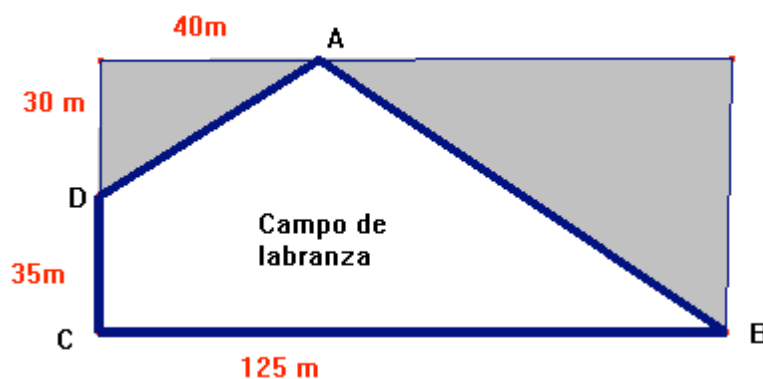
INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce los elementos correspondientes en los triángulos.</li> <li>Aplica técnicas y algoritmos en la resolución de problemas con los triángulos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cuestionario.</li> <li>Portafolio.</li> <li>Prueba de ejecución.</li> </ul>

## VIII. BIBLIOGRAFÍA.

- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- FLORES; Hernán. 1999. Problemas de Aritmética y cómo resolverlos. Editorial Racso. Lima.
- VALIENTE, Santiago. 2000. Didáctica de la Matemática. Editorial La Muralla. Madrid.

## ANEXO

15. De un campo rectangular se han suprimido dos triángulos rectángulos (tal como indica la figura), resultando un cuadrilátero ABCD que se va a utilizar como campo de labranza. ¿Cuál es el área de dicho campo de labranza medido en Ha?





### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 06

#### VII. DATOS GENERALES:

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
1.2. UGEL : Carhuaz  
1.3. Área : Matemática  
1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>VII. TITULO DE LA SESION</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: <b>VOLUMEN</b>		
<b>II.APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma movimiento y localización.	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Construir y copia modelos hechos con formas bi y tridimensionales. Expresa propiedades de figuras y cuerpos para que los reconozcan o los dibujen. Explora afirmaciones de las características de las figuras Estima, mide y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales.

#### IV. CAPACIDADES:

- Conoce los principales poliedros.
- Identifica los elementos de los poliedros.
- Resuelve problemas del área lateral y total de poliedros: exaedro y paralelepípedo.
- Calcula el volumen; exaedro y el paralelepípedo.

#### V. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.

Actividades	Estrategias didácticas	Materiales	Duración
¿Qué sabemos de poliedros?	<ul style="list-style-type: none"><li>• Diseñan bosquejos del exaedro y el paralelepípedo.</li><li>• Socializan sus respuestas. En grupos chicos y en el plenario.</li></ul>	Hojas, cartulinas Regla  Papel bond Lápiz y papel.	10 minutos
Demuestran las fórmulas del	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los participantes se organizan en equipos de 4 ó 5 personas.</li></ul>	Material: cartulinas.	



<p>área lateral y total del exaedro y el paralelepípedo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usando cartulinas, construyen por exaedro y el paralelepípedo.</li> <li>• Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> </ul>	<p>Reglas milimetradas. Metro Documento de apoyo.</p>	<p>40 minutos</p>
<p>Aplicando, las propiedades resuelven problemas de la vida cotidiana. (cajas de cartón)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplican las propiedades del Exaedro y paralelepípedo en la resolución de problemas.</li> <li>• Aplican las propiedades del volumen del exaedro en la resolución de problemas cotidianos.</li> <li>• Usan una regla graduada (cm) para comprobar las medidas de los elementos del exaedro y el paralelepípedo. Expresan las medidas.</li> <li>• Deducen la fórmula del volumen del exaedro y el paralelepípedo.</li> <li>• Socializan sus experiencias y sacan conclusiones.</li> <li>• Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> <li>• Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	<p>Plumones. Cartulina. Papel bond. Cinta masking tape. Documento de apoyo.</p>	<p>80 minutos</p>

## VI. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- 6.1 Desarrollo de talleres
- 6.2 Taller para la generación del exaedro y el paralelepípedo.
- 6.3 Taller para la deducción de las fórmulas del área lateral y total del exaedro y el paralelepípedo.
- 6.4 Aplicación de estrategias de resolución de problemas.

## VII. EVALUACIÓN

INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce los elementos correspondientes en el exaedro y el paralelepípedo.</li> <li>• Aplica técnicas y algoritmos en la resolución de problemas de áreas lateral y total del exaedro y el paralelepípedo.</li> <li>• Aplica las propiedades y fórmulas en resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario.</li> <li>• Portafolio.</li> <li>• Prueba de ejecución.</li> </ul>

## VIII. BIBLIOGRAFÍA.

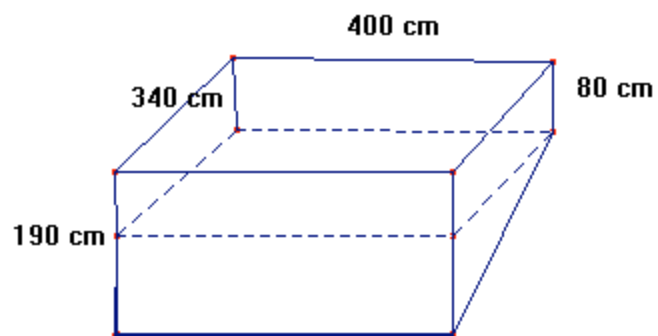
- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- FLORES; Hernán. 1999. Problemas de Aritmética y cómo resolverlos. Editorial Racso. Lima.

VALIENTE, Santiago. 2000. Didáctica de la Matemática. Editorial La Muralla. Madrid.

## ANEXO

Problema 14. Una piscina tiene las siguientes dimensiones que se observan en la figura.

Calcula cuántos litros de agua caben en dicha piscina. Si un grifo la surte de agua a razón de 25 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarla?





### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 07

#### VIII. DATOS GENERALES:

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
1.2. UGEL : Carhuaz  
1.3. Área : Matemática  
1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>VIII. TITULO DE LA SESION</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: <b>GRAFICAS ESTADISTICAS: BARRAS POLIGONOS HISTOGRAMAS OJIVAS; ESTADISTICOS DE TENDENCIA CENTRAL; MEDIA MODA MEDIANA.</b>		
<b>II. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Interpreta información estadística Comunica su interpretación por informe escrito u oral. Aprecia los datos son adecuados para el análisis estadístico Hace deducciones e inferencias

#### IV. CAPACIDADES DESAGREGADAS:

- Realiza la distribución de frecuencias de una variable estadística
- Organiza y presenta apropiadamente, mediante el uso de gráficas, los datos de acuerdo al tipo de variable que se estudia.
- Expresa las medidas de tendencia central: Media aritmética. moda y mediana.

#### V. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.

Actividades	Estrategias didácticas	Materiales	Duración
¿Qué sabemos de Estadística?	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elaboran una tabla de distribución de frecuencia.</li><li>• Socializan sus respuestas. En grupos chicos y en el plenario.</li></ul>	Hojas, cartulinas Regla  Papel bond Lápiz y papel.	20 minutos
Describen una tabla de frecuencias.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los participantes se organizan en equipos de 4 ó 5 personas.</li><li>• Elaboran gráficas de barra, sectores, bastones, histogramas, polígono de frecuencias, ojivas</li></ul>	Material: cartulinas.  Reglas milimetradas.  Documento de apoyo.	50 minutos

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> </ul>		
Expresan las medidas de tendencia central y resuelven problemas de la vida cotidiana.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hallan las medidas de tendencia central.</li> <li>Aplican las propiedades de las medidas de tendencia central en la resolución de problemas cotidianos.</li> <li>Deducen las fórmulas de las medidas de tendencia central.</li> <li>Socializan sus experiencias y sacan conclusiones.</li> <li>Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> <li>Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plumones.</li> <li>Cartulina.</li> <li>Papel bond.</li> <li>Cinta masking tape.</li> <li>Documento de apoyo.</li> </ul>	60 minutos

## VI. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- 6.1 Taller para la recopilación y organización de los datos: Elaboración del cuadro de distribución de frecuencias según el tipo de variable estadística.
- 6.2 Taller para la representación gráfica de los datos.
- 6.3 Aplicación de estrategias de resolución de problemas.

## VII. EVALUACIÓN

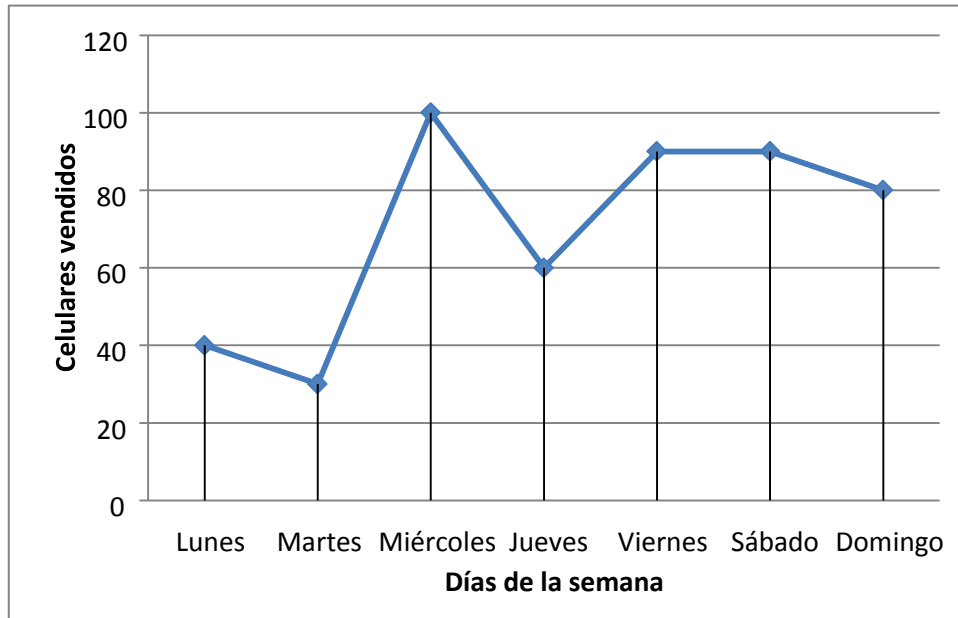
INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Elaboran el cuadro de distribución de frecuencias</li> <li>Representan gráficamente los datos.</li> <li>Hallan las medidas de tendencia central.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cuestionario.</li> <li>Portafolio.</li> <li>Prueba de ejecución.</li> </ul>

## VIII. BIBLIOGRAFÍA.

- GALDÓS I.2002. Cálculo y Estadística II. Editorial Cultural SA. Madrid España.
- PEREZ LEGOAS. Luís Alberto.2000. Estadística Básica. Editorial San Marcos. Lima
- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- PEREZ ALVA, PEREZ LEGOAS. 1986. Estadística. Editorial San marcos. Lima.
- OSORIO GONZÁLES, Augusta.2008 Estadística y Probabilidad. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.

## Anexo 07

**PROBLEMA.** José vendió teléfonos celulares durante la semana pasada, al final de cada día registró la cantidad de unidades vendidas.



Con base a los datos mostrados ¿Cuál fue el promedio de las ventas en esa semana?



### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08

I. DATOS GENERALES:

- 1.1. Institución Educativa : José María Arguedas.  
1.2. UGEL : Carhuaz  
1.3. Área : Matemática  
1.4. Ciclo/Año : VI/ 1º grado  
1.5. Duración/ Fecha : 90 minutos  
1.6. Docente : Prof(a), Victoria Julia PAMPA YANAC  
1.7. Investigadores : Bach. Yenitza Margot CERNA HARO  
Bach. Nelson H. CALVO EVARISTO  
Bach. Filder Manuel MÉNDEZ

<b>II. TÍTULO DE LA SESIÓN</b>		
Resolvamos problemas con estrategia heurísticas: <b>SUCESIONES NUMÉRICAS.</b>		
<b>III. APRENDIZAJES ESPERADOS</b>		
<b>COMPETENCIAS</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Expresa patrones y relaciones usando símbolos, y conduce a procesos de generalización.</li><li>• Comprende la igualdad o desigualdad en condiciones de una situación.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Interpreta información de series gráficas.</li><li>• Comunica su interpretación por informe escrito u oral.</li><li>• Establece los patrones de variabilidad.</li><li>• Hace deducciones e inferencias</li></ul>

#### IV. ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS.

Actividades	Estrategias didácticas	Materiales	Duración
¿Qué sabemos de las sucesiones?	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elaboran series de números pares 0,2,4,6,....</li><li>• Socializan sus respuestas. En grupos chicos y en el plenario.</li></ul>	Hojas, cartulinas Regla  Papel bond Lápiz y papel.	20 minutos
Describen una sucesión: Progresión aritmética y progresión geométrica.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los participantes se organizan en equipos de 4 ó 5 personas.</li><li>• Elaboran progresiones aritméticas y geométricas sencillas</li><li>• Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li></ul>	Material: cartulinas.  Documento de apoyo.	30 minutos
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hallan las razones aritméticas y geométricas.</li></ul>		

<p>Expresan las fórmulas de recurrencia. Hallan la fórmula del término n-ésimo y resuelven problemas de la vida cotidiana.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplican las propiedades de las progresiones aritméticas y geométricas en la resolución de problemas simples.</li> <li>• Deducen las fórmulas del término enésimo.</li> <li>• Socializan sus experiencias y sacan conclusiones.</li> <li>• Resuelven las situaciones propuestas en el documento de apoyo.</li> <li>• Proponen nuevas situaciones problemáticas.</li> </ul>	<p>Plumones. Cartulina. Papel bond. Cinta masking tape. Documento de apoyo.</p>	<p>40 minutos</p>
--	--	---	-------------------

### V. EVALUACIÓN

INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran series de razón constante</li> <li>• Resuelven problemas de series numéricas.</li> <li>• Hallan los términos que faltan en una serie cualquiera..</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario.</li> <li>• Portafolio.</li> <li>• Prueba de ejecución.</li> </ul>

### VI. BIBLIOGRAFÍA.

- COLECCIÓN ADUNI. 2004. Propedéutica para las ciencias- Razonamiento Matemático. Editorial Lumbreras. Lima.
- COVEÑAS, Manuel. 2002. Razonamiento Matemático. Editorial Coveñas. Lima
- PEREZ ALVA, PEREZ LEGOAS. 1986. Estadística. Editorial San marcos. Lima.

#### Anexo 08

#### PROBLEMA. Continúa estas series

2	5
3	
10	4

4	10
6	
20	8

, 

6	15
9	
30	16

, 

8	20
12	
40	32

, 


, 


1
3

4
2

5
7

8
6

9
11

12
10

13
15

16
14

