



**UNIVERSIDAD NACIONAL
"SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"**

ESCUELA DE POSTGRADO

**MODELO REGIONAL DE LAS INTENSIDADES
MÁXIMAS DE PRECIPITACIÓN EN LA CUENCA
DEL MANTARO – JUNÍN-2015**

**Tesis para optar el grado de Maestro
en Ciencias e Ingeniería
Mención en Ingeniería de Recursos Hídricos**

NELLS FABIO ANAYA COLONIA

Asesor: Mg. ABELARDO MANRIQUE DÍAZ SALAS

**Huaraz - Perú
2017**

Nº. Registro: T0533

MIEMBROS DEL JURADO

Dóctor Teófanés Mejía Anaya:

Presidente

Magister Javier Alberto Cotos Vera:

Secretario

Magister Abelardo Manrique Díaz Salas:

Vocal

ASESOR

Magister Abelardo Manrique Díaz Salas

ÍNDICE

	Pág.
Resumen	
Abstract	
I INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Hipótesis	2
1.3 variables	2
II MARCO TEÓRICO	4
2.1 Antecedentes	4
2.2 Bases teóricas	5
2.2.1 Modelos probabilísticos usados frecuentemente usados en el estudio de intensidades máximas de precipitación	5
i. Distribución normal	6
ii. Distribución log – normal	9
iii. Distribución exponencial	11
iv. Distribución gamma	12
v. Distribución Pearson III	16
vi. Distrución log-Pearson tipo III	18
vii. Distribución Gumbel	20
viii. Distribución Log – Gumbel	22

2.2.2	Definición del modelo probabilístico adecuado para las intensidades máximas de precipitación	23
i.	Prueba de ajuste de chi-cuadro	25
2.2.3	Tormenta de diseño	29
2.2.4	Utilidad de las curvas Intensidad – Duración – Frecuencia	30
2.3	Definición de términos	31
III	METODOLOGIA	38
3.1	Tipo y Diseño de investigación	38
3.2	Plan de recolección de la información y/o diseño estadístico	39
	- Población	39
	- Muestra	40
3.3	Instrumento(s) de recolección de la información	40
3.4	Plan de procesamiento y análisis estadístico de la información	40
IV	RESULTADOS	44
V	DISCUSIÓN	58
VI	CONCLUSIONES	60
VII	RECOMENDACIONES	61
VIII	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	62
	ANEXO	64

ÍNDICE DE CUADROS

N°		PAG
1.1	Cuadro de operacionalización de variables	3
2.1	Número de parámetros de los modelos	28
4.1	Ubicación de los pluviógrafos en la cuenca del río Mantaro	46
4.2	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huichicocha	47
4.3	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Cercapuquio	48
4.4	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Palaco	48
4.5	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Chilicocha	49
4.6	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Astobamba	49
4.7	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huancavelica	50
4.8	Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huapa	50
4.9	Intensidades máximas de precipitación según la ley Gumbel	51
4.10	Parámetros de la ecuación USA en las diferentes estaciones Pluviograficas	52

4.11	Correlación de intensidades máximas de precipitación observadas y estimadas (modelo USA).	56
4.12	Ecuaciones matemáticas de las curvas IDF para las estaciones pluviográficas de la cuenca del río Mantaro	57

ÍNDICE DE FIGURAS

N°		PAG
3.1.	Diseño de investigación	39
3.2.	Algoritmo para obtener el modelo regional de las intensidades máximas de precipitación	43
4.1.	Cuenca del río Mantaro	46
4.2.	Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huichicocha	53
4.3.	Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Cercapuquio	53
4.4.	Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Palaco	54
4.5.	Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Chilicocha	54
4.6.	Correlación de las intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Astobamba	55
4.7.	Correlación de las intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huancacelica	55
4.8.	Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huapa.	56

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO 1	PAG
1.1 Datos de precipitaciones máximas de Huichicocha	64
1.2 Datos de precipitaciones máximas de Cercapuquio	65
1.3 Datos de precipitaciones máximas de Palaco	65
1.4 Datos de precipitaciones máximas de Chilicocha	66
1.5 Datos de precipitaciones máximas de Astobamba	66
1.6 Datos de precipitaciones máximas de Huancavelica	67
1.7 Datos de precipitaciones máximas de Huapa	67

RESUMEN

El propósito fundamental de la presente investigación fue Estimar un modelo regional para las intensidades máximas de precipitación, para diferentes tiempos de duración y periodos de retorno en la cuenca del Mantaro.

Investigación retrospectiva, explicativa de diseño no experimental de corte longitudinal. La muestra estuvo conformada por un conjunto de datos recopilados de cada estación pluviográfica, el instrumento de recolección de la información necesaria adquirida del SENAMHI o de ELECTROPERU, son los registros de precipitaciones diarias y horarias y el procedimiento es recopilar las precipitaciones máximas, calcular las intensidades máximas de precipitación, buscar el modelo probabilístico adecuado y tabular las intensidades máximas de precipitación.

Finalmente, se presenta los resultados referentes a los parámetros del modelo USA, que se han obtenido, mediante el método de correlación múltiple no lineal, los resultados obtenidos mediante este método son significativos, los mismos han sido comprobados mediante la prueba de correlación entre las intensidades máximas de precipitación observadas y estimas con el modelo USA.

Se concluye que El modelo adecuado para describir el comportamiento espacial y temporal de las intensidades máximas de precipitación en la cuenca del río Mantaro es el modelo de Gumbel.

Palabras Clave: curvas Intensidad–Duración–Frecuencia, precipitación máxima fórmula USA, distribución para valores extremos.

ABSTRACT

The main purpose of the present research was to estimate a regional model for the maximum precipitation intensities, for different duration times and return periods in the Mantaro basin.

Retrospective, explanatory research of non-experimental longitudinal cut design. The sample consisted of a set of data collected from each rain station, the instrument for collecting the necessary information acquired from SENAMHI or from ELECTROPERU, are daily and hourly rainfall records and the procedure is to collect the maximum precipitation, calculate the intensities Maximum precipitation, find the appropriate probabilistic model and tabulate the maximum precipitation intensities.

Finally, the results of the US model parameters obtained through the non-linear multiple correlation method are presented, the results obtained using this method are significant, they have been verified by the correlation test between the intensities Maximum precipitation observed and estimated with the USA model.

It is concluded that the model suitable to describe the spatial and temporal behavior of maximum precipitation intensities in the Mantaro river basin is the Gumbel model.

Keywords: Intensity-Duration-Frequency curves, maximum precipitation USA formula, distribution for extreme values.

I. INTRODUCCIÓN

El diseño de obras hidráulicas requiere como dato de entrada, entre otros, la tormenta de diseño, que se obtiene a partir de las curvas intensidad-duración-frecuencia (I- D-F).

El aporte del presente trabajo consiste en que es una herramienta para estimar las intensidades máximas de precipitación para un tiempo de duración igual al tiempo de concentración de la cuenca, y aplicar en cuencas donde no existen pluviógrafos. La intensidad máxima de precipitación en la fórmula USA está en función del tiempo de retorno y del periodo de duración y esta se utiliza en la estimación de caudales de diseño con la fórmula racional.

Para estimar el caudal de diseño de las obras hidráulicas, es necesario conocer el comportamiento temporal y espacial de la intensidad máxima de precipitación. La estimación de la intensidad máxima de precipitación en zonas donde no existen pluviógrafos no es posible, por esta razón es necesario tener modelos regionales que permitan hallar la intensidad máxima de precipitación.

Se ha evaluado el comportamiento temporal y espacial de las intensidades máximas de precipitación, en la cuenca del río Mantaro, esta cuenca tiene 7 pluviógrafos. El objetivo es hallar el modelo regional, para lo cual se han estimado los parámetros regionales de la fórmula USA. Antes de estimar los parámetros de la fórmula USA se ha buscado el modelo probabilístico adecuado para las intensidades máximas de precipitación, esto se realiza mediante las pruebas estadísticas de bondad de ajuste.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos generales

Estimar un modelo regional para las intensidades máximas de precipitación, para diferentes tiempos de duración y periodos de retorno en la cuenca del Mantaro.

1.1.2 Objetivos específicos

- Buscar el modelo probabilístico adecuado para las intensidades máximas de precipitación.
- Determinar los parámetros de la fórmula USA en los diferentes estaciones pluviográficas.

1.2 Hipótesis

Las intensidades máximas de precipitación se estiman mediante modelo regional.

1.3 Variables

1.3.1 Definición de variables

- **Intensidades máximas de precipitación**

Es la precipitación máxima por unidad de tiempo, para cada periodo de retorno, su unidad está en mm/hr.

- **Modelos probalísticos**

Son expresiones matemáticas que están en función de los parámetros estadísticos.

- **Modelo regional de Intensidades máximas de precipitación**

Son ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento espacial y temporal de las intensidades máximas de precipitación.

1.3.2 Operacionalización de las variables

Las intensidades máximas de precipitación han sido registrados en diferentes estaciones pluviográficas.

El comportamiento temporal y espacial de las intensidades máximas de precipitaciones es posible explicar mediante modelos probabilísticos y modelos regionales. La operacionalización de variables se presenta en el siguiente cuadro 1.1.

Cuadro 1.1: Cuadro de operacionalización de variables

VARIABLES	DEFINICION CONCEPTUAL	DIMENSIONES	DEFINICIÓN OPERACIONAL	INDICADORES
Intensidades máximas de precipitación	Es la precipitación máxima por unidad de tiempo, para cada periodo de retorno,	Lamina precipitada por unidad de tiempo	Se obtienen del de los registros de ELECTROPERU.	$\frac{mm}{\square r}$
Modelos probabilísticos	Son expresiones matemáticas que están en función de los parámetros estadísticos.	Sin dimensión	Ecuaciones matemáticas	Ecuaciones teóricas
Modelos regionales	Ecuaciones matemáticas para las las intensidades máximas de precipitación	Sin dimensión	Ecuaciones matemáticas	Ecuaciones teóricas.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes internacionales

Silviera 2014 ha hecho estudios para actualizar las curvas intensidad-duración – frecuencia en el departamento de Montevideo de la república de Uruguay, en este estudio se han encontrado los parámetros de fórmula USA.

Tapia Pizarro, R; Abarza Martínez, A; Flores Villanelo, JP (2001) realizaron en Chile un análisis comparativo de las curvas Intensidad – Duración – Frecuencia (IDF) en 6 estaciones pluviográficas, al evaluar encontraron que el modelo probabilístico de Gumbel es el modelo adecuado para interpretar el comportamiento temporal de las intensidades máximas. Como resultado del estudio, han elaborado tablas de uso práctico para la extrapolación de las curvas hacia zonas sin pluviógrafos. Finalmente en función de los resultados obtenidos, recomienda usar 6 modelos ajustados, para su utilización y extrapolación en zonas o estaciones cercanas con regímenes climáticos similares.

2.1.2 Antecedentes Nacionales

García Naranjo Bustos, M. 2009, ha analizado las curvas intensidad – duración – frecuencia de la estación pluviográfica de Tocache y a estimado los parámetros de la fórmula USA. Trabajó en una sola estación para 17 años de registro y para los periodos de duración de 1, 2, 4, 6, 8, 12 y 24 horas.

Díaz Salas (2010) describe la metodología para buscar el modelo adecuado para interpretar el comportamiento temporal y espacial de las descargas máximas instantáneas en la cuenca del río Santa. Esta misma metodología se puede aplicar para interpretar el comportamiento temporal de las intensidades máximas de precipitación.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Modelos probabilísticos usados frecuentemente en el estudio de intensidades máximas de precipitación

Ministerio de Transportes y Comunicaciones (2011), indica que para determinar las curvas IDF se necesita contar con registros pluviográficos de lluvia en el lugar de interés y seleccionar las lluvias más intensas para diferentes periodos de duración de cada año, con el objeto de obtener series de intensidades máximas de precipitación para cada periodo de duración. Cada serie de intensidades máximas correspondiente a un periodo de duración se somete a un análisis probabilístico buscando el modelo probabilístico adecuado, la cual se presenta en un gráfico único de intensidad máxima versus duración, teniendo como parámetro el periodo de retorno.

Villón Bejar, M. (2002) en el libro de Hidrología Estadística indica que el hidrólogo generalmente dispone de un registro de datos hidrometeorológicos (precipitación, caudales, etc.), a través de su conocimiento del problema físico, escogerá un modelo probabilístico a usar, que represente adecuadamente el comportamiento de la variable. Los modelos probabilísticos descritos en la publicación indicada son: distribución normal, distribución log – normal, distribución logarítmico normal, distribución gamma, distribución Person tipo III, distribución log Pearson tipo III, distribución Gumbel y distribución log Gumbel.

i Distribución normal

La función densidad de la distribución está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (2.1)$$

Donde:

$f(x)$ = función densidad de probabilidad

x = variable aleatoria

σ = desviación estándar de la población

μ = media poblacional

En la ecuación (2.1) μ y σ son parámetros de la distribución normal, los cuales se estiman mediante el método de momentos o de máxima verosimilitud y son iguales al promedio y desviación estándar de la muestra (datos). Se estiman mediante las siguientes ecuaciones (Ven, Maidment y Ways 1994):

$$\bar{x} = E(x) = \mu \quad (2.2)$$

$$s = E(x - \bar{x})^2 = \dagger \quad (2.3)$$

Donde:

\bar{x} = promedio aritmético de la muestra

s = desviación estándar de la muestra

La función acumulada de la distribución normal está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (2.4)$$

Las ecuaciones (2.1) y (2.4) se simplifican definiendo una nueva variable aleatoria llamada z (variable normal estándar) que se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$z = \frac{\hat{x} - \mu}{\sigma} \quad (2.5)$$

$$dx = \dagger dz \quad (2.6)$$

La variable z , tiene media cero ($\mu = 0$), y la desviación estándar uno ($\dagger = 1$). Reemplazando la ecuación (2.5) en (2.1) se obtiene, la función de densidad de la variable normal estándar.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad (2.7)$$

La función de distribución acumulada de la variable normal estándar se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(z)dz \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) como la ecuación (2.4) no es integrable analíticamente. Los valores de la ecuación (2.8) se obtienen de tablas de distribución normal estándar, o se pueden obtener mediante las técnicas de métodos numéricos (integración numérica), o se pueden aproximar mediante el polinomio de Abramowitz y Stugen, dada por la siguiente ecuación (Ven, Maidment y Ways 1994):

$$B = \frac{1}{2} \left[1 + 0.196854|z| + 0.115194|z|^2 + 0.000344|z|^3 + 0.019527|z|^4 \right]^{-4} \quad (2.9)$$

Donde:

$|z|$ = valor absoluto de z

$$F(z) = B \quad \text{para } z < 0 \quad (2.10)$$

$$F(z) = 1 - B \quad \text{para } z \geq 0 \quad (2.11)$$

Los valores de \hat{x} según el modelo probabilístico normal se obtiene reemplazando el valor de z obtenido mediante la ecuación (2.10) o (2.11) en la ecuación (2.5), dada por la siguiente expresión:

$$\hat{x} = \bar{x} + \sigma_x z \quad (2.12)$$

Donde:

\hat{x} = valor ajustado a la distribución normal

\bar{x} = promedio de la muestra

σ_x = desviación estándar de la muestra

ii Distribución log – normal

Varas y Bois. 1998 indican, que las variables físicas de interés en hidrología (precipitación, evaporación y otras) son generalmente positivas, por lo cual es usual que presenten distribuciones de frecuencias asimétricas. Por ello, algunos investigadores han propuesto aplicar una transformación logarítmica a la variable de interés y luego utilizar el modelo de distribución normal para la variable transformada. La distribución así obtenida se denomina logarítmico-normal.

Si X es una variable aleatoria, con funciones de densidad de probabilidad asimétricas y si se define una nueva variable como $Y = LnX$, que presenta una distribución normal (simétrica) con media \bar{y} y variancia \dagger_y^2 , entonces se afirma que la variable X tiene una distribución logarítmico-normal. Las ecuaciones de esta distribución son:

$$Y = LnX \quad (2.13)$$

La función de densidad de y es:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2f\dagger_y}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\bar{y}}{\dagger_y}\right)^2} \quad 0 < y < \infty \quad (2.14)$$

Donde:

$$\bar{y} = \overline{LnX} \quad (2.15)$$

$$\dagger_y = \dagger_{LnX} \quad (2.16)$$

La función de densidad de x es:

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2f}\dagger_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\hat{y}}{\dagger_y}\right)^2} \quad 0 < x < \infty \quad (2.17)$$

La función distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(y) = \int_{Ln(x)>0}^x f(y)dy \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) analíticamente no es integrable. Las ecuaciones (2.17) y (2.18) se simplifican definiendo una variable llamada z (variable normal estándar) expresada mediante la siguiente ecuación:

$$z = \frac{\hat{y} - \mu_y}{\sigma_y} \quad (2.19)$$

$$dy = \dagger_y dz \quad (2.20)$$

Esta variable como se ha indicado anteriormente tiene media cero y la desviación estándar uno. Reemplazando la ecuación (2.19) y (2.20) y las propiedades de $z \rightarrow (0,1)$ en la ecuación (2.18) se obtiene la siguiente ecuación:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2f}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) es igual a la ecuación (2.8). Los valores de \hat{y} según la distribución normal se obtiene de la ecuación (2.19):

$$\hat{y} = \bar{y} + \sigma_y z \quad (2.22)$$

donde:

\hat{y} = valor ajustado a la distribución normal

\bar{y} = promedio de los logaritmos (logaritmos de x) de la muestra

\dagger_y = desviación estándar de los logaritmos (logaritmos de x) de la muestra

Los valores de \hat{x} según el modelo probabilístico logarítmico normal es obtenida a partir de la ecuación (2.13).

$$\hat{x} = e^{\hat{y}} \quad (2.23)$$

Donde:

\hat{x} = valor de la variable aleatoria ajustada a la distribución logarítmico normal.

iii Distribución exponencial

Algunas secuencias de eventos hidrológicos como la ocurrencia de precipitación, pueden considerarse como procesos de Poisson, en los cuales los eventos ocurren instantánea e independientemente en un horizonte de tiempo. El tiempo entre tales eventos está descrito por una distribución exponencial cuyo parámetro λ que es la tasa media de ocurrencia de los eventos (Ven, Maidment, y Ways, 1994).

La función densidad de un modelo probabilístico exponencial está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Donde:

λ = parámetro de la distribución exponencial

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2.25)$$

El valor de \hat{x} (valor ajustado a la distribución exponencial) se obtiene a partir de la ecuación (2.25).

$$\hat{x} = \frac{-\ln 1 - F x}{\lambda} \quad (2.26)$$

Mediante el método de máxima verosimilitud o el método de momentos se demuestra que el parámetro λ se estima mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{X}} \quad (2.27)$$

Reemplazando la ecuación (2.27) en (2.26) se obtiene:

$$\hat{x} = -\ln 1 - F x \bar{x} \quad (2.28)$$

iv **Distribución gamma**

El tiempo que toma la ocurrencia de un número β de eventos en un proceso de Poisson está descrito por la distribución gamma, la cual es la distribución de una suma de β variables aleatorias independientes e idénticas, distribuidos exponencialmente. La distribución gamma es muy útil para la descripción de variables hidrológicas asimétricas sin el uso de la transformación logarítmica. La distribución gamma incluye la función gamma $\Gamma \beta$ (Ven, Maidment,y Ways, 1994).

La distribución Gamma, tiene la función de densidad definida por:

$$f(x) = \frac{x^{r-1} e^{-\frac{x}{s}}}{s^r \Gamma(r)} \quad x \geq 0 \quad (2.29)$$

Donde:

r, s = Parámetros positivos

$\Gamma(r)$ = Función gamma de r

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{r-1} dx \quad \text{para } r > 0 \quad (2.30)$$

Villón 2002, indica que integrando por partes la ecuación (2.30) se obtiene:

$$\Gamma(r + 1) = r\Gamma(r) \quad (2.31)$$

Las propiedades principales de la función Gamma son:

a. $\Gamma \alpha = \alpha - 1 ! \quad (2.32)$

b. $\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1 \quad (2.33)$

c. $\Gamma(1/2) = \Gamma(f) \quad (2.34)$

d. $\Gamma(0) = \infty \quad (2.35)$

En general para calcular $\Gamma(r)$, se pueden utilizar los siguientes criterios:

1. Para $r < 0$ la función $\Gamma(r)$ se calcula transformando la ecuación (2.31) a la siguiente ecuación:

$$\Gamma(r) = \frac{\Gamma(r + 1)}{r} \quad (2.36)$$

La función gamma establecida mediante la ecuación (2.30) para $x < 0$ no converge; mediante la ecuación (2.36) se pueden calcular la función gamma para todos números reales y complejos, excepto para $\alpha = -n$, $n = 0, -1 - 2, \dots$, en consecuencia la ecuación (2.36) es válida sólo cuando $r \neq -n$. Para $0 \leq r \leq 1$ la función $\Gamma(r + 1)$ se calcula mediante la aproximación polinomial de octavo grado (villón 2002).

$$\Gamma(r + 1) = r! = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 + a_4 r^4 + a_5 r^5 + a_6 r^6 + a_7 r^7 + a_8 r^8 \quad (2.37)$$

Donde:

$a_0 = 1.00$	$a_3 = -0.897056937$	$a_6 = 0.482199394$
$a_1 = -0.577191652$	$a_4 = 0.918206857$	$a_7 = -0.193527818$
$a_2 = 0.988205891$	$a_5 = -0.756704078$	$a_8 = 0.035868343$

2. Para $r > 1$ la función $\Gamma(r + 1)$, se calcula mediante la ecuación $\Gamma(r) = (r - 1)\Gamma(r - 1)$ o mediante la aplicación del ajuste polinomial por la serie asintótica de Sterling:

$$\Gamma(\alpha) = \alpha^\alpha e^{-\alpha} \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} \left(1 + \frac{1}{12\alpha} + \frac{1}{288\alpha^2} - \frac{139}{51840\alpha^3} - \frac{571}{2488320\alpha^4} + \dots \right) \quad (2.38)$$

3. Para valores de r grande y positiva la función $\Gamma(r + 1)$ se puede calcular con la aproximación factorial de Sterling:

$$\Gamma(r + 1) = r! \cong \sqrt{2\pi r} r^r e^{-r} \quad (2.39)$$

La función de distribución gamma acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_0^x \frac{x^{r-1} e^{-x}}{\Gamma(r)} dx \quad (2.40)$$

La ecuación (2.40) no es directamente integrable, sus valores se calculan mediante las técnicas de integración numérica y existen tablas de esta distribución denominadas “Función Gamma Incompleta”, llamada así porque los valores en tabla son sólo para valores enteros positivos de r .

Sí r es un número natural, la función de distribución acumulada puede determinarse mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \left[1 + \frac{x}{s} + \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{s} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{x}{s} \right)^3 + \dots + \frac{1}{(r-1)!} \left(\frac{x}{s} \right)^{r-1} \right] e^{-\frac{x}{s}}; & x > 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

Haciendo un cambio de variable se tiene:

$$Y = \frac{x}{s} \quad (2.42)$$

Reemplazando la ecuación (2.42) en (2.40) se obtiene:

$$G(y) = \int_0^y \frac{Y^{r-1} e^{-Y}}{\Gamma(r)} dy \quad (2.43)$$

Reemplazando la ecuación (2.43) en la ecuación (2.41), se obtiene:

$$G(y) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \left[1 + Y + \frac{1}{2!} (Y)^2 + \frac{1}{3!} (Y)^3 + \dots + \frac{1}{(r-1)!} (Y)^{r-1} \right] e^{-Y}; & x > 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

Los valores de \hat{x} ajustados a la distribución Gamma se obtienen de la ecuación (2.42):

$$\hat{x} = \frac{Y}{\beta} \quad (2.45)$$

Los valores de Y se halla de la ecuación (2.44) para diferentes probabilidades, los valores de α y s se estiman mediante el método de momentos (Villón 2002):

$$\bar{X} = E(x) = r s \quad (2.46)$$

$$S^2 = s^2 r \quad (2.47)$$

v **Distribución Pearson III**

La función densidad de probabilidades de la distribución Pearson Tipo III, está definida por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{(x - x_0)^{r-1} e^{-\frac{(x-x_0)}{s}}}{s^r \Gamma(r)} \quad (2.48)$$

Para:

$$\begin{aligned} X_0 &\leq x < \infty; \\ -\infty &< x_0 < \infty \\ 0 &< s < \infty \\ 0 &< r < \infty \end{aligned} \quad (2.49)$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_{x_0}^x \frac{(x - x_0)^{r-1} e^{-\frac{(x-x_0)}{s}}}{s^r \Gamma(r)} dx \quad (2.50)$$

Donde:

x = variable aleatoria

x_0 = origen de la variable x , parámetro de posición (valor inicial)

s = parámetro de escala

r = parámetro de forma

Haciendo cambio de variable se tiene:

$$Y = \frac{(x - x_0)}{s} \quad (2.51)$$

Reemplazando la ecuación (2.51) en (2.48) se obtiene:

$$f(y) = \frac{Y^{r-1} e^{-Y}}{s \Gamma(r)} \quad (2.52)$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(y) = \int_0^y \frac{Y^{\Gamma-1} e^{-y}}{\Gamma(\Gamma)} dy \quad (2.53)$$

La ecuación (2.53) tiene parámetro Γ cuya variable tiene origen en $Y = 0$, ó en $x = x_0$.

La ecuación (2.53) es igual a la ecuación (2.43) lo cual se resuelve usando tablas o mediante métodos numéricos. La solución de la ecuación (2.53) permite encontrar el valor de Y para diferentes valores de $F(y)$.

Los parámetros de la distribución Pearson Tipo III estimados por el método de momentos son (Villón 2002):

$$\bar{x} = x_0 + \beta\alpha \quad (2.54)$$

$$s^2 = s^2\Gamma \quad (2.55)$$

$$C_s = g = \frac{2}{\sqrt{\Gamma}} \quad (2.56)$$

Donde:

\bar{x} = promedio de la muestra

s^2 = variancia de la muestra

g = coeficiente de sesgo de la muestra

Resolviendo las ecuaciones (2.54), (2.55) y (2.56) se obtiene:

$$\Gamma = \frac{4}{g^2} \quad (2.57)$$

$$s = \frac{gS}{2} \quad (2.58)$$

$$x_0 = \bar{x} - \frac{2S}{g} \quad (2.59)$$

El valor de \hat{x} ajustado al modelo de Pearson Tipo III para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{x} = Y\beta + x_0 \quad (2.60)$$

vi **Distribución log-Pearson tipo III**

Villón 2002 indica que una variable aleatoria X tiene una distribución log Pearson tipo III, si la función de densidad de probabilidades está dada por:

$$f(x) = \frac{(\ln x - x_0)^{r-1} e^{-\frac{(\ln x - x_0)}{s}}}{s^r \Gamma(r)} \quad (2.61)$$

Para:

$$\begin{aligned} X_0 &\leq x < \infty; \\ -\infty &< x_0 < \infty \\ 0 &< s < \infty \\ 0 &< r < \infty \end{aligned} \quad (2.62)$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_{x_0}^x \frac{(\ln x - x_0)^{r-1} e^{-\frac{(\ln x - x_0)}{s}}}{s^r \Gamma(r)} dx \quad (2.63)$$

Donde:

x = variable aleatoria

x_0 = origen de la variable x, parámetro de posición (valor inicial)

s = parámetro de escala

r = parámetro de forma

Haciendo cambio de variable se tiene:

$$Y = \frac{(\ln x - x_0)}{s} \quad (2.64)$$

Reemplazando la ecuación (2.64) en (2.61) se obtiene:

$$f(y) = \frac{Y^{r-1} e^{-Y}}{s \Gamma(r)} \quad (2.65)$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(y) = \int_0^y \frac{Y^{r-1} e^{-Y}}{\Gamma(r)} dy \quad (2.66)$$

La ecuación (2.66) tiene parámetro r cuya variable tiene origen en $Y = 0$, ó en $x = x_0$.

La ecuación (2.66) es igual a la ecuación (2.43) lo cual se resuelve usando tablas o mediante métodos numéricos. La solución de la ecuación (2.66) permite encontrar el valor de Y para diferentes valores de $F(y)$.

Para calcular los parámetros de la serie de datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, se hallan los logaritmos, luego se calcula la media, desviación estándar y el coeficiente de sesgo, con las siguientes ecuaciones:

Media:

$$\bar{X}_{\ln x} = \frac{\sum \ln x}{n} \quad (2.67)$$

Desviación estándar:

$$S_{\ln x} = \frac{\sqrt{\sum \ln x - \bar{X}_{\ln x}^2}}{n-1} \quad (2.68)$$

Coficiente de sesgo:

$$G_{\ln x} = \frac{n \sum \ln x - \bar{X}_{\ln x}^3}{n-1 \quad n-2 \quad S_{\ln x}^3} \quad (2.69)$$

Los parámetros de la distribución log Pearson Tipo III estimados por el método de momentos son (Villón 2002):

$$\alpha = \frac{4}{G_{\ln x}^2} \quad (2.70)$$

$$\beta = \frac{G_{\ln x} \quad S_{\ln x}}{2} \quad (2.71)$$

$$x_0 = \bar{X}_{\ln x} - \frac{2S_{\ln x}}{G_{\ln x}} \quad (2.72)$$

El valor de \hat{x} ajustado al modelo log Pearson Tipo III para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{x} = e^{Y\beta + x_0} \quad (2.73)$$

vii **Distribución Gumbel**

Varas y Bois 1998 indican que este modelo también conocido con el nombre de distribución de valores extremos tipo I. Este modelo representa la distribución límite del mayor valor de n valores xi, independientes e idénticamente distribuidos con una distribución de tipo exponencial a medida que n crece indefinidamente.

Este modelo probabilístico es de la distribución de valores extremo, de tipo doblemente exponencial, la función de densidad se expresa matemáticamente por:

$$f(x) = \frac{1}{r} e^{\left[-\frac{x-s}{r}\right]} e^{-e^{\left[-\frac{x-s}{r}\right]}} \quad (2.74)$$

$$f(x) = \frac{1}{r} e^{\left[-\frac{x-s}{r}\right]} e^{\left[-\frac{x-s}{r}\right]} \quad (2.75)$$

Donde:

x = variable aleatoria

r, s = parámetro de la distribución de valores extremos Tipo I o doblemente exponencial.

$$-\infty < x < \infty$$

$0 < r < \infty$ = parámetro de escala

$-\infty < s < \infty$ = parámetro de posición, llamado como moda.

Haciendo cambio de variable se tiene:

$$w = \frac{x-s}{r} \quad (2.76)$$

$$dx = r dw \quad (2.77)$$

$$f_w = \frac{1}{\alpha} e^{-w-e^{-w}} \quad (2.78)$$

La función de distribución acumulada se obtiene integrando la ecuación

(2.78)

$$F(w) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^w d e^{-e^{-w}} = e^{-e^{-w}} \Big|_{-\infty}^w = e^{-e^{-w}} \quad (2.79)$$

Los estimadores de los parámetros de la distribución Gumbel obtenidos mediante el método de momentos son (Villón 202):

$$\beta = \bar{x} - 0.45\sigma_x \quad (2.80)$$

$$r = 0.78\sigma_x \quad (2.81)$$

Donde:

\hat{x} = promedio de la muestra

\dagger_x = desviación estándar de la muestra

El valor de \hat{x} ajustado al modelo Gumbel para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación (ecuación obtenida de 2.76):

$$\hat{x} = \beta + \alpha w \quad (2.82)$$

viii Distribución Log – Gumbel

Villón 2002 indica que una variable aleatoria X tiene una distribución log Gumbel, si la función de distribución acumulada de log Gumbel, está dada por la ecuación:

$$F(w) = e^{-e^{-w}} \quad (2.83)$$

Donde:

$$w = \frac{\ln x - S}{r} \quad (2.84)$$

x = variable aleatoria

r, S = parámetro de la distribución de valores extremos Tipo I o doblemente exponencial.

$$-\infty < x < \infty$$

$0 < r < \infty$ = parámetro de escala

$-\infty < S < \infty$ = parámetro de posición, llamado como moda.

Para calcular los parámetros de la serie de datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, se hallan los logaritmos, luego se calcula la media, desviación estándar y el coeficiente de sesgo, con las siguientes ecuaciones:

Media:

$$\bar{X}_{\ln x} = \frac{\sum \ln x}{n} \quad (2.85)$$

Desviación estándar:

$$S_{\ln x} = \frac{\sqrt{\sum \ln x - \bar{X}_{\ln x}^2}}{n-1} \quad (2.86)$$

Los parámetros de la distribución log Gumbel estimados por el método de momentos son (Villón 2002):

$$\alpha = 0.78S_{\ln x} \quad (2.87)$$

$$\beta = \bar{X}_{\ln x} - 0.45S_{\ln x} \quad (2.89)$$

El valor de \hat{x} ajustado al modelo log Gumbel para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{x} = e^{w\alpha + \beta} \quad (2.90)$$

2.2.2 Definición del modelo probabilísticos adecuado para las intensidades máximas de la precipitación.

Para utilizar estos modelos probabilísticos se deben calcular sus parámetros y desarrollar la prueba de bondad de ajuste. Si el ajuste es bueno se puede utilizar la distribución elegida, después de encontrar el modelo adecuado que rige para las intensidades máximas de precipitación, se podrá predecir con determinada probabilidad, la ocurrencia de una determinada magnitud. También se podrá

determinar la magnitud de la intensidad máxima para un determinado periodo de retorno.

El procedimiento para verificar el comportamiento de un modelo matemático, ya sea probabilístico o determinístico, es comparar las predicciones efectuadas con el modelo y los datos observaciones de la realidad. Si el modelo fuese determinístico, y no existiese error experimental, entonces la comparación con los valores observados sería simple y concluyente. Sin embargo en el caso de modelos probabilísticos, debido a la naturaleza misma del modelo, las observaciones son sólo una muestra de la realidad, y en consecuencia una repetición del ensayo puede dar un resultado diferente. Resulta pues poco probable encontrar una correspondencia exacta entre modelos (datos generados) y la realidad (datos observados), aun cuando las hipótesis sean válidas. Por ello, es necesario definir la magnitud de la discrepancia que puede obtenerse sin que sea necesario desechar la hipótesis estudiada (Varas y Bois 1998)

Para la definición del modelo probabilístico adecuado para el estudio de las intensidades máximas de precipitación instantáneas existen varias pruebas de bondad de ajuste como las pruebas gráficas y estadísticas. Estas pruebas consisten en comprobar gráficamente y estadísticamente, si la frecuencia empírica de la serie analizada, se ajusta a una determinada función de probabilidades teórica seleccionada a priori, con los parámetros estimados a partir de los datos muestrales (Villón 2002).

i. Prueba de ajuste de chi – cuadrado

La prueba de chi-cuadrado consiste en comparar las frecuencias observadas y esperadas (frecuencias teóricas), con la finalidad de comparar la bondad de ajuste de la distribución empírica a una distribución teórica conocida. Existen dos maneras de realizar esta prueba:

1. Estableciendo celdas (intervalos de clase) de igual tamaño, en la que las frecuencias esperada (frecuencia teórica) de cada una intervalo de clase son en general diferentes. El procedimiento para realizar la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado, con celdas con diferente frecuencia esperada es:
 - a. Dividir la serie de datos en k celdas (intervalos de clase), de preferencia se debe escoger $k \geq 5$. El tamaño de la serie histórica viene a ser el tamaño de la muestra.
 - b. Calcular la frecuencia observada. La frecuencia observada (f_{o_i}) es el número de datos que están comprendidos en cada intervalo de clase (de igual tamaño en este caso).
 - c. Calcular la frecuencia esperada (frecuencia teórica), en cada intervalo de clase con la siguiente ecuación:

$$f_{e_i} = N * P(z) \quad (2.91)$$

Donde:

N = número de datos observados (tamaño de la muestra)

$P(z)$ = probabilidad esperada o teórica para el límite superior de cada intervalo de clase. El valor de $P(z)$ es determinado para cada modelo probabilístico que se está trabajando.

d. Calcular el chi-cuadrado calculado, con la siguiente ecuación:

$$X_c^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(fe_i - fo_i)^2}{fe_i} \quad (2.92)$$

Donde

X_c^2 = Chi-cuadrado calculado

fo = frecuencia observada o empírica

fe = frecuencia esperada o teórica

m = número de intervalos de clase o número de celdas.

2. Otra manera de realizar la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado es estableciendo que cada celda (intervalo de clase) tenga la misma frecuencia esperada (frecuencia teórica), en este caso los tamaños del intervalo de clase son diferentes. El procedimiento para realizar la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado, con celdas con igual frecuencia esperada es:

a. Dividir la serie de datos en k celdas (intervalos de clase), de preferencia se debe escoger $k \geq 5$. El tamaño de la serie histórica viene a ser el tamaño de la muestra.

b. Calcular la probabilidad esperada de cada intervalo de clase mediante la siguiente ecuación:

$$P_i = \frac{1}{k} \quad (2.93)$$

c. Calcular la frecuencia esperada (frecuencia teórica), de cada intervalo de clase con la siguiente ecuación:

$$NP_i = N \left(\frac{1}{k} \right) \quad (2.94)$$

Donde:

k = número de intervalos de clase o número de celdas.

N = número de datos observados (tamaño de la muestra)

- d. Calcular el valor de variable ajustada al modelo \hat{X}_i para las probabilidades acumuladas, con la siguiente ecuación:

$$F(x) = P_i = P \left(X \leq \hat{X}_i \right) = \int_{-\infty}^{\hat{X}_i} f(x) dx \quad (2.95)$$

- e. Calcular la frecuencia observada (N_i). La frecuencia observada es el número de datos que está comprendido entre dos valores de \hat{X}_i encontrados en el paso anterior.
- f. Calcular el chi-cuadrado calculado mediante la siguiente ecuación:

$$X_c^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(N_i - NP_i)^2}{NP_i} \quad (2.96)$$

i.1 Criterio de decisión

Para definir el modelo probabilístico adecuado para los datos observados, es necesario comparar el chi-cuadrado calculado con los valores de chi-cuadrado tabular. El chi-cuadrado tabular se calcula de la distribución chi-cuadrado a partir

de las tablas. Para calcular el valor de chi-cuadrado tabular X^2_{α} es necesario definir los siguientes criterios:

- a. Calcular los grados de libertad (v), con la siguiente ecuación:

$$V = k - h - 1 \quad (2.97)$$

Donde:

V = grados de libertad

h = número de parámetros del modelo

k = número de intervalos de clase o celdas

Los valores de h para los modelos usados en el presente estudio se muestran en el siguiente cuadro:

Cuadro 2.1: Número de parámetros de los modelos

MODELO PROBABILISTICO	PARAMETROS	NUMERO DE PARAMETROS
NORMAL	\sim, \dagger	2
LOGARITMICO NORMAL	$\sim_{\gamma}, \dagger_{\gamma}$	2
EXPONENCIAL	}	1
GAMMA	Γ, S	2
PEARSON TIPO III	x_0, Γ, S	3
LOG-PEARSON TIPO III	x_0, Γ, S	3
GUMBEL	Γ, S	2
LOG-GUMBEL	Γ, S	2

- b. Asumir el nivel de significación de la prueba estadística. Generalmente se asume $\alpha = 0.05$. Con el nivel de significación asumido y grados de libertad se encuentra el valor de X^2_{α} en la tabla de distribución de X^2 .

- c. Establecer el criterio de aceptación del ajuste. La aceptación del ajuste depende de:

Sí $X_c^2 \leq X_{0.05}^2$, se afirma que el modelo probabilístico es adecuado para explicar el comportamiento de los datos muestrales.

Sí $X_c^2 > X_{0.05}^2$, se afirma que el modelo probabilístico no es adecuado para explicar el comportamiento de los datos muestrales.

2.2.3 Tormentas de diseño

Muñoz y Ritter, (2005), indica que una de las características más importantes de la precipitación es su intensidad máxima expresado generalmente en mm/h. Las tormentas de gran intensidad suelen suceder en pocas áreas de terreno y son de corta duración. Las tormentas de poca frecuencia (periodo de retorno largo), y de alta intensidad resultan en grandes volúmenes de precipitación pluvial, que provocan inundaciones y pérdidas de suelo por erosión.

El primer paso para el diseño de una estructura de control de aguas es determinar el periodo de recurrencia (periodo de retorno) probable de tormentas de distinta intensidad y duración. En los casos prácticos resulta económico elegir una estructura sujeto a fallas que diseñar para tormentas de alta intensidad y de poca probabilidad (periodo de retorno alto). Cuando las vidas humanas están en peligro, el diseño debe ser capaz de resistir tormentas superiores incluso superiores a las que jamás han sucedido.

Una expresión general para la intensidad de lluvia sobre una zona es la fórmula denominada modelo USA, dado por la ecuación 2.98:

$$I_{max} = \frac{KT^m}{D+c} \quad (2.98)$$

Donde:

I_{max} = intensidad máxima en mm/hr

m, c, n, K= parámetros que dependen del lugar.

T= periodo de retorno en años

D= periodo de duración en horas

Aparicio (1994) indica; el procedimiento para encontrar los parámetros de la ecuación (2.98), estos parámetros se calculan mediante la técnica de análisis de correlación lineal múltiple, para los cual se linealiza la ecuación (2.98), obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\log I_{max} = \log k + m \log T - n \log(D + c) \quad (2.99)$$

La ecuación (2.99) tiene forma lineal y se resuelve mediante las técnicas de análisis de regresión.

2.2.4 Utilidad de las curvas intensidad – duración – frecuencia

Ministerio de Transportes y Comunicaciones (2011), indica que los caudales de diseño (caudales de máximos) se calculan por el método racional cuya ecuación es:

$$Q = 0,278 CI_{D,T}A \quad (2.100)$$

Donde:

Q= descarga máxima de diseño en m³/s correspondiente al periodo de retorno T

C = coeficiente de escurrimiento

A = área de la cuenca

$I_{D,T}$ = intensidad máxima de precipitación (mm/hr)

D = periodo de duración

T = periodo de retorno

La intensidad máxima de precipitación se obtiene con la ecuación (2.99) esta intensidad se calcula para una duración D igual al tiempo de concentración de la cuenca y para un periodo de retorno T en años que depende el tipo de obra. Por las consideraciones indicadas es importante calcular los parámetros de la ecuación (2.98) y después se pueden regionalizar el modelo.

2.3 Definición de términos

2.3.1 Curvas intensidad – duración – frecuencia

Maldonado et al (2007), indica que la curva de Intensidad Duración Frecuencia (IDF), se pueden definir como patrones de conducta pluviométricas que se registran sobre un área ó región específica y que resultan de unir los puntos más representativos de la intensidad media en intervalos de diferente duración, correspondientes todos ellos a una misma frecuencia o período de retorno, representando las duraciones en abscisas y las intensidades en las ordenadas.

Vent, Maidment, y Ways (1994), indican que uno de los primeros pasos que debe seguirse en muchos proyectos de diseño hidrológico, como el diseño de drenaje urbano, es la determinación del evento o los eventos de lluvia que deben usarse. La forma más común de hacerlo es utilizar una tormenta de diseño o un evento que

involucre una relación entre la intensidad de lluvia (profundidad), la duración y las frecuencias o periodos de retorno apropiados para obra y el sitio. Usualmente los datos se presentan en forma gráfica con la duración en el eje horizontal y la intensidad en el eje vertical, mostrando una serie de curva, para cada uno de los periodos de retorno de diseño

2.3.2 Elementos fundamentales del análisis de tormentas

Villón Bejar (2002), indica que los elementos fundamentales en el análisis de tormentas son: la intensidad, duración y frecuencia.

i Intensidad

Es la cantidad de precipitación pluvial por unidad de tiempo. En el análisis de tormentas es importante calcular la intensidad máxima, siendo esta la altura máxima de agua caída por unidad de tiempo. La intensidad máxima se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$I_{max} = \frac{P}{D} \quad (2.101)$$

Donde:

I_{max} = Intensidad máxima, en mm/hora

P = precipitación pluvial en mm

D= tiempo en horas

ii Duración

Es el tiempo transcurrido entre el inicio y fin de la tormenta.

ii.1 Periodo de duración

Es el periodo de tiempo en horas u minutos, dentro del cual ocurre la tormenta, es el tiempo que se fija arbitrariamente para hallar la intensidad máxima.

iii Frecuencia

Es el número de veces que se repite una tormenta de características de intensidad y duración (periodo de duración) definidas en un periodo de tiempo más o menos largo expresado en años.

iii.1 Periodo de retorno

Es el tiempo promedio en años entre eventos o sucesos que igualan o exceden a una magnitud dada, a este tiempo promedio se denomina como tiempo o periodo de retorno.

Si X es una variable aleatoria, la probabilidad de igualar o exceder a un valor determinado x se puede expresar matemáticamente mediante la siguiente ecuación:

$$P(X \geq x) = p \quad (2.102)$$

Para cada observación o experimento existen dos posibilidades (proceso Bernoulli).

- $X \geq x$ (éxito), su probabilidad es p
- $X < x$ (falla) su probabilidad es $1 - p$

Entonces p es la probabilidad de éxito y $q = 1 - p$ es la probabilidad de fracaso en cada ensayo. Entonces el primer éxito ocurrirá en t -ésimo intervalo de recurrencia si:

- Las primeras $t-1$ intervalos de recurrencias son fracasos que ocurre con un probabilidad de $(1 - p)^{t-1}$

- Y la t-ésima intervalo de recurrencia es un éxito que ocurre con una probabilidad de p.

Al multiplicar las dos probabilidades de dos eventos independientes se obtiene la función masa de probabilidad de la distribución geométrica, por tanto la probabilidad de un intervalo de recurrencia de duración t de obtener el primer éxito es:

$$f(t, p) = (1 - p)^{t-1} p \quad \text{para } t = 1, 2, \dots \quad (2.103)$$

La ecuación (2.103) es la función masa de probabilidad de la distribución geométrica y está dada por la siguiente ecuación:

$$g(x, p) = p(1 - p)^{x-1} \quad \text{para } x = 1, 2, \dots \quad (2.104)$$

Donde la variable aleatoria es $x=t$.

En la ecuación (2.104) o en la ecuación (2.103) la función masa de probabilidad tiene un solo parámetro p. Aplicando el criterio de máxima verosimilitud, se puede hallar el valor esperado de la distribución geométrica. La función de verosimilitud está dada por la siguiente ecuación:

$$L = p(1 - p)^{x_1-1} p(1 - p)^{x_2-1} \dots p(1 - p)^{x_n-1} = \prod_{i=1}^n p(1 - p)^{x_i-1} = p^n (1 - p)^{\sum_{i=1}^n (x_i-1)} \quad (2.105)$$

El logaritmo de esta función está dada por la siguiente ecuación:

$$\ln(L) = \ln \left[\prod_{i=1}^n p(1 - p)^{x_i-1} \right] = \ln \left[p^n (1 - p)^{\sum_{i=1}^n (x_i-1)} \right] = \ln(p^n) + \ln(1 - p)^{\sum_{i=1}^n (x_i-1)}$$

$$\ln(L) = n \ln(p) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1) \ln(1 - p) = n \ln(p) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1) \ln(1 - p)$$

$$\ln(L) = n \ln(p) + \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \ln(1-p) \quad (2.106)$$

Aplicando los criterios de la estimación parámetros mediante el método de máxima verosimilitud se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial p} (\ln(L)) = \frac{\partial}{\partial p} (n \ln(p)) + \frac{\partial}{\partial p} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \ln(1-p) \right) = 0$$

$$n \frac{\partial}{\partial p} (\ln(p)) + \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \frac{\partial}{\partial p} (\ln(1-p)) = 0$$

$$n \frac{\partial}{\partial p} (\ln(p)) = - \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \frac{\partial}{\partial p} (\ln(1-p))$$

$$n \left(\frac{1}{p} \right) = - \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \left(\frac{1}{1-p} \right) \frac{\partial}{\partial p} (1-p)$$

$$n \left(\frac{1}{p} \right) = \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right) \left(\frac{1}{1-p} \right)$$

$$\frac{1-p}{p} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i - n \right)$$

$$\frac{1-p}{p} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \frac{n}{n}$$

$$\frac{1-p}{p} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{p} \quad (2.107)$$

Entonces el promedio o la esperanza de una distribución geométrica es $1/p$. Donde p es la probabilidad de que un evento sea superado o igualado. En la ecuación (2.107) $E t = \bar{x} = \bar{t} = T$. T es periodo o tiempo de retorno en años.

2.3.3 Relación entre el tiempo de retorno y la probabilidad

Sea X una variable aleatoria. La probabilidad de igualar o exceder a un valor determinado x_t puede expresar matemáticamente mediante la siguiente expresión (ver ecuación 2.102):

$$p = P(X \geq x_t) \quad (2.108)$$

$$E(t) = T = \frac{1}{p} \quad (2.109)$$

La ecuación (2.109) significa que la probabilidad de ocurrencia en ser igualado o excedido a un valor determinado de un evento en cualquier variable hidrológica es el inverso de su periodo de retorno, lo cual matemáticamente se representa mediante la siguiente ecuación:

$$P(X \geq x_t) = \frac{1}{T} \quad (2.110)$$

2.3.4 Relación entre el periodo de retorno y la función de distribución acumulada

Las ecuaciones de la función de distribución acumulada $F(x)$, se representan mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (2.111)$$

La ecuación (2.111) expresa una probabilidad de que el suceso no ocurra.

En este caso el periodo de retorno (T) se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T = \frac{1}{P(x \geq X)} = \frac{1}{1 - P(X > x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (2.112)$$

En la ingeniería los diseños se hacen para soportar los eventos máximos es decir que un determinado evento no sea superado, en un periodo de retorno determinado, por lo tanto los diseños se realizan para periodos de retorno dado por la ecuación (2.112). Es decir los valores de $F(x)$, se estiman para un tiempo de retorno dado mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.113)$$

III. METODOLOGIA

3.1 Tipo y diseño de investigación

3.1.1 Tipo investigación

Es una investigación explicativo no experimental y de corte longitudinal retrospectiva.

- Es no experimental porque son fenómenos que no se pueden manipular.
- Es de corte longitudinal retrospectiva porque las tormentas son fenómenos que han sucedido a través del tiempo.
- Es de nivel explicativo porque es una investigación cuantitativa que estudia el comportamiento temporal y espacial de las intensidades máximas de precipitación.

3.1.2 Diseño de investigación

El presente trabajo de investigación es por objetivos, el cual se desarrollará mediante el siguiente diagrama de flujo.

M ----- O ----- A ----- C

M - muestra O - observación A - análisis C - comparación

El diseño de investigación se muestra en la siguiente figura 3.1

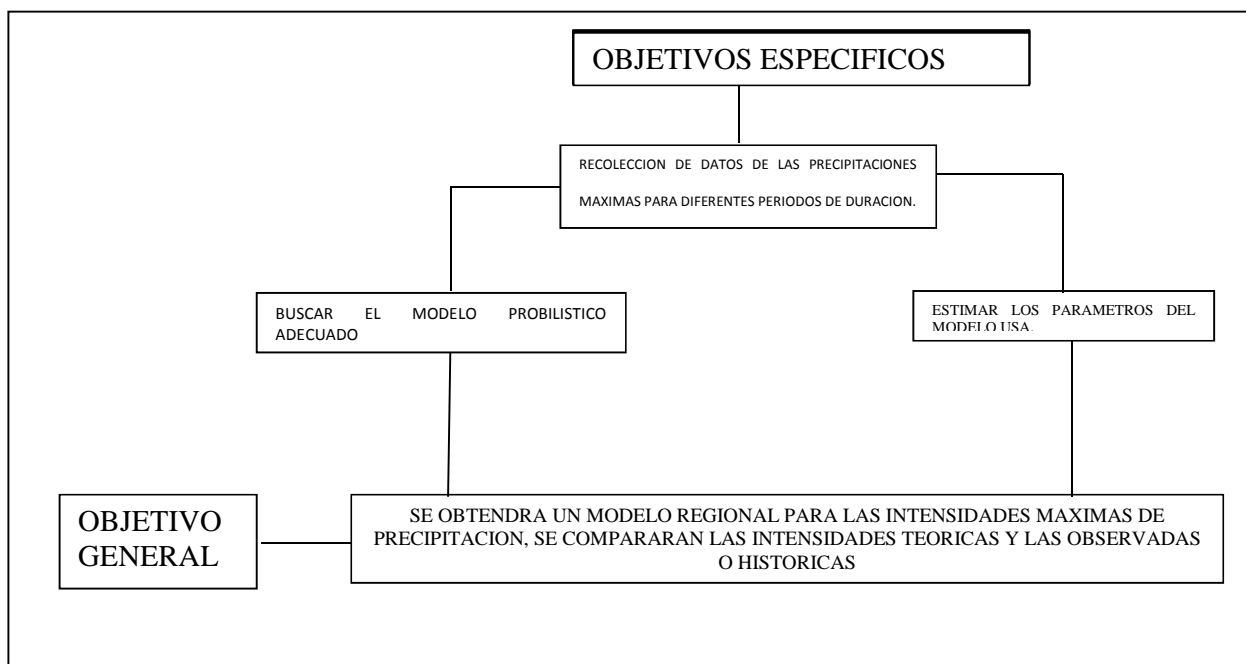


Figura 3.1: Diseño de investigación

3.2 Plan de recolección de información y/o diseño estadístico

Los datos pluviográficos e información necesaria para el desarrollo de esta investigación, se han adquirido de ELECTROPERU.

Los datos adquiridos son los registros de las precipitaciones diarias y horarias.

- **Población**

Para el presente estudio se considerara como población al total de las precipitaciones de intensidad máxima de la cuenca del río Mantaro, en las estaciones pluviográficas de: Huichicocha, Cercapuquio, Palaco, Chilicocha, Astobamba, Huancavelica y Huapa.

- **Muestra**

Para el presente estudio se considera muestra al conjunto de datos recopilados de cada estación pluviográfica. Estos datos son considerados como muestreo aleatorio. Los datos a ser recopilados son las precipitaciones máximas de diferentes periodos de duración de las estaciones pluviográficas de: Huichicocha, Cercapuquio, Palaco, Chilicocha, Astobamba, Huancavelica y Huapa.

3.3 Instrumento(s) de recolección de la información

Los datos pluviográficos e información necesaria para el desarrollo de esta investigación, han sido adquiridas del SENAMHI o de ELECTROPERU. Los datos a recopilar son los datos de registros de las precipitaciones diarias y horarias.

3.4 Plan de procesamiento y análisis estadístico de la información

3.4.1 Algoritmo de cálculos

Para la regionalización de las curvas intensidad – duración – frecuencia de las precipitaciones máximas en la cuenca del río Mantaro se seguirá el procedimiento siguiente:

- 1 Recopilación de las precipitaciones máximas

Los datos a ser utilizados en la estimación de los parámetros del modelo USA se han seleccionado de los registros de precipitación máximas ocurridas en cada año para diferentes periodos de duración como son de: 1,3,6,12 y 24 horas y de 1 día.

- 2 Calcular las intensidades máximas de precipitación

Al dividir las precipitaciones máximas entre el periodo de duración, se obtiene las intensidades máximas anuales de precipitación, que generalmente se expresa en mm/hr.

3 Buscar el modelo probabilístico adecuado

En cada estación pluviográfica para cada periodo de duración se hace la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado. En el método estadístico existen dos alternativas: la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado y la prueba de Kolmogorov – Smirnov. En el presente trabajo se ha empleado el método estadístico de chi-cuadrado.

4 Tabular las intensidades máximas de precipitación

En cada estación pluviográfica calcular las intensidades máximas según el modelo adecuado encontrado en el paso 3. Luego se tabulan las intensidades máximas de precipitación en tres columnas, en la primera columna van las duraciones, en la segunda columna los tiempos de retorno y en tercera columna las intensidades máximas de precipitación.

5 Determinación de los parámetros del modelo USA.

Utilizando los datos tabulados en el paso 4, se obtienen los parámetros del modelo USA, estos parámetros se obtienen en cada estación pluviográfica. Los parámetros obtenidos de la fórmula USA, en el paso 4, se regionalizarán buscando modelos adecuados. Los parámetros de la ecuación (2.98) se obtienen mediante el análisis de regresión, Esta ecuación se resuelve dando diferentes valores a b, hasta obtener el coeficiente de correlación igual a 1.

Los Parámetros a , b , K y n del modelo USA dada por la ecuación (2.98) se estiman por cada estación pluviográfica.

6 Regionalización de las curvas intensidad-duración-frecuencia.

Como los parámetros del modelo USA son para cada estación pluviográfica, y teniendo varias estaciones se busca modelos regionales de los parámetros a , b , K y n .

3.4.2 Diagrama de flujo

El diagrama de flujo para obtener el modelo regional de las intensidades máximas de precipitación en la cuenca del Mantaro, se muestra en la figura 3.2.

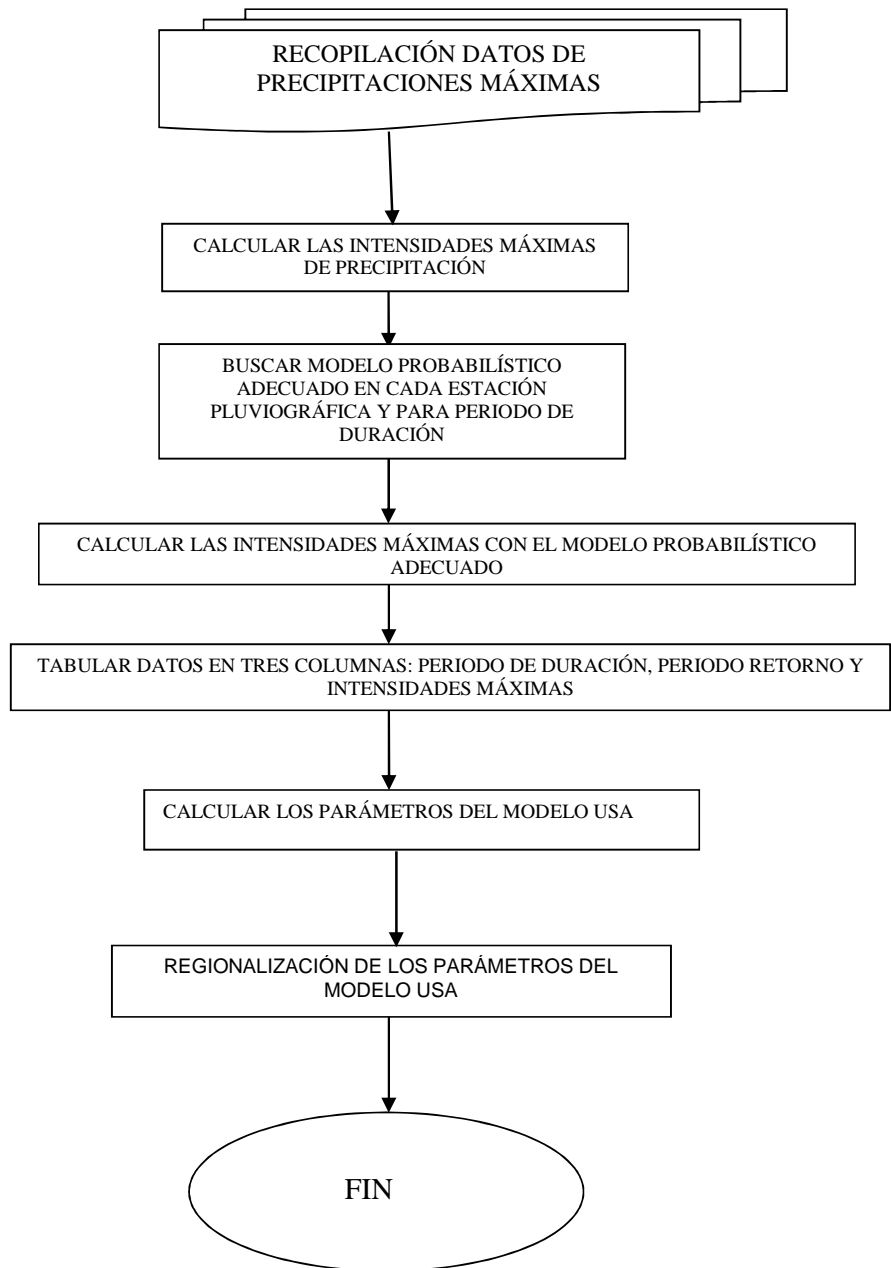


Figura 3.2: Algoritmo para obtener el modelo regional de las intensidades máximas de precipitación

IV. RESULTADOS

4.1 Recopilación de datos

4.1.1 Descripción de la cuenca del río Mantaro

El río Mantaro se origina en la laguna Junín o Chinchaycocha, y posee un recorrido en sentido norte – sureste, desde su nacimiento hasta Izcuchaca (Lat 12° 28' S, Long 75° 1' W) y Mayoc (Lat 12° 46' S, Long 74° 24' W), y desde allí se dirige hacia el este y luego al norte, formando la península de Tayacaja. El primer sector del río comprende desde el Lago Junín, hasta el Pongo de Pahuanca. El Bajo Mantaro desde Pahuanca hasta la unión con el río Apurímac. El sector del Bajo Mantaro es aprovechado para la generación de energía eléctrica mediante el Complejo Mantaro compuesto por las centrales hidroeléctricas: Santiago Antúnez de Mayolo y Restitución. La Cuenca del río Mantaro es el primer colector de los tributarios que drenan las vertientes de su cuenca interregional, abarcando las regiones de Pasco, Junín, Huancavelica y Ayacucho. Los principales tributarios por la margen derecha son: el río Huarón, Carhuacayán, Corpacancha y Pucayacu, Yauli, Huari o Huar Huar, Pacahacayo, Cunas, Moya, y Huancavelica. De estos ríos, el Cunas es el más importante por el uso de agua para el sector agricultura y la generación de energía hidroeléctrica. Por la margen izquierda desembocan al Mantaro los ríos Yacus, Seco, Achamayo, Shullcas y Chancha. La cuenca del río Mantaro presenta 6717 lagos y lagunas que cubren un área de 76.761,57 ha, siendo las principales: Chinchaycocha, Marcapomacocha, Paca, Tranca Grande, Pomacocha, Huascacocha, Huichicocha, Coyllorcocha, Lasuntay, Chuspicocha, Quillacocha, Yuracocha, Azulcocha, Carhuacocha, Huaylacancha. En la parte alta del río Pachacayo, en la subcuenca del río Cochabambas se encuentran: las presas de

Huaylacancha, Carhuacocha, Azulcocha y Tembladera, que totalizan un volumen regulado de 56.93 Hm³. En la subcuenca del río Piñascocha se construyeron las presas de: Vichecocha, Yuracocha y Ñahuincocha, con una regulación total de 14.2 Hm³. En la sub-cuenca del río Quillón se han construido 5 presas que regulan un total de 56 Hm³ en las lagunas de: Coyllorcocha, Yurajcocha, Balsacocha, Huichicocha y Ñahuincocha. (Ministerio de Agricultura. 2010).

La cuenca del río Mantaro se muestra en la figura 4.1.

4.1.2 Datos de precipitaciones máximas

Los datos de precipitaciones Máximas se han obtenido de ELECTROPERU, los datos recopilados son de 7 estaciones pluviográficas: Huichicocha, Cercapuquio, Palaco, Chilicocha, Astobamba, Huancavelica, y Huapa.

Los pluviogramas en las estaciones indicadas ya han procesados para diferentes periodos de duración :1, 3, 6, 12, 24 horas y de un día. Estos datos de precipitaciones máximas anuales para diferentes duraciones han sido publicados en anuarios de ELECTROPERU. Los datos de precipitación obtenidas se muestran en el anexo 1. La ubicación geográfica de las estaciones pluviográficas por cuencas se muestra en el cuadro 4.1.

Cuadro 4.1: Ubicación de los pluviógrafos en la cuenca del río Mantaro

CUENCA	UBICACIÓN DE PLUVIOGRAFOS					
	PLUVIOGRAFO	LATITUD SUR	LONGITUD OESTE	COTA M.S.N.M	PROVINCIA	REGIÓN
QUILLÓN	HUICHICOCHA	12°33'09"	75°31'52"	4700	HUANCAYO	JUNÍN
	CERCAPUQUIO	12°25'12"	75°24'54"	4390	HUANCAYO	JUNÍN
	PALACO	12°19'54"	75°16'54"	3650	HUANCAYO	JUNÍN
MOYA	CHILICOCHA	12°41'00"	75°23'54"	4275	HUANCAVELICA	HUANCAVELICA
HUANCAVELICA	ASTOBAMBA	12°57'00"	75°05'48"	4500	CASTROVIRREYNA	HUANCAVELICA
OPAMAYO	HUANCAVELICA	12°47'00"	74°54'48"	3680	HUANCAVELICA	HUANCAVELICA
	HUAPA	12°59'36"	74°43'30"	3600	ANGARAES	HUANCAVELICA

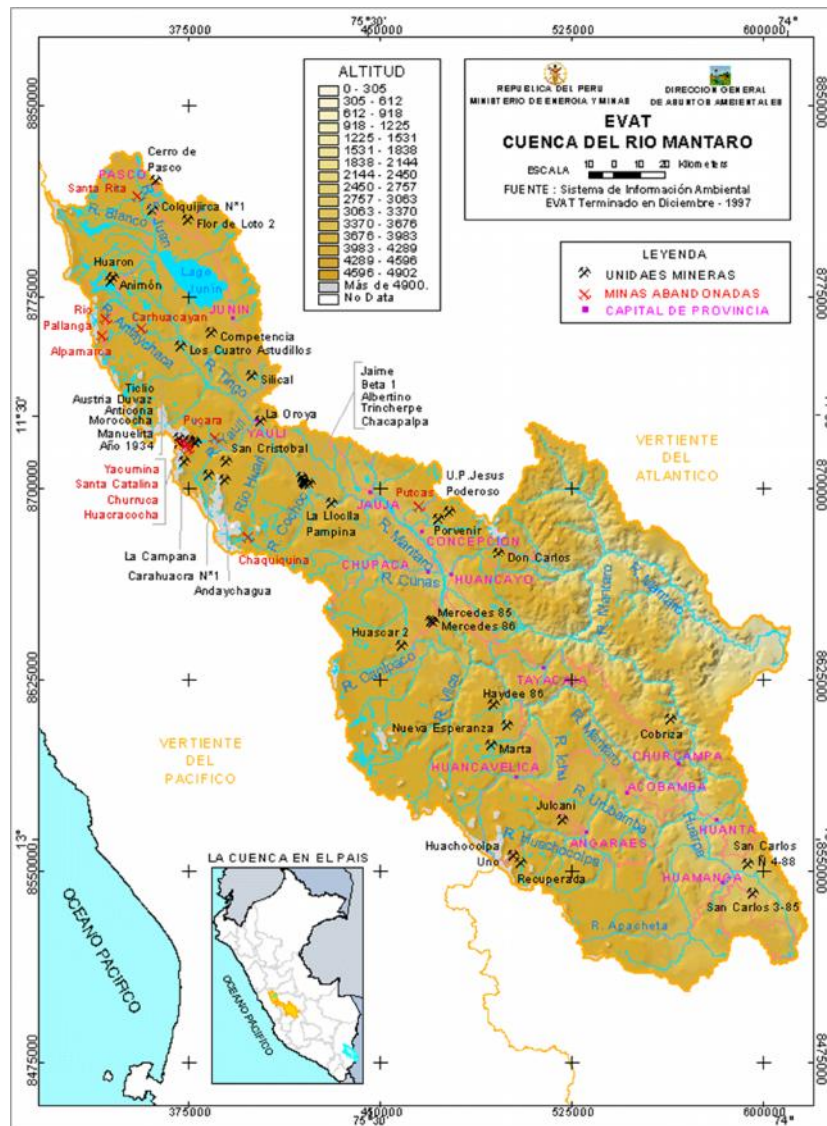


Figura 4.1: Cuenca del río Mantaro

4.2 Procesamiento de la información

4.2.1 Intensidades máximas de precipitación

Las intensidades máximas de precipitación se obtienen dividiendo las precipitaciones máximas registradas por el periodo de duración. Los resultados se observan en los cuadros de 4.2 al cuadro 4.8, estas intensidades están ordenadas de mayor a menor, donde también se indican los periodos de retorno.

Cuadro 4.2: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huichicocha

DURACION (HORAS)					DIA	T (AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
17.7	6.1	4.1	2.5	1.3	1.2	17.00
15.0	5.8	3.4	2.4	1.2	1.2	8.50
13.6	5.6	3.3	2.2	1.2	1.2	5.67
13.0	5.3	3.2	2.1	1.2	1.1	4.25
12.0	5.3	3.2	2.0	1.2	1.1	3.40
11.2	5.0	3.1	1.9	1.2	1.0	2.83
10.3	5.0	2.9	1.8	1.2	1.0	2.43
10.0	4.9	2.8	1.8	1.2	0.9	2.13
10.0	4.7	2.8	1.7	1.1	0.9	1.89
10.0	4.7	2.8	1.7	1.0	0.9	1.70
10.0	4.5	2.8	1.6	0.9	0.8	1.55
10.0	4.4	2.5	1.5	0.8	0.8	1.42
9.8	4.0	2.3	1.3	0.8	0.7	1.31
8.0	3.8	2.0	1.2	0.8	0.7	1.21
6.6	3.0	2.0	1.2	0.6	0.6	1.13
6.5	2.7	1.9	1.1	0.5	0.5	1.06

Cuadro 4.3: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Cercapuquio

DURACION (HORAS)					DIA	T (AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
10.00	5.33	3.17	1.88	1.18	0.92	17.00
8.00	5.27	3.42	1.76	1.20	0.90	8.50
12.00	4.00	2.30	2.46	1.23	1.23	5.67
6.50	2.70	1.87	1.22	0.75	0.63	4.25
10.00	5.83	2.92	2.37	1.25	1.18	3.40
10.00	4.87	3.33	1.67	0.83	0.74	2.83
13.60	5.00	2.83	1.46	1.12	0.48	2.43
10.30	3.77	1.95	1.20	0.64	0.76	2.13
13.00	4.47	4.12	2.08	1.05	1.05	1.89
15.00	5.00	2.50	1.25	0.83	0.69	1.70
6.60	3.00	1.98	1.06	0.53	0.79	1.55
11.20	4.43	2.83	1.95	1.19	1.19	1.42
17.70	6.13	3.12	1.69	0.87	0.89	1.31
10.00	5.60	3.17	2.20	1.16	1.12	1.21
10.00	4.67	2.83	1.82	1.21	1.14	1.13
9.80	4.67	2.83	1.58	1.15	1.04	1.06

Cuadro 4.4: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Palaco

DURACION (HORAS)					DIA	T (AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
19.20	6.13	4.12	2.46	1.25	1.23	16.00
14.00	5.83	3.42	2.37	1.23	1.19	8.00
13.80	5.60	3.33	2.20	1.21	1.18	5.33
12.00	5.33	3.17	2.08	1.20	1.14	4.00
11.40	5.27	3.17	1.95	1.19	1.12	3.20
10.30	5.00	3.12	1.88	1.18	1.05	2.67
10.30	5.00	2.92	1.82	1.16	0.92	2.29
10.00	4.87	2.83	1.76	1.12	0.90	2.00
9.60	4.67	2.83	1.69	1.05	0.87	1.78
9.60	4.47	2.83	1.67	0.87	0.76	1.60
9.30	4.43	2.50	1.46	0.83	0.74	1.45
8.80	4.00	2.30	1.25	0.83	0.69	1.33
7.40	3.77	1.98	1.22	0.75	0.63	1.23
6.90	3.00	1.95	1.20	0.64	0.53	1.14
6.90	2.70	1.87	1.06	0.53	0.48	1.07

Cuadro 4.5: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Chilicocha

DURACION (HORAS)					DIA	T (AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
19.50	9.63	4.95	2.53	1.31	1.26	17.00
14.50	7.70	4.12	2.06	1.26	1.15	8.50
14.10	5.47	3.33	2.02	1.25	1.05	5.67
14.00	5.33	3.17	1.88	1.21	1.03	4.25
13.20	5.30	3.17	1.79	1.20	1.00	3.40
11.70	5.20	2.90	1.75	1.17	0.99	2.83
11.10	5.07	2.80	1.58	1.15	0.98	2.43
10.40	5.00	2.78	1.56	1.11	0.98	2.13
10.30	4.80	2.67	1.54	1.05	0.97	1.89
10.20	4.70	2.65	1.48	1.03	0.96	1.70
9.00	4.70	2.58	1.45	1.02	0.83	1.55
8.70	4.50	2.52	1.42	0.85	0.80	1.42
8.60	4.47	2.47	1.39	0.75	0.73	1.31
8.00	4.33	2.35	1.38	0.73	0.73	1.21
8.00	3.80	2.13	1.33	0.66	0.66	1.13
7.50	3.60	1.87	1.18	0.60	0.60	1.06

Cuadro 4.6: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Astobamba

DURACION (HORAS)					DIA	T (AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
19.30	7.70	4.45	2.36	1.63	1.63	16.00
16.80	6.43	4.42	1.86	1.38	1.25	8.00
16.40	5.73	3.25	1.61	1.25	1.19	5.33
14.50	5.60	3.25	1.61	1.11	1.07	4.00
12.80	5.57	3.22	1.50	1.07	1.05	3.20
12.10	5.50	2.78	1.49	1.05	0.99	2.67
11.70	4.90	2.75	1.41	0.99	0.98	2.29
11.00	4.87	2.60	1.40	0.98	0.94	2.00
11.00	4.70	2.50	1.38	0.94	0.91	1.78
10.80	4.50	2.45	1.32	0.87	0.77	1.60
10.30	4.17	2.25	1.28	0.77	0.72	1.45
10.00	3.90	2.25	1.22	0.75	0.70	1.33
9.80	3.67	1.95	0.98	0.71	0.70	1.23
9.00	3.47	1.87	0.98	0.71	0.67	1.14
6.80	3.20	1.75	0.88	0.68	0.65	1.07

Cuadro 4.7: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huancavelica

DURACION (HORAS)					DIA	T(AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
21.70	8.60	4.83	2.98	1.76	1.76	16.00
20.00	8.17	4.58	2.51	1.37	1.37	8.00
19.50	8.13	4.38	2.32	1.35	1.28	5.33
17.30	7.43	4.08	2.23	1.28	1.26	4.00
16.70	6.83	4.08	2.19	1.28	1.18	3.20
13.60	6.67	3.77	2.09	1.27	1.11	2.67
12.90	6.47	3.75	2.04	1.22	1.03	2.29
11.50	6.00	3.70	1.88	1.18	1.02	2.00
11.20	5.70	3.58	1.88	1.11	0.97	1.78
11.10	5.07	3.45	1.87	1.05	0.97	1.60
10.10	4.93	3.27	1.85	0.97	0.95	1.45
10.00	4.83	3.25	1.83	0.95	0.94	1.33
9.50	4.83	3.07	1.71	0.94	0.94	1.23
9.30	4.57	2.95	1.53	0.92	0.92	1.14
9.30	4.00	2.25	1.28	0.90	0.90	1.07

Cuadro 4.8: Intensidades máximas de precipitación (mm/hr) y el periodo de retorno de la estación Huapa

DURACION (HORAS)					DIA	T(AÑOS)
1	3	6	12	24	24	
25.00	17.67	8.83	4.43	2.23	2.21	16.00
16.50	8.00	5.02	3.33	1.71	1.25	8.00
14.80	6.43	4.20	2.51	1.41	1.18	5.33
13.50	6.23	4.17	2.36	1.25	1.11	4.00
13.50	6.03	4.12	2.23	1.18	1.10	3.20
13.00	5.83	3.70	2.18	1.18	1.09	2.67
12.30	5.30	3.65	1.86	1.17	1.08	2.29
11.60	5.20	3.57	1.86	1.15	1.07	2.00
11.00	4.97	3.28	1.85	1.11	0.97	1.78
10.90	4.93	3.27	1.83	1.08	0.97	1.60
10.30	4.93	2.68	1.71	1.05	0.92	1.45
10.00	4.67	2.47	1.60	0.91	0.87	1.33
9.50	4.60	2.33	1.23	0.87	0.86	1.23
9.00	3.57	2.00	1.19	0.81	0.81	1.14
8.00	3.53	1.78	1.13	0.78	0.78	1.07

4.2.2 Intensidades máximas de precipitación según la ley de Gumbel

Las intensidades máximas de precipitación calculadas según la distribución Gumbel para diferentes periodos de retorno, se muestra en el cuadro 4.9

Cuadro 4.9: Intensidades máximas de precipitación según la ley Gumbel

ESTACION:		HUICHICOCHA		DURACION EN HORAS					
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00	
5	80	1.50	17.05	7.13	4.77	2.89	1.50	1.59	
10	90	2.25	19.75	8.45	6.07	3.78	1.93	2.03	
50	98	3.90	25.69	11.36	8.91	5.72	2.87	2.99	
100	99	4.60	28.20	12.59	10.12	6.54	3.27	3.40	
200	100	5.30	30.70	13.82	11.32	7.36	3.67	3.81	

ESTACION:		CERCAPUQUIO		DURACION EN HORAS					
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00	
5	80	1.50	13.09	5.38	3.27	2.05	1.17	1.08	
10	90	2.25	14.85	5.95	3.63	2.31	1.31	1.22	
50	98	3.90	18.73	7.21	4.43	2.87	1.62	1.51	
100	99	4.60	20.37	7.75	4.77	3.11	1.75	1.64	
200	100	5.30	22.00	8.28	5.10	3.34	1.88	1.77	

ESTACION:		PALACO		DURACION EN HORAS					
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00	
5	80	1.50	12.94	7.26	4.32	2.36	1.30	1.12	
10	90	2.25	14.81	8.20	4.89	2.68	1.45	1.27	
50	98	3.90	18.93	10.29	6.15	3.37	1.80	1.59	
100	99	4.60	20.68	11.17	6.68	3.66	1.95	1.72	
200	100	5.30	22.41	12.04	7.21	3.96	2.09	1.85	

ESTACION:		CHILICOCHA		DURACION EN HORAS					
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00	
5	80	1.50	13.53	6.33	3.47	1.91	1.20	1.06	
10	90	2.25	15.48	7.23	3.92	2.12	1.34	1.16	
50	98	3.90	19.75	9.21	4.93	2.57	1.63	1.39	
100	99.000	4.60	21.56	10.05	5.36	2.76	1.75	1.49	
200	99.500	5.30	23.37	10.88	5.78	2.95	1.87	1.59	

Continuación del cuadro 4.9.

ESTACION:		ASTOBAMBA		DURACION EN HORAS					
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00	
5	80	1.50	14.54	5.80	3.37	1.68	1.19	1.14	
10	90	2.25	16.48	6.50	3.86	1.90	1.34	1.30	
50	98	3.90	20.74	8.06	4.91	2.38	1.69	1.64	
100	99	4.60	22.55	8.71	5.36	2.58	1.84	1.79	
200	100	5.30	24.34	9.37	5.81	2.78	1.99	1.94	

ESTACION:		HUANCAVELICA						
		DURACION EN HORAS						
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00
5	80	1.50	16.69	7.20	4.15	2.31	1.34	1.27
10	90	2.25	19.21	8.06	4.55	2.54	1.47	1.41
50	98	3.90	24.77	9.94	5.41	3.07	1.77	1.71
100	99	4.60	27.12	10.74	5.78	3.29	1.90	1.84
200	100	5.30	29.46	11.53	6.15	3.51	2.02	1.97

ESTACION:		HUAPA						
		DURACION EN HORAS						
T	PRO	W	1.00	3.00	6.00	12.00	24.00	24.00
5	80	1.50	15.56	8.56	4.89	2.71	1.46	1.33
10	90	2.25	17.97	10.54	5.88	3.21	1.68	1.53
50	98	3.90	23.28	14.90	8.06	4.32	2.15	1.97
100	99	4.60	25.53	16.75	8.98	4.79	2.36	2.15
200	100	5.30	27.77	18.58	9.90	5.25	2.56	2.34

4.2.3 Parámetros del modelo USA

Los parámetros del modelo USA dada por la ecuación (2.98) y resolviendo la ecuación (2.99) se obtienen los resultados mostrados que se muestra en el cuadro 4.10.

Cuadro 4.10: Parámetros de la ecuación USA en las diferentes estaciones pluviográficas

CUENCA	UBICACIÓN DE PLUVIOGRAFOS				PARAMETROS DEL MODELO USA			
	PLUVIOGRAFO	LATITUD SUR	LONGITUD OESTE	COTA M.S.N.M	K	m	n	c
QUILLÓN	HUICHICOCHA	12°33'09"	75°31'52"	4700	13.80	0.22	0.75	0.41
	CERCAPUQUIO	12°25'12"	75°24'54"	4390	10.68	0.13	0.76	0.00
	PALACO	12°19'54"	75°16'54"	3650	31.09	0.14	1.07	1.71
MOYA	CHILICOCHA	12°41'00"	75°23'54"	4275	12.25	0.13	0.82	0.00
HUANCAVELICA	ASTOBAMBA	12°57'00"	75°05'48"	4500	11.39	0.14	0.80	0.00
OPAMAYO	HUANCAVELICA	12°47'00"	74°54'48"	3680	14.92	0.12	0.83	0.00
	HUAPA	12°59'36"	74°43'30"	3600	56.39	0.17	1.22	2.60
				PROMEDIO	21.50	0.15	0.89	0.67
				DES. ESTANDAR	16.91	0.03	0.18	1.05
				COEF.VARIACION	79%	23%	20%	156%

4.2.4 Validación de los parámetros del modelo USA.

Para comprobar si los parámetros estimados del modelo USA son adecuados se ha graficado las intensidades máximas de precipitación observadas y las intensidades máximas de precipitación estimadas con el modelo USA y también se

ha comparado el coeficiente de correlación teórica y el coeficiente de correlación calculada. Los resultados se indican en el cuadro 4.11 y en las figuras del 4.2 al 4.8.

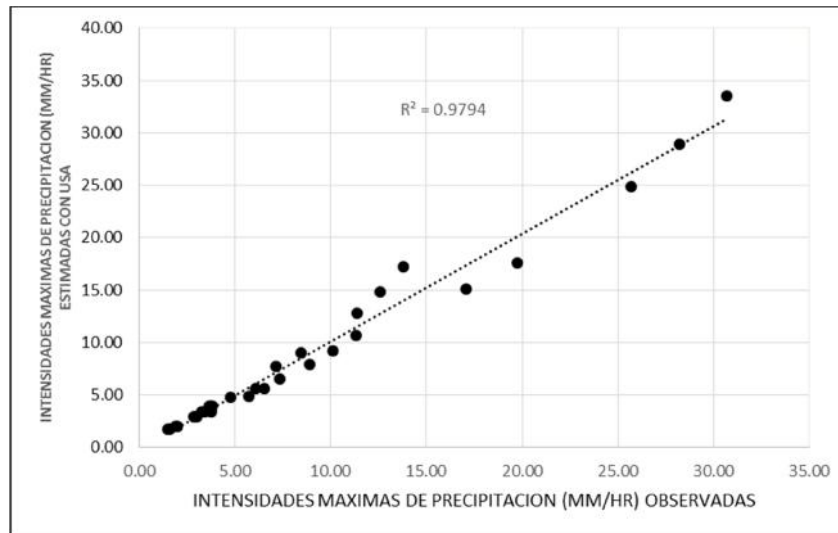


Figura 4.2: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huichicocha

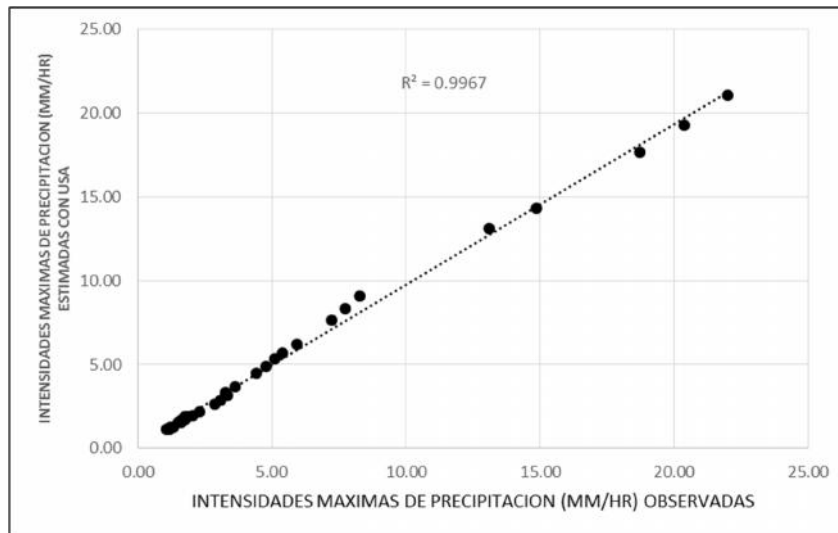


Figura 4.3: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Cercapuquio

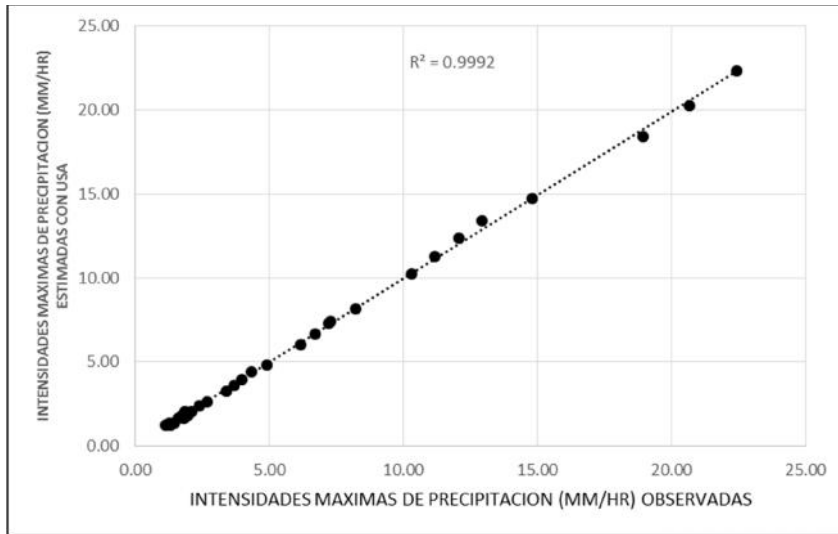


Figura 4.4: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Palaco

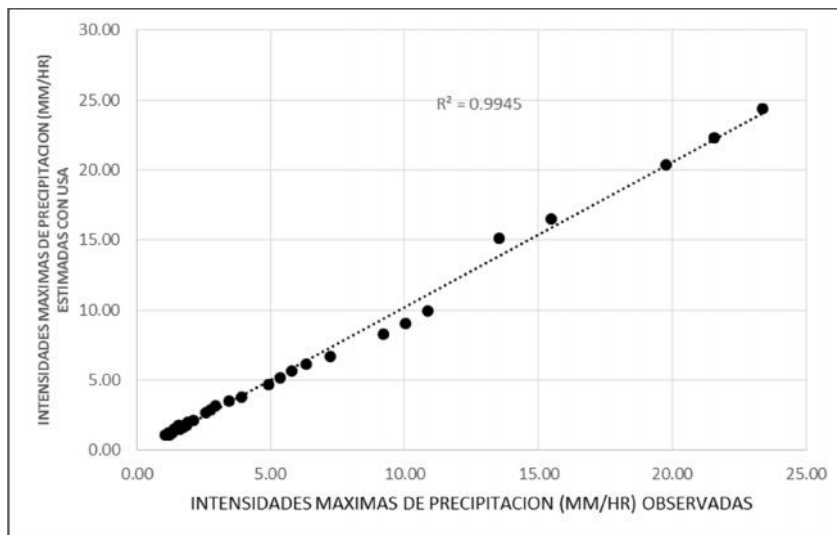


Figura 4.5: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Chilicocha

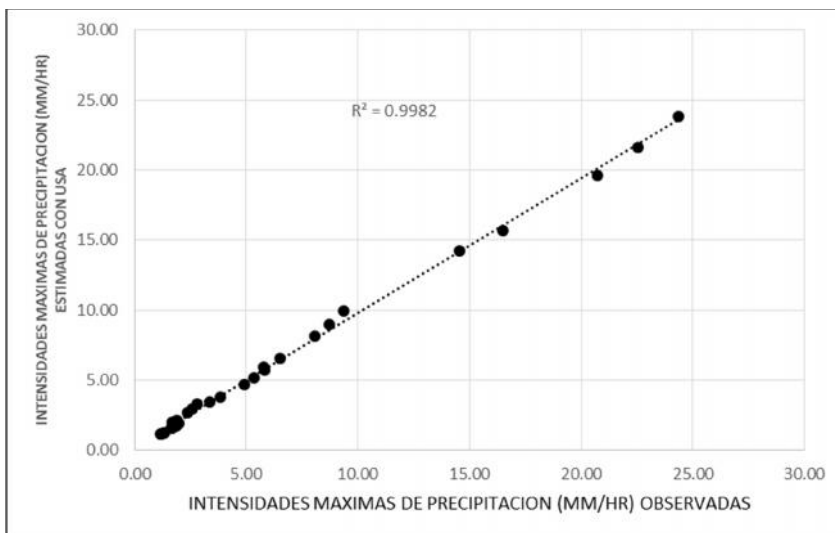


Figura 4.6: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Astobamba

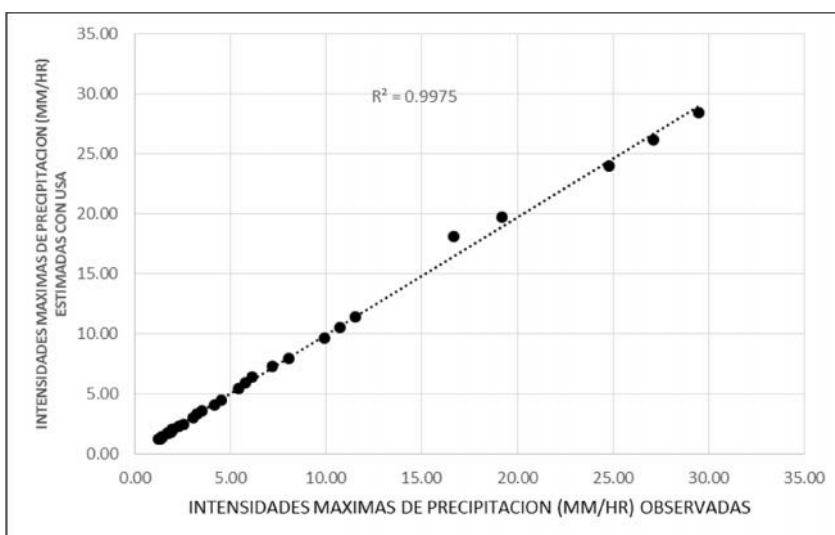


Figura 4.7: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huancavelica

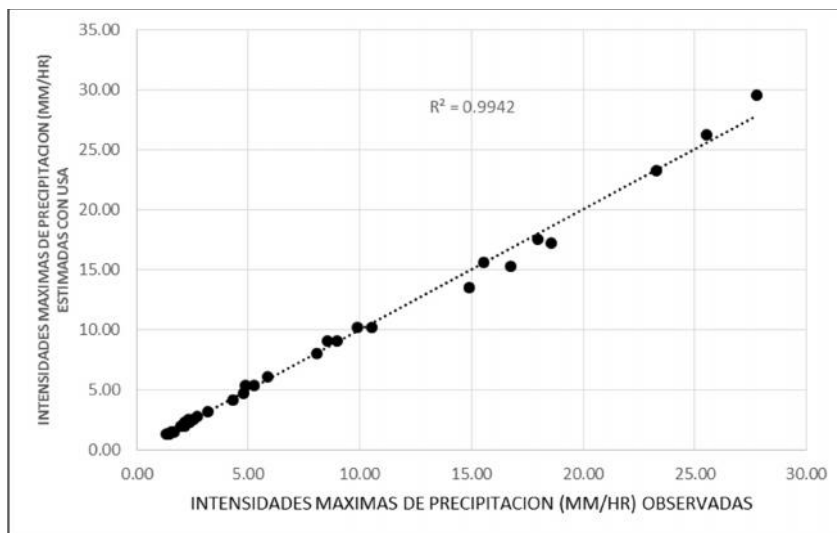


Figura 4.8: Correlación de la intensidades de precipitación teórica y observada. Estación: Huapa.

Cuadro 4.11: Correlación de intensidades máximas de precipitación observas y estimadas (modelo USA).

CUENCA	UBICACIÓN DE PLUVIOGRAFOS				PARAMETROS DEL MODELO USA			
	PLUVIOGRAFO	LATITUD SUR	LONGITUD OESTE	COTA M.S.N.M	r_c	r	$abs(r_c) > r_t$	Parámetros adecuados
QUILLÓN	HUICHICOCHA	12°33'09"	75°31'52"	4700	0.993	0.367	SI	SI
	CERCAPUQUIO	12°25'12"	75°24'54"	4390	0.998	0.367	SI	SI
	PALACO	12°19'54"	75°16'54"	3650	0.999	0.367	SI	SI
MOYA	CHILICOCHA	12°41'00"	75°23'54"	4275	0.998	0.367	SI	SI
HUANCAVELICA	ASTOBAMBA	12°57'00"	75°05'48"	4500	0.997	0.367	SI	SI
OPAMAYO	HUANCAVELICA	12°47'00"	74°54'48"	3680	1.000	0.367	SI	SI
	HUAPA	12°59'36"	74°43'30"	3600	0.999	0.367	SI	SI

4.2.5 Ecuaciones matemáticas de las curvas intensidad-duración-frecuencia en la cuenca del río Mantaro

El modelo USA para la cuenca del río Mantaro se muestra en el cuadro 4.12.

Este modelo indica la relación entre la intensidad máxima de precipitación (I), en mm/hr, periodo de duración (D) en horas y el tiempo de retorno (T) en años.

Cuadro 4.12: Ecuaciones matemáticas de las curvas IDF para las estaciones pluviográficas de la cuenca del río Mantaro

CUENCA	ESTACIONES PLUVIOGRAFICAS				ECUACIÓN MATEMÁTICA
	PLUVIÓGRAFO	LATITUD SUR	LONGITUD OESTE	COTA M.S.N.M	
QUILLÓN	HUICHICOCHA	12°33'09"	75°31'52"	4700	$I = \frac{13.80T^{0.22}}{D + 0.41^{0.75}}$
	CERCAPUQUIO	12°25'12"	75°24'54"	4390	$I = \frac{10.68T^{0.13}}{D^{0.76}}$
	PALACO	12°19'54"	75°16'54"	3650	$I = \frac{31.69T^{0.14}}{D + 1.71^{1.07}}$
MOYA	CHILICOCHA	12°41'00"	75°23'54"	4275	$I = \frac{12.25T^{0.13}}{D^{0.82}}$
HUANCAVELICA	ASTOBAMBA	12°57'00"	75°05'48"	4500	$I = \frac{11.39T^{0.14}}{D^{0.80}}$
OPAMAYO	HUANCAVELICA	12°47'00"	74°54'48"	3680	$I = \frac{14.92T^{0.12}}{D^{0.83}}$
	HUAPA	12°59'36"	74°43'30"	3600	$I = \frac{56.39T^{0.17}}{D + 2.6^{0.122}}$

I = intensidad de precipitación (mm/h); T = período de retorno (años); D = duración (horas).

V. DISCUSIÓN

- El modelo probabilístico adecuado para explicar el comportamiento de las intensidades máximas de precipitación es el modelo Gumbel.
- Los resultados del cuadro 4.10, muestran los parámetros del modelo USA, el valor máximo de $K= 56.39$, que corresponde a la estación pluviográfica de Huapa, el valor mínimo de $K=10.38$ que corresponde a la estación de Cercapuquio. El coeficiente de variación de este parámetro regional es 79%.
- El parámetro m máximo $m=0.22$ corresponde a la estación de Huichicocha y el valor mínimo de 0.12 corresponde a la estación de Huancavelica. El coeficiente de variación es de $CV=23\%$, dado este valor, el valor de m regional se puede como el promedio aritmético.
- El parámetro n máximo $n=2.60$ corresponde a la estación de Huapa y el valor mínimo de $n=0.75$ corresponde a la estación de Huichicocha. El coeficiente de variación es de $CV=20\%$, dado este valor el valor de n regional se puede como el promedio aritmético.
- EL parámetro c máximo $c=2.60$ corresponde a la estación de Huapa, y el valor mínimo de $c= 0$ corresponde a las estaciones de Cercapuquio, Chilicocha, Astobamba y Huancavelica.
- Del cuadro 4.11 se concluye que los parámetros del modelo USA (K , m , n , c) son adecuados en cada estación pluviográfica, la cual se ha comprobado mediante la prueba de correlación y visualmente se comprueba mediante las figuras del 4.2 al 4.8.

VI. CONCLUSIONES

- i El modelo adecuado para describir el comportamiento espacial y temporal de las intensidades máximas de precipitación en la cuenca del río Mantaro es el modelo de Gumbel.
- ii Los parámetros del modelo USA K , m , n , c dadas en el cuadro 4.12, son adecuados para la cuenca del río Mantaro los que se han comprobado mediante la prueba de correlación.
- iii Para toda la región de la cuenca del río Mantaro como valor regional se tienen $m = 0.15$, $n=0.89$.

VII. RECOMENDACIONES

- i. Se recomienda regionalizar los valores de K y C.
- ii. Las ecuaciones dadas en el cuadro 4.12 son para tiempos de duración comprendidas entre 1 hora y 24 horas.
- iii. Las ecuaciones dadas en el cuadro 4.12 son para tiempos de retorno comprendidas entre 5 y 200 años.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍAS

- Aparicio Mijares, FJ. (1994). “*Fundamentos de Hidrología de Superficie*”. México, MX. Limusa. 303 p.
- Díaz Salas, AM. (2010). “*Estadística y Probabilidad en la Hidrología*”. Lima, PE. Asamblea Nacional de Rectores. 254 p.
- García Naranjo Bustos, M. (2009). “*Curvas Intensidad Duración Frecuencia*”. (en línea) Consultado 24 mar. 2015. Disponible en: <http://es.slideshare.net/mgarcianaranjo/curvas-intensidad-duracin-frecuencia>
- Maldonado, JI; Martínez, Ac ; Matajira, F. (2007). “*Elaboración curvas IDF Estaciones*”: Cinera, Vlla Oga y Santa Isabel-municipio de Cúcuta – Colombia. (en línea). Consultado 21 mar. 2015 Disponible en: <file:///C:/Users/Diaz%20Vergara/Downloads/144-401-2-PB.pdf>
- Ministerio de Agricultura. (2010). “*Evaluación de Recursos Hídricos Superficiales En la Cuenca del Río Mantaro*”. (en línea). Consultado 01 oct. 2015. Disponible en: <http://www.ana.gob.pe/media/390314/evaluacion%20rh%20superficiales%20rio%20mantaro.pdf>
- Ministerio de Transportes y Comunicaciones. (2011). “*Manual de Hidrología, Hidráulica y Drenaje*”. Lima, PE. Fondo Editorial ICG. 150 p.
- Muñoz Carpena, R; Rodríguez Ritter, A. (2005). “*Hidrología Agroforestal*”. S.l., ES. Mundi – Prensa. 348 p.

- Silveir, L; et al. (2014). “*Nuevas Curvas - Intensidad-Duración- Frecuencia de Precipitación para el Departamento de Montevideo, Uruguay*”. (en línea). Consultado 18 mar. 2015. Disponible en: http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?pid=S2301-15482014000100012&script=sci_arttext
- Tapia Pizarro,R; Abarza Martínez, A; Flores Villanelo, JP. (2001). “*Análisis Comparativo de las Curvas Intensidad – Duración – Frecuencia (IDF) en 6 Estaciones Pluviográficas (VII Región del Maule, Chile)*”. (en línea). Consultado 19 mar. 2015. Disponible en: <http://www.unesco.org.uy/phi/biblioteca/archive/files/1a20a3f0085a90b79994acbcd6c68017.pdf>
- Varas C, E y Bois, P.(1998). “*Hidrología Probabilística*”. S:L, CL. Universidad Católica de Chile. 156 p.
- Ven, TC; Maidment, DR; Ways, LW. (1994). “*Hidrología Aplicada*”. Trads. Saldaariaga, JG y SANTOS G, GR. Colombia, CO; Mcgraw-Hill Interamerica. 584 p.
- Villón Bejar, M. (2002). “*Hidrología Estadística*”. Lima, PE. Editorial Villón. 436 p.
- Villón Bejar, M. (2002). “*Hidrología*”. 2 ed. Lima, PE. Editorial Villón. 436 p.

ANEXO 1
DATOS DE PRECIPITACIONES MÁXIMAS EN LA CUENCA DEL RÍO
MANTARO

CUADRO 1-1
DATOS HUICHICOCHA

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	10	16	19	22.5	28.4	22
	8	15.8	20.5	21.1	28.8	21.6
	12	12	13.8	29.5	29.5	29.5
	6.5	8.1	11.2	14.6	18	15
	10	17.5	17.5	28.4	30	28.4
	10	14.6	20	20	20	17.7
	13.6	15	17	17.5	26.9	11.5
	10.3	11.3	11.7	14.4	15.4	18.3
	13	13.4	24.7	25	25.1	25.1
	15	15	15	15	20	16.5
	6.6	9	11.9	12.7	12.8	19
	11.2	13.3	17	23.4	28.6	28.5
	17.7	18.4	18.7	20.3	20.8	21.3
	10	16.8	19	26.4	27.8	26.8
	10	14	17	21.8	29	27.4
	9.8	14	17	19	27.7	24.9

CUADRO 1-2
DATOS DE CERCAPUQUIO

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	10	16	19	22.5	28.4	22
	8	15.8	20.5	21.1	28.8	21.6
	12	12	13.8	29.5	29.5	29.5
	6.5	8.1	11.2	14.6	18	15
	10	17.5	17.5	28.4	30	28.4
	10	14.6	20	20	20	17.7
	13.6	15	17	17.5	26.9	11.5
	10.3	11.3	11.7	14.4	15.4	18.3
	13	13.4	24.7	25	25.1	25.1
	15	15	15	15	20	16.5
	6.6	9	11.9	12.7	12.8	19
	11.2	13.3	17	23.4	28.6	28.5
	17.7	18.4	18.7	20.3	20.8	21.3
	10	16.8	19	26.4	27.8	26.8
	10	14	17	21.8	29	27.4
	9.8	14	17	19	27.7	24.9

CUADRO 1-3
DATOS DE PALACO

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	11.4	16	19	22.5	28.4	22
	13.8	15.8	20.5	21.1	28.8	21.6
	6.9	12	13.8	29.5	29.5	29.5
	12	8.1	11.2	14.6	18	15
	6.9	17.5	17.5	28.4	30	28.4
	10.3	14.6	20	20	20	17.7
	9.6	15	17	17.5	26.9	11.5
	9.6	11.3	11.7	14.4	15.4	18.3
	10.3	13.4	24.7	25	25.1	25.1
	8.8	15	15	15	20	16.5
	7.4	9	11.9	12.7	12.8	12.8
	9.3	13.3	17	23.4	28.6	28.5
	14	18.4	18.7	20.3	20.8	20.8
	10	16.8	19	26.4	27.8	26.8
	19.2	14	17	21.8	29	27.4

CUADRO 1-4
DATOS DE CHILICOCHA

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	9	13.5	19	21.5	29.9	23.5
	14.1	14.1	16.7	18.9	28	23.2
	8.6	16.4	20	24.2	26.7	23.5
	8	11.4	11.2	18.7	24.7	24.7
	8	13	14.8	17	31.5	19.2
	10.4	15.9	15.9	15.9	15.9	15.8
	13.2	13.4	15.1	21	28.9	23.9
	19.5	28.9	29.7	30.3	30.3	30.3
	14.5	23.1	24.7	24.7	25.2	25.2
	8.7	15.2	19	22.5	29	23.1
	10.2	14.4	16.8	17.7	24.4	23.7
	14	16	16	16.7	27.6	27.6
	11.1	14.1	14.1	14.1	14.5	14.5
	10.3	10.8	12.8	18.5	20.5	19.8
	7.5	15	15.5	16.5	17.5	17.5
	11.7	15.6	17.4	17.4	17.9	17.6

CUADRO 1-5
DATOS DE ASTOBAMBA

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	14.5	16.7	16.7	19.3	22.6	22.5
	19.3	19.3	19.3	19.3	30	30
	12.8	14.6	15.6	15.8	17	15.6
	11	16.5	26.5	28.3	33	28.5
	12.1	14.7	14.7	18	25.6	25.6
	16.4	23.1	26.7	17.9	39	39
	9.8	10.4	11.2	14.6	17	16.8
	16.8	16.8	19.5	10.5	23.4	23.4
	10.3	14.1	16.5	16.5	20.9	16.7
	6.8	9.6	10.5	11.7	16.4	16
	11.7	11.7	11.7	11.7	23.8	23.8
	10.8	11	13.5	16.9	26.7	21.8
	10	17.2	19.5	22.3	25.2	25.2
	9	13.5	15	15.3	18	17.2
	11	12.5	13.5	16.8	18.4	18.4

CUADRO 1-6
DATOS DE HUANCVELICA

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	11.5	14.5	26.3	27.8	30.5	30.2
	11.2	15.2	22.2	22.4	32.9	32.9
	17.3	22.3	22.6	22.6	22.6	22.6
	12.9	20	22.5	22.5	30.6	22.5
	19.5	24.5	24.5	26.3	29.2	24.7
	21.7	25.8	27.5	15.4	30.6	30.6
	9.3	12	13.5	22.2	25.2	23.3
	13.6	19.4	19.6	22	23.3	23.3
	10.1	14.5	20.7	25.1	22.7	22.7
	9.3	14.8	17.7	18.4	26.6	26.6
	9.5	17.1	18.4	35.7	21.5	21.5
	10	20.5	29	26.7	42.2	42.2
	16.7	18	21.5	20.5	28.4	28.4
	11.1	13.7	19.5	30.1	22	22
	20	24.4	24.5	24.5	32.5	24.5

CUADRO 1-7
DATOS DE HUAPA

AÑO	DURACION (HORAS)					DIA
	1	3	6	12	24	
	13	14.8	19.6	21.9	21.9	20.6
	10.9	15.9	19.7	22.3	28	23.2
	11	17.5	21.4	22.3	33.8	23.2
	25	53	53	53.1	53.4	53
	11.6	18.7	25.2	26.8	27.6	25.6
	14.8	14.8	14.8	14.8	19.4	19.4
	10.3	10.7	10.7	13.5	18.7	18.7
	13.5	24	30.1	30.1	30.1	30.1
	10	18.1	24.7	28.3	28.3	28.3
	9.5	13.8	16.1	19.2	20.8	20.8
	9	15.6	21.9	26.1	26.7	26.1
	16.5	19.3	22.2	22.2	28.2	26.5
	8	10.6	12	20.5	25.2	22
	13.5	14	14	14.3	26	26
	12.3	14.9	25	40	41	26.6