1. Datos del Autor:

Apellidos y Nombres: BEDOYA TELLO, Fernanda Brendy

Código de alumno: 98.0323.5.EO Teléfono: 937 526 183

Correo electrónico: brendybedoya@gmail.com DNI: 40911409

2. Modalidad de trabajo de investigación:

( ) Trabajo de Investigación ( ) Trabajo académico

( ) Trabajo de suficiencia personal (X) Tesis

3. Título profesional o grado académico

( ) Bachiller (X) Titulo ( ) Segunda especialidad

( ) Licenciado ( ) Magister ( ) Doctor

4. Título del trabajo de investigación

"MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE HORARIOS EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DE CIENCIAS APLICADAS "VÍCTOR VALENZUELA GUARDIA" – COCIAP – UNASAM, 2018"

5. Facultad de Ciencias

6. Escuela, Carrera o programa: Escuela Profesional de Matemática

7. Asesor:

Apellidos y Nombres: Mg. GARRIDO ANGULO, Henrry Ángel

Teléfono: 929027146

Correo electrónico: gaha1379@gmail.com DNI: 32800493

A través de este medio autorizo a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, publicar el trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional Digital, Repositorio Nacional Digital de Acceso Libre (ALICIA) y el Registro Nacional de Trabajos de Investigación (RENATI).

Asimismo, por la presente dejo constancia que los documentos entregados a la UNASAM, versión impresión y digital, son las versiones finales del trabajo sustentado y aprobado por el jurado y son de autoría del suscrito en estricto respeto a la legislación en materia de propiedad intelectual

FIRMA..

DNI: 40911409

10 de diciembre de 2018

UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

“MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE HORARIOS EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DE CIENCIAS APLICADAS “VÍCTOR VALENZUELA GUARDIA” – COCIAP – UNASAM, 2018”

TESIS GUIADA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE

LICENCIADO EN MATEMÁTICA

AUTOR:

Bach. Fernanda Brendy, BEDOYA TELLO

ASESOR:

Mg. Henrry Ángel, GARRIDO ANGULO

HUARAZ - PERU

2018

PROGRAMA DE TITULACIÓN PROFESIONAL
MODALIDAD TESIS GUIADA

MIEMBROS DEL JURADO

M.Sc. ALAYO MEREGILDO, Perpetua María

Presidente

M.Sc.. NINAQUISPE CASTILLO, Mario

Secretario

Dr. CERNA MAGUIÑA, Bibiano Martín

Vocal

A Dios

A mis Padres y Hermanos

A mi amado Esposo

A mis bellas Hijas

AGRADECIMIENTOS

Es oportuno agradecer a todos aquellos que de una u otra manera contribuyeron a la ejecución de la presente tesis:

A Dios, por todo.

A mis Padres Aida y Lucio, por sus vidas y ejemplos.

A mi amado Esposo Edwin, por hacerme feliz con su amor y compañía.

A mis bellas Hijas Bianca y Briana, por iluminar mis días.

A mis Hermanos, Milagros; Leonel; Candy; Mercedes; Miguel y Rennhy, por estar allí siempre.

A la Comunidad Cociapina, quienes me brindaron todas las facilidades para la ejecución de la presente investigación.

A la UNASAM, por la formación académica y las oportunidades brindadas.

A mi Asesor, Henry Garrido Angulo, por su apoyo en la culminación del presente trabajo.

A mis Profesores, Perpetua Alayo Meregildo; Bibiano Cerna Maguiña, Mario Ninaquispe Castillo, por haber aceptado ser miembros del jurado, buscando mejorar siempre la presente inestigación.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE CUADROS

CAPÍTULO III

RESUMEN

La presente investigación presenta un modelo matemático de asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, que permita maximizar la cantidad de bloques por cursos, es decir asignaciones de dos horas seguidas del mismo curso, debido a que favorece al proceso de aprendizaje del estudiante, también beneficia la agenda de los docentes al disminuir tiempos ociosos entre clases, asi como la adaptación de su disponibilidad horaria, todo ello implica una gran mejora en la institución educativa, debido a que dicha asignación se realiza cada inicio del año académico en forma manual, lo cual genera algunas situaciones que no favorecen al alumnado, al personal docente ni a la institución.

Palabras clave: Modelo Matemático, Programación Lineal, Problema de Asignación de Horarios

ABSTRACT

The present investigation presents a mathematical model of allocation of schedules in the Educational Institution of Applied Sciences "Víctor Valenzuela Guardia" - COCIAP - UNASAM, which allows to maximize the number of blocks per courses, that is to say assignments of two consecutive hours of the same course, due that favors the learning process of the student, also benefits the agenda of teachers by decreasing idle time between classes, as well as the adaptation of their time availability, all this implies a great improvement in the educational institution, because said assignment is performs each beginning of the academic year in a manual way, which generates some situations that do not favor the students, the teaching staff or the institution.

Key Word: Mathematical Model, Linear Programming, Problem of Assignment of Schedules

INTRODUCCIÓN

Cada inicio del año académico en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas "Víctor Valenzuela Guardia" – COCIAP – UNASAM; se realiza la asignación de horarios de clases de forma manual, esto genera algunas situaciones que no favorecen al alumnado, al personal docente ni a la institución. Una de las dificultades es el factor tiempo, puesto que al realizar un proceso manual conlleva a los encargados a invertir horas o días en elaborar un horario que satisfaga la mayoría de las condiciones. También se da el caso de encontrarnos con varios tiempos "ociosos" llamados así debido a que el docente dicta clases la primera hora y luego regresa a dictar las últimas horas quedando para él, un intervalo de tiempo perdido. A esto añadimos la posibilidad de encontrar días en los cuales se dictan solo cursos de ciencias o sólo cursos de Letras, lo cual es antipedagógico. Para evitar este tipo de contratiempos en la elaboración de los horarios, la presente investigación pretende desarrollar un modelo de programación lineal cuya finalidad sea mejorar la asignación de horarios.

Para tal propósito se a dividido el presente informe en seis capítulos, en el Capítulo I; explicamos la situación problemática; y formulamos el problema, considerándose la necesidad de presentar un modelo matemático para la asignación de horarios cuyo objetivo es proponer dicho modelo; específicamente, un modelo de programación lineal entera; justificando la investigación y considerándose también algunas limitaciones encontradas en el desarrollo de la misma. En el Capítulo II; se encuentran los antecedentes de la investigación, presentamos también el soporte teórico con algunos conceptos. En el capítulo III; explicamos todo el proceso de la investigación y el contexto de nuestro problema; en el cual realizamos un diagnóstico situacional para entender el problema; posteriormente, realizamos la formulación del modelo definiendo lo que es un conjunto, lo que son los parámetros, lo cual nos permitirá enmarcar a nuestras variables de decisión, ya que con ello definiremos nuestra función objetivo y restricciones para luego obtener nuestro modelo matemático de programación lineal entera para la asignación de horarios; la cual se intentó resolver con varias herramientas computacionales. En el capítulo IV presentamos los resultados encontrados en la presente investigación y en los Capítulos V y VI respectivamente se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo de investigación.

CAPÍTULO I
PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Situación Problemática

La Institución Educativa de Ciencias Aplicadas "Víctor Valenzuela Guardia" - COCIAP, es una Institución Educativa de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" -UNASAM, fue creada un 06 de Setiembre del 2002, mediante RESOLUCIÓN Nº 011-2002-UNASAM; autorizado por la Dirección Regional a través de la R.D.R. Nº 0372-2003.

Tiene sus antecedentes en la Asamblea Nacional de Rectores de las Universidades del Perú, quienes acuerdan promover y generar la creación de Instituciones Educativas al interior de las Universidades, sin fines de lucro, con el único objetivo de contribuir a brindar una formación integral en valores.

Figura 1.1. Relación del COCIAP con la UNASAM

Actualmente cuenta con dos niveles, primaria y secundaria, ambos niveles son dictados en el turno diurno de Lunes a Viernes, distribuyéndose la jornada en seis horas pedagógicas de cincuenta minutos cada una; esto es desde las 7:30 am hasta la 1:00 pm; generando una primera situación problemática, debido a que los alumnos cuentan con un solo patio para compartir el recreo, viendo esta necesidad, la institución decide particionar las horas pedagógicas de tal manera que los horarios de recreo no coincidan, teniendo una diferencia de horarios entre ambos niveles.

Tomando en cuenta que para mejorar la distribución de las horas y la dinámica del aprendizaje, se recomienda que ningún curso debe ser dictado en el mismo grado más de dos horas diarias, y que la programación más adecuada para el horario semanal es aquella que contenga la mayor cantidad de bloque posibles y que cumpla simultáneamente con todos los requisitos establecidos por los cursos y docentes. Se considera como un bloque la asignación de dos horas consecutivas del mismo curso en un mismo grado.

La institución cuenta con una plana docente pequeña y como consecuencia, es común que un docente dicte varios cursos diferentes, lo cual implica que esos cursos no puedan ser asignados en la misma hora académica en ningún grado, Así mismo cada docente tiene ciertas horas y días de disponibilidad de acuerdo a sus condiciones de contratación, por lo cual es necesario asignar a cada uno de los docentes los cursos respectivos en sus horarios laborales para garantizar la presencia del docente en la institución.

Cada inicio del año académico se tiene que formular un nuevo horario, esto generalmente se realiza manualmente, lo cual no siempre permite explorar las mejores soluciones, quedándose algunas veces con algunas soluciones factibles pero no tan buenas, podría darse el caso de que un grado reciba la misma clase dos veces en un mismo día, pero las horas de dicha clase están siendo separadas por horas, estos espacios disminuyen la eficiencia de cada clase y perturba la dinámica de aprendizaje de los estudiantes; actualmente se tiene ese caso en el Tercer grado de Primaria con el curso de Arte y cultura que se dictan los días miércoles a la tercera hora, de 9:10 am a 10:00 am y luego de dos horas se vuelve a dictar el mismo curso de 12:10 pm a 13:00 pm.También se podría tener el caso en que un docente dicte la primera hora y luego tiene que esperar hasta la última hora para dictar en la institución, formándose para el docente un tiempo muerto; situación que se da con una docente que viene a dictar los días Lunes las dos primeras horas, de 7:30 am a 9:10 am en el salón del sexto grado y luego regresa a dictar después de 3 horas esto es a la última hora de 12:10 pm a 13:00 pm en el quinto grado.

Otra situación podría ser; que, en un día los alumnos reciban clases de más de cuatro cursos; o que simplemente en un solo día se dicten cursos sólo del área de ciencias o sólo cursos del área de letras.

Por otro lado, el no contar con una área adecuada para el dictado del curso de Educación física, los alumnos tienen que desplazarse a un ambiente cercano a la institución, pero esto genera costos; debido a ello el curso en el nivel primario, no deberían particionarse por el recreo, es decir no debe de darse entre la tercera y cuarta hora pedagógica del día pues estaría además afectando el ritmo cardiáco de los estudiantes a su vez afectando el uso de su hora de recreación.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema General

¿Qué Modelo Matemático se propondrá para la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018?

1.2.2. Problemas Específicos

- ¿Qué Modelo Matemático se diseñará para la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018?
- ¿La aplicación del Modelo Matemático permitirá mejorar la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018?
- ¿Se podrá validar el Modelo Matemático que mejora la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Proponer un Modelo Matemático para la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Diseñar un Modelo Matemático para la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018.
- Aplicar el Modelo Matemático para la mejora de la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018.
- Validar el Modelo Matemático que mejora la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas “Víctor Valenzuela Guardia” – COCIAP – UNASAM, 2018.

1.4. Justificación de la Investigación

Las instituciones educativas buscan administrar eficientemente el recurso humano hacia la satisfacción de las necesidades y requerimientos institucionales, la programación de horarios escolares es un tema importante en las instituciones educativas debido a que refleja la administración del recurso humano, aspecto determinante en los índices de eficiencia interna y calidad educativa, e influye en el clima institucional, el éxito de las actividades que en su interior se realiza; brinda mayor satisfacción a los estudiantes quienes se benefician contando con un adecuado horario que le permita una educación más efectiva y a los docentes que solicitan un horario de acuerdo a restricciones, que aunque no son obligatorias en algunas ocasiones, si proporcionan tranquilidad, garantizando que el personal goce de beneficios que le brindan una carga académica balanceada sin descuidar los intereses de la institución, en el aspecto de la calidad del servicio educativo.

Todo ello justifica una imperiosa necesidad de una adecuada administración adecuada y eficaz en la asignación de horarios, que cumpla con las diferentes actividades curriculares institucionales sin incurrir en desgaste emocional o estrés hacia el cuerpo de docentes y permitiendo así potencializar la educación hacia altos estándares de calidad.

Para resolver dicho problema, el presente trabajo propone un modelo matemático que determine la programación más adecuada para el horario semanal la cual contenga la mayor cantidad de bloque posibles y que cumpla simultáneamente con todos los requisitos establecidos por los cursos y docentes.

1.5. Limitaciones del estudio

Existe una marcada diferencia entre los grupos de estudio, nos referimos al nivel primaria y secundaria de la institución educativa, esto es en la distribución de horas pedagógicas por día, en el nivel primario se tiene el dictado de tres horas pedagógicas antes del recreo y tres horas pedagógicas después del recreo; en cambio en el nivel secundario se tiene cuatro horas pedagógicas antes del recreo y dos horas pedagógicas después del recreo, así como en la cantidad de cursos y docentes, se ha considerado empezar con el estudio del caso del nivel primaria, particularmente con los grados 2° y 3° grado de primaria, debido a que ambos grados muestran la transición de un grado Unidocente a un grado Polidocente, lo cual facilitará el análisis de nuestros resultados.

Debido a la amplitud de variables que conlleva resolver un problema de asignación de horarios, se utilizó la herramienta computacional, Lindo 17.0, que admite el trabajo con miles de variables. Este software maneja dos tipos de entrada de datos, manual como en lenguaje de programación, nuestro limitante a sido solo la introducción manual, pues queda seguir explorando el lenguaje de programación.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

2.1.1. Antecedentes Nacionales

Patricia Milagros, Huamán Romero (2007). En su investigación: El Problema de Asignación de Horarios Aplicando Los Algoritmos Genéticos en la Institución Académica del Centro de Idiomas, tuvo como objetivo demostrar que se puede aplicar los algoritmos genéticos en una asignación de horarios la cual se realizó en un 80%.

Jesús, Cuycaposa Rojas (2016). En su investigación: Optimización en la Programación de Horarios de Editores y Asignación de Islas de Edición, para la Post-Producción de Programas de un Canal de Televisión en Lima, Aplicando Programación Lineal Entera, tuvo como objetivo representar y resolver de forma óptima el problema de programación de horarios de trabajo y asignación de islas de edición. Con un tipo de investigación descriptiva. Concluyendo que el problema se puede sistematizar, representar y resolver de forma óptima a través de la aplicación de la programación Lineal Entera, resolviéndose el modelo a través del programa LINDO 6.1

2.1.2. Antecedentes Internacionles

Martín Ángel, Juan Camilo & Maya Duque, Pablo Andrés (2016), en su artículo de investigación: Modelo Lineal Para la Programación de Clases en una Institución Educativa, en Colombia, proponen un Modelo de Programación Lineal que maximice la cantidad total de bloques académicos para cada materia y grupo. La investigación que se realizó fue de tipo descriptivo. Concluyéndose que el modelo cumple con todos los requerimientos establecidos el Modelo se resolvió mediante el entorno MOSEL, y cada instancia se resolvió en el software FICO Xpress 7.8.

Esquivel T., Linda Lucía (2014), en su investigación: Modelo Matemático para la Programación de un Horario Escolar con Multi-Localización de Docentes, tuvo como objetivo desarrollar un modelo matemático para la programación de horarios escolares de secundaria, que satisfaga las restricciones, la multi-localización y las necesidades del cuerpo docente. Con un tipo de investigación Descriptivo. Se resolvió el problema de la programación de horarios mediante un modelo de Programación Lineal que cumplió la mayoría de los requerimientos formulados con la ayuda del software LINGO 14.0.

Canseco González, Adriana, Sánchez Partida, Diana, Zuñiga Alcaraz, Catya & Olivares Benitez, Elías (2016), en su artículo de investigación: Aplicación de Programación Lineal para la Asignación de Horarios en una Institución educativa Mexicana, se plantearon como objetivo optimizar la asignación de cursos a grupos en un conjunto de periodos de tiempo con determinados requerimiento. La investigación se cataloga de tipo descriptiva. Fue implementado en el ciclo 2013 – 2014 y validado con éxito al resolver en 4 segundos lo que tomaba de 5 a 7 horas en planificar con la ayuda del software LINGO 10.

2.2. Bases Teóricas

2.2.1. Programación Lineal

- Render, Stair & Hanna (2006, p. 250) señala que: "...La programación lineal (PL) es una técnica de modelado matemático ampliamente utilizada, que está diseñada para ayudar a los gerentes en la planeación y toma de decisiones respecto a la asignación de recursos..."

- Frederick y Hiller (2008, p. 17) postula que: "...la programación lineal se utiliza un modelo matemático para representar el problema bajo estudio. La palabra lineal en el nombre se refiere a la forma de las expresiones matemáticas en este modelo. Y programación no se refiere a programación por computadora, aquí se le utiliza esencialmente como sinónimo de planeación. De esta manera, programación lineal significa la planeación de actividades que se representa por un modelo matemático lineal ..."

La programación lineal al ser una representación de un modelo matemático para la solución de un problema presenta la siguiente estructura:

A. Variables de decisión, que indica la(s) variable(s) a analizar.

B. Función objetivo, puede ser maximizar o minimizar.

C. Restricciones, conjunto de limitaciones para el modelo, estas restricciones son expresiones matemáticas lineales.

2.2.2. Programación Lineal Entera

La forma general de un problema de programación lineal entera se define como:

Maximizar (o Minimizar) $Z = \sum_{j \in N}^{n} c_j . X_j$
Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} + S_i = b_i, \quad i \in M$$

$$S_i \geq 0, \quad i \in M$$

$$X_j \; entero, \quad j \in I \supset N$$

Donde $\boldsymbol{a_{ij}}$, $\boldsymbol{b_i}$ y $\boldsymbol{c_j}$ son valores que se asumen conocidos; el problema consiste en hallar los valores $\boldsymbol{X_j}$, que optimiza la función objetivo, sujeta a las restricciones; las variables $\boldsymbol{X_j}$ se llaman variables de decisión. $\boldsymbol{S_i}$ es la variable de holgura; Si la restricción está escrita en la forma de una ecuación, entonces la variable de holgura no existe.

Si no existe la condición de que la variable debe ser entera, el problema es un problema de programación ordinaria lineal o no lineal. En otras palabras, los métodos de programación entera buscan determinar el punto óptimo a lo largo de todos los puntos discretos incluidos en el espacio de solución continuo factible.
Daría la impresión entonces que la condición adicional de que las variables sean enteras no representaría un gran problema ya que, el espacio de solución estaría mejor definido y no se necesitaría buscar a lo largo de un número infinito de puntos como en el caso de los problemas continuos (se asume por simplicidad que el espacio continuo está limitado).

Desafortunadamente, la conclusión explicada arriba no es cierta. Aunque el espacio de solución de los problemas enteros está estructuralmente mejor definido que en los problemas continuos, se ha probado que es computacionalmente más dificultoso.

El hecho es que la condición de que las variables sean enteras en ocasiones "destruye" las propiedades del espacio solución. Un ejemplo típico sería el problema lineal entero. Si no existiera la condición de variables enteras, el espacio de solución sería convexo. Esto viene a ser inicialmente, la propiedad básica que dirige al éxito del método simplex para resolver problemas lineales.

Ya que se han logrado éxitos en la resolución de los programas continuos lineales y no lineales, todos los algoritmos enteros se han desarrollado mediante la conversión del espacio discreto en uno equivalente continuo. Esto se logra al modificar el espacio de solución continuo de manera que el mejor punto entero requerido sea escogido. Aun cuando existen situaciones en las que parecería que el espacio continuo no se utiliza (problemas en los que todas las variables son binarias), se puede verificar que el método de solución puede ser enfocado hacia la versión continua.

2.2.3. Problema de Programación Lineal Binaria (PPLB)

Es un problema de programación lineal entera, donde todas sus variables de decisión toman solamente valores de 0 ó 1.

Su forma general es:

Maximizar (o Minimizar) $Z = \sum_{j \in N}^{n} c_j . X_j$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \begin{pmatrix} \leq \\ \text{ó} \\ = \\ \text{ó} \\ \geq \end{pmatrix} b_i, \quad i \in M, \quad M = \{1; 2; \dots; n\}$$

$$X_j = \mathbf{0} \text{ ó } \mathbf{1} \quad j \in M$$

Una de las contribuciones de la PLB es la flexibilidad del modelo debido al uso de variables de tipo 0 ó 1.

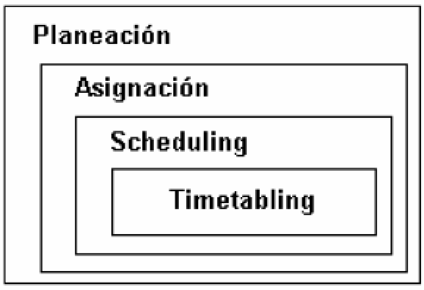
2.2.4. Timetabling

Existe una gran cantidad de problemas de optimización, tanto en la industria como en la ciencia. Entre los problemas de optimización combinatoria más comunes se encuentran: el problema del agente viajero (TSP, Travelling Salesman Problem), el problema general de asignación, Scheduling y Timetabling. Hasta ahora, no se conoce ningún algoritmo determinístico capaz de generar la solución óptima de esos problemas en tiempo polinomial, por lo que se considera que están entre los problemas computacionales más difíciles de resolver. En el lenguaje computacional, estos problemas se califican con el nombre de NP-duros, particularmente en el contexto de la teoría de la NP-Completez. [12].

Otros de los problemas concernientes al área de optimización combinatoria son los de secuenciación y scheduling, problemas de toma de decisiones que tienen como meta la optimización de uno o más objetivos y juegan un papel crucial en la industria. En la competencia actual de las empresas, la secuenciación y el scheduling se han convertido en una necesidad para sobrevivir en el mercado. Se tienen que asignar actividades de tal forma que se usen los recursos disponibles en una forma eficiente [13].

Un caso particular de los problemas de scheduling es el problema Educational Timetabling (ETT), donde los recursos a asignar son profesores, aulas y recursos audiovisuales; las actividades por asignar son los eventos, tales como cursos, conferencias, talleres, etc. Estableciendo una secuencia jerárquica, el problema de Timetabling es un subproblema del problema de Scheduling; a su vez, éste último está dentro del problema general de asignación, el cual es un subconjunto del problema de planeación [14]. Esto se ilustra en la Figura 2.1.

Figura 2.1. Ubicación del problema Timetabling



Diversos autores Schaerf, (1999); Burke, (1997); Carter, (1998); Melicio, (1999) han clasificado el problema Educational Timetabling (ETT) de varias maneras, de las cuales sobresalen tres categorías principales presentadas a continuación, con las definiciones dadas en Schaerf, (1999).

2.2.4.1 School Timetabling

Consiste en la calendarización semanal de todos los grupos de un nivel de enseñanza media (secundaria o preparatoria), evitando que un profesor imparta dos clases al mismo tiempo y viceversa. En esta modalidad, existen grupos de estudiantes ya predefinidos que cursan materias específicas asignadas según su grado escolar.

2.2.4.2 University Timetabling

Consiste en calendarizar semanalmente todas las sesiones de un conjunto de cursos universitarios, minimizando el traslape de sesiones entre cursos con estudiantes o profesores en común. La principal diferencia con la modalidad anterior está en que los estudiantes pueden elegir las materias que desean cursar, por lo que, en vez de calendarizar horarios grupales, se trabaja con horarios prácticamente individuales.

2.2.4.3 Examination Timetabling

Esta variedad consiste en la calendarización de los exámenes de un conjunto de cursos universitarios, evitando el traslape de exámenes de cursos con estudiantes en común, además de procurar una distribución esparcida de exámenes para los estudiantes, tanto como sea posible.

2.3. Bases Conceptuales

- **Conjunto**

Un conjunto es una colección de elementos considerada en sí misma como un objeto. Los elementos de un conjunto, pueden ser: personas, números, colores, letras, figuras, etc. Se dice que un elemento (o miembro) pertenece al conjunto si está definido como incluido de algún modo dentro de él.

Los conjuntos son un concepto primitivo, en el sentido de que no es posible definirlos en términos de nociones más elementales, por lo que su estudio puede realizarse de manera informal, apelando a la intuición y a la lógica. Por otro lado, son el concepto fundamental de la matemática: mediante ellos puede formularse el resto de objetos matemáticos, como los números y las funciones, entre otros. Su estudio detallado requiere pues la introducción de axiomas y conduce a la teoría de conjuntos.

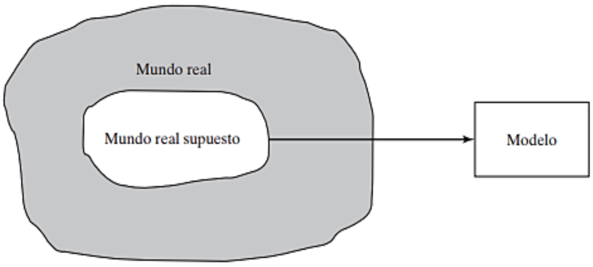
- **Sistema**

Es un conjunto de componentes que se relacionan con al menos algún otro componente; puede ser material o conceptual.

- **Modelo Matemático:**

Un modelo matemático de un objeto (fenómeno real) es cualquier esquema simplificado e idealizado del mismo, constituido por símbolos y operaciones (relaciones) matemáticas. Un modelo matemático es un caso de formalización que emplea los más diversos instrumentos producidos en la ciencia matemática.

Fig. 2.2 Niveles de abstracción en el desarrollo de un modelo



Fuente: https://jrvargas.files.wordpress.com/2009/01/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf, 20/08/2018

- **Optimización:**

En matemáticas, estadísticas, ciencias empíricas, ciencia de la computación, o economía, optimización matemática (o bien, optimización o programación matemática) es la selección del mejor elemento (con respecto a algún criterio) de un conjunto de elementos disponibles.

En el caso más simple, un problema de optimización consiste en maximizar o minimizar una función real eligiendo sistemáticamente valores de entrada (tomados de un conjunto permitido) y computando el valor de la función. La generalización de la teoría de la optimización y técnicas para otras formulaciones comprende un área grande de las matemáticas aplicadas. De forma general, la optimización incluye el descubrimiento de los "mejores valores" de alguna función objetivo dado un dominio definido, incluyendo una variedad de diferentes tipos de funciones objetivo y diferentes tipos de dominios.

- **Función Objetivo:**

Es la función que deseamos optimizar, es decir, maximizar o minimizar.

• **Máximos y Mínimos:**

Sean $f : D \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ \vec{x}_0 \in D$ el problema de optimización:

$$\text{maximizar / minimizar } f\,(x_1, x_2, \cdots, x_n),\ (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in D$$

en el cual el conjunto D recibe el nombre de conjunto factible y la función *f* el de función objetivo.

* $\vec{x}_0$ es un extremo absoluto si:

$\forall \vec{x} \in D, \quad f(\vec{x}_0) \geq f(\vec{x}) \ \ \textbf{(máximo)}\ \acute{o}\ f(\vec{x}_0) \leq f(\vec{x}) \ \ \textbf{(mínimo)}.$

* $\vec{x}_0$ es un extremo relativo si existe un entorno $\vec{x}_0,\ U(\vec{x}_0)$ tal que:

. $\forall \vec{x} \in U(\vec{x}_0) \cap D, \quad f(\vec{x}_0) \geq f(\vec{x}) \ \ \textbf{(máximo)}\ \acute{o}\ f(\vec{x}_0) \leq f(\vec{x}) \ \ \textbf{(mínimo)}.$

* $\vec{x}_0$ es un extremo (absoluto - relativo) estricto si las desigualdades son estrictas para $\vec{x} \neq \vec{x}_0$.

• **Restricciones**

La serie de limitaciones a las cuales está sujeta nuestro modelo de programación lineal; recibe el nombre de restricciones, las cuales están expresadas mediante inecuaciones.

• **Solución Óptima**

De un conjunto de soluciones es la mejor alternativa de solución para un problema determinado.

• **Parámetro**

Se conoce como parámetro al dato que se considera como imprescindible y orientativo para lograr evaluar o valorar una determinada situación. A partir de un parámetro, una cierta circunstancia puede comprenderse o ubicarse en perspectiva.

CAPÍTULO III
METODOLOGÍA

3.1. Análisis del proceso

En ésta etapa se recabaron los datos necesarios para conocer el contexto del problema; datos que fueron proporcionados por la institución educativa, esto nos permitió determinar los factores y condiciones que afectan la asignación de horarios.

3.2. Contexto del problema

Una vez recaudada toda la información posible en la etapa anterior, se identifican los factores que afectan a nuestra asignación de horarios, los cuales se detallan a continuación:

- Número de Estudiantes matriculados en el año lectivo 2018.
- Número de Aulas disponibles para los grados correspondientes.
- Los cursos que se dictarán en los diferentes grados.
- Número de días de clases.
- Los turnos por dictarse, de mañana y tarde o solo mañana o solo tarde.
- Número de docentes calificados para el dictado de las asignaturas.
- La distribución de las horas pedagógicas en los diferentes niveles tanto de primaria y secundaria, teniendo en cuenta que los horarios de recreo deben ser diferentes para ambos niveles, debido a que la institución solo cuenta con

un patio para el recreo.

- No pueden dictarse más de un curso en una misma hora pedagógica.
- Un docente no puede dictar varios cursos en una misma hora pedagógica, ni puede dictar en más de un salón.
- La programación se debe realizar completa, es decir que todas las horas pedagógicas deben tener asignadas un curso y un docente que dicte dicho curso.
- Se debe evitar en lo posible, que un docente dicte las primeras horas y luego tenga un lapso de descanso, para recién dictar la última hora.
- Es necesario respetar la disponibilidad horaria de cada docente. Debido a que muchos docentes en especial del nivel secundario solo son contratados por un número de horas, pues tienen que dictar también en el nivel primario o son docentes que dictan en otras instituciones educativas.
- Se recomienda que los cursos estén distribuidos por bloques de 2 horas pedagógicas. Para evitar que el alumno pierda la continuidad en el aprendizaje.
- Las horas de Educación Física se tienen que mantener en bloques de 2 horas pedagógicas para que el ritmo cardiaco de los alumnos no sea alterado.
- Se recomienda que haya diversidad en el dictado de los cursos, esto es que el alumno en un día tenga la opción de variar entre cursos de Ciencias y cursos de Letras.

Después de realizar el diagnóstico; se encontró la siguiente información:

✓ El número de estudiantes matriculados en el presente año lectivo 2018 fueron de 295, teniendo en cuenta que en cada aula el número de alumnos debe ser menor o igual a 32, se encontraron una población de 128 alumnos matriculados en el nivel primaria y 167 alumnos en el nivel secundaria; esto nos permite definir un aula por grado en el nivel primaria y 7 aulas en el nivel secundario teniendo dos secciones en el 4to año y 5to año; dicha distribución se especifica en la siguiente tabla:

Tabla 3.1. Distribución de los alumnos en los diferentes grados.
Elaboración propia.

Nivel	Grado	N° de Alumnos	Total
Prrimaria	1°	27	
	2°	27	
	3°	21	
	4°	18	
	5°	16	
	6°	19	128
Secundaria	1°	31	
	2°	22	
	3°	22	
	4° "A"	23	
	4° "B"	22	
	5° "A"	23	
	5° "B"	24	167
Total		**295**	**295**

- ✓ Las clases se desarrollarán de Lunes a Viernes (5 días a la semana) Turno Mañana, desde las 7:30 a.m. hasta la 1:00 p.m.; cada día constará de 6 horas pedagógicas (una hora pedagógica equivale a 50 minutos) y un recreo de 30 minutos, procurando mantener los recreos de primaria y secundaria separados, debido a que se cuenta con un patio pequeño que solo abastecerá la población de un solo nivel. Esto nos dá un total de 30 horas pedagógicas dictadas a la semana, el cual encuentra dentro de los parámetros regulados por el ministerio de educación. Tomando en cuenta estos datos, se elaboró la distribucón de las horas pedagógicas por día de ambos niveles de la siguiente manera:

Cuadro 3.1. Horario Escolar Nivel Primaria
Elaboración propia

HORARIO ESCOLAR - PRIMARIA - 2018					
HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:30 - 8:20					
8:20 - 9:10					
9:10 - 10:00					
10:00 - 10:30	RE	C	R	E	O
10:30 - 11:20					
11:20 -12:10					
12:10 -13:00					

Cuadro 3.2. Horario Escolar Nivel Secundaria

Elaboración propia

HORARIO ESCOLAR - SECUNDARIA - 2018					
HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:30 - 8:20					
8:20 - 9:10					
9:10 - 10:00					
10:00 - 10:50					
10:50 - 11:20	RE	C	R	E	O
11:20 -12:10					
12:10 -13:00					

✓ De acuerdo a la necesidad de los cursos a dictarse en cada grado el cual también se encuentra dentro de los parámetros especificados en la curricula nacional se cuenta con 9 áreas y 18 cursos en el nivel primario y 17 cursos en el nivel secundario. Tomando en cuenta la cantidad de docentes disponible en el nivel primaria 11 docentes y en el nivel secundario 13 docente; se pudo elaborar la carga académica para el nivel primario y secundario, que se detalla a continuación:

Tabla 3.2. Carga Académica del Nivel Primario

Elaboración Propia

Nº	ÁREA	CURSO	DOCENTE	1º	2º	3º	4º	5°	6°	CARGA HORARIA
				A	A	A	A	A	A	
1	COMUNICACIÓN	COMUNICACIÓN INTEGRAL	Docente 1	4	0	0	0	0	0	4
		COMUNICACIÓN INTEGRAL	Docente 2	0	4	0	0	0	0	4
		COMUNICACIÓN INTEGRAL	Docente 3	0	0	4	4	4	0	12
		COMUNICACIÓN INTEGRAL	Docente 5	0	0	0	0	0	4	4
		COMPRENSIÓN DE TEXTOS	Docente 1	2	0	0	0	0	0	2
		COMPRENSIÓN DE TEXTOS	Docente 2	0	2	0	0	0	0	2
		COMPRENSIÓN DE TEXTOS	Docente 3	0	0	2	2	2	2	8
		RAZ VERBAL	Docente 1	2	0	0	0	0	0	2
		RAZ VERBAL	Docente 2	0	2	0	0	0	0	2
		RAZ VERBAL	Docente 3	0	0	2	2	2	2	8
2	MATEMÁTICA	LÓGICO MATEMÁTICO	Docente 1	6	0	0	0	0	0	6
		LÓGICO MATEMÁTICO	Docente 2	0	6	0	0	0	0	6
		RAZ. MATEMÁTICO	Docente 1	2	0	0	0	0	0	2
		RAZ. MATEMÁTICO	Docente 2	0	2	0	0	0	0	2
		RAZ. MATEMÁTICO	Docente 4	0	0	2	2	2	0	6
		RAZ. MATEMÁTICO	Docente 6	0	0	0	0	0	2	2
		ARITMÉTICA	Docente 4	0	0	2	2	0	0	4
		ARITMÉTICA	Docente 6	0	0	0	0	2	2	4
		ÁLGEBRA	Docente 4	0	0	2	2	0	0	4
		ÁLGEBRA	Docente 6	0	0	0	0	2	2	4
		GEOMETRÍA	Docente 4	0	0	2	2	0	0	4
		GEOMETRÍA	Docente 6	0	0	0	0	2	2	4
3	INGLÉS	INGLÉS	Docente 7	2	2	2	2	2	2	12

4	**RELIGIÓN**	**RELIGIÓN**	Docente 1	2	0	0	0	0	0	**2**
		RELIGIÓN	Docente 2	0	2	0	0	1	1	**4**
		RELIGIÓN	Docente 11	0	0	2	0	0	0	**2**
		RELIGIÓN	Docente 3	0	0	0	1	0	0	**1**
5	**CIENCIA Y TECNOLOGÍA**	**CIENCIA Y TECNOLOGÍA**	Docente 1	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**3**
		CIENCIA Y TECNOLOGÍA	Docente 2	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**3**
		CIENCIA Y TECNOLOGÍA	Docente 5	**0**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**3**
		BIOLOGÍA	Docente 5	0	0	0	2	2	2	**6**
		FÍSICA	Docente 5	**0**	**0**	**0**	2	2	2	**6**
6	**ARTE Y CULTURA**	**ARTE Y CULTURA**	Docente 1	**2**	**0**	**0**	**2**	**0**	**0**	**4**
		ARTE Y CULTURA	Docente 2	**0**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**	**2**
		ARTE Y CULTURA	Docente 8	**0**	**0**	**2**	**0**	**2**	**2**	**6**
7	**EDUCACIÓN FÍSICA**	**EDUCACIÓN FÍSICA**	Docente 9	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**0**	**10**
		EDUCACIÓN FÍSICA	Docente 10	0	0	0	0	0	2	**2**
8	**PERSONAL SOCIAL**	**PERSONAL SOCIAL**	Docente 1	2	0	0	0	0	0	**2**
		PERSONAL SOCIAL	Docente 2	0	2	0	0	0	0	**2**
		PERSONAL SOCIAL	Docente 5	0	0	2	0	0	0	**2**
		HISTORIA Y GEOGRAFIA	Docente 5	0	0	0	2	2	2	**6**
9	**TUTORÍA**	**TUTORÍA**	Docente 1	1	0	0	0	0	0	**1**
		TUTORÍA	Docente 2	0	1	0	0	0	0	**1**
		TUTORÍA	Docente 3	0	0	1	0	0	0	**1**
		TUTORÍA	Docente 4	0	0	0	1	0	0	**1**
		TUTORÍA	Docente 5	0	0	0	0	1	0	**1**
		TUTORÍA	Docente 6	0	0	0	0	0	1	**1**
TOTAL DE HORAS				**30**	**30**	**30**	**30**	**30**	**30**	**180**

Tabla 3.3. Carga Académica del Nivel Secundario

Elaboración Propia

Nº	**ÁREA/CURSO**	**DOCENTE**	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**		**5º**		**CARGA HORARIA**
			A	**A**	**A**	**A**	**B**	**A**	**B**	
1	ALGEBRA	Docente 1	2	2	2	2	0	0	0	**8**
	ALGEBRA	Docente 2	0	0	0	0	2	2	2	**6**
2	ARITMETICA	Docente 3	2	2	2	2	2	0	0	**10**
	ARITMETICA	Docente 4	0	0	0	0	0	2	2	**4**
3	GEOMETRIA	Docente 2	2	2	2	0	0	0	0	**6**
	GEOMETRIA	Docente 5	0	0	0	2	2	2	2	**8**
4	TRIGONOMETRIA	Docente 1	2	2	2	0	0	0	0	**6**
	TRIGONOMETRIA	Docente 5	0	0	0	2	2	2	2	**8**
5	COMUNICACIÓN	Docente 6	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
6	LITERATURA	Docente 7	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
7	RV	Docente 8	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
8	RM	Docente 4	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
9	INGLES	Docente 9	1	1	1	1	1	**1**	**1**	**7**
10	FORMACION CIVICA Y CIUDADANA	Docente 10	1	1	1	1	1	**1**	**1**	**7**
11	HISTORIA	Docente 10	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
12	GEOGRAFIA	Docente 10	1	1	1	1	1	**1**	**1**	**7**
13	EDUCACION FISICA	Docente 11	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
14	FISICA	Docente 12	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
15	BIOLOGIA	Docente 13	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
16	QUIMICA	Docente 12	2	2	2	2	2	**2**	**2**	**14**
17	PERSONA FAMILIA Y RECURSOS HUMANOS	Docente 8	1	0	0	0	0	**0**	**0**	**1**
	PFRH	Docente 4	0	1	0	0	0	**0**	**0**	**1**
	PFRH	Docente 9	0	0	1	0	0	**0**	**0**	**1**
	PFRH	Docente 1	0	0	0	1	0	**0**	**0**	**1**
	PFRH	Docente 12	0	0	0	0	1	**0**	**0**	**1**
	PFRH	Docente 13	0	0	0	0	0	1	0	**1**
	PFRH	Docente 10	0	0	0	0	0	0	1	**1**
TOTAL DE HORAS			**30**	**30**	**30**	**30**	**30**	**30**	**30**	**210**

✓ Se elaboró un cuadro de doble entrada con los cursos y los docentes que dictan en los diferentes grados del nivel primaria.

Tabla 3.4. Los cursos con sus respectivos docentes y grados

Elaboración Propia

CURSOS Y DOCENTES		D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
COMUNICACIÓN	c1	1°	2°		3°, 4°, 5°	6°						
PLAN LECTOR	c2	1°	2°		3°,4°,5°,6°							
RAZ. VERBAL	c3	1°	2°		3°,4°,5°,6°							
MATEMÁTICA	c4	1°	2°									
RAZ. MATEMÁTICO	c5	1°	2°	3°, 4°, 5°			6°					
ARITMÉTICA	c6			3°, 4°			5°.6°					
ÁLGEBRA	c7			3°, 4°			5°.6°					
GEOMETRÍA	c8			3°, 4°			5°.6°					
INGLÉS	c9							1°,2°,3° 4°,5°,6°				
RELIGIÓN	c10	1°	2°, 5°,6°		4°							3°
CIENCIA Y TECNOLOGÍA	c11	1°	2°			3°						
BIOLOGÍA	c12					4°,5°,6°						
FÍSICA	c13					4°,5°,6°						
ARTE Y CULTURA	c14	1°, 4°	2°						3°,5°.6°			
EDUCACIÓN FÍSICA	c15									1°,2°,3° 4°,5°	6°	
PERSONAL SOCIAL	c16	1°	2°			3°						
HISTORIA Y GEOGRAFÍA	c17					4°,5°,6°						
TUTORÍA	c18	1°	2°	3°	4°	5°	6°					

- ✓ Se pudo resumir en un solo cuadro de doble entrada los cursos que se dictan en los diferentes grados del nivel primaria con sus respectivos docentes.

Tabla 3.5. Los cursos que se dictan en los respectivos grados

Elaboración Propia

CURSOS Y DOCENTES		1°	2°	3°	4°	5°	6°
COMUNICACIÓN	c1	D1	D2	D4	D4	D4	D5
PLAN LECTOR	c2	D1	D2	D4	D4	D4	D4
RAZ. VERBAL	c3	D1	D2	D4	D4	D4	D4
MATEMÁTICA	c4	D1	D2				
RAZ. MATEMÁTICO	c5	D1	D2	D3	D3	D3	D6
ARITMÉTICA	c6			D3	D3	D6	D6
ÁLGEBRA	c7			D3	D3	D6	D6
GEOMETRÍA	c8			D3	D3	D6	D6
INGLÉS	c9	D7	D7	D7	D7	D7	D7
RELIGIÓN	c10	D1	D2	D11	D4	D2	D2
CIENCIA Y TECNOLOGÍA	c11	D1	D2	D5			
BIOLOGÍA	c12				D5	D5	D5
FÍSICA	c13				D5	D5	D5
ARTE Y CULTURA	c14	D1	D2	D8	D1	D8	D8
PERSONAL SOCIAL	c15	D1	D2	D5			
EDUCACIÓN FÍSICA	c16	D9	D9	D9	D9	D9	D10
HISTORIA Y GEOGRAFÍA	c17				D5	D5	D5
TUTORÍA	c18	D1	D2	D3	D4	D5	D6

3.3. Formulación del modelo

Con el fin de dar solución al problema descrito, se considerará solamente la asignación de horarios en el nivel primario para lo cual se propone un modelo de programación matemática. Para ello, se definen:

3.3.1. Conjuntos

Cuadro 3.3. Definición de los Conjuntos

Elaboración Propia

CONJUNTO	NOTACIÓN
H	Horas de clase, las cuales son Horas pedagógicas que constan de 50 minutos. $h \epsilon H$ donde h= {1; 2; 3; 4; 5; 6}
G	Grados existentes en el nivel primaria. Primero; Segundo; Tercero; Cuarto; Quinto y Sexto. Del Nivel Primaria. $g \epsilon G$ donde g= {1; 2; 3; 4; 5; 6}
D	Días de clase. Lunes; Martes; Miércoles; Jueves y Viernes. $d \epsilon D$ donde d= {1; 2; 3; 4; 5}
C	Los Cursos que deben ser dictados en el nivel primaria en la institución (entiéndase que los elementos de este conjunto están fuertemente ligados con los docentes, esto es, a cada curso le corresponde un profesor). $c \epsilon C$ donde c= {1; 2; 3; 4; ...; 18}

3.3.2. Parámetros

Cuadro 3.4. Parámetros considerados en el estudio

Elaboración Propia

PARÁMETRO	NOTACIÓN
T_{cg}	La cantidad de horas obligatorias que se deben asignar del curso c en el grado g.
IC	Matriz de Incompatibilidad entre cursos. Son los cursos que son dictados por el mismo docente y que por eso no pueden ser asignadas simultáneamente.
IH	Matriz de incompatibilidades horarias. Son las horas en las cuales cada curso puede o no ser dictado, de acuerdo con las condiciones particulares del docente asociado a cada curso.

3.3.3. Variables de decisión

La decisión que se va a tomar consiste en qué curso dictar en cierto grado cada hora. Por ello se definen las siguientes variables de decisión.

$$A_{gc}^{dh}\begin{cases}1, & El\ día\ \boldsymbol{d}\ a\ la\ hora\ \boldsymbol{h}\ se\ asigna\ el\ curso\ \boldsymbol{c}\ en\ el\ grado\ \boldsymbol{g}.\\ 0, & El\ día\ \boldsymbol{d}\ a\ la\ hora\ \boldsymbol{h}\ \boldsymbol{NO}\ se\ asigna\ el\ curso\ \boldsymbol{c}\ en\ el\ grado\ \boldsymbol{g}.\end{cases}$$

$$B_{gc}^{dh}\begin{cases}1, & El\ día\ \boldsymbol{d}\ a\ la\ hora\ \boldsymbol{h}\ el\ grado\ \boldsymbol{g}\ inicia\ un\ bloque\ del\ curso\ \boldsymbol{c}.\\ 0, & El\ día\ \boldsymbol{d}\ a\ la\ hora\ \boldsymbol{h}\ el\ grado\ \boldsymbol{g}\ \boldsymbol{NO}\ inicia\ un\ bloque\ del\ curso\ \boldsymbol{c}.\end{cases}$$

Nótese que B_{gc}^{dh} es un marcador de bloque, de modo que si B_{gc}^{dh} vale 1 entonces el día d a las horas h y $(h+1)$ se asignará el curso c en el grado g. Por otro lado A_{gc}^{dh} tomará el valor de 1 para cada curso asignado en el día, hora y grado especificado.

3.3.4. Función Objetivo

El objetivo es maximizar la cantidad de bloques que se puedan formar durante la semana.

$$máx \sum_{d\in D}\sum_{h\in H}\sum_{g\in G}\sum_{c\in C} B_{gc}^{dh}$$

3.3.5. Restricciones

Las restricciones (1); (2) y (3) permite que se asigne un curso en cierta hora sin necesidad de que sea un bloque, pero asegura que dos horas consecutivas en el mismo grado tienen el mismo curso entonces el marcador B_{gc}^{dh} tome el valor de 1.

$$B_{gc}^{dh} \leq A_{gc}^{dh} \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall g \in G, \forall c \in C \qquad (1)$$

$$B_{gc}^{dh} \leq A_{gc}^{d(h+1)} \qquad \forall d \in D, \forall h \in H | h < 6, \forall g \in G, \forall c \in C \qquad (2)$$

$$A_{gc}^{dh} + A_{gc}^{d(h+1)} - B_{gc}^{dh} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall h \in H | h < 6, \forall g \in G, \forall c \in C \quad (3)$$

Las restricciones (4) y (5) implican que la cantidad de horas asignadas de un curso en un grado durante la semana sea igual a la cantidad exigida T_{gc}, y además que cada curso no se dicte más de dos horas en el mismo grado durante un día.

$$\sum_{d\in D}\sum_{h\in H} A_{gc}^{dh} = T_{cg} \qquad \forall g \in G, \forall c \in C \qquad (4)$$

$$\sum_{h\in H} A_{gc}^{dh} \leq 2 \qquad \forall d \in D, \forall g \in G, \forall c \in C \qquad (5)$$

Es necesario también que en cada instante de tiempo un curso se asigne a un único grado, de la misma forma que a un grado sólo se le asigne un único curso, en cada horario estas condiciones son expresadas en las restricciones (6) y (7).

$$\sum_{g\in G} A_{gc}^{dh} \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall c \in C \qquad (6)$$

$$\sum_{c\in C} A_{gc}^{dh} \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall g \in G \qquad (7)$$

Sucede además que algunos cursos no pueden asignarse en el mismo horario aún si fuese en grados diferentes ya que son dictadas por el mismo profesor, lo cual se condiciona en la expresión (8).

$$\sum_{g\in G} (A_{ga}^{dh} + A_{gb}^{dh}) \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall a, b \in C | IC_{ab} = 1 \qquad (8)$$

Mientras que la restricción (9) asegura que los cursos se asignen únicamente en las horas que no presenten incompatibilidad con la disponibilidad del docente encargado de dictar ese curso

$$\sum_{g\in G} A_{ga}^{ef} = 0 \qquad \forall e \in D, \forall f \in H, \forall g \in G, \forall a \in C \; | IH_{a}^{bc} = 0 \qquad (9)$$

Por último, la expresión (10) indica que el marcador de bloques para la hora 6 debe valer cero ya que por ser la última hora no puede tomar otro valor.

$$B_{gc}^{d6} = 0 \qquad \forall d \in D, \; \forall g \in G, \forall c \in C \qquad (10)$$

3.3.6. Modelo Matemático

El modelo Matemático que se obtiene es el siguiente:

$$máx \sum_{d\in D}\sum_{h\in H}\sum_{g\in G}\sum_{c\in C} B_{gc}^{dh}$$

s. a.

$$B_{gc}^{dh} \leq A_{gc}^{dh} \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall g \in G, \forall c \in C$$

$$B_{gc}^{dh} \leq A_{gc}^{d(h+1)} \qquad \forall d \in D, \forall h \in H | h < 6, \forall g \in G, \forall c \in C$$

$$A_{gc}^{dh} + A_{gc}^{d(h+1)} - B_{gc}^{dh} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall h \in H | h < 6, \forall g \in G, \forall c \in C$$

$$\sum_{d\in D}\sum_{h\in H} A_{gc}^{dh} = T_{cg} \qquad \forall g \in G, \forall c \in C$$

$$\sum_{h\in H} A_{gc}^{dh} \leq 2 \qquad \forall d \in D, \forall g \in G, \forall c \in C$$

$$\sum_{g\in G} A_{gc}^{dh} \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall c \in C$$

$$\sum_{c\in C} A_{gc}^{dh} \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall g \in G$$

$$\sum_{g\in G} (A_{ga}^{dh} + A_{gb}^{dh}) \leq 1 \qquad \forall d \in D, \forall h \in H, \forall a, b \in C | IC_{ab} = 1$$

$$\sum_{g\in G} A_{ga}^{ef} = 0 \qquad \forall e \in D, \forall f \in H, \forall a \in C \ | IH_a^{bc} = 0$$

$$B_{gc}^{d6} = 0 \qquad \forall d \in D, \ \forall g \in G, \forall c \in C$$

El modelo se ha elaborado con restricciones y componentes matemáticos que lo hacen versátil para ser aplicado también para el nivel secundario, puesto que se está maximizando la cantidad de bloques académicos, para cada curso y grado, lo cual es bueno, pues también busca minimizar los tiempos muertos que deben esperar los docentes entre una clase y otra, algo que afecta el cronograma de actividades de cada docente y los costos de la institución. Se tiene que precisar también, que al maximizar la cantidad de bloques se crea una configuración que facilita una dinámica de enseñanza al permitir clases continuas en cada grado.

Por otro lado las matrices de incompatibilidades *IC* e *IH* permiten que ante los cambios de número de grados, docentes y horarios, esto implica que el modelo se aplique también para el nivel secundario. Cabe recalcar que en el modelo no es necesario la distinción entre docente y curso, puesto que las restricciones asociadas a cada docente son asignadas mediante las matrices *IC* e *IH*, a los cursos que éste imparte. De esta forma, las horas en las cuales los docentes no pueda dictar clase serán interpretadas como las horas en las cuales los cursos dictados por él no podrán asignarse, y así mismo, los cursos enseñados por el mismo docente, tendrán entre sí indicadores de incompatibilidad que no les permite ser dictadas simultáneamente. Como consecuencia la variación en el número de docentes no afectará la estructura del modelo, en su lugar requerirá la actualización de las matrices en cuestión de tal modo que se ingresen las restricciones necesarias a los cursos correspondientes.

Supongamos que se tenga nuevos docentes, cada docente tendrá asociado su cursos respectivos, así como las restricciones de horarios que cada uno considere, para nuestro modelo será necesario ingresar tan solo 1 o 0 en cada matriz en las entradas correspondientes a los cursos de cada docente.

3.4. Herramienta computacional

La herramienta usada en el análisis del problema de asignación de horarios, es el software de optimización llamado LINGO ® 17.0, que con la licencia utilizada tiene capacidad para manejar miles de variables lineales; debido a que nuestro modelo cuenta con un total de 4980 variables, se ha tomado el caso particular de procesar el modelo solo para los grados 2° y 3° de Primaria, con ello se tiene un total de 1560 variables binarias. Se ha escogido esta herramienta debido a su entorno amigable y potente capacidad para resolver dichos problemas de programación matemática.

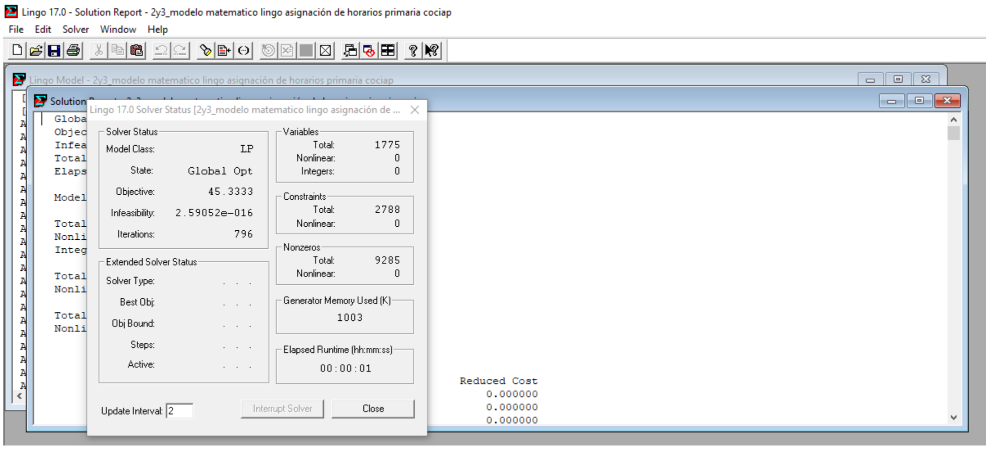
CAPÍTULO IV
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Resultados y Discusión

Luego de recabar y analizar toda la información se logró construir el modelo matemático, el cual con la ayuda de la tabla 3.4. y la tabla 3.5, se pudo encontrar 4980 variables, lo cual nos obliga a buscar herramientas computacionales para su respectivo desarrollo. Para una mejor comprensión en el análisis se decidió trabajar sólo con dos grados; escogiendo en éste caso 2° y 3° grado de primaria, manejando así un total de 1560 variables.

Usando el software de optimización LINGO ® 17.0, se ha encontrado una solución óptima global de 45 en 1 segundo pero para variables reales, como se muestra en la figura 4.1.

Fig. 4.1. Resultados con variables reales



Ingresando en el sistema la restricción de VARIABLES BINARIAS, se ha encontrado un solución óptima global de 27 a partir aproximadamente de 23 minutos, con 1560 bariables binarias y 2788 restricciones, las cuales se muestran en las figuras 4.2 y 4.3.

Fig. 4.2 Resultados del modelo con variables binarias

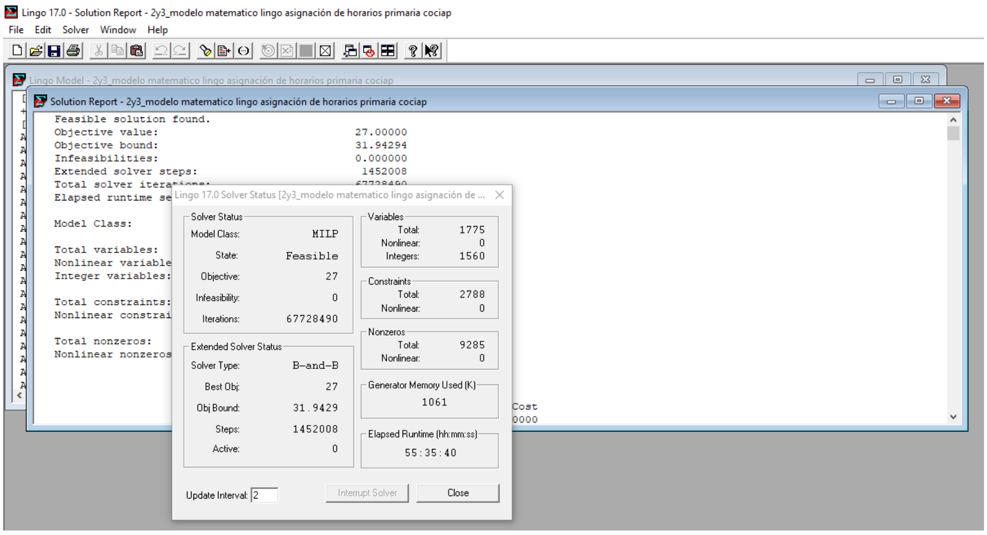
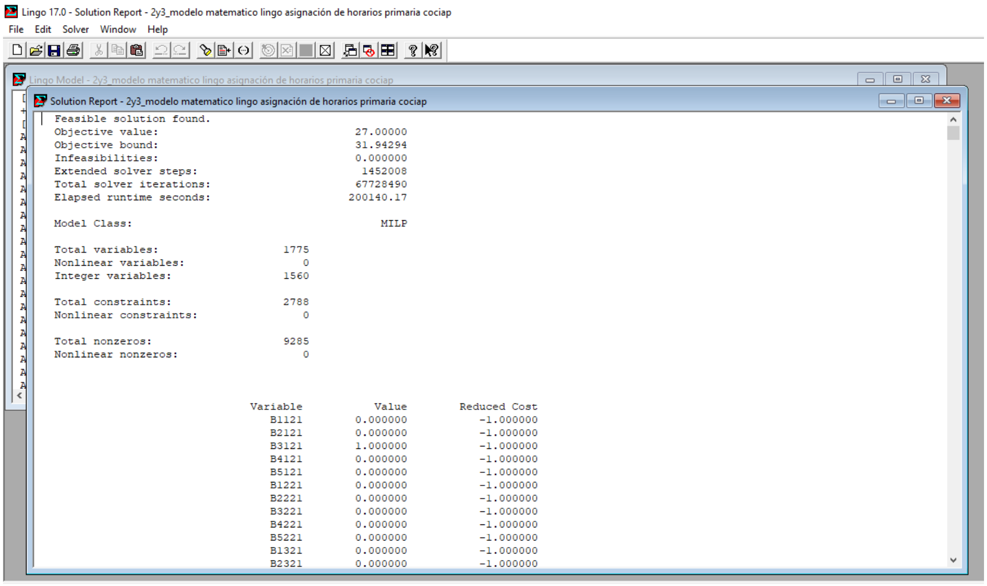


Fig. 4.3. Reporte de la solución del modelo con variables binarias



Luego exportamos los resultados al software Microsoft Excel 2017, para transformar los valores binarios de cada variable en los días, horas, grados y cursos correspondientes, obteniendo el horario final, como se muestran en las figuras 4.4; 4.5. y 4.6.

Fig. 4.4. Llevando los valores de las variables a nuestro horario

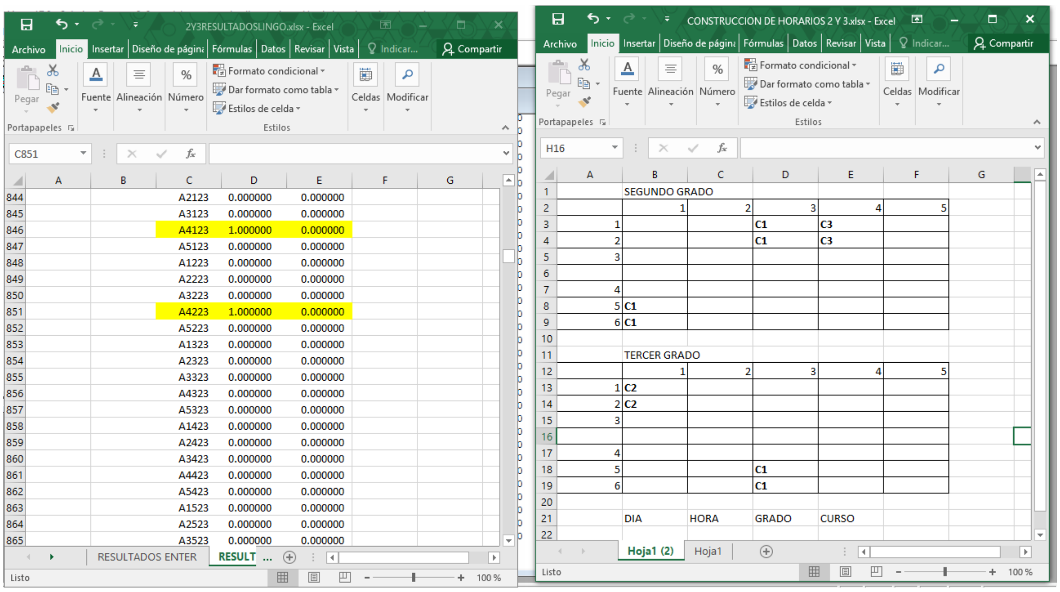


Fig. 4.5. Comparación de horarios del Segundo Grado

SEGUNDO GRADO DE PRIMARIA												
HORARIO ACTUAL							HORARIO ELABORADO CON EL MODELO MATEMÁTICO					
	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES			LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1° HORA	C4	C1	C4	C5	C4		1° HORA	C4	C1	C4	C5	C4
2° HORA	C4	C1	C4	C5	C4		2° HORA	C4	C1	C4	C5	C4
3° HORA	C15	C10	C3	C11	C9		3° HORA	C14	C18	C10	C3	C15
R	E	C	R	E	0		R	E	C	R	E	0
4° HORA	C15	C10	C3	C16	C9		4° HORA	C14	C11	C10	C3	C15
5° HORA	C2	C11	C9	C16	C1		5° HORA	C2	C11	C9	C16	C1
6° HORA	C2	C11	C9	C18	C1		6° HORA	C2	C11	C9	C16	C1

Fig. 4.6 Comparación de horarios del Tercer grado

TERCER GRADO DE PRIMARIA												
HORARIO ACTUAL							HORARIO ELABORADO CON EL MODELO MATEMÁTICO					
	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES			LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1° HORA	C1	C3	C1	C11	C10		1° HORA	C1	C3	C1	C11	C5
2° HORA	C1	C3	C1	C11	C10		2° HORA	C1	C3	C1	C11	C5
3° HORA	C5	C5	C14	C11	C2		3° HORA	C10	C14	C15	C11	C2
R	E	C	R	E	0		R	E	C	R	E	0
4° HORA	C15	C15	C16	C18	C2		4° HORA	C10	C14	C15	C18	C2
5° HORA	C6	C7	C16	C9	C8		5° HORA	C6	C7	C16	C9	C8
6° HORA	C6	C7	C14	C9	C8		6° HORA	C6	C7	C16	C9	C8

Podemos visualizar en las figuras 4.5 y 4.6; la comparación entre horarios actuales y horarios elaborados con el modelo matemático; encontamos por ejemplo en el caso de segundo grado el curso once (C11 – Ciencia y Tecnología) que anteriormente estaba dividido en dos días, lo cual no ocurre con nuestro modelo el cual colocó en un solo bloque el dictado de dicho curso. Algo parecido ocurre con el horario del tercer grado; por ejemplo el curso catorce (C14 – Arte y cultura), el alumno tenía que llevar en dos horas separadas el curso, es más .estaba dividido entre dos horas del día miércoles. Lo mismo pasaba con los cursos C5 y C15 (Personal Social y Razonamiento matemático respectivamente), eran cursos dictados en dos días diferentes, pero ahora con el modelo matemático se podrán dictar en un solo día.

CAPÍTULO V
CONCLUSIONES

5.1. Conclusiones

- ✓ Se logró proponer y diseñar un Modelo Matemático de Programación Lineal Binaria permitiendo realizar la asignación de horarios en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas "Víctor Valenzuela Guardia" – COCIAP – UNASAM, 2018, el cual maximiza la cantidad de bloques totales.

- ✓ Se aplicó y validó dicho Modelo Matemático de Programación Lineal Binaria para la asignación de horarios del 2° y 3° grado de Primaria en la Institución Educativa de Ciencias Aplicadas "Víctor Valenzuela Guardia" – COCIAP – UNASAM, 2018, trabajando con 1560 variables binarias y 2788 restricciones, con el soporte computacional se logró obtener una solución factible de 27 bloques; además el modeló mejoró algunas distribuciones de horarios, por ejemplo con el curso de Arte que se dictaba la tercera hora y luego la sexta hora; con el modelo se dicta la tercera y cuarta hora, así también los cursos de razonamiento matemático que se dictaba una hora el día lunes y una hora el día martes, con el modelo se dictan las dos horas en un solo día.
  .

CAPÍTULO VI
RECOMENDACIONES

5.2. Recomendaciones

- ✓ Se requiere de una herramienta computacional, para poder visualizar los resultados; para ello se recomienda profundizar en el estudio de los diferentes softwares; lo cual permitirá dominar y aplicar alguno de ellos en los diferentes modelos matemáticos adaptados a la asignación de horarios.

- ✓ Se debería realizar convenios para que algunos softwares que manejan un número grande de variables los cuales tienen un coste no despreciable, puedan se usados sin coste, pues el fin sería promover la investigación en ésta área de la programación lineal. En nuestro caso nos hubiera permitido abarcar los grados completos del nivel primario inclusive hubiésemos abarcado el nivel secundario.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Alvarez, Juan. (2000). *Un algoritmo branch and bound para el problema de Job shop scheduling*. Tesis de maestría, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Cuernavaca. México.

[2] Burke, Edmund; Kingston, Jeff; Jackson, Kirk y Weare, Rupert. (1997). *Automated university timetabling: The state of the art*. The Computer Journal 40 (9) 565-571.

[3] Canseco González, Adriana, Sánchez Partida, Diana, Zuñiga Alcaraz, Catya & Olivares Benitez, Elías (2016). *Aplicación de programación lineal para la asignación de horarios en una institución educativa mexicana*. Revista Ingeniería Industrial Año 15 N°2, 135-146, 2016. Recuperado de: http://revistas.ubiobio.cl/index.php/RI/article/view/2779/2278

[4] Carter, Michael y Laporte, Gilbert. (1998). Recent Developments in Practical Course Timetabling. En Burke E., Carter M. (eds.): *The practice and theory of automated timetabling II: Selected papers* (PATAT'97). Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1408, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 3-19.

[5] Cuycaposa Rojas, Jesús (2016). *Optimización en la programación de horarios de editores y asignación de islas de edición, para la post-producción de programas de un canal de televisión en Lima, aplicando programación lineal entera.* (Tesis para optar el título de Licenciado en Investigación en Operaciones), Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú).

[6] Esquivel T., Linda Lucía (2014), *Modelo matemático para la programación de un horario escolar con multi-localización de docentes*. (Tesis maestría, Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia). Recuperado de http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/8312/1/CB-0516251.pdf

[7] Hillier Frederick S. y Hillier Mark, (Tercera Edición) (2008). *Métodos cuantitativos para administración*. MCGRAW-HILL,2008.

[8] Huaman Romero, Patricia Milagros (2007). *Algotitmos genéticos aplicados a la optimización de horarios en el centro de idiomas de la UNASAM - Huaraz*. (Tesis para optar el grado de Licenciado en Matemáticas, Universidad Nacional Santiago Antunez de Mayolo, Ancash, Perú).

[9] Marín Ángel, Juan Camilo & Maya Duque, Pablo Andrés (2016), *Modelo lineal para la programación de clases en una institución educativa*. Ing. Cienc., vol. 12, N° 23, pp. 47-71, enero – junio 2016, Colombia. Recuperado de: http://www.scielo.org.co/pdf/ince/v12n23/v12n23a04.pdf

[10] Martí, Rafael. (2003). *Procedimientos metaheurísticos en optimización combinatoria*. Matemátiques 1(1), pages 3-62.

[11] Melicio, F., Caldeira, P. y Rosa, A. (1999). *Solving the timetabling problem with simulated annealing*. Proceedings of the First International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS'99), 272-279.

[12] Pinedo, Michael. (2002). *Scheduling: Theory, algorithms and systems*. 2nd. Ed. Prentice Hall, New York.

[13] Render, Barry; Stair, M Ralph y Hanna, Michael E. (Novena Edición) (2006). *Métodos cuantitativos para los negocios*. PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006

[14] Schaerf, Andrea. (1999). *A Survey of automated timetabling*. Artificial Intelligence Review, 13(2):87–127, 1999.

ANEXO

VISUALIZACIÓN DE UNA PARTE DEL MODELO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN A SUS VARIABLES INGRESADOS EN LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL.