



UNIVERSIDAD NACIONAL “SANTIAGO ANTUNEZ DE MAYOLO”

ESCUELA DE POSTGRADO

APLICACIÓN DE FIBRA DE CARBONO CFRP EN EL REFORZAMIENTO A FLEXIÓN DE VIGAS EXPERIMENTALES DE CONCRETO ARMADO EN LA CIUDAD DE HUARAZ EN EL AÑO 2018

Tesis para optar el grado de maestro
en Ciencias e Ingeniería
Mención en Ingeniería Estructural

FERNANDO JAVIER DEPAZ HIDALGO

Asesor: **Dr. ELIO ALEJANDRO MILLA VERGARA**

Huaraz - Ancash – Perú

2019

Nº. Registro: T0718



**FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN DE TESIS Y TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN,
PARA OPTAR GRADOS ACADÉMICOS Y TÍTULOS PROFESIONALES EN EL**

REPOSITORIO INSTITUCIONAL DIGITAL - UNASAM

Conforme al Reglamento del Repositorio Nacional de Trabajos de Investigación – RENATI.
Resolución del Consejo Directivo de SUNEDU N° 033-2016-SUNEDU/CD

1. Datos del Autor:

Apellidos y Nombres: **Depaz Hidalgo Fernando Javier**

Código de alumno: **2017.3760.8.AV**

Correo electrónico: fernando.javier.1589@gmail.com

Teléfono: **947599102**

DNI o Extranjería: **45996001**

2. Modalidad de trabajo de investigación:

Trabajo de investigación

Trabajo de suficiencia profesional

Trabajo Académico

Tesis

3. Título profesional o grado académico:

Bachiller

Licenciado

Título

Magister

Segunda especialidad

Doctor

4. Título del trabajo de investigación:

APLICACIÓN DE FIBRA DE CARBONO CFRP EN EL REFORZAMIENTO A FLEXIÓN DE VIGAS EXPERIMENTALES DE CONCRETO ARMADO EN LA CIUDAD DE HUARAZ EN EL AÑO 2018

5. Facultad de:.....

6. Escuela, Carrera o Programa: Maestría en Ciencias e Ingeniería con Mención en Ingeniería Estructural

7. Asesor:

Apellidos y Nombres: **Milla Vergara Elio Alejandro**

Correo electrónico: emillav@hotmail.com

Teléfono: **944931238**

DNI o Extranjería: **31666219**

A través de este medio autorizo a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, publicar el trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional Digital, Repositorio Nacional Digital de Acceso Libre (ALICIA) y el Registro Nacional de Trabajos de Investigación (RENATI).

Asimismo, por la presente dejo constancia que los documentos entregados a la UNASAM, versión impresa y digital, son las versiones finales del trabajo sustentado y aprobado por el jurado y son de autoría del suscrito en estricto respeto de la legislación en materia de propiedad intelectual.

Firma: 

D.N.I.:

FECHA:

MIEMBROS DEL JURADO

Doctor Jorge Emiliano Bedón Lopez

Presidente

Doctor Reynaldo Melquiades Reyes Roque

Secretario

Doctor Elio Alejandro Milla Vergara

Vocal

ASESOR

Doctor Elio Alejandro Milla Vergara

AGRADECIMIENTO

- Agradezco a la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo por ayudarme a mejorar mis conocimientos e inspirarme a seguir creciendo profesionalmente.
- A mi asesor por el tiempo y la dedicación que me brindó para poder culminar mi trabajo satisfactoriamente.
- A mis colegas y amigos que ayudaron a culminar la investigación.
- Agradezco a mi familia que están siempre presente en mi vida apoyándome y dándome fuerzas para culminar lo que se empieza siempre, con valores y ética.

Dedico la presente investigación:

A mis padres, Jesús y Olimpia

A mi hermana, Daniela

ÍNDICE

	Página
Resumen.....	viii
Abstract.....	ix
I. INTRODUCCIÓN.....	1
Objetivos.....	3
Hipótesis.....	6
Variables.....	6
II. MARCO TEÓRICO.....	7
2.1. Antecedentes.....	7
2.2. Bases teóricas.....	9
2.2.1. Diseño a flexión de vigas de concreto armado.....	9
2.2.2. Acciones que originan mayor demanda de carga.....	18
2.2.3. Reforzamiento de estructuras.....	21
2.2.4. Procedimiento para el diseño en flexión del reforzamiento de vigas con láminas de fibra de carbono cfrp en vigas según el aci 440.2r-08....	26
2.3. Definición de términos.....	35
III. METODOLOGIA.....	37
3.1. Tipo y diseño de investigación.....	37
3.2. Plan de recolección de la información y/o diseño estadístico.....	37
- Población.....	37
- Muestra.....	37
3.3. Instrumento(s) de recolección de la información.....	38

3.4. Plan de procesamiento de datos y análisis estadístico de la información ..	39
IV. RESULTADOS.....	73
V. DISCUSIÓN	80
VI. CONCLUSIONES	81
VII. RECOMENDACIONES.....	83
VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	84
ANEXO.....	86

RESUMEN

El presente trabajo de investigación trata sobre el reforzamiento a flexión de vigas de concreto armado a través de polímero reforzado con fibras de carbono (CFRP), con el objetivo principal de comparar los resultados obtenidos con un diseño de reforzamiento teórico, siguiendo los procedimientos del ACI 440.2R-08, con los obtenidos en vigas con el refuerzo CFRP ensayadas bajo carga puntual, así como establecer la influencia que tiene sobre la capacidad de las vigas a flexión.

Se explica detalladamente el proceso de elaboración de especímenes con y sin refuerzo CFRP con dimensiones 15x20x145 cm y con la misma cantidad de acero de refuerzo, así como el ensayo realizado bajo carga puntual a cada viga, también se explica el diseño teórico de la cantidad de refuerzo CFRP, todo esto en función a una viga obtenida del análisis estructural realizado a una edificación modelo y a la que se le sometió a distintas sobrecargas para generar el aumento del momento flector haciendo necesaria la colocación del refuerzo CFRP.

Finalmente, se presentan los resultados comparativos entre los resultados de los ensayos y los resultados de diseño teórico, evidenciando que el refuerzo CFRP influye positivamente en la capacidad a flexión de las vigas, aunque hay una diferencia de capacidad, teórico con el práctico, concluyendo que, para realizar un diseño, se debe de considerar un factor de seguridad.

Palabras clave: Reforzamiento estructural, Polímero reforzado con fibras de carbono, capacidad a flexión de vigas, demanda estructural.

ABSTRACT

This research paper deals with the reinforcement of beams of reinforced concrete beams through carbon fiber reinforced polymer (CFRP), where the main objective is compare the results with a theoretical reinforcement design, following the procedures of ACI 440.2 R-08, with the requirements in beams with the CFRP reinforcement tested under point load, as well as establish the influence it has on the capacity of the bending beams.

Specifically, the process for the elaboration of specimens with and without CFRP reinforcement with dimensions 15x20x145 cm and with the same amount of reinforcement steel is explained, as well as the test carried out under specific load on each beam, the theoretical design of the quantity of CFRP reinforcement, all this in function of a beam obtained from the structural analysis performed to a model building and to which it is sometimes at different overloads to generate the increase of the bending moment making it necessary to place the CFRP reinforcement.

Finally, the comparative results between the results of the trials and the results of the theoretical design are presented, showing that the CFRP reinforcement positively influences the bending capacity of the beams, although there is a difference in capacity, theoretical and practical, concluding that To make a design, a safety factor must be considered.

Key Words: Structural reinforcement, Carbon fiber reinforced polymer, bending capacity of beams, structural demand.

I. INTRODUCCIÓN

La construcción de edificaciones de material noble ha crecido notablemente en los últimos años, por la versatilidad que pueden adquirir para realizar diversas formas arquitectónicas además de que proveen una resistencia mayor a solicitaciones diversas, la población opta por estos materiales.

Por otro lado, la masificación del uso de los materiales nobles, como el concreto, acero y albañilería, ha producido problemas de carácter social, como el aumento de la autoconstrucción, edificaciones construidas sin criterios técnicos ingenieriles, desde el proceso constructivo hasta el diseño arquitectónico y estructural, conlleva que estas sean precarias, inseguras y con peligro latente al colapso bajo solicitaciones sísmicas.

También se generan problemas, cuando la edificación cambia de uso, siendo proyectada inicialmente para un uso y años posteriores pueden cambiarlo, esto genera que las sobrecargas varíen, siendo el caso más crítico, que aumenten, produciendo que las cargas de diseño de los elementos estructurales cambien, siendo diferentes a las proyectadas.

Son estas las razones por las que, actualmente, se vienen desarrollando técnicas de reforzamiento de edificaciones, entre las que destaca el reforzamiento de elementos estructurales con fibra de carbono, ya que es un material muy resistente y con un proceso de construcción sencillo, aunque los costos todavía son elevados.

La presente tesis trata acerca del diseño del reforzamiento de fibra de carbono a flexión en vigas, a fin de estimar una cantidad de refuerzo para una determinada solicitación adicional.

PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Resistencias insuficientes a la flexión en vigas de concreto armado en edificaciones que soportarán mayores cargas, y que necesitarán de la aplicación de reforzamiento basada en un diseño, en la ciudad de Huaraz en el Año 2018.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cuál es el procedimiento de diseño a seguir para la aplicación de la fibra de carbono CFRP en el reforzamiento de vigas de concreto armado que soportarán mayores cargas de las que fueron concebidas inicialmente en la ciudad de Huaraz, en el 2018?

SISTEMATIZACIÓN DEL PROBLEMA

- ¿Cuál es el procedimiento a tener en cuenta para el diseño a flexión de la cantidad de fibra de carbono CFRP en el reforzamiento de vigas de concreto armado que soportarán mayores cargas de las que fueron concebidas inicialmente en la ciudad de Huaraz, en el 2018?
- ¿Cuál es la influencia del reforzamiento de fibra de carbono CFRP en la resistencia de vigas a flexión?
- ¿Cuál es la relación entre la resistencia a flexión de vigas con reforzamiento CFRP probadas en laboratorio y la resistencia a flexión obtenidas teóricamente?

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- Comparar la resistencia entre el diseño teórico de la cantidad de fibra de carbono CFRP como reforzamiento de vigas de concreto armado con la resistencia que se obtenga de las vigas reforzadas y ensayadas en laboratorio.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calcular el área del refuerzo longitudinal de acero de la viga a investigar de un modelo estructural.
- Comparar la capacidad de las vigas patrón obtenidas de los ensayos con los resultados obtenidas del diseño.
- Calcular el área de fibra de carbono para el reforzamiento de los modelos de vigas a partir del diseño de las vigas de concreto iniciales, para que soporten las sobrecargas aumentadas en el modelo estructural.
- Corroborar el aporte del refuerzo CFRP en la mejora de la capacidad a flexión de las vigas ensayadas.
- Comparar la capacidad de las vigas con refuerzo CFRP obtenidas en los ensayos con los resultados obtenidos del diseño.

JUSTIFICACIÓN

En múltiples ocasiones, se ha observado que las edificaciones, a lo largo del tiempo, tienden a cambiar con respecto a su diseño estructural original, se agregan

niveles no considerados, los entresijos cambian de uso, cambio de tabiquería y carga muerta, o por requisitos de resistencia mayores debidas a actualización de normas del país; cualquiera fuera el caso, habría la necesidad de que los elementos estructurales soporten mayores cargas de las que fueron concebidas inicialmente, para esto habrían 2 salidas, una sería demoler la estructura y reconstruirla, y la otra sería reforzar los elementos estructurales.

Entre los métodos de reforzamiento se tiene el encamisado por láminas de fibra, para el caso, fibra de carbón CFRP, el cual será motivo de la investigación.

La investigación trata de generar conocimiento en nuestra región, acerca del reforzamiento de elementos estructurales con CFRP, para el caso, vigas de concreto armado a flexión, asimismo, proveer una solución práctica para el reforzamiento de estructuras, que, dependiendo del nivel de carga que una viga soportará en un futuro, no será necesario demolerlas y reconstruirlas, que es mucho más costoso y conlleva mucho más trabajo.

El reforzamiento mediante fibra de carbono es un método que no genera un gran impacto en los usuarios, en comparación con otros métodos como el encamisado con concreto o con acero estructural, no necesitaría de un incremento de peralte en las vigas o, por lo que no afectaría la estética visual ni arquitectónica.

DELIMITACIÓN

- La investigación se realizó en la ciudad de Huaraz, Región Ancash, Perú.
- Se realizó entre los años 2018 y 2019

- Se elaboraron modelos de vigas para su ensayo diseñadas de manera convencional y luego modelos con diseño convencional más reforzamiento con CFRP.
- Debido a la complejidad de simular el comportamiento real de una viga en una edificación con respecto a los modelos experimentales, estos últimos fueron diseñados mediante un metrado de carga, modelo y análisis aproximados, tratando de considerar los efectos más importantes y despreciando otros.
- Los ensayos de los especímenes experimentales se realizaron considerando sólo el efecto por gravedad, debido a la complejidad y a la falta de recursos no se tomarán en cuenta otros tipos de cargas, como sísmicas.
- Los recursos económicos a utilizar han sido, por una parte, propios y otra parte con subvención económica por parte la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”; se usaron las teorías aplicadas recopiladas de investigaciones nacionales e internacionales acerca del tema.

ÉTICA DE LA INVESTIGACIÓN

- La investigación apunta al reforzamiento de vigas de concreto armado, que, por motivos de cambios de uso u otros, será necesario que soporten cargas mayores; no trata de arreglar errores de diseño estructural de la edificación bajo condiciones iniciales, que contraindiquen a lo que nos recomiendan las normas y teorías.

HIPÓTESIS

La aplicación de fibra de carbono CFRP para el reforzamiento a flexión de vigas experimentales de concreto armado, basadas en un diseño estructural de este refuerzo, cumple con los requisitos de resistencia debido a sobrecargas.

VARIABLES

- VARIABLE INDEPENDIENTE

Variable independiente “X” (causa): Cantidad y forma de colocado de la fibra de carbono CFRP como reforzamiento de vigas.

- VARIABLE DEPENDIENTE

Variable Dependiente “Y” (Efecto): Resistencia de diseño de vigas de concreto armado.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES

Las edificaciones son concebidas de albergar personas, éstas se diseñan para que soporten cargas provenientes de su peso propio, sobrecargas, empuje de tierra, viento, nieve, sismos, etc.

A través de su vida útil, estas pueden sufrir variaciones de carga que afectan a los elementos, por lo que deberán de ser reforzados para mejorar su capacidad frente a un aumento de la demanda.

Actualmente existen muchas técnicas para el reforzamiento de elementos estructurales, para el caso de estudio, serían las vigas a flexión.

Los ingenieros Jose Luis Ramirez Ortíz, José Manuel Barcena Díaz y José Manuel Feijoo Gil realizaron la investigación sobre 2 métodos de refuerzo y su comportamiento en vigas de concreto armado, como parte de la tesis doctoral de J.M. Feijoo Gil en 1978 (España, 1978), hicieron el análisis de dos maneras de reforzar vigas de concreto armado, los métodos fueron: recrecido de la base inferior y las partes laterales de la viga con concreto armado (ENCAMISADO), y el otro método, a partir del pegado de placas de acero en los laterales de las vigas.

Los resultados fueron coherentes como refuerzo en vigas y soportan satisfactoriamente los efectos de las fuerzas cortantes y momento flector

Los Ingenieros Fernando Jesús Calla Deza y Jeniffer Carla Torres Almirón, en su investigación titulada “Reforzamiento por Flexión de Vigas de Concreto Armado con Fibra de Carbono” con la que optaron por el título de Ingeniero Civil

en la Universidad Católica de Santa María, Arequipa, Perú en el 2015, estudiaron la influencia del Refuerzo de fibra de Carbono CFRP en distintas cantidades en especímenes de vigas de 15x15x60 cm para distintas resistencias del concreto, los ingenieros concluyeron el reforzamiento con fibra de carbono tiene efectividad, mejorando mejoras en el momento resistente de la sección entre un 30% y 40% con respecto a vigas sin reforzamiento CFRP.

De la misma forma; en cuanto a experimentación se refiere, el ingeniero Gianfranco Alegre Gago, en su tesis “Estudio de la influencia en la Resistencia y Ductilidad de las fibras de carbono utilizadas como reforzamiento de vigas de concreto armado” para optar por el Título de Ingeniero Civil en la Pontificia Universidad Católica del Perú en julio del 2017, tuvo como objetivo principal el estudio del comportamiento de vigas de concreto armado, en el rango elástico e inelástico, con refuerzo de fibra de carbono a flexión, analizando vigas de concreto armado reforzadas con fibras de carbono (CFRP) para distintas cuantías de refuerzo de acero corrugado, analizando los diagramas momento – curvatura con la finalidad de observar el aporte de la fibra de carbono en vigas en la ductilidad y resistencia en el concreto reforzado sometidas a flexión.

Asimismo, al igual que investigaciones nacionales, el reforzamiento de elementos estructurales con fibra de carbono CFRP es investigado internacionalmente; en el Artículo realizado para la revista *IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS* del *Instituto Brasileiro do Concreto, Sao Paulo, Brasil* en febrero del 2016, los investigadores M. M. Vieira, A. R. S. Santos, A.M. Mont'alverne, L.M. Bezerra, L. C. S. Montenegro y A. E. B. Cabral, realizaron una

publicación titulada “*Experimental análisis of reinforced concrete beams strengthened in vending with fiber reinforced polymer*”, donde realizaron ensayos de vigas de sección rectangular de 120x245mm con una longitud entre apoyos de 2.40 m, con aplicación de cargas a cada tercio, todo esto a través de dos grupos cuya diferencia se encuentra en el refuerzo positivo y distintas cantidades de refuerzo CFRP, la investigación concluye el refuerzo de fibra de carbono mejora la capacidad de la sección de 55.1% a 89.5% para cada grupo de ensayo.

De lo expuesto a partir de investigaciones anteriores, se aprecia que el refuerzo con fibra de carbono en vigas, mejoran el comportamiento para que puedan resistir cargas mayores sin necesidad de demolición o métodos de refuerzo que involucren el aumento de la sección transversal.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. DISEÑO A FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

2.2.1.1. DISEÑO POR FLEXIÓN DE VIGAS SIMPLEMENTE REFORZADAS

Mientras la carga aplicada a las vigas produce que el esfuerzo máximo de compresión en el concreto sea del orden de $0.50f_c$, la distribución de estos es aproximadamente lineal, pero cuando estos son mayores, la distribución de los esfuerzos cambia. Cuando se alcanza la carga última, las variaciones de las deformaciones unitarias y de los esfuerzos son aproximadamente como se muestra en la figura N° 01, en este punto, la sección ya trabaja de manera fisurada, por lo que ya no se considera un aporte del concreto que se encuentra en tracción, aun así,

las deformaciones unitarias aún mantienen el comportamiento aproximado lineal a través de la sección transversal del elemento de análisis.

Se observa que la variación real de los esfuerzos del concreto tiene un comportamiento parabólico, los cuáles fueron estudiados y se obtuvieron distintos modelos que predicen dicho comportamiento, esto, con fines prácticos, es complejo de usar.

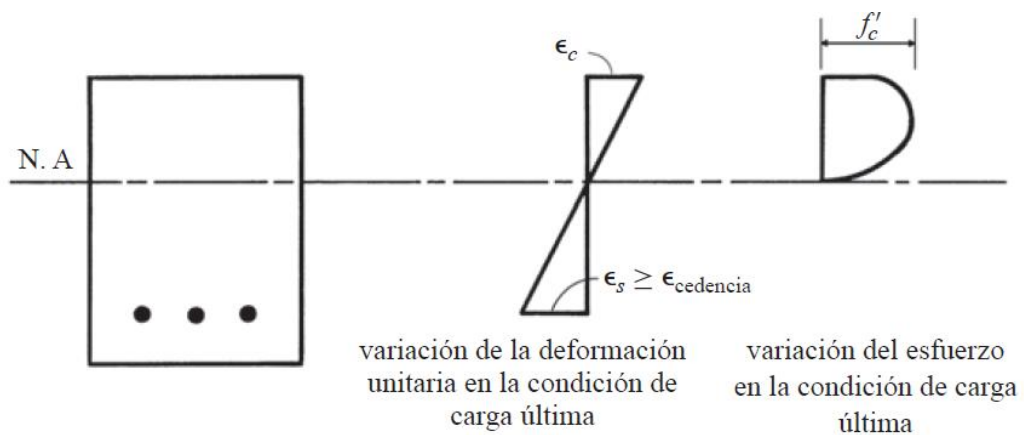


Figura N° 01. Carga Última (McCormac – Brown. 2011)

Whitney (1942) reemplazó la distribución curva de esfuerzos por una rectangular cuya resultante y su punto de aplicación sea equivalente, como se muestra en la figura N° 02:

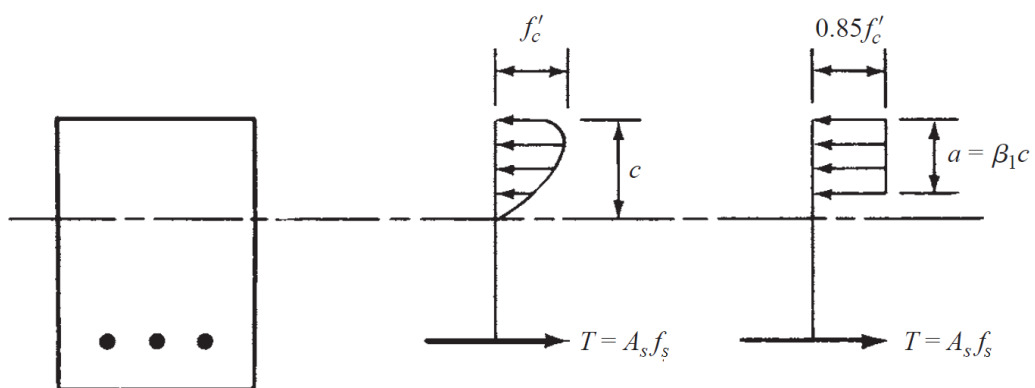


Figura N° 02. Esfuerzos reales y Equivalentes (McCormac – Brown. 2011)

El valor de β_1 varía en función a la calidad del concreto (en especial de la resistencia especificada a la compresión f'_c) bajo la siguiente expresión:

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05 * (f'_c - 280)}{70} \geq 0.65$$

Basado en las hipótesis ya descritas y mediante el equilibrio estático, se puede determinar los valores de “a” y del momento resistente teórico o Momento Nominal M_n , como se muestra en la figura N° 03.

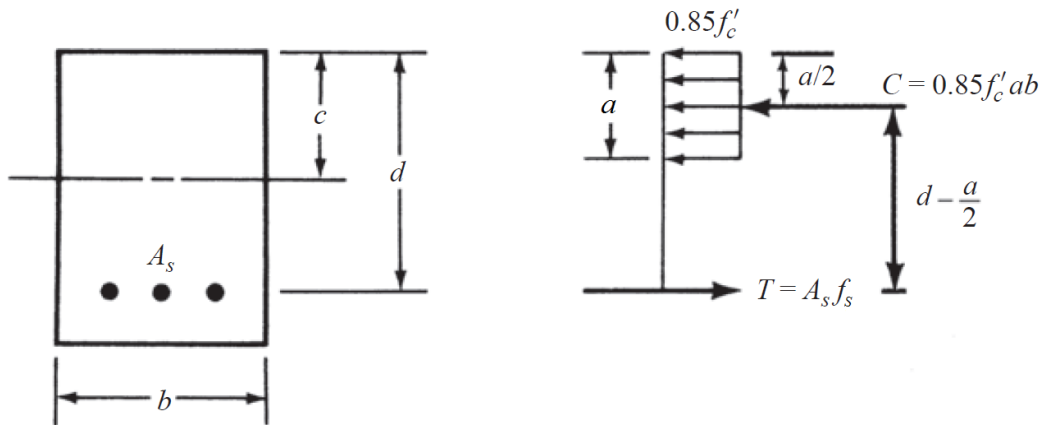


Figura N° 03. Equilibrio de fuerzas (McCormac – Brown. 2011)

Al realizar el equilibrio horizontal de las fuerzas se tiene que $C = T$, y despejando “a” se obtiene lo siguiente:

$$0.85 * f'_c * a * b = A_s * f_s$$

$$a = \frac{A_s * f_s}{0.85 * f'_c * b}$$

Donde “a” es la profundidad del bloque equivalente en compresión del concreto, f_s es el esfuerzo del acero, que depende de la deformación alcanzada por el acero, siendo su mayor valor el esfuerzo de fluencia “ f_y ”.

El análisis se realiza de esta forma debido a que se pueden originar 3 tipos de fallas en las vigas:

1. La **falla dúctil**, ocurre cuando el acero en tracción llega a la fluencia antes que el concreto falle por aplastamiento en compresión.
2. La **falla balanceada**, cuando el acero en tracción llega a la fluencia de manera simultánea que se origina el aplastamiento del bloque en compresión, $\epsilon_s = \epsilon_y$
3. La **falla frágil**, cuando se produce el aplastamiento del bloque en compresión del concreto antes que el acero en tracción entre en fluencia, $\epsilon_s < \epsilon_y$. (Morales, 2006).

En cuanto a diseño estructural se refiere, la filosofía es que los elementos deben de tener una falla dúctil, es decir, que puede tener deformaciones elevadas antes de una rotura abrupta, caso contrario de las fallas frágiles que se originan abruptamente en deformaciones pequeñas, es por esta razón que siempre diseñamos para que los elementos fallen de manera dúctil.

2.2.1.2. ANÁLISIS DE VIGAS PARA FALLA DÚCTIL

Al encontrarnos con una falla dúctil, quiere decir que $\epsilon_s > \epsilon_y$, por lo tanto, $f_s = f_y$, entonces, del análisis realizado anteriormente al hacer $C = T$ se tendría lo siguiente:

$$0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b = A_s \cdot f_y \quad \longrightarrow \quad a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} \quad \dots (1)$$

Tomando momentos en el centro de presiones del bloque a compresión del concreto (donde se ubica C) se obtendrá el Momento nominal M_n , se entiende como la capacidad de la sección a soportar momento.:

$$M_n = T * \left(d - \frac{a}{2}\right) = A_s * f_y * \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Al analizar la norma se obtuvo que la Resistencia Nominal “Rn” multiplicado por el factor de reducción de resistencia ϕ deberá de ser por lo menos igual a la Resistencia Requerida “Ru”, aplicado al momento se tendrá que:

$$\phi M_n \geq M_u$$

Usando la igualdad se tendrá finalmente:

$$M_u = \phi M_n = \phi * A_s * f_y * \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \dots (2)$$

con $\phi = 0.90$ para flexión sin carga axial.

Las ecuaciones (1) y (2) se pueden resolver de manera simultánea, mediante técnicas de iteración, para así determinar el área de acero de refuerzo y la profundidad del bloque en compresión.

2.2.1.3. DISEÑO POR FLEXIÓN

Como se mencionó anteriormente, el diseño por flexión debe realizarse de tal manera que se obtenga una falla dúctil, teniendo así grandes deformaciones.

Teniendo en cuenta las teorías mencionadas anteriormente, el diseño del acero de refuerzo se realizará utilizando directamente las ecuaciones que se dedujeron y que se presentan como resumen:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi * f_y * \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 * f'_c * b}$$

donde:

b = base de la sección transversal

d = peralte efectivo de la sección transversal

Mu = Momento requerido proveniente del análisis estructural a partir de las combinaciones de carga.

Las ecuaciones se resuelven en simultáneo, puede ser por proceso iterativo, empezando con un valor de $a = d/2$, si no, es posible reemplazar la ecuación “As” en la expresión para encontrar “a”, operando y reduciendo la expresión se obtendrá la siguiente relación:

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 * Mu}{\phi * 0.85 * f'c * b}}$$

Una vez calculado el refuerzo, es necesario corroborar que dicha cuantía se encuentre dentro de los límites que indican la norma, en nuestro medio, es la Norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones, el límite inferior es para que el refuerzo colocado sea el necesario para que no se encuentre en la fase de agrietamiento y el límite superior está basado en la cuantía balanceada.

Refuerzo mínimo: Según la norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE), inciso 10.5.2, el área mínima de refuerzo por tracción en secciones rectangulares será:

$$A_{S_{min}} = 0.70 * \frac{\sqrt{f'c}}{f_y} * b * d$$

Donde el ancho de la viga “b” y el peralte efectivo “d” están en **centímetros**, mientras que $f'c$ y f_y están en Kg/cm^2

Refuerzo máximo: Según la norma E060 del RNE se puede observar que indica una cuantía máxima de $0.75\rho_b$ en el inciso 10.3.4, además, para del diseño sismorresistente capítulo 21, indica que la cuantía máxima para vigas que forman parte de un sistema resistente dual tipo II y pórticos será igual a 0.025.

2.2.1.4. DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA

En la figura N° 04, se muestra una viga de sección transversal de forma rectangular, esta se encuentra simplemente apoyada y sometida a dos cargas puntuales de igual magnitud, que producen que la fibra inferior esté en tracción y la superior en compresión. (Harmsen, 2002).

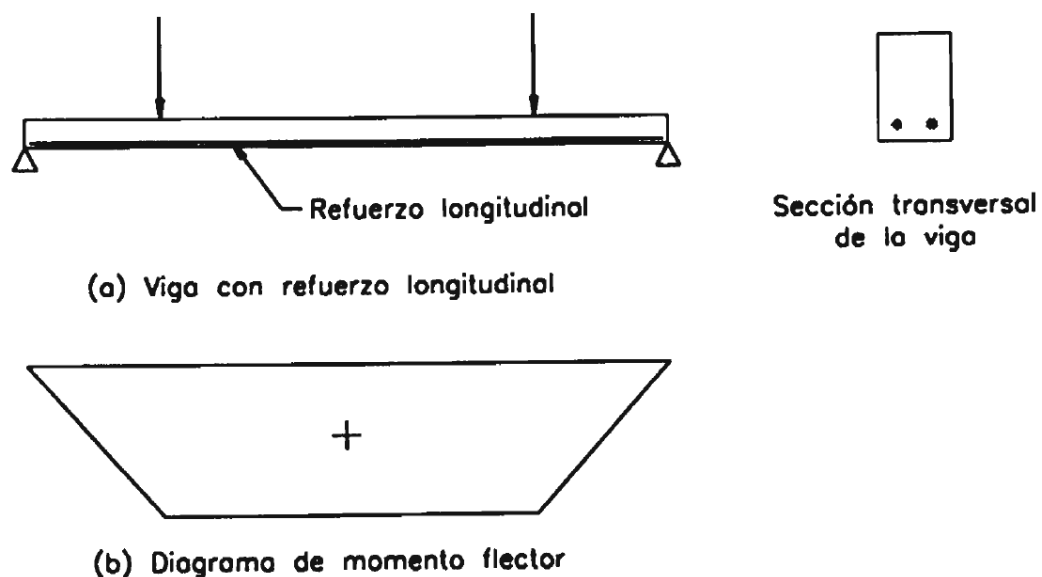


Figura N° 04. Análisis de una viga simplemente apoyada (Harmsen, 2002).

Al incrementar las cargas hasta la falla por flexión, la sección central de la viga atraviesa por las siguientes etapas de variación de esfuerzos:

1ra etapa: Para carga pequeña. Los esfuerzos de compresión y tracción no superan a los de la resistencia del concreto, por lo que no se producen fisuras (Figura N° 5, a).

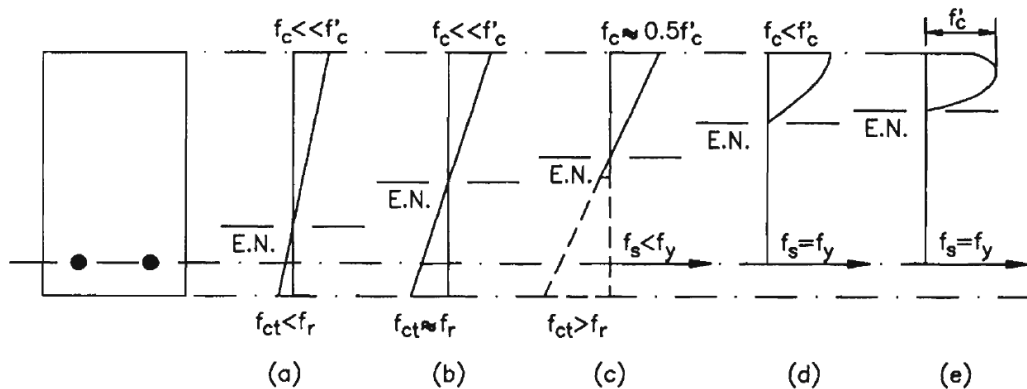


Figura N° 05. Variación de los esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado (Harmsen, 2002).

2da etapa: La tracción en el concreto se acerca a su resistencia a la tracción. El concreto trabaja con su sección completa, ya que aún no se produce la primera grieta (figura N° 05.b.), el acero de refuerzo tiene un esfuerzo ocasionado por la deformación por tracción, se tiene que analizar bajo sección transformada, a través de la relación entre módulos de elasticidad “n”:

$$f_s = n f_t$$

Donde: f_s es el esfuerzo del acero.

f_t es el esfuerzo en el concreto.

La viga experimenta un comportamiento elástico y la distribución de esfuerzos es la mostrada en la 3ra etapa.

3ra Etapa: Se alcanza el momento crítico de agrietamiento, M_{cr} . (figura N° 05.c). El concreto ya no resiste el esfuerzo de tracción y éste es absorbido íntegramente por el refuerzo.

4ta Etapa: El acero de refuerzo alcanza el esfuerzo de fluencia, y el esfuerzo de compresión en el concreto sigue aumentando (figura N° 05.d). Mientras la carga siga aumentando, el concreto alcanza su máxima resistencia hasta la falla. (figura N° 05.e).

Al medir el desarrollo de la curvatura y el momento resistente de la sección transversal en función al incremento de la carga aplicada a la viga, se pueden relacionar ambos y generar el diagrama momento resistente – curvatura, con el que se puede observar el comportamiento a flexión de la viga y determinar su capacidad real. (Ver figura N° 06).

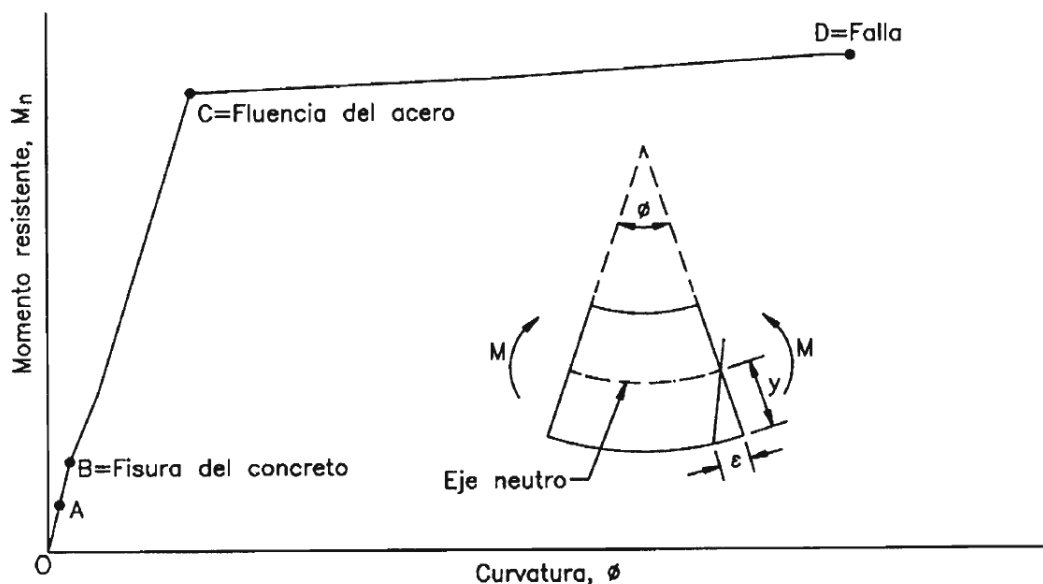


Figura N° 06. Diagrama momento resistente-curvatura de una sección de la viga sometida a carga uniformemente distribuido. (Harmsen 2002)

La curvatura queda definida como:

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{y}$$

donde: ε : Deformación unitaria de la sección analizada a una distancia “y” del eje neutro de la misma.

Como se asume una distribución lineal en las deformaciones, “ ε ” e “y” son directamente proporcionales por lo que el valor de la curvatura “ φ ” es constante para cada momento resistente. (Harmsen, 2002).

2.2.2. ACCIONES QUE ORIGINAN MAYOR DEMANDA DE CARGA

2.2.2.1. INFLUENCIA DE CARGAS EXTERNAS

Las cargas externas producen esfuerzos de alta complejidad en los elementos estructurales, ya sea por la acción principal de una sollicitación simple (tracción, compresión, flexión, corte, etc.) o compuesta de varios tipos de sollicitaciones simples.

En caso de que la estructura de concreto armado presente algún tipo de falla, en general se presenta a través de fisuras, que dependerá del nivel de sollicitación que se produce en esa zona, por esta razón, que al analizar las fisuras en estructuras de concreto armado, se podría identificar, de manera cercana, la causa del problema, como se puede ejemplificar en las figuras N° 07 y N° 08. (Helene – Pereira, 2003).

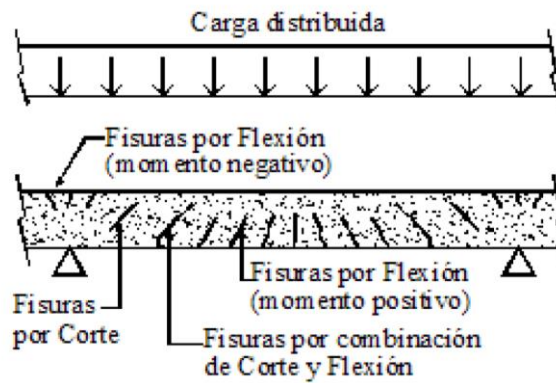


Figura N° 07. Representación de fisuras en vigas. (Helene – Pereira, 2003).

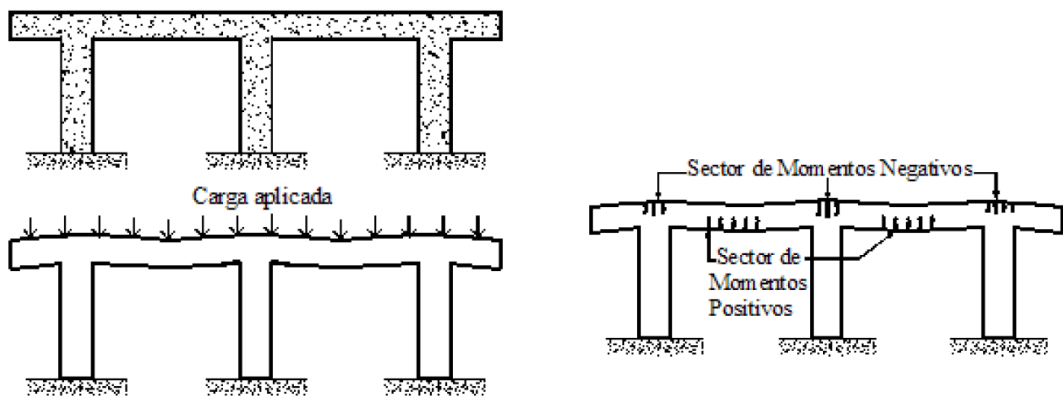


Figura N° 08. Representación de fisuras producidas por cargas externas (Helene – Pereira, 2003).

Entre las causas más comunes, están aquellas ligadas a las cargas exteriores. Las fallas y fisuras pueden tener su origen en la etapa del proyecto, la ejecución o el uso que se le pueda dar a la edificación:

Errores de proyecto:

- Omisión de cargas
- Subvaloración de las cargas.
- Defectos en la combinación de los estados de carga.
- Deficiencia en la realización del modelo estructural, así como para la definición y asignación para cargas estáticas como dinámicas.

Errores de ejecución:

- Cargas por proceso constructivo considerables no previstas en el diseño.

Errores de utilización:

- Cargas no consideradas o superiores a las de diseño.
- Cambios de uso que generan mayores sobrecargas.
- Máquinas o instalaciones que generan cargas dinámicas no consideradas.

(Helene – Pereira, 2003).

2.2.2.2. EFECTOS DE SISMOS

Normalmente, las edificaciones analizadas, diseñadas y ejecutadas adecuadamente, tienen un buen comportamiento durante un sismo, incluso con los severos, y sufren daños en su mayoría reparables. Estos daños aparecen en la forma de fisuras y grietas en las vigas y columnas.

Las grietas verticales en las vigas se producen por el momento flector que ocurren en la vecindad de los nudos como en la conexión con las columnas, y en los centros de la viga, las grietas inclinadas se generan por los esfuerzos cortantes, como se visualiza en la figura N° 09 (Helene – Pereira, 2003).

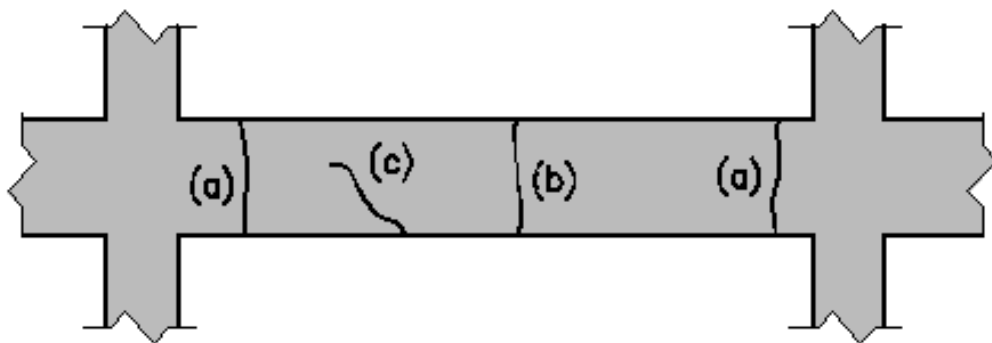


Figura N° 09. Grietas de flexión (a), (b) y corte (c) (Helene – Pereira, 2003).

2.2.3. REFORZAMIENTO DE ESTRUCTURAS

Debido a que las edificaciones a lo largo de su vida, experimentan muchas veces cambios, ya sea por solicitaciones externas o por el deterioro del mismo, es necesario evaluar un reforzamiento estructural, para esto existen muchas técnicas, siendo la idea principal el de reestablecer o mejorar la resistencia (capacidad) de los elementos estructurales frente a la demanda de carga, a continuación, se detallan las principales técnicas de reforzamiento.

2.2.3.1. ENCAMISADO DE CONCRETO REFORZADO

El encamisado de concreto tiene como objetivo principal el incrementar la capacidad a esfuerzos del elemento a través de un ensanche de las dimensiones de la sección transversal.

En el caso de vigas, el encamisado incrementa la capacidad del elemento a flexión y cortante, para el caso de mejorar la capacidad a flexión positiva, se coloca el encamisado en la parte inferior de la viga; si además se coloca en las caras laterales y/o en la parte superior, se mejora la resistencia al corte, así como la flexión negativa. (Ver figura N° 10 y figura N° 11).

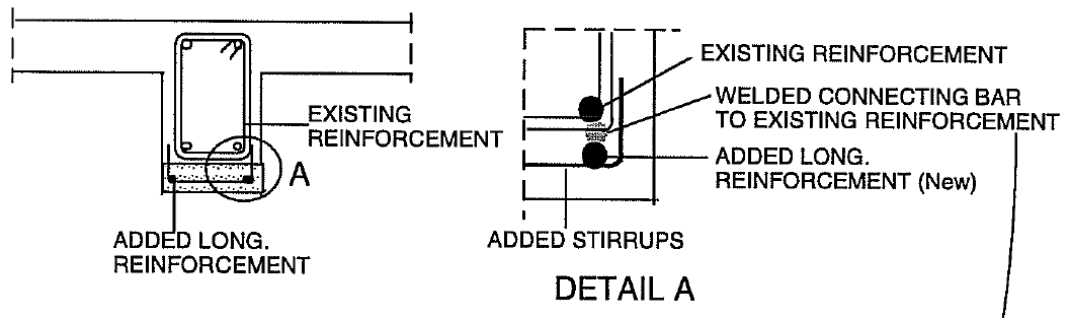


Figura N° 10. Encamisado inferior en vigas (Aguilar et al., 1996).

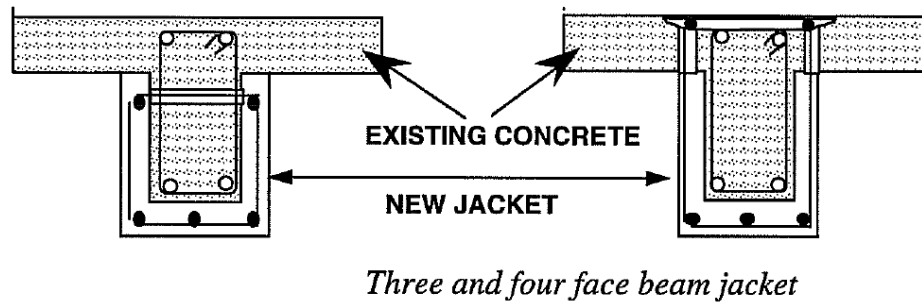


Figura N° 11. Encamisado en 3 y 4 caras en vigas (Aguilar et al., 1996).

2.2.3.2. ENCAMISADO CON PLANCHAS DE ACERO ESTRUCTURAL

El encamisado también puede ser realizado con planchas de acero estructural, restaurando o mejorando la capacidad de los elementos.

Una ventaja importante de utilizar un encamisado de acero estructural es que no se genera demasiado peso o que involucre aumentar dimensiones excesivamente, con lo que se evita que las fuerzas inerciales se incrementen por el aumento de la masa sísmica de la edificación, así como evitar un posible reforzamiento de la cimentación por el incremento de las cargas gravitacionales, (Soto Barraza, 2008).

Para lograr una unión entre los elementos de concreto y las planchas de acero satisfactorio, es necesario el uso de grout de resina; si se usa grout de cemento, se tiene que controlar los efectos de contracción a través de aditivos que reduzcan dicho efecto; si la sección no tiene daño significativo en su superficie, los elementos de acero pueden ser colocados directamente sin preparación especial, además, el encamisado de refuerzo deberá de estar protegido contra el fuego y la corrosión. (Aguilar et al., 1996).

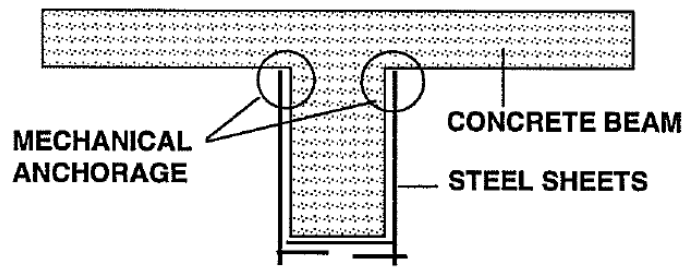


Figura N° 12. Encamisado de vigas con planchas de acero (Aguilar et al., 1996).

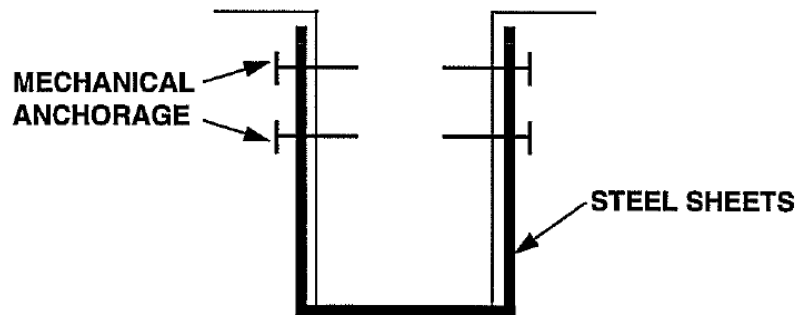


Figura N° 13. Anclaje planchas de acero (Aguilar et al., 1996).

2.2.3.3. ENCAMISADO CON LÁMINAS DE POLÍMERO REFORZADOS CON FIBRAS (FRP)

Las láminas de polímero reforzado con fibra (fiber reinforced polymers, FRP) son una mezcla de fibras, que pueden ser carbono, vidrio o arámido (ACI 440.2R-08, 2008), que son las que aportan en la capacidad de carga, con una matriz epóxica que sirve como aglomerante, que permite la transferencia de cargas entre las fibras y como protección medioambiental.

Los objetivos que se esperan lograr con el encamisado con FRP son el reforzamiento a esfuerzos cortantes en las zonas aledañas a los nudos, reforzamiento a flexión, tanto positivo como negativo, reforzamiento a compresión y mejorar la durabilidad. (Soto Barraza, 2008).

La resistencia y rigidez de estos materiales generalmente son controladas por la orientación y el tipo de fibra, por lo que la orientación de la fibra es una variable importante para el diseño y su aplicación en los elementos estructurales. Estas láminas deben de colocarse en dirección longitudinal correspondiente a la dirección del esfuerzo que se desea cubrir. (Soto Barraza, 2008).

Ventajas

A continuación, se mencionan algunas propiedades de los polímeros reforzados con fibras para el reforzamiento estructural (Aboutaha, 1996):

- Alta resistencia y rigidez en relación a su peso.
- Adecuada resistencia a la corrosión por ácidos y a cambios de temperatura bruscos.
- Adecuada resistencia a la fatiga.
- Expansión térmica controlable.
- Períodos cortos de ejecución.
- Requiere menor cantidad de equipo y mano de obra.
- No genera cambios en el tamaño de la sección o peso.
- Incrementa la durabilidad.

Limitaciones

Las limitaciones del uso del FRP son (Aboutaha, 1996):

- No hay datos acerca del efecto medioambiental y a la fatiga en el largo plazo.
- La resistencia en dirección transversal a las fibras y la resistencia a cortante son bajas.

- Al no cambiar la rigidez en los elementos estructurales, no incrementa la rigidez global de la estructura, siendo este un parámetro importante para el diseño sísmico.

A) TIPOS DE FIBRAS

Existen varios tipos de fibras las cuales pueden ser utilizados en FRP, las cuales se describen a continuación (Aboutaha, 1996):

Fibra de vidrio: Esta fibra es la más usada por su alta resistencia y su bajo costo. Entre las desventajas que tiene es el bajo módulo de elasticidad, baja resistencia a la abrasión y la poca adherencia que presenta en la mezcla, especialmente cuando se encuentra expuesta a humedad.

Fibra de carbono: Es la más común con respecto al reforzamiento estructural, debido a que su resistencia a la tensión y su módulo de elasticidad son elevados. Se encuentra en nuestro medio, aunque aún mantiene un costo elevado.

Fibra de boro: Estas fibras se producen por la deposición de vapor químico de un substrato como del tungsteno o hidrógeno.

Fibra de aramido: También conocidas como fibras Kevlar, su resistencia a la tensión es la mayor de todas las fibras mencionadas, sin embargo, presentan una resistencia a la compresión baja debido su naturaleza anisotrópica. (Soto Barraza 2008).

2.2.4. PROCEDIMIENTO PARA EL DISEÑO EN FLEXIÓN DEL REFORZAMIENTO DE VIGAS CON LÁMINAS DE FIBRA DE CARBONO CFRP EN VIGAS SEGÚN EL ACI 440.2R-08.

Para el diseño de las vigas de concreto armado con reforzamiento de fibra de CFRP se usarán las recomendaciones de las normas ACI 318-14, la norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones y los lineamientos del ACI 440.2R-08 “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures” (Guía para el Diseño y la Construcción de Sistemas FRP colocado externamente para el Reforzamiento de Estructuras de Concreto).

La idea general es determinar la capacidad en la forma del momento flector resistente de la sección de la viga con el refuerzo de las láminas CFRP de tal forma de que sea mayor al momento flector de demanda que proviene del análisis estructural para cargas últimas.

$$\phi(M_{ns} + \psi M_{nf}) \geq M_u$$

Donde:

ϕ : factor de reducción de la resistencia.

ψ : factor de la contribución a la flexión del refuerzo FRP aplicado a M_{nf} .

M_{ns} : Momento nominal del acero de refuerzo

M_{nf} : Momento nominal del refuerzo CFRP externo

M_u : Momento último de Diseño, proveniente del análisis estructural.

El procedimiento que se detalla a continuación tiene la finalidad de obtener la satisfacción de la ecuación anterior, haciendo uso del Sistema Internacional de Unidades (SI):

1^{er} Paso: Cálculo de las propiedades de diseño de los materiales a usar en el sistema FRP.

$$f_{fu} = C_E * f_{fu}^* \quad \epsilon_{fu} = C_E * \epsilon_{fu}^*$$

Donde:

C_E = Factor de Reducción por Medio Ambiente según los valores mostrados en la tabla 1. (Environmental Reduction Factor, tabla 9.1 del ACI 440.2R-08).

f_{fu}^* = Resistencia a la tracción máxima del material FRP según el reporte del fabricante (Ultimate Tensile strength of the FRP material as reported by the manufacturer).

f_{fu} = Resistencia a la tracción máxima de diseño del material FRP (Design ultimate tensile strength of FRP).

ϵ_{fu}^* = Deformación de rotura máxima del Refuerzo FRP.

ϵ_{fu} = Deformación de rotura de diseño del Refuerzo FRP.

Tabla 1. Factor de reducción por medio ambiente para varios sistemas FRP y condiciones de exposición

Exposure conditions	Fiber type	Environmental reduction factor C_E
Interior exposure	Carbon	0.95
	Glass	0.75
	Aramid	0.85

Exterior exposure (bridges, piers, and unenclosed parking garages)	Carbon	0.85
	Glass	0.65
	Aramid	0.75
Aggresive environment (chemical plants and wastewater treatment plants)	Carbon	0.85
	Glass	0.50
	Aramid	0.70

Fuente: ACI 440.2R-08, 2008

2^{do} Paso: Cálculo preliminares, como las propiedades del concreto:

$$\beta_1 = 1.05 - 0.05 \frac{f_c}{6.90}$$

$$E_c = 4700\sqrt{f_c}, \text{ con } f_c \text{ en MPa}$$

El área del acero de refuerzo existente “As” en mm², y el área de refuerzo de fibra de carbono a colocar “Af”, en función a la cantidad de capas, el espesor y el ancho de la lámina, en mm².

3^{er} Paso: Determinación de la deformación unitaria existente en la fibra inferior, se toma en cuenta que la viga está agrietada y las únicas cargas actuantes en el instante de instalación del refuerzo CFRP son las cargas muertas:

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(d_f - kd)}{I_{cr}E_c}$$

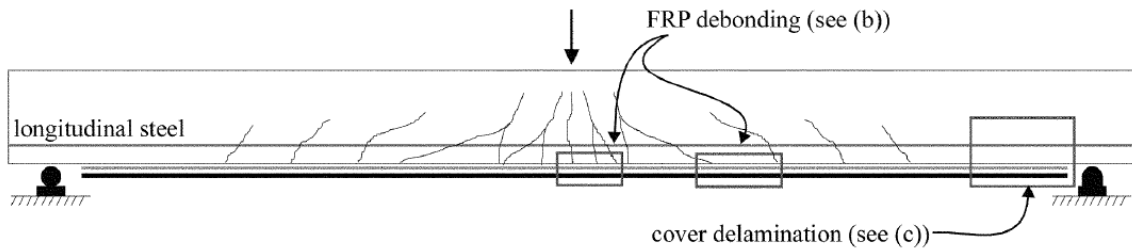
$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)}$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} * A_s * (d-kd)^2$$

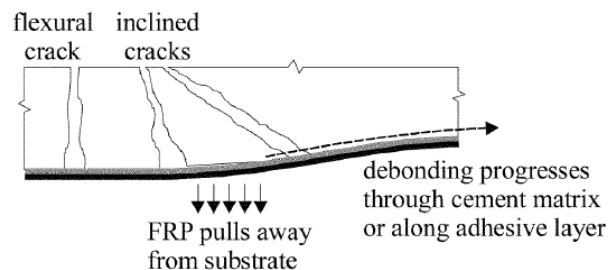
4^{to} Paso: Determinación de la Deformación Unitaria de Diseño del sistema CFRP, que generalmente lo controla la falla por desprendimiento de la lámina de CFRP. (Ec. 10-2, ACI 442.2R-08).

$$\epsilon_{jd} = 0.41 \sqrt{\frac{f'_c}{nE_f t_f}} \leq 0.9\epsilon_{fu}$$

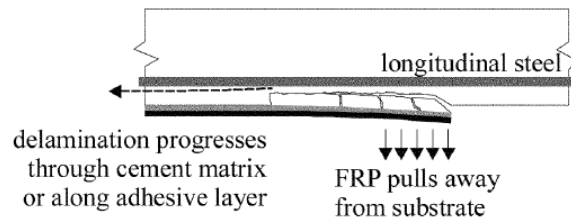
La delaminación del recubrimiento puede ocurrir cuando la fuerza en el FRP no puede ser soportado por el sustrato de concreto y el desprendimiento de las capas de FRP ocurren en el plano de adherencia e inician con las fisuras por corte y flexión (ACI 440.2R-08), se puede evidenciar en la figura N° 14.



(a) Behavior of flexural member having bonded reinforcement on soffit



(b) Debonding initiated by flexural and/or shear cracks



(c) Cover delamination initiated at curtailment of bonded FRP reinforcement

Figura N° 14. Desprendimiento y delaminación de los sistemas FRP colocados externamente

(ACI 440.2R-08, 2008)

5^{to} Paso: Estimación de "c", la profundidad del eje neutro, se empieza asumiendo un valor de $c = 0.20d$, para luego ajustarlo mediante equilibrio.

6^{to} Paso: Determinación de la deformación unitaria efectiva en el reforzamiento CFRP. (Ec. 10-3, ACI 442.2R-08).

$$\varepsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{jd}$$

Si la ecuación cumple, el refuerzo CFRP controla la falla, si no, el aplastamiento del concreto controla la falla, se trata de evitar esta última.

Debido a que se desea que el CFRP controle la falla, la deformación unitaria del concreto ε_c deberá de ser menor que su deformación de falla 0.003, para su cálculo se usa la siguiente expresión:

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{c}{d_f - c} \right)$$

7^{mo} Paso: Cálculo de la deformación unitaria en el refuerzo de acero existente, calculada de manera similar a la deformación del concreto, según el diagrama *strain distribution* de la figura N° 15. (Ec. 10-10. ACI 440.2R-08)

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{d_f - c} \right)$$

8^{vo} Paso: Cálculo del esfuerzo en el acero de refuerzo y en el CFRP. Según las ecuaciones 10-11. y 10-9. Del ACI 440.2R-08.

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y$$

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe}$$

9^{no} Paso: Cálculo de la fuerza interna resultante y revisión del equilibrio, para esto se calculan los factores para los bloques de esfuerzo del concreto.

$$\beta_1 = \frac{4\varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6\varepsilon'_c - 2\varepsilon_c}$$

$$\alpha_1 = \frac{3\varepsilon'_c \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3\beta_1 \varepsilon_c^2}$$

Donde la deformación unitaria correspondiente a f'_c cumple la siguiente ecuación:

$$\varepsilon'_c = \frac{1.7f'_c}{E_c}$$

El equilibrio de fuerzas se revisa con la verificación del valor estimado de “c” del quinto paso, a través de la siguiente expresión (Ec. 10-12. ACI 440.2R-08):

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b}$$

Se debe de iterar el valor estimado de “c” provisto en el 5to paso, hasta lograr que sea igual al valor de “c” que se determina por el 9no paso.

Hasta este paso, lo que se busca lograr es el equilibrio de la sección en función a la compatibilidad de deformaciones, como se muestra en la figura N° 15.

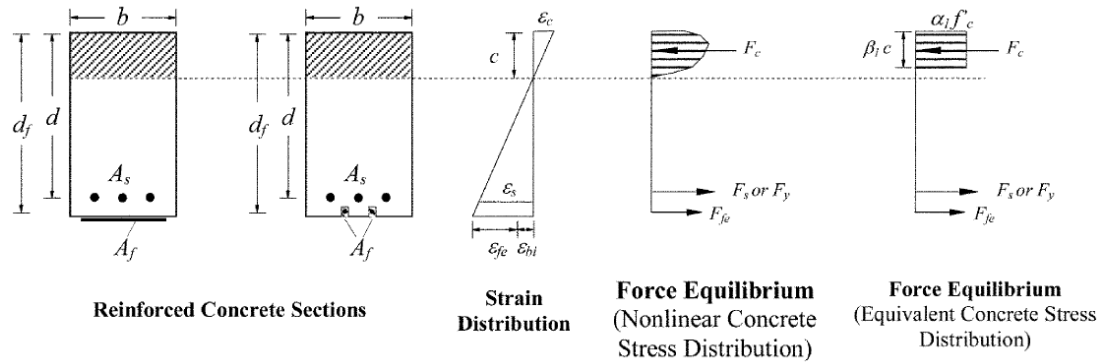


Figura N° 15. Comportamiento a flexión de la sección transversal con refuerzo FRP (ACI 440.2R-08, 2008)

10^{mo} Paso: Cálculo de los momentos resistentes del acero y del CFRP

$$M_{ns} = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right)$$

$$M_{nf} = A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right)$$

11^{mo} Paso: Cálculo del momento resistente por flexión de la sección, usando las ecuaciones 10-13 y 10-1 del ACI 440.2R-08:

$$\phi M_n = \phi [M_{ns} + \Psi_f M_{nf}]$$

$$\phi M_n \geq M_u$$

Donde el factor de reducción de resistencia se calcula en base a la ecuación 10-5 del ACI 440.2R-08:

$$\phi = \begin{cases} 0.90 & \text{para } \epsilon_t \geq 0.005 \\ 0.65 + \frac{0.25(\epsilon_t - \epsilon_{xy})}{0.005 - \epsilon_{xy}} & \text{para } \epsilon_{xy} < \epsilon_t < 0.005 \\ 0.65 & \text{para } \epsilon_t \leq \epsilon_{xy} \end{cases}$$

12^{mo} Paso: Chequeo del esfuerzo de servicio en los refuerzos de acero y CFRP, según los diagramas de la figura N° 16.

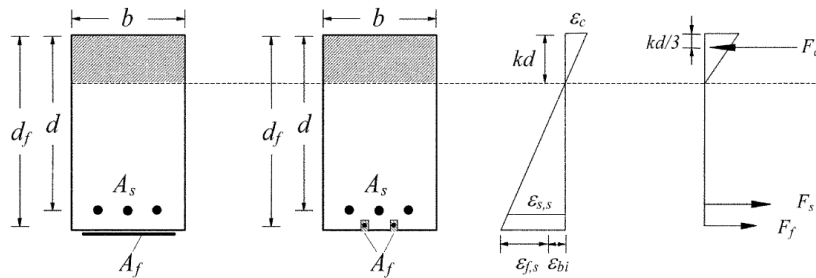


Figura N° 16. Distribución del esfuerzo y deformación elástica (ACI 440.2R-08, 2008)

Se calcula el valor de “k” con el que se ubica el eje neutro:

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{d_f}{d}\right)\right)} - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)$$

Además, se calcula el esfuerzo del acero de refuerzo por servicio, usando la ecuación 10-14 y se verifica que dicho esfuerzo sea menor que el límite recomendado por la expresión 10-6, ambas ecuaciones provistas por el ACI 440.2R-08:

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \epsilon_{bi} A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3}\right)\right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3}\right) (d - kd) + A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3}\right) (d_f - kd)}$$

$$f_{s,s} \leq 0.80f_y$$

13^{mo} Paso: Chequeo del límite de rotura de fluencia por servicio del CFRP, este esfuerzo se calcula usando la ecuación 10-15 del ACI 440.2R-08, y se tiene que verificar que sea menor que el límite para esfuerzo cíclico recomendado:

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \left(\frac{d_f - kd}{d - kd} \right) - \epsilon_{bi} E_f$$

$$f_{f,s} \leq 0.55f_{fu}$$

Básicamente indica que se debe de conocer primeramente las cargas que soportarán en un futuro, es decir, las cargas vivas CV aumentarán, luego, la idea sería colocar una cantidad de láminas de fibra de carbono con el fin de revisar si cumple con los requisitos de resistir mayores cargas.

Para comenzar con un área de refuerzo de CFRP, se puede predimensionar usando la siguiente fórmula (Alegre Gago, 2017):

$$A_f = \frac{\Delta Mu}{\phi * f_f * 0.9 * h}$$

Donde:

ΔMu : Diferencia entre la capacidad última que resiste la viga con y sin CFRP

f_f : Esfuerzo de la fibra de carbono (CFRP)

2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

- **Carbon Fiber Reinforced Polymer:** Polímero Reforzado de Fibra de Carbono, es un material compuesto esencialmente de átomos de carbono, compuesto por fibras de 50 a 10 μm de diámetro, estos átomos se encuentran entrelazadas entre sí por medio de cristales, alineados paralelamente al eje longitudinal lo que produce una alta resistencia.
- **Sobrecargas:** Son las cargas externas que pueden variar dependiendo del uso, pueden variar y hacer que los elementos estructurales que fueron concebidos inicialmente para soportar una determinada sobrecarga, deberán de ser reforzadas para soportar mayores.
- **Viga:** Elemento estructural resistente a cargas, las cargas internas principales que asume son a la flexión y al corte.
- **Resistencia de Diseño:** Es la resistencia con la que los elementos estructurales deben diseñarse, está basada en la capacidad del elemento a soportar cargas afectada por el factor de reducción de resistencia, esta resistencia deberá de ser mayor que la resistencia Requerida, la cual se obtiene a partir de las solicitaciones amplificadas a las que las edificaciones están inmersas.
- **Momento flector:** Es la carga interna en los elementos estructurales que induce a las vigas a flectarse, su valor depende de las cargas externas a las que está inmerso el elemento en análisis, así como de las condiciones de apoyo, además de las propiedades físicas y mecánicas del material componente de dichos elementos

- **Curvatura:** Se define como la relación entre la deformación unitaria a una distancia “y” del eje neutro, y dicha distancia.

III. METODOLOGIA

3.1. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de Investigación realizada fue una INVESTIGACIÓN APLICADA y el Diseño de la Investigación es EXPERIMENTAL.

3.2. PLAN DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN Y/O DISEÑO ESTADÍSTICO

- POBLACIÓN

La población son las vigas sismorresistentes diseñadas para resistir una cantidad determinada de cargas pero que necesitarán soportar aún más, por lo que tendrán que ser reforzadas.

- MUESTRA

La cantidad de muestras se seleccionó siguiendo un MUESTREO NO PROBABILÍSTICO, utilizando el MUESTREO INTENCIONAL O POR CRITERIO.

Las muestras a ensayar por flexión fueron:

- 3 especímenes experimentales de viga patrón, sin refuerzo CFRP, cuyo acero de refuerzo longitudinal y transversal fueron diseñadas para resistir una determinada magnitud de carga.
- 12 especímenes experimentales de vigas con un diseño de acero de refuerzo longitudinal y transversal igual al de las vigas patrón, y que tienen 3 cantidades

de área distintas de refuerzo de fibra de carbono CFRP diseñado para soportar 3 tipos de cargas adicionales a las iniciales.

3.3. INSTRUMENTO(S) DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Las técnicas de recolección de datos fueron:

- **La Observación:** Se realizaron ensayos, basado en el comportamiento que tienen las muestras y los resultados finales a obtener.
- **La Medición:** Se realizaron la medición de la carga aplicada, así como de las deformaciones de las vigas a través del tiempo.

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Los instrumentos usados fueron:

- **Test y Pruebas Normalizadas:** Las pruebas en las vigas, básicamente, fueron realizadas usando procedimientos Estándares que finalmente se ajustaron para las pruebas con reforzamiento CFRP; las que se usaron en la investigación fueron:
 - ✓ NTP 339.079:2012: CONCRETO. Método de ensayo para determinar la resistencia a la flexión del concreto en vigas simplemente apoyadas con cargas en el centro del tramo. 3ª Edición.
- **Observación estructurada:** Se elaboró una guía de observación donde se anotaron los valores de deformación y cargas a través del tiempo.

3.4. PLAN DE PROCESAMIENTO DE DATOS Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA INFORMACIÓN

Las vigas fueron diseñadas a partir del análisis estructural de una edificación inicial propuesta para la investigación (figura N° 17), y bajo cargas por gravedad.

La edificación propuesta tiene las siguientes características:

- Es de 4 niveles, destinado a viviendas, con una sobrecarga de 200 Kg/m² según la norma E020 del Reglamento Nacional de Edificaciones.
- El sistema estructural de la edificación es de Pórticos.

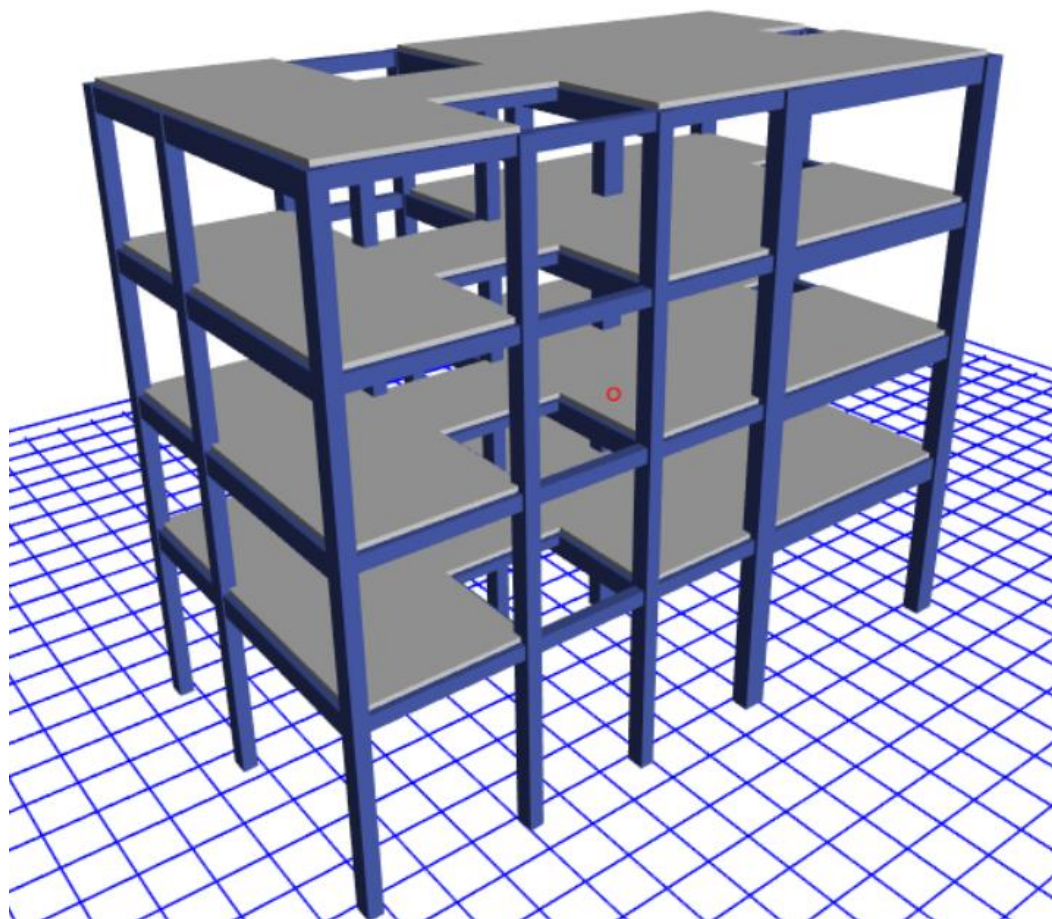


Figura N° 17. Modelo estructural

Se realizaron las asignaciones de carga viva y muerta a las losas (Ver figura N° 18 y figura N° 19):

Carga Muerta:

Piso terminado: 100 Kg/m²

Ladrillos de techo: 80 Kg/m²

Carga Viva:

Viendas: 200 Kg/m²

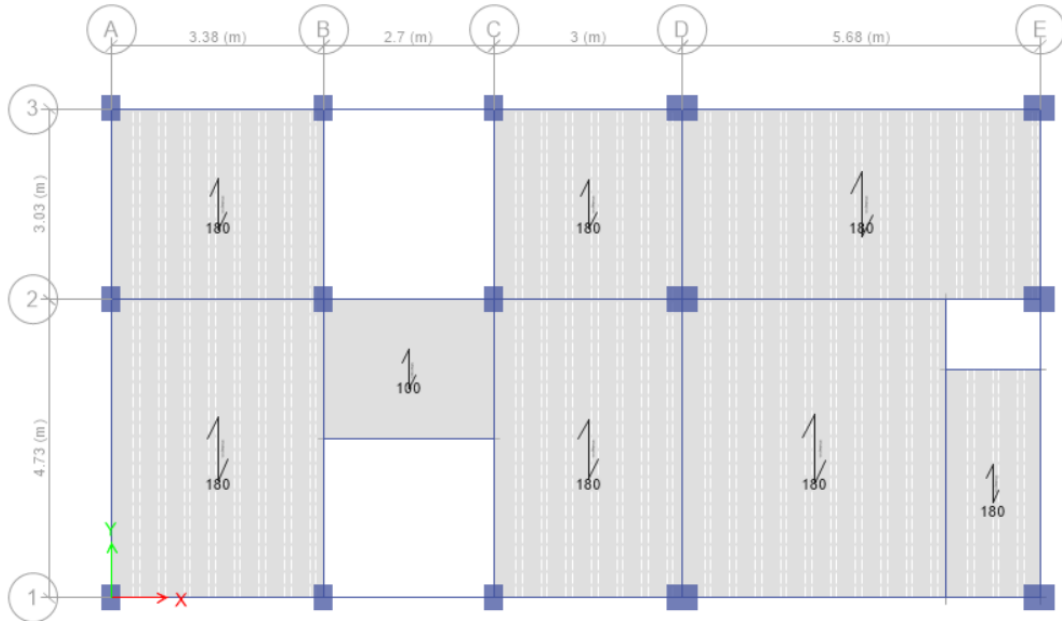


Figura N° 18. Carga Muerta sobre losas

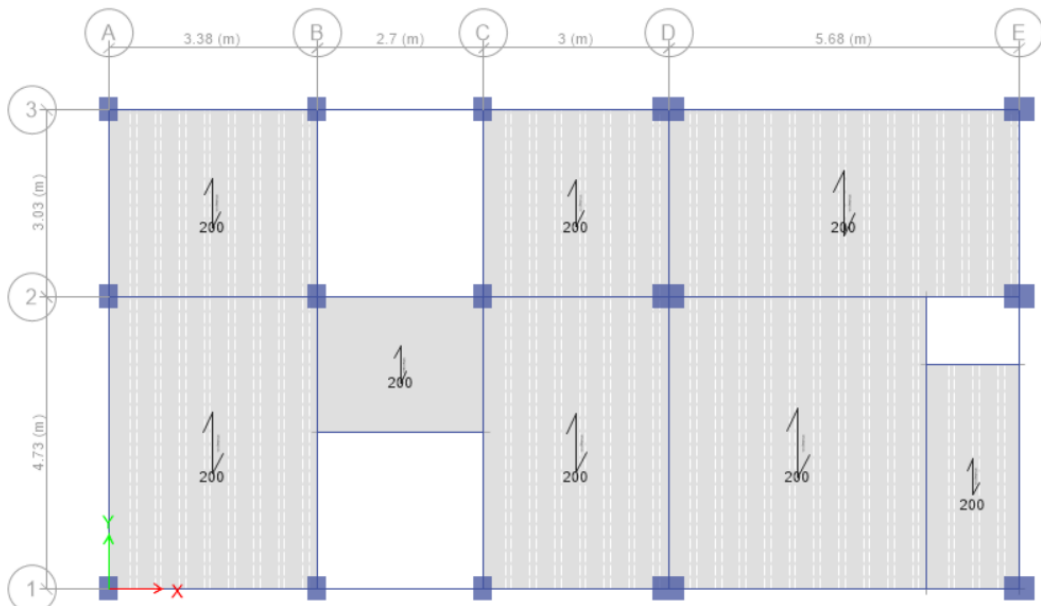


Figura N° 19. Carga Viva sobre losas

Al realizar el análisis de la edificación para las cargas por gravedad, se obtiene el diagrama de momento flector (figura N° 21), para el diseño por flexión, bajo la combinación de carga 1.4CM + 1.7CV (Ver figura N° 20).

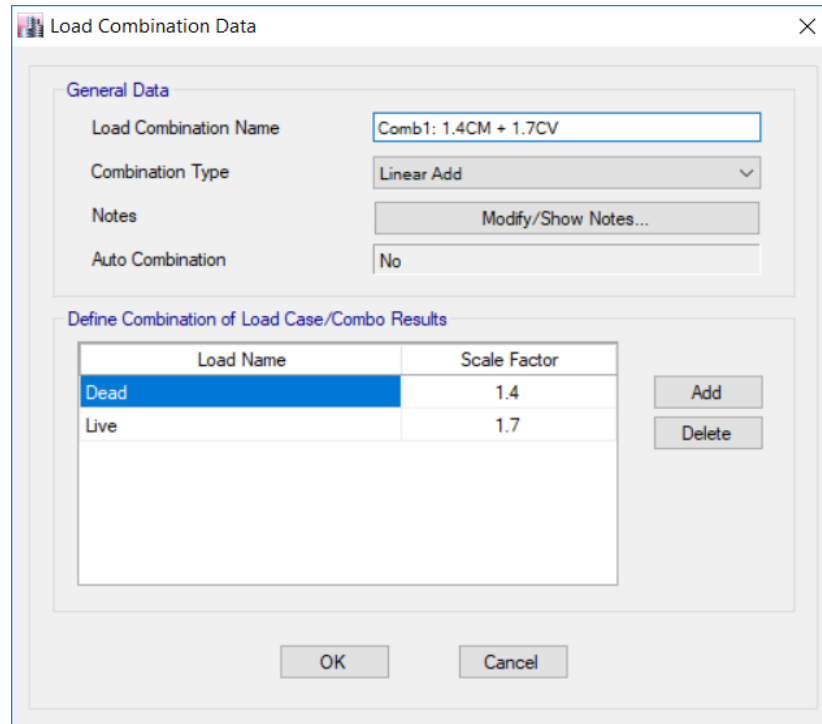


Figura N° 20. Combinación de carga 1.4CM + 1.7CV

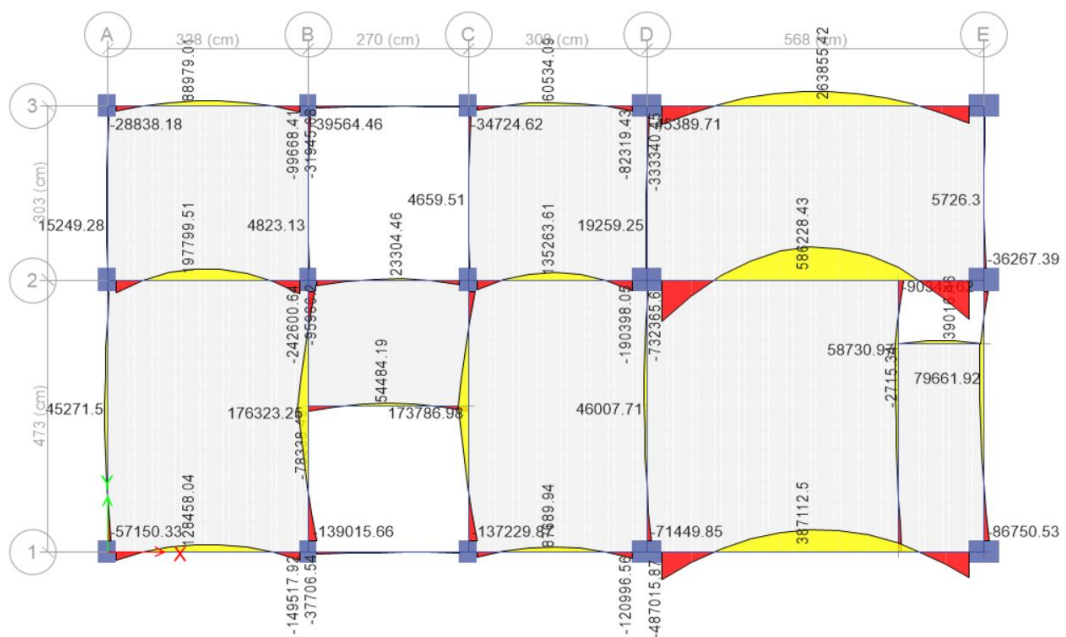


Figura N° 21. Diagrama de momento flector para el primer nivel, en vigas.

Con el fin de que los ensayos sean lo más aproximado posible al comportamiento real, se consideró la viga mostrada en la figura N° 22

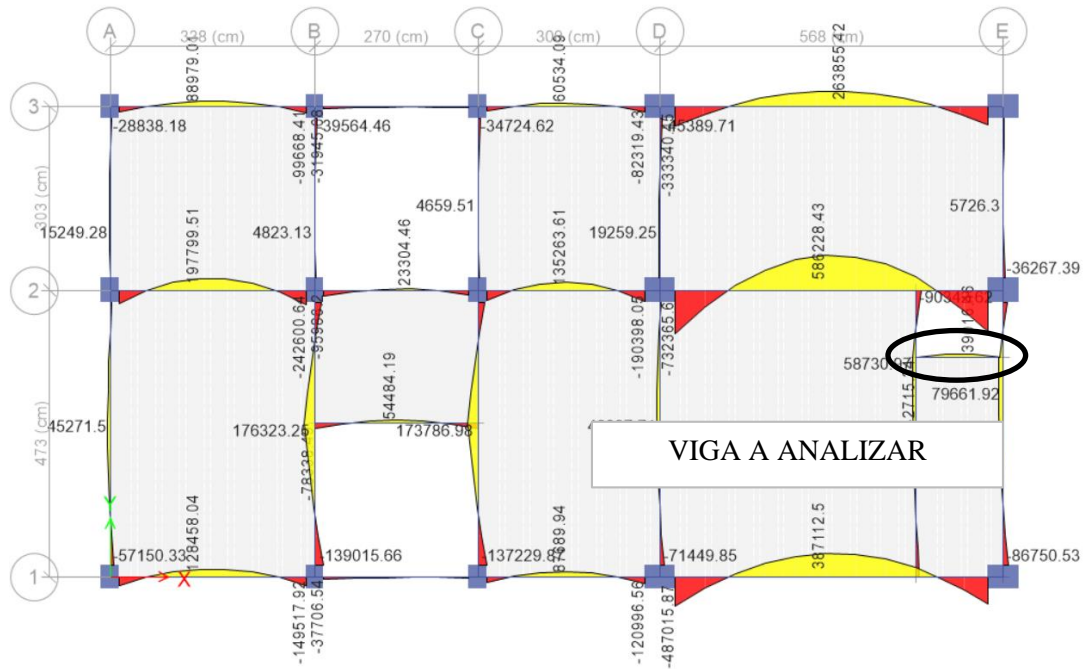


Figura N° 22. Viga que será objeto de estudio.

La viga VCH1-15x20 objeto de la investigación tiene una longitud $L = 1.45$ m, y una sección transversal de 15x20 cm; como se muestra en las figuras N° 18 y 19, las losas aligeradas se apoyan sobre esta viga, por lo que se transmitirán tanto la carga muerta como viva, además por ser una viga chata, el análisis de esta se realiza como si fuera simplemente apoyada, esto se hace para evitar introducir momentos de torsión a sus vigas peraltadas de apoyo; a la viga de estudio se le diseñará el acero de refuerzo para dicho momento requerido positivo calculado.

Para el caso de las vigas con reforzamiento de fibra de carbono CFRP, se considerará la edificación inicial, pero para que este soporte mayores cargas vivas, por lo que se tendrán momentos flectores más grandes.

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES UTILIZADOS

Los materiales utilizados fueron:

a) Concreto

- Resistencia Especificada del concreto a compresión: Este dato se obtuvo a partir de ensayos de compresión de 6 probetas de diámetro de 10 cm a los 7 días, para luego extrapolar su valor a los 28 días, determinando así el valor de $f'c$ a usar, como se muestra en la tabla N° 2

Tabla 2. Resistencia a compresión de probetas de concreto a los 7 días.

D (cm)	A (cm ²)	P (KN)	P (N)	P (Kg)	f'c (Kg/cm ²)
10	78.54	320.8	320800	32080	408.45
10	78.54	294.6	294600	29460	375.10
10	78.54	308.6	308600	30860	392.92
10	78.54	303.4	303400	30340	386.30
10	78.54	315.3	315300	31530	401.45
10	78.54	309.5	309500	30950	394.07

Fuente: Elaboración propia.

Valores a los 7 días:

$$f'c \text{ prom} = 393.05 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Desviación estándar} = 11.64 \text{ Kg/cm}^2.$$

Por lo que, tomando un valor crítico, el valor de la resistencia a la compresión a los 7 días será: $393.05 - 11.63 = 381.41 \text{ Kg/cm}^2$.

Estudios indican que, a los 7 días, el concreto adquiere una resistencia del 65% del total, por lo que valor de $f'c$ de diseño será:

$$f'c = 586.68 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (57.54 MPa)}$$

- Módulo de elasticidad del concreto: $E_c = 35649.94 \text{ MPa}$

b) Acero de Refuerzo

- Resistencia a la fluencia del Acero: $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (411.88 MPa)}$

- Módulo de elasticidad del Acero: $E_s = 200000 \text{ MPa}$

c) **Láminas de fibra de carbono CFRP (indicado por el fabricante)**, estos materiales fueron adquiridos de Z ADITIVOS, tanto la fibra de carbono como el pegamento epóxico.

- Espesor de la lámina: $t_f = 0.165 \text{ mm}$
- Resistencia última a la tensión: $f_{fu}^* = 3800 \text{ MPa}$
- Deformación de rotura: $\varepsilon_{fu}^* = 0.0167$
- Módulo de Elasticidad de las láminas FRP: $E_f = 227000 \text{ MPa}$

Se comenzó tomando una resistencia especificada a la compresión del concreto igual a 210 Kg/cm^2 (20.59 MPa), pero luego de realizar la determinación del f'_c a través del ensayo de probetas, se diseñó el refuerzo externo CFRP.

DISEÑO Y ENSAYO DE LAS VIGAS PATRÓN

El acero de refuerzo de las vigas patrón, fueron diseñadas usando las teorías clásicas del diseño de vigas por flexión, esto a partir del análisis estructural para la combinación $1.4CM + 1.7CV$ (figura N° 23).

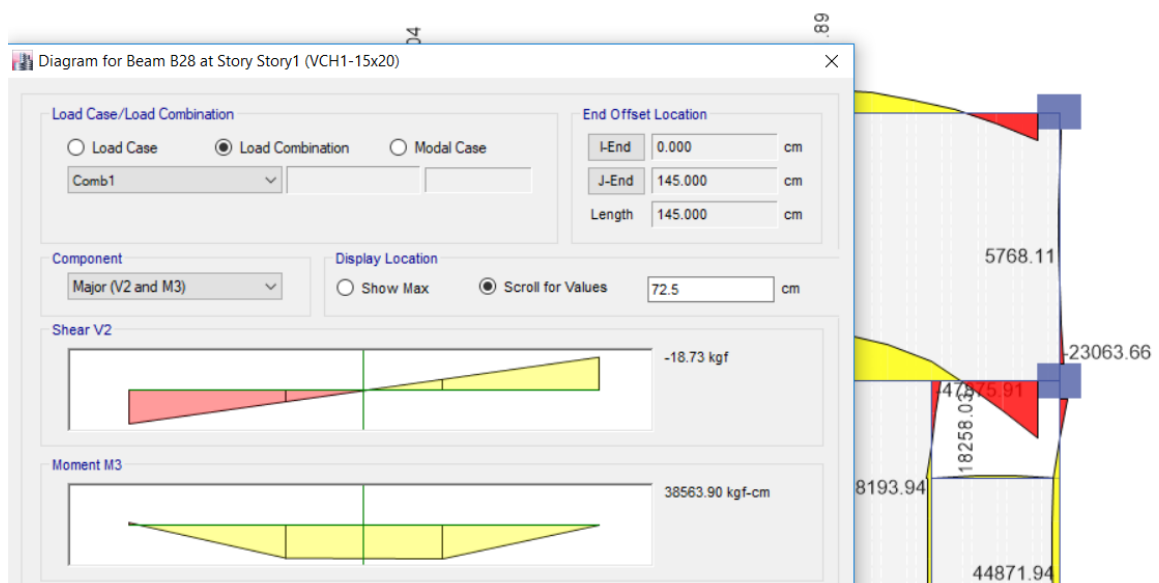


Figura N° 23. Resultados de momento flector, para la combinación $1.4CM + 1.7CV$

DISEÑO DEL REFUERZO PARA LA VIGA VCH1-15x20



A. DATOS

$L = 1.45 \text{ m}$	<i>Longitud de la viga</i>
$M_u = 38563.90 \text{ Kg.cm}$	<i>Momento Amplificado en el centro de la luz del análisis para la sobrecarga inicial de 200 Kg/m²</i>
$b = 15.00 \text{ cm}$	<i>Ancho de la viga</i>
$h = 20.00 \text{ cm}$	<i>Peralte de la viga</i>
$r = 2.00 \text{ cm}$	<i>Recubrimiento</i>
$\phi = 0.64$	<i>1/4 de pulgada, diámetro del acero de refuerzo.</i>
$d = 18.50 \text{ cm}$	<i>Peralte efectivo de la viga</i>
$f'_c = 586.68 \text{ Kg/cm}^2$	<i>Resistencia de compresión para diseño</i>
4200 Kg/cm^2	<i>Esfuerzo de fluencia del acero</i>
$f_y =$	

B. CÁLCULO DEL ACERO DE REFUERZO

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b_w} \qquad A_s = \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

$$a = 0.312 \text{ cm} \qquad A_s = 0.556 \text{ cm}^2$$

Se usará: 2 Ø ¼" ($A_s = 0.633 \text{ cm}^2$)

Este refuerzo fue colocado para las 3 vigas patrón y para las otras 12 que llevarán refuerzo exterior de fibra de carbono, se colocaron estribos de ¼" de diámetro cada 15 cm para evitar la falla por corte, y se colocaron alambres N8 de

montaje en la parte superior de la viga, para evitar que los estribos se movieran, la elección del alambre se hizo para que este no incremente la capacidad a flexión de la viga (evitar que funcione como viga doblemente reforzada). (figuras N° 24 y N° 25).

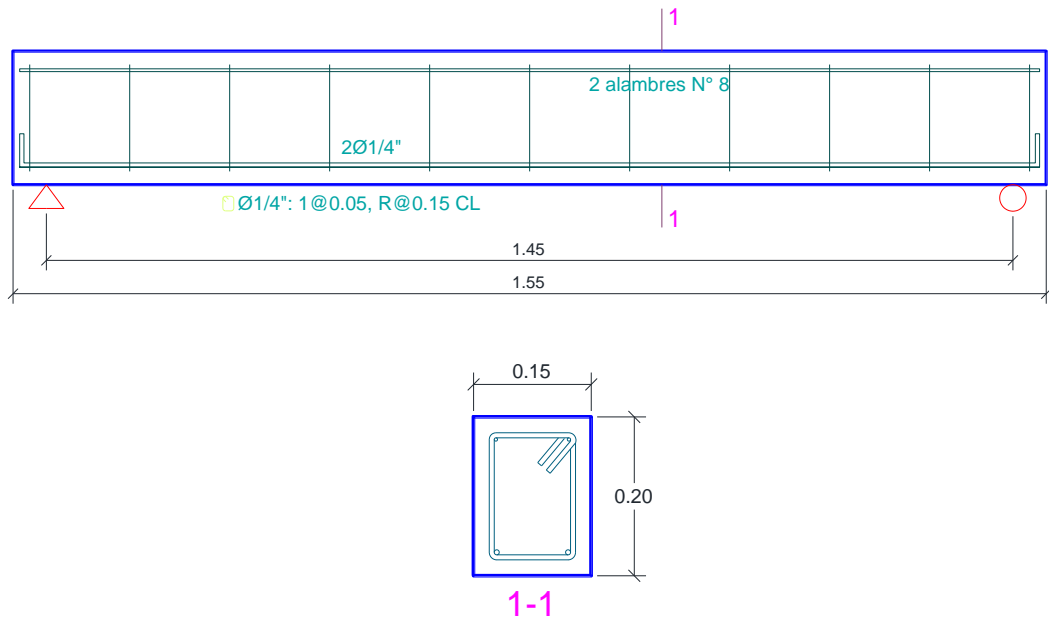


Figura N° 24. Esquema del refuerzo con acero corrugado interior colocado.



Figura N° 25. Armado del acero de refuerzo

Debido a la complejidad de ensayar las vigas como parte de un pórtico, estas se ensayarán como vigas simplemente apoyadas con carga puntal en medio hasta producir la falla de la estructura (figura N° 26). La carga P producirá un momento positivo $Mu+$ que será comparado con la del análisis.

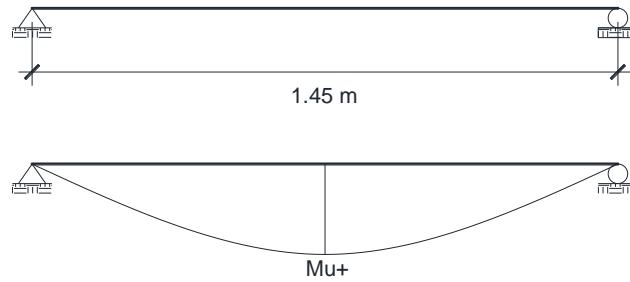


Figura N° 26. Diagrama de momento flector obtenido del análisis

Para un acero de refuerzo colocado de $2 \text{ } \varnothing 1/4''$, se tendrá una capacidad a flexión de $Mn = 48741.54 \text{ Kg-cm}$, aplicando el factor de reducción de resistencia $\phi Mn = 43867.39 \text{ Kg-cm}$; al realizar los ensayos, se espera que la carga P produzca un momento de dicho valor o mayor para que la capacidad de la sección sea mayor a la demanda que introducen las cargas en la estructura. (figura N° 27).

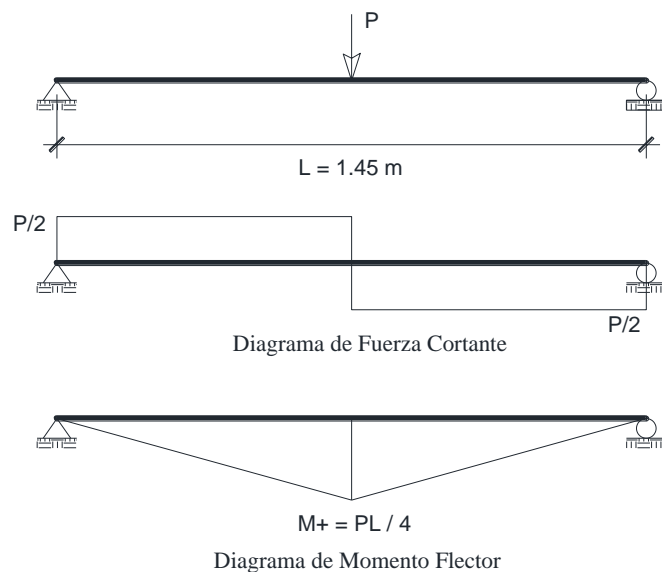


Figura N° 27. Momento Flector a obtener en el ensayo de acuerdo a la carga aplicada "P"

Como se mencionó anteriormente, se espera lograr que la capacidad de la sección con el refuerzo CFRP cubra los aumentos de momento que produzcan los aumentos de sobrecarga sobre la estructura de análisis, a través del diseño del reforzamiento CFRP mediante la norma ACI 440.2R-08.

Las deformaciones en la parte superior y en la parte inferior de la sección transversal central de la viga, la deflexión central de la viga, además de la carga puntual P, serán medidos en el tiempo, con el fin de obtener los diagramas MOMENTO - CURVATURA de los modelos, para observar el comportamiento.

DISEÑO DE LAS VIGAS CON REFUERZO CFRP

El diseño de las vigas de concreto armado con reforzamiento de fibra de carbono CFRP se realizará siguiendo los lineamientos del ACI 440.2R-08, con la finalidad de soportar las cargas vivas incrementadas con relación al estado inicial, que producirá un aumento en el valor del Momento Flector.

Para esto, se continuó con el modelo estructural inicial, al que se le aplicaron mayores sobrecargas por un cambio de uso, las sobrecargas (Carga viva) se incrementaron a: 500 Kg/m², 1000 Kg/m² y 1500 Kg/m². (Ver figuras N° 28, N° 29 y N° 30)

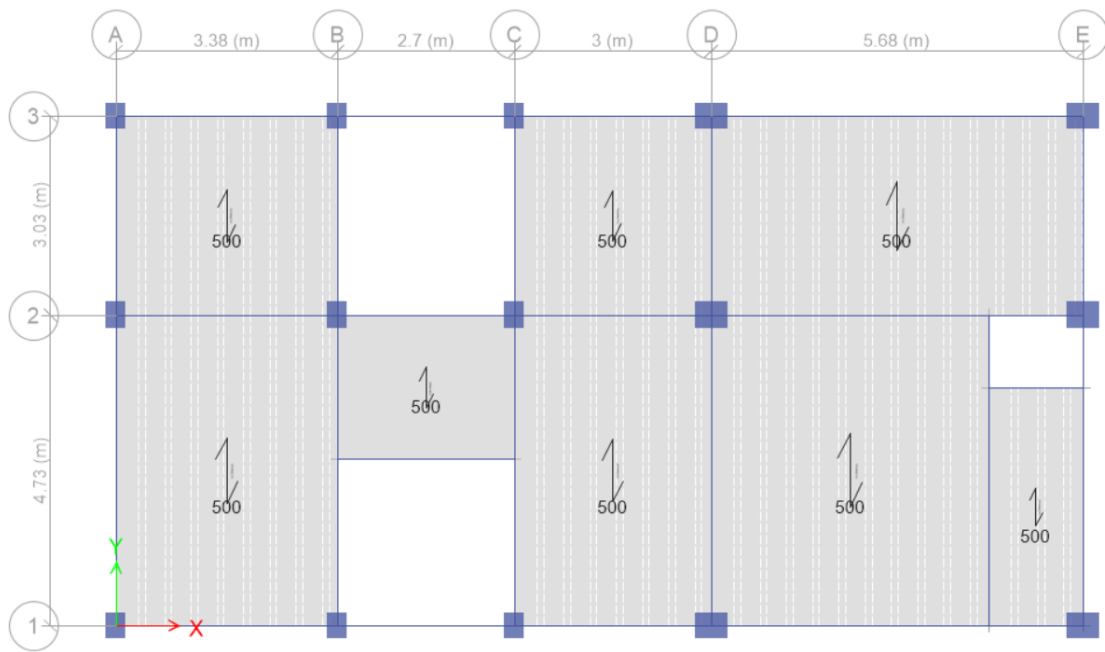


Figura N° 28. Sobrecarga de 500 Kg/m²

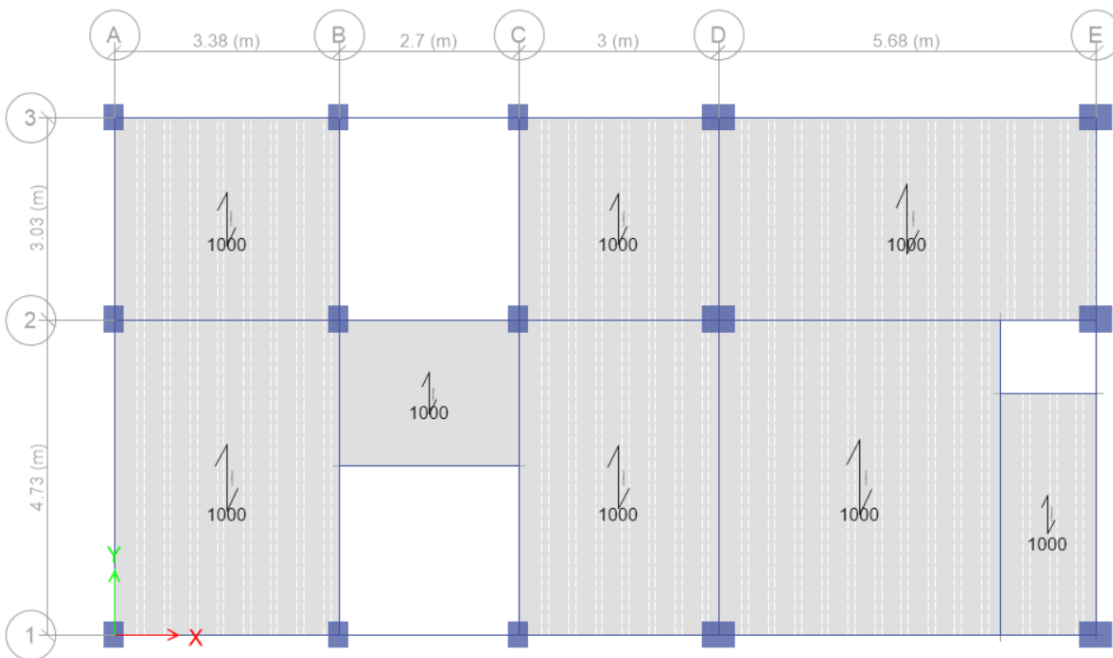


Figura N° 29. Sobrecarga de 1000 Kg/m²

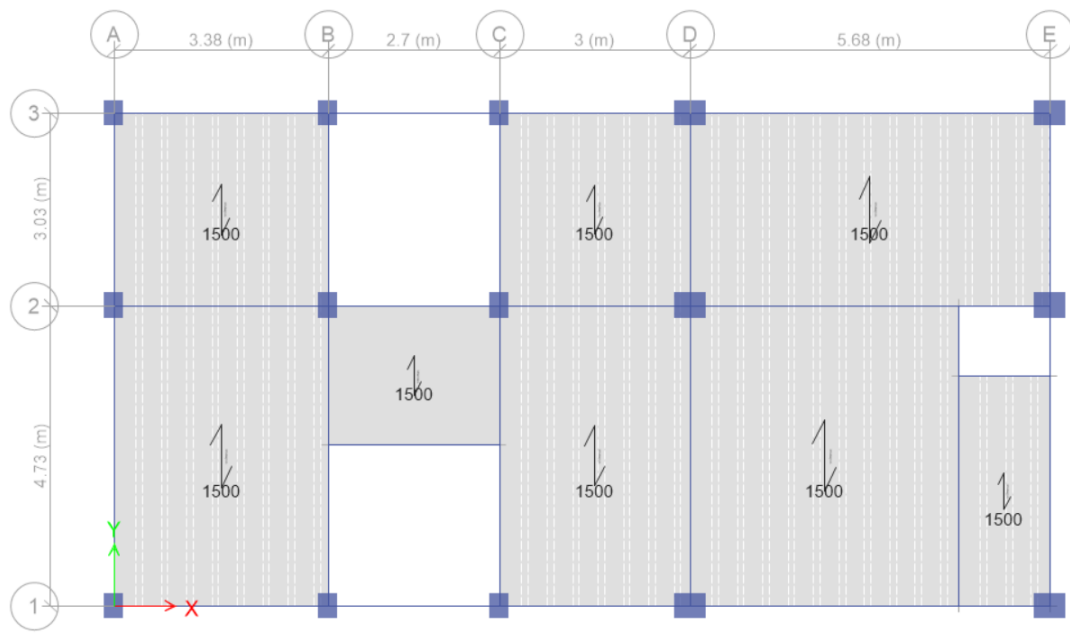


Figura N° 30. Sobrecarga de 1500 Kg/m²

Estas sobrecargas producirán que el momento en la viga investigada se incremente, haciendo que la viga con la sobrecarga de 200 Kg/m² inicial falle, por esta razón se le colocará el refuerzo externo de fibra de carbono CFRP para cubrir estas variaciones de momento. (Ver figuras N° 31, N° 32 y N° 33).

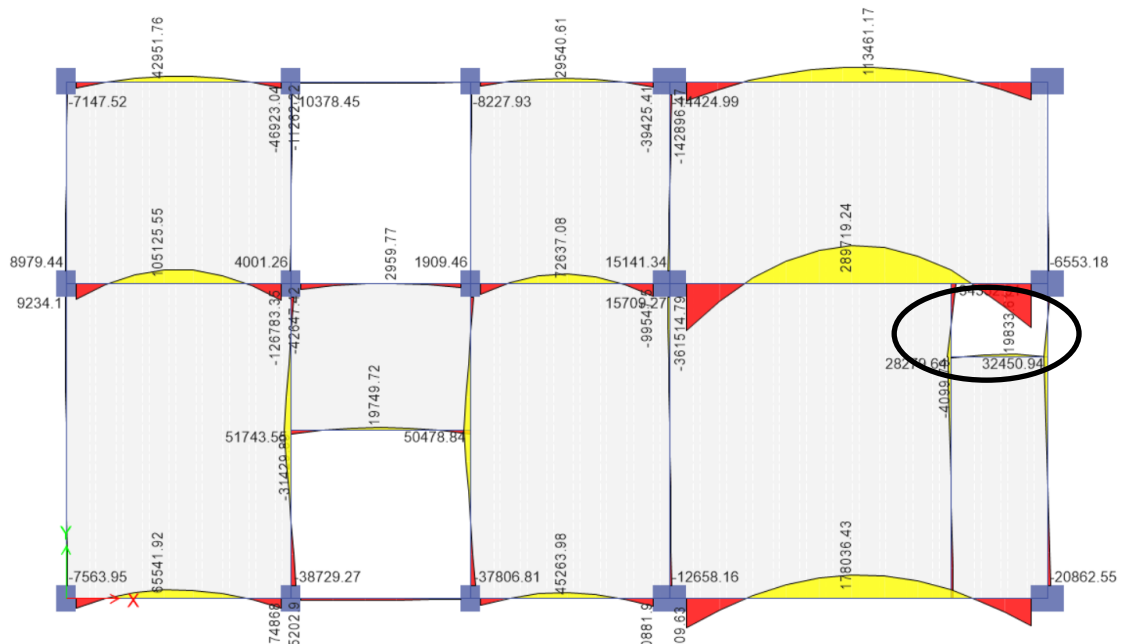


Figura N° 31. Momento flector para la sobrecarga de 500 Kg/m²

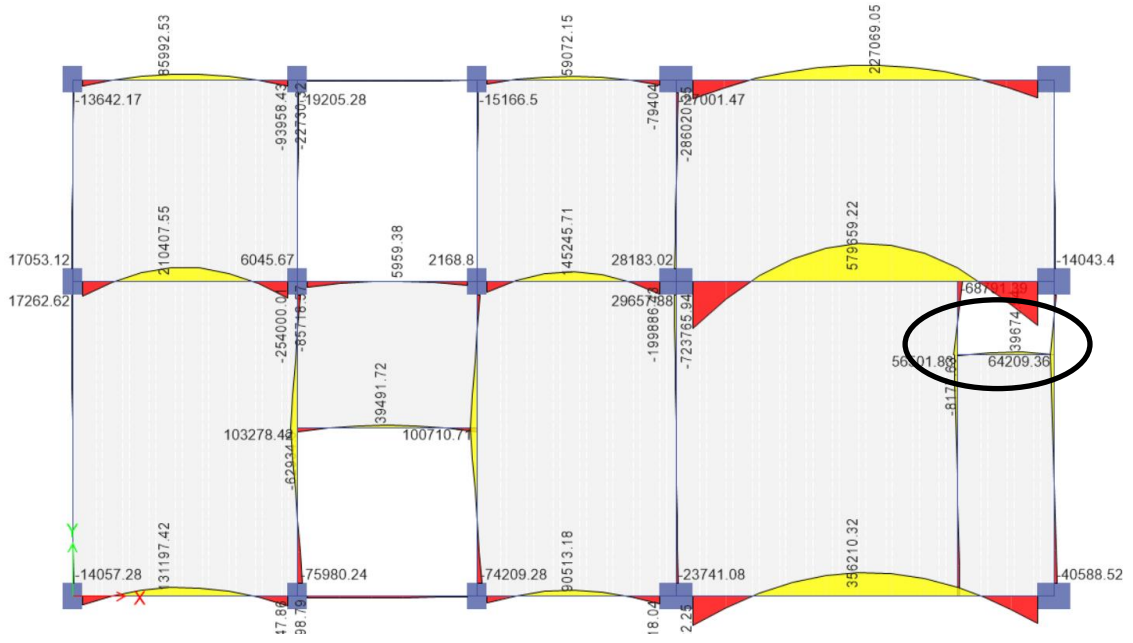


Figura N° 32. Momento flector para la sobrecarga de 1000 Kg/m²

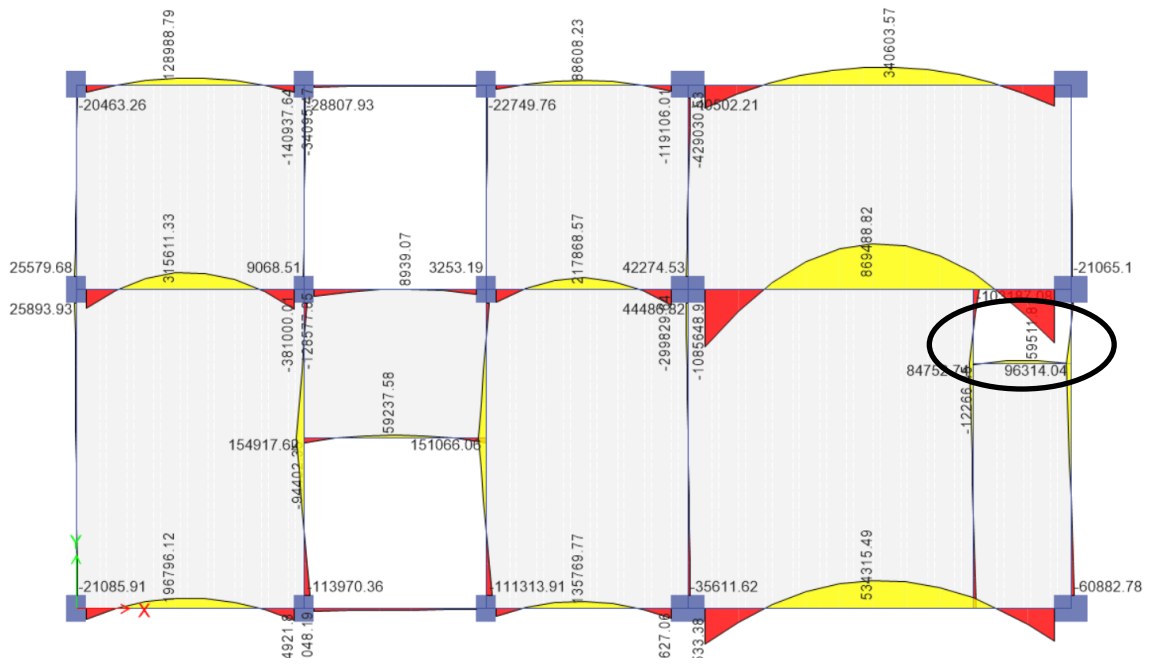


Figura N° 33. Momento flector para la sobrecarga de 1500 Kg/m²

Así podremos resumir los momentos que producen la carga muerta y la carga viva de cada caso (en Kg-cm), como se muestra en la tabla N° 3.

Tabla N° 3. Resumen de variación de momentos para cada caso (obtenido del análisis)

Momento flector	Inicial (S/C = 200 Kg/m²)	S/C = 500 Kg/m²	S/C = 1000 Kg/m²	S/C = 1500 Kg/m²
Debido a la carga muerta	18248.06	18248.06	18248.06	18248.06
Debido a la carga viva	7656.83	19150.31	38311.60	57467.40
Momento por Servicio (CM + CV)	25904.89	37398.37	56559.66	75715.46
Momento Amplificado (1.4CM + 1.7CV)	38563.90	58102.81	90677.00	123241.86

Fuente: Elaboración Propia

Con estos datos se procede a calcular el diseño del refuerzo con fibra de carbono CFRP para cada caso de sobrecarga (figura N° 34).

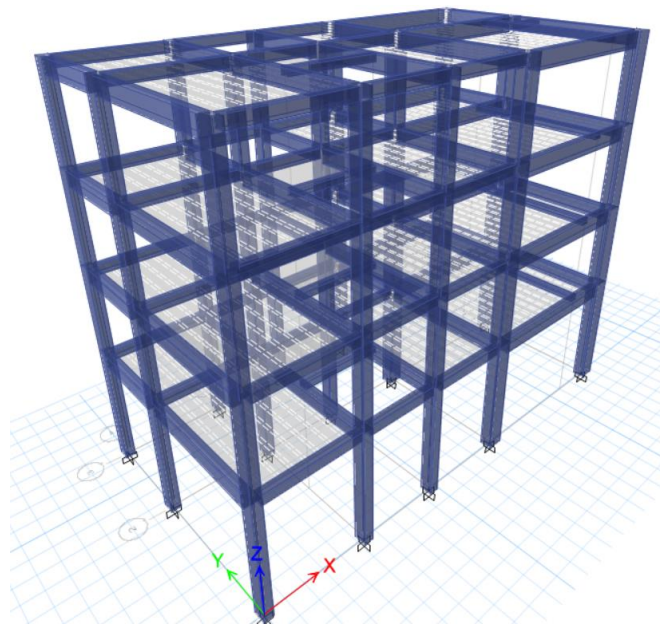


Figura N° 34. Modelo Estructural del cual se obtuvo los resultados de la viga a investigar

CÁLCULO DEL REFUERZO DE FIBRA DE CARBONO CFRP PARA CADA CASO DE SOBRECARGA

Con el apoyo de hojas de cálculo (Ver hojas de diseño en ANEXOS), se obtuvieron los refuerzos de fibra de carbono para cada caso de sobrecarga en exceso, en comparación a la condición inicial (Ver figura N° 35), el resumen del cálculo del reforzamiento con CFRP se muestra en la tabla N° 4:

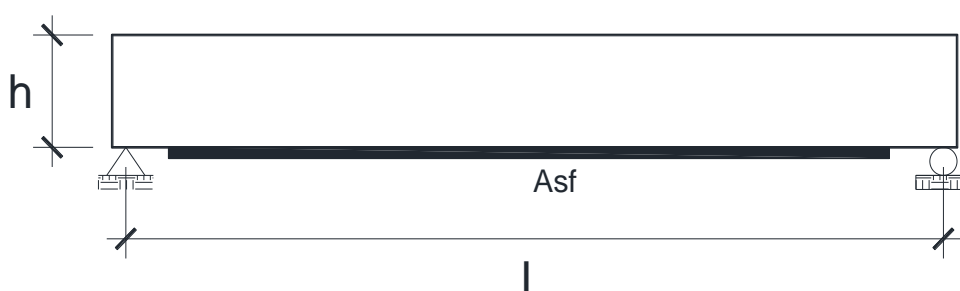


Figura N° 35. Esquema de colocado de Refuerzo CFRP en las vigas a ensayar.

Tabla N° 4. Resumen de refuerzo de fibra de carbono para cada caso

CASO	Momento Amplificado M_u (KN-m)	Área de reforzamiento de fibra de carbono CFRP "Asf"	Capacidad ϕM_n , según Diseño (KN-m)	Verificación
S/C 500 Kg/m ²	5.700	1 lámina ancho = 5.00 cm espesor = 0.165 mm	8.698	OK
S/C 1000 Kg/m ²	8.895	1 lámina ancho = 10.00 cm espesor = 0.165 mm	13.072	OK
S/C 1500 Kg/m ²	12.261	1 lámina ancho = 15.00 cm espesor = 0.165 mm	17.384	OK

Fuente: Elaboración propia.

Se elaboraron los especímenes para su ensayo, y, a través de una carga puntual P, se comparará los momentos obtenidos del diseño.

Estas cargas puntuales “P” serán medidas desde un estado inicial hasta que la viga llegue a su máxima capacidad, es decir, ya no soporte más carga, además, se medirán las deformaciones con la finalidad de corroborar el diseño del refuerzo con fibra de carbono, determinando también los diagramas MOMENTO - CURVATURA para observar su comportamiento y el desarrollo de la resistencia.

ELABORACIÓN DE LOS ESPECÍMENES

Los especímenes fueron elaborados a partir del diseño que se realizó para la condición inicial, a continuación se muestran imágenes tomadas durante el proceso elaboración de las vigas, éstas idealmente deberán de tener las mismas características para que el reforzamiento de fibra de carbono CFRP empiece en las mismas condiciones.

Se procedió con el habilitado del acero de refuerzo, el cual consistió en 2 varillas de ¼” como refuerzo positivo a flexión, esta cantidad fue determinado para una condición inicial de CARGA VIVA igual a 200 Kg/m², colocando además estribos de ¼” cada 15 cm para asegurar que no fallen por corte, así como 2 alambres N8 de montaje superior. (Ver figura N° 36 y N° 37).



Figura N° 36. Habilitado del acero de refuerzo interior



Figura N° 37. Armado del acero de refuerzo interior

A medida que se realizaba el habilitado del acero, se colocaba dentro de los encofrados, para esto se elaboraron 3 moldes de madera tornillo de 2" de espesor, donde se vaciarían 5 vigas, estos fueron laqueados para evitar que el agua les afecte, disminuyendo la probabilidad de que estas se deformen (figura N° 38), para el colocado del acero de refuerzo (figura N° 39) se utilizaron dados de mortero para asegurar el recubrimiento (figura N° 40), cabe resaltar que los dados se colocaron a los lados de la viga, y no en el centro, esto para evitar que estos generen una discontinuidad y que por esa zona rápidamente empiece a fisurarse, alterando los resultados que se pueden esperar (figuras N° 41, N° 42 y N° 43).

A continuación se muestran imágenes del proceso de colocado:



Figura N° 38. Colocado del refuerzo en los encofrados

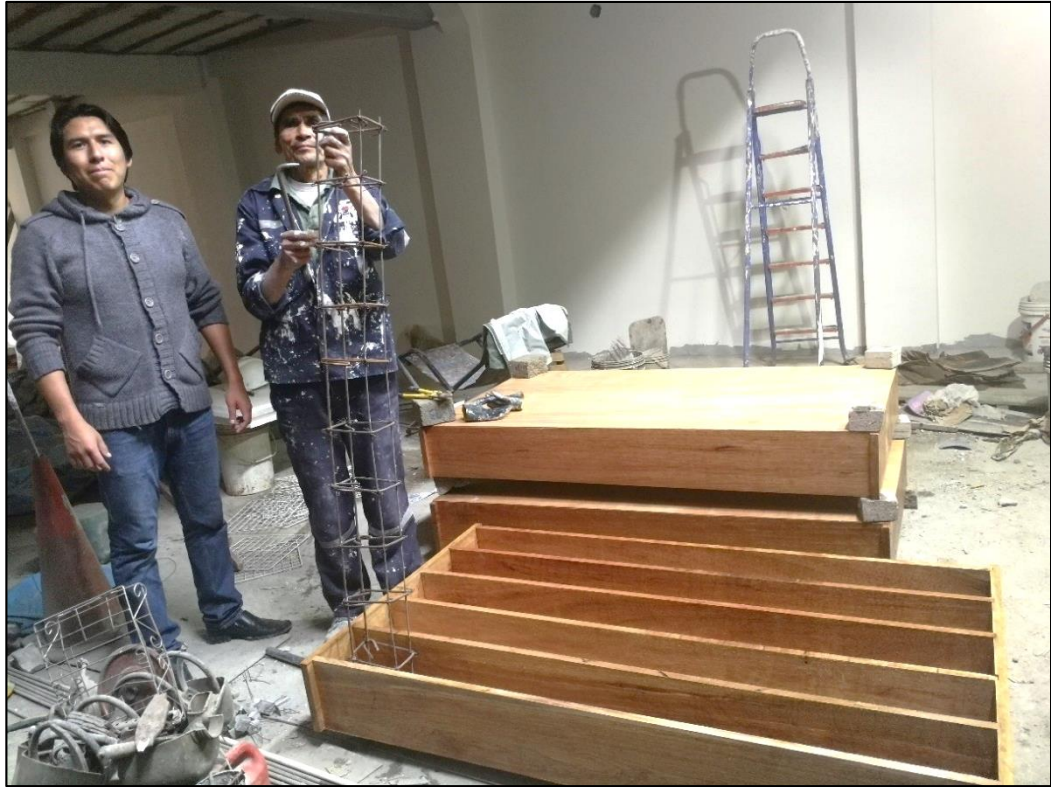


Figura N° 39. Colocado del acero de refuerzo



Figura N° 40. Dados de mortero para asegurar el recubrimiento



Figura N° 41. Colocado de dados en el acero de refuerzo



Figura N° 42. Molde de madera (encofrado) con el refuerzo ya colocado.



Figura N° 43. Moldes de 5 vigas cada uno preparados para el vaciado del concreto

Una vez que el acero de refuerzo fue colocado en los encofrados, ya se encontraban preparados para el vaciado del concreto, para esto se tuvo que nivelar dichos encofrados para evitar que las vigas tengan inclinaciones no deseadas, afectando a su sección transversal, para esto, se rellenó el suelo de apoyo con arena y se le colocó un plástico, una vez realizado este proceso, se procedió a nivelar los encofrados a través de un nivel de mano.

También se ajustaron los refuerzos debido a que, en el proceso de mover los encofrados, estos podrían haber descolocado.

Se muestran imágenes del proceso a continuación, en las figuras N° 44 y N° 45:



Figura N° 44. Colocado de los encofrados sobre la arena



Figura N° 45. Nivelado de los encofrados

Una vez verificado que todos los encofrados se encontraran nivelados y que los refuerzos estuvieran ajustados, se procedió a vaciar el concreto, el cual fue premezclado y de la misma tanda, buscando obtener la misma resistencia en todos los especímenes (figuras N° 46 y N° 47).



Figura N° 46. Vaciado y acabado de las vigas objetos de estudio



Figura N° 47. Elaboración de probetas para obtener el f_c

Las dimensiones de las vigas hacen que el proceso de curado sumergido sea demasiado complicado, por lo que se eligió la opción de curar a los especímenes a través de arena mojada (conocido coloquialmente como “arroceras”) y cubriéndolos con una manta plástica para evitar que se evapore el agua y manteniendo a la arena húmeda. (figura N° 48).



Figura N° 48. Curado de especímenes a través de “arroceras”

El proceso de curado se hizo periódicamente, humedeciendo la arena y cubriéndola nuevamente con la manta plástica. (figura N° 49).



Figura N° 49. Cubierta plástica para las muestras

Al día siguiente del vaciado de las vigas y las probetas, estas últimas fueron desencofradas y se los colocó en agua para su proceso de curado (figura N° 50), de la misma forma se desencofraron las vigas luego de que se terminará con el proceso de curado (figura N° 51).



Figura N° 50. Probetas que serán ensayadas a los 28 días para determinar el f'_c



Figura N° 51. Desencofrado de vigas

Para colocar la fibra de carbono CFRP, se procedió a lijar y limpiar la superficie, para lograr una unión adecuada entre el concreto de la viga y el reforzamiento. (figura N° 52 y figura N° 53).

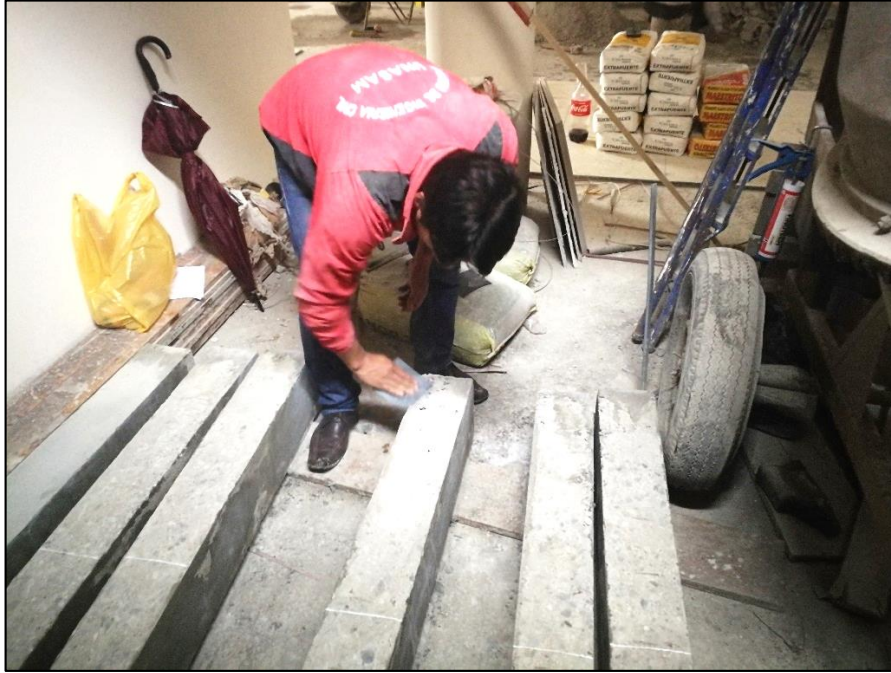


Figura N° 52. Lijado y limpieza de superficie de viga



Figura N° 53. Ejecución del tratamiento de la superficie de unión

Luego se procedió a colocar las láminas de CFRP según el diseño realizado (figuras N° 54 y N° 55):



Figura N° 54. Colocado del pegamento epóxico proporcionado por el fabricante



Figura N° 55. Colocado del refuerzo CFRP

Los especímenes obtenidos fueron: 3 vigas patrón (sin refuerzo CFRP), 4 vigas con refuerzo CFRP de 5 cm, 4 vigas con refuerzo CFRP de 10 cm y 4 vigas con refuerzo CFRP de 15 cm (figura N° 56), posteriormente se procedió al ensayo.



Figura N° 56. Vigas preparadas para ensayo.

PROCESO DE ENSAYO DE VIGAS

Para el ensayo de las vigas, se utilizó una máquina universal con carga monotónica (estática) (figura N° 57), y como apoyo se usaron dos perfiles metálicos de sección tipo W y rodillos de acero de alta resistencia (figura N° 58), teniendo las vigas preparadas (figura N° 59), se procede a sus ensayos.



Figura N° 57. Máquina de ensayo universal.



Figura N° 58. Máquina de ensayo universal preparada para recibir a las vigas



Figura N° 59. Vigas preparadas para su ensayo

Para realizar las mediciones de las deformaciones y la deflexión se usaron unos instrumentos que se pegaron en las caras laterales de las vigas, en ellos irán instalados los deformímetros de medición (figura N° 60 y N° 61), para luego colocarlos en la máquina de ensayo (figuras N° 62, N° 63 y N° 64).



Figura N° 60. Aparatos para colocar deformímetros que medirán las deformaciones en la fibra superior e inferior.



Figura N° 61. Aparatos para colocar vernier digital que medirá la deflexión

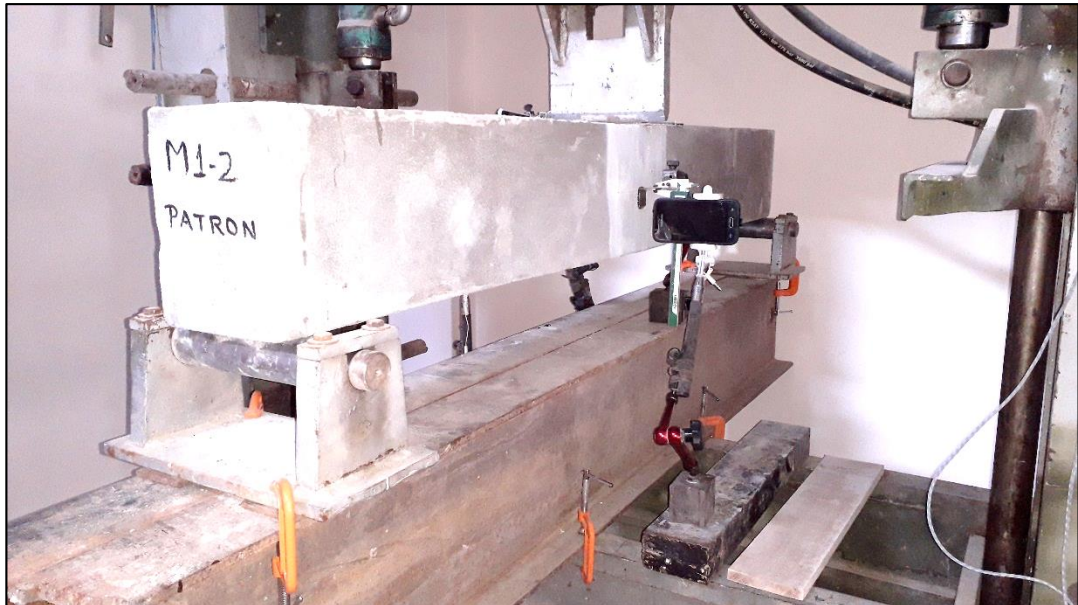


Figura N° 62. Montaje del ensayo, para viga patrón.



Figura N° 63. Montaje del ensayo, para viga patrón, se observan las cámaras que ayudarán a medir las deformaciones a través del tiempo de ensayo.



Figura N° 64. Ensayo de carga puntual aplicada en el centro, para una viga patrón.

IV. RESULTADOS

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Los especímenes fueron agrupados en 4 grupos, como se indican en la tabla N° 5:

Tabla N° 5. Agrupamiento de especímenes para ensayo

GRUPO DE ENSAYO	MUESTRA	REFUERZO CFRP
MUESTRA 1 INICIAL S/C 200	M1-1	Sin refuerzo CFRP
	M1-2	
	M1-3	
MUESTRA 2 S/C 500	M2-1	1 lámina ancho = 5.00 cm espesor = 0.165 mm
	M2-2	
	M2-3	
	M2-4	
MUESTRA 3 S/C 1000	M3-1	1 lámina ancho = 10.00 cm espesor = 0.165 mm
	M3-2	
	M3-3	
	M3-4	
MUESTRA 4 S/C 1500	M4-1	1 lámina ancho = 15.00 cm espesor = 0.165 mm
	M4-2	
	M4-3	
	M4-4	

Fuente: Elaboración Propia

Una vez realizados los ensayos, se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla N° 6, se indica a la carga puntual aplicada P para cada viga, y a través del dato de la longitud ($L = 145$ cm) se puede obtener el momento flector resistente M_n .

Tabla N° 6. Resultados de ensayos y Momento flector Resistente para cada espécimen Mn_e

RESULTADOS DE ENSAYO				
GRUPO DE ENSAYO	MUESTRA	Carga Puntual P (Kg)	Mom. Flector Resist. Mn_e (Kg-cm)	Momento flector Resistente Mn_e (KN-m)
MUESTRA 1 INICIAL S/C 200	M1-1	2393.65	86769.81	8.51
	M1-2	2354.41	85347.36	8.37
	M1-3	2236.69	81080.01	7.95
MUESTRA 2 S/C 500	M2-1	2374.03	86058.59	8.44
	M2-2	2393.65	86769.81	8.51
	M2-3	2491.75	90325.94	8.86
	M2-4	2040.49	73967.76	7.25
MUESTRA 3 S/C 1000	M3-1	2648.71	96015.74	9.42
	M3-2	2825.3	102417.13	10.04
	M3-3	2609.47	94593.29	9.28
	M3-4	2668.33	96726.96	9.49
MUESTRA 4 S/C 1500	M4-1	2746.82	99572.23	9.76
	M4-2	2766.44	100283.45	9.83
	M4-3	2570.23	93170.84	9.14
	M4-4	2903.78	105262.03	10.32

Fuente: Elaboración Propia

Para el caso de la viga M2-4, la carga puntual “P” tiene un valor bastante bajo en comparación de los otros resultados de su grupo de ensayo, por lo que no se considerará para el cálculo del promedio.

De los resultados mostrados en la tabla N° 6, se puede observar la influencia que proporcionó el refuerzo de fibra de carbono CFRP sobre la resistencia a flexión, los resultados se muestran en la tabla N° 7:

Tabla N° 7. Influencia de la fibra de carbono CFRP sobre la resistencia a flexión.

GRUPO DE ENSAYO	Cantidad de refuerzo CFRP	Área de CFRP (mm²)	Mom. Resistente Promedio (KN-m)	Variación con respecto al estado inicial (%)
MUESTRA 1 INICIAL S/C 200			8.28	
MUESTRA 2 S/C 500	1 lámina ancho = 5.00 cm espesor = 0.165 mm	8.25	8.60	3.93 %
MUESTRA 3 S/C 1000	1 lámina ancho = 10.00 cm espesor = 0.165 mm	16.5	9.56	15.45 %
MUESTRA 4 S/C 1500	1 lámina ancho = 15.00 cm espesor = 0.165 mm	24.75	9.76	17.98 %

Fuente: Elaboración Propia

Con estos datos, es posible determinar una relación entre el área de refuerzo CFRP colocado y el aumento del momento resistente de las vigas, esto puede ayudar a calcular un área de refuerzo preliminar para iniciar con el diseño (figura N° 65).

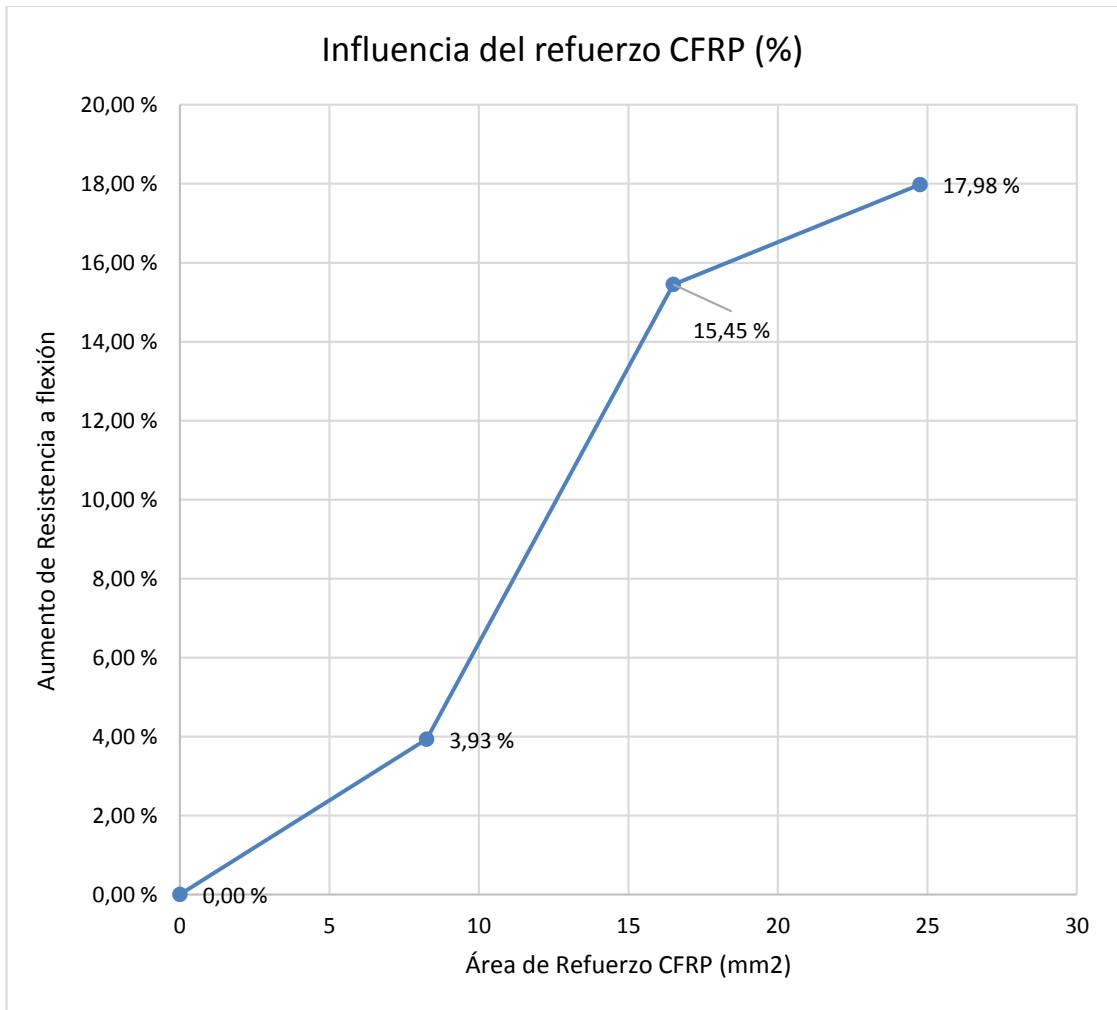


Figura N° 65. Porcentaje de variación del momento resistente en función al área de refuerzo CFRP.

Basados en los resultados de los ensayos, se puede realizar una comparación entre el momento resistente promedio con los resultados de la capacidad a flexión que se obtienen del diseño bajo el procedimiento que indica el ACI 440.2R-08, esto ayudará a observar que tan preciso son los cálculos además de poder explicar la diferencia que pueda existir entre ambas, se muestran los resultados en la tabla N° 8.

Tabla N° 8. Comparación de los momentos resistentes entre resultados experimentales y resultados de diseño.

GRUPO DE ENSAYO	Cantidad de refuerzo CFRP	Área de CFRP (mm ²)	Mom. Resistente Prom. de ensayos Mn _e (KN-m)	Momento flector Resistente de diseño (KN-m)	Eficiencia
MUESTRA 2 S/C 500	1 lámina ancho = 5.00 cm espesor = 0.165 mm	8.25	8.60	8.698	0.99
MUESTRA 3 S/C 1000	1 lámina ancho = 10.00 cm espesor = 0.165 mm	16.5	9.56	13.072	0.73
MUESTRA 4 S/C 1500	1 lámina ancho = 15.00 cm espesor = 0.165 mm	24.75	9.76	17.384	0.56

Fuente: Elaboración Propia

En los ensayos también se midió las deformaciones unitarias en las fibras superior e inferior, con estos datos es posible determinar la curvatura en el centro de la viga, y así obtener los diagramas MOMENTO CURVATURA, se muestran a continuación los diagramas de las vigas más representativas: en las figuras N° 66, 67, 68 y 69.

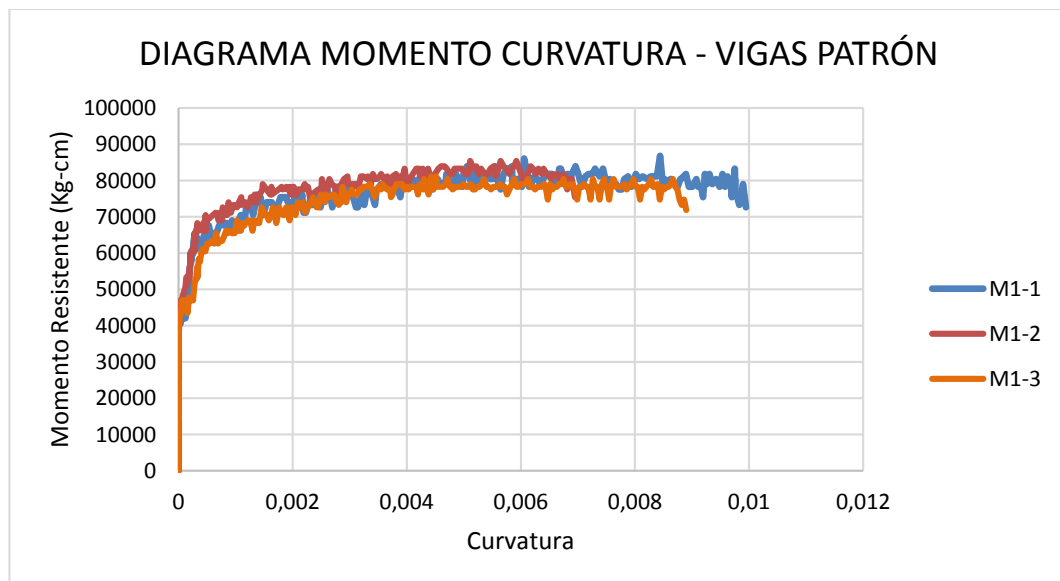
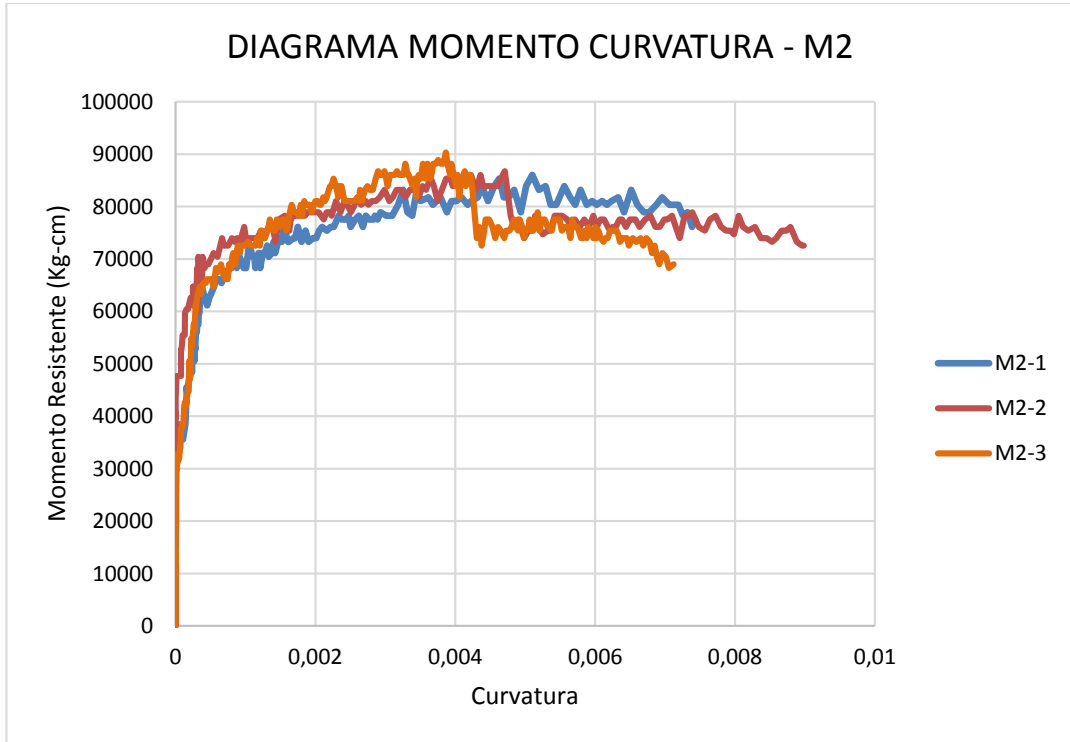
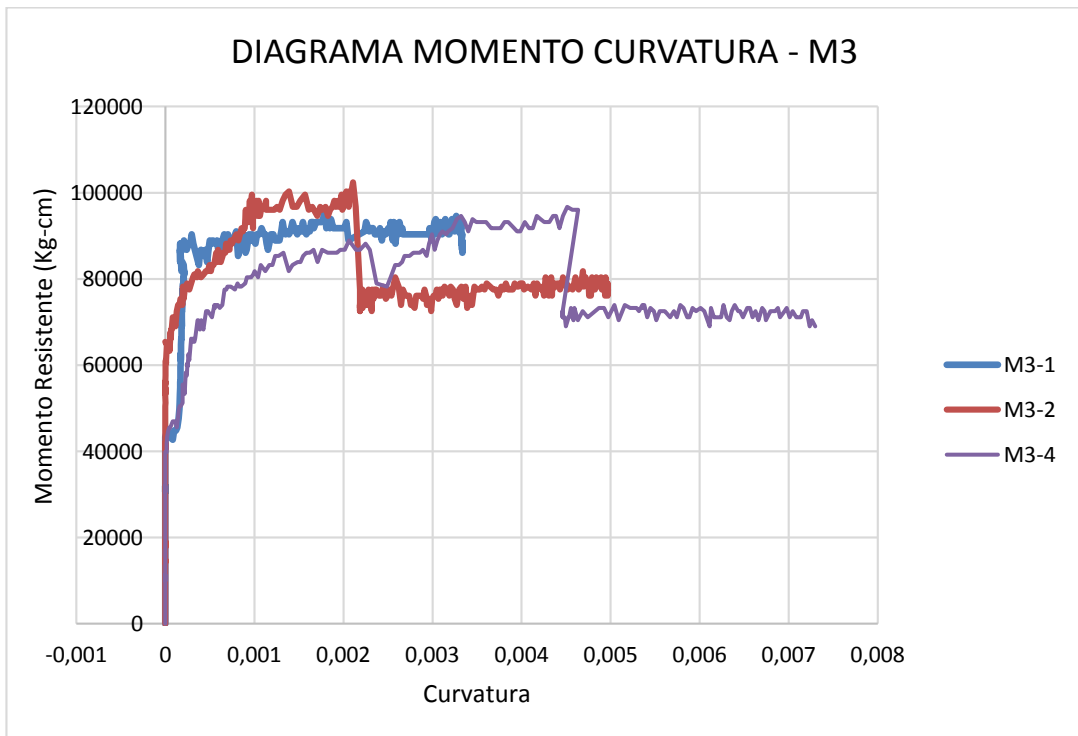


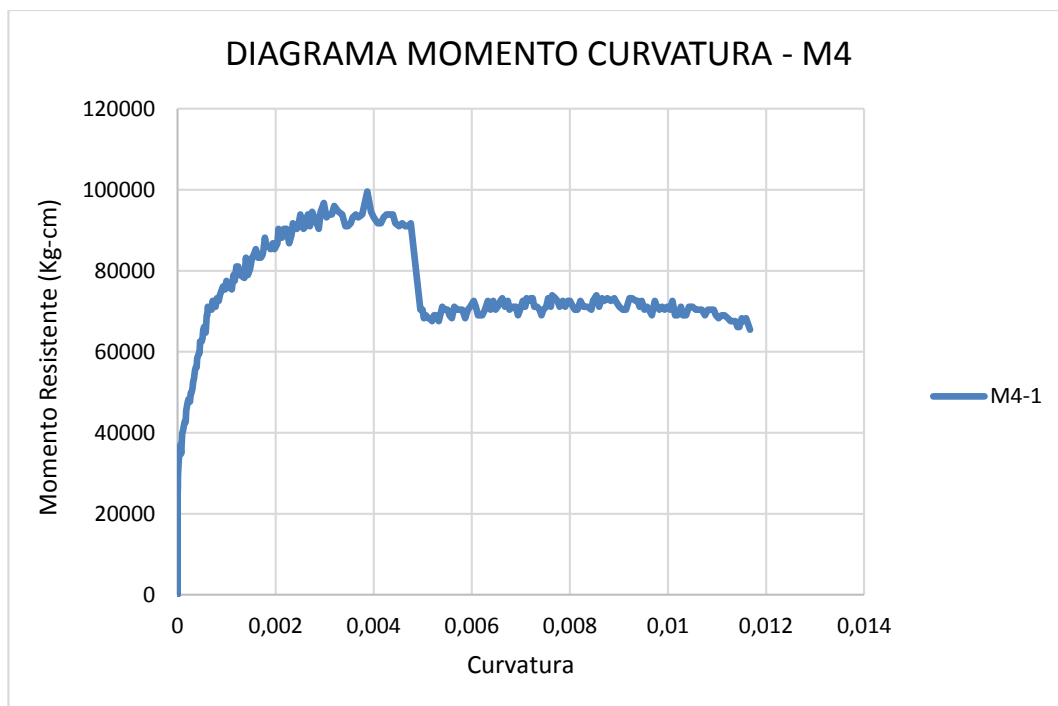
Figura N° 66. Diagrama momento curvatura para las vigas Patrón



Figuras N° 67, Diagrama momento curvatura para las vigas del grupo M2



Figuras N° 68. Diagrama momento curvatura para las vigas del grupo M3



Figuras N° 69. Diagrama momento curvatura para las vigas del grupo M4

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Al revisar los resultados, se corrobora que la fibra de carbono CFRP aporta en la capacidad a flexión de las vigas, aumentando su momento resistente; sin embargo, al comparar los valores obtenidos a través del diseño teórico y los del ensayo, se pudo apreciar que la capacidad teórica es mayor que la resultante de los ensayos.

V. DISCUSIÓN

Los resultados experimentales indican que el refuerzo de fibra de carbono CFRP mejoran la capacidad a flexión de las vigas, de la información de los datos de la tabla N° 7, se observan un aumento del 3.93 %, 15.45 % y 17.98 % para las vigas que fueron reforzados con las láminas CFRP de anchos 5 cm, 10 cm y 15 cm.

Desde el punto de vista aplicativo, cuando se comparan los valores de capacidad resistente teóricos y los obtenidos por los ensayos, hay una diferencia considerable; ya que, según los datos de la Tabla N° 8, la relación entre la capacidad de las vigas ensayadas y la capacidad teórica diseñada fue de 0.99, para una sobrecarga que pasó de ser 200 Kg/m² a 500 Kg/m², para el caso de las muestras del grupo 3 (S/C de 1000 Kg/m²) se tuvo una relación de 0.73 y para el caso de las muestras del grupo 4 (S/C de 1500 Kg/m²) se tuvo una relación de 0.56, indicando que los valores de diseño se deberán de reajustar con la finalidad de mejorar la aproximación del diseño a la realidad.

VI. CONCLUSIONES

- La resistencia a flexión de las vigas determinadas de manera teórica fue mayor que la resistencia obtenida de los resultados de los ensayos, por lo que se deberá de ajustar para aproximarla a la realidad.
- El acero de refuerzo calculado para la sobrecarga inicial de 200 Kg/m², fue de 2 varillas de ¼” que generan una capacidad ligeramente mayor a la demanda resultante del análisis del modelo estructural.
- Los resultados indican que la capacidad de las vigas patrón (sin refuerzo CFRP) es mayor a la capacidad obtenida del diseño teórico, esto se puede explicar porque en el diseño teórico no se considera el aporte de los estribos, que, aunque fueron colocados para evitar que la viga falle por corte, estos aportan en la resistencia a compresión por el confinamiento que realizan en el núcleo interior de la sección transversal de la viga.
- El área calculada de refuerzo CFRP fue de 8.25 mm², 16.5 mm² y 24.75 mm², para los 3 grupos de especímenes reforzados con las láminas de fibra de carbono, estas fueron determinados para cubrir la demanda que las sobrecargas aumentadas generaban sobre el momento flector de análisis.
- Se comprobó que el refuerzo de fibra de carbono mejora la capacidad a flexión de las vigas, y que esa mejora depende de la cantidad de refuerzo CFRP que se coloca.
- Si bien es cierto que se corroboró la mejora de la capacidad a flexión por influencia de la fibra de carbono CFRP, se evidenció que los casos ensayados

no llegaron a la capacidad que fue obtenida con el diseño teórico, la relación entre ambas para el caso de vigas con 5cm de ancho de refuerzo CFRP fue de 0.99, para el caso de las vigas con 10 cm de ancho de refuerzo CFRP fue de 0.73, y para el caso de 15 cm de ancho fue de 0.56, esto nos indicaría que podríamos realizar el diseño de un refuerzo a través de normas internacionales, pero teniendo en cuenta de que la realidad en nuestra zona es diferente; se tendría que afectar por un factor que permita aproximar el diseño teórico a la realidad; la propuesta es considerar a este factor conservadoramente como 0.55.

VII. RECOMENDACIONES

- La investigación solo se limitó al reforzamiento por flexión de vigas con fibra de carbono CFRP, se recomienda investigar la influencia para mejorar la resistencia al corte en vigas, o flexocompresión en columnas.
- La investigación fue realizada utilizando fibra de carbono CFRP, pero, existen muchas otras fibras como se pudo indicar en el marco teórico, como lo son fibra de vidrio, de boro, etc, se recomienda investigar el reforzamiento de estructuras también con estos otros tipos de fibras.
- Se recomienda realizar investigaciones acerca de los valores máximos de área de refuerzo de fibra de carbono CFRP que se podría colocar como reforzamiento, esto es posible evidenciarlo cuando la falla es por compresión del concreto en vez de las fallas del CFRP ya sea por desprendimiento o por delaminación.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOUTAHA, R. (1996). *Rehabilitation of existing structures*. Atlanta, Georgia.
- AGUILAR, J., BREÑA, S., DEL VALLE, E., IGLESIAS, J., PICADO, M., JARA, M., Y JIRSA, J. (1996). Rehabilitation of existing reinforced concrete buildings in México City, *PMFSEL Reporte No. 96-3, Ferguson Structural Engineering Laboratory, The University of Texas at Austin*.
- ALEGRE, G., (2017). *Estudio de la Influencia en la Resistencia y Ductilidad de las fibras de carbono utilizadas como reforzamiento de vigas de Concreto Armado* (Tesis de pregrado). Pontificia Universidad Católica del Perú PUCP. Lima, Perú.
- American Concrete Institute. (2008). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*. Farmington Hills, U.S.A.: ACI.
- BAZÁN, J. (2015). *Estudio experimental y numérico del Comportamiento de Flexión de Vigas de Concreto Armado reforzadas con Bandas de FRP* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Ingeniería UNI. Lima, Perú.
- CALLA, F., & TORRES, J. (2015) *Reforzamiento por Flexión de vigas de concreto armado con fibra de carbono* (Tesis de pregrado). Universidad Católica de Santa María. Arequipa, Perú.
- HARMSEN, T. (2002). *Diseño de Estructuras de Concreto Reforzado*. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.

- HELENE, P., Y PEREIRA, F. (Ed.). (2003). *Manual de Rehabilitación de Estructuras de Hormigón. Reparación, Refuerzo y Protección*. Sao Paulo, Brasil: CYTED.
- MCCORMAC, J., BROWN, R. (2011). *Diseño de Concreto Reforzado*. México D.F., México: Alfaomega.
- Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. (2009). *Reglamento Nacional de Edificaciones Norma E060 Concreto Armado*. Lima, Perú.
- MORALES, R. (2006). *Diseño en Concreto Reforzado*. Lima, Perú: Fondo Editorial ICG.
- RAMIREZ, J., BARCENA, J., Y FEIJOO, J. (1978). 2 métodos de refuerzo y su comportamiento en vigas de hormigón armado de edificación. *Informes de la Construcción*, 31(305), 53-64.
- SOTO, E. (2008). *Rehabilitación de Estructuras de Concreto* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad de México, México.
- VIEIRA, M., SANTOS, A., MONT'ALVERNE, A., BEZERRA, L., Y CABRAL, A. (2016). Experimental analysis of reinforced concrete beams strengthened in bending with carbon fiber reinforced polymer. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 9(1), 123-152. Recuperado de http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-41952016000100123&lang=pt.

ANEXO

MATRIZ DE CONSISTENCIA LÓGICA

TÍTULO: APLICACIÓN DE FIBRA DE CARBONO CFRP EN EL REFORZAMIENTO A FLEXIÓN DE VIGAS EXPERIMENTALES DE CONCRETO ARMADO EN LA CIUDAD DE HUARAZ EN EL AÑO 2018

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	MARCO TEÓRICO	ASPECTOS METODOLÓGICOS
<p>Problema General: ¿Cuál es el procedimiento de diseño a seguir para la aplicación de la fibra de carbono CFRP en el reforzamiento de vigas de concreto armado que soportarán mayores cargas de las que fueron concebidas inicialmente en la ciudad de Huaraz, en el 2018?</p> <p>Problemas Específicos: a) ¿Cuál es el procedimiento a tener en cuenta para el diseño a flexión de la cantidad de fibra de carbono CFRP en el reforzamiento de vigas de concreto armado que soportarán mayores cargas de las que fueron concebidas inicialmente en la ciudad de Huaraz, en el 2018? b) ¿Cuál es la influencia del reforzamiento de fibra de carbono CFRP en la resistencia de vigas a flexión? c) ¿Cuál es la relación entre la resistencia a flexión de vigas con reforzamiento CFRP probadas en laboratorio y la resistencia a flexión obtenidas teóricamente?</p>	<p>Objetivo General: Comparar la resistencia entre el diseño teórico de la cantidad de fibra de carbono CFRP como reforzamiento de vigas de concreto armado con la resistencia que se obtenga de las vigas reforzadas y ensayadas en laboratorio.</p> <p>Objetivos Específicos: a) Calcular el área del refuerzo longitudinal de acero de la viga a investigar de un modelo estructural. b) Comparar la capacidad de las vigas patrón obtenidas de los ensayos con los resultados obtenidas del diseño. c) Calcular el área de fibra de carbono para el reforzamiento de los modelos de vigas a partir del diseño de las vigas de concreto iniciales, para que soporten las sobrecargas aumentadas en el modelo estructural. d) Corroborar el aporte del refuerzo CFRP en la mejora de la capacidad a flexión de las vigas ensayadas. e) Comparar la capacidad de las vigas con refuerzo CFRP obtenidas en los ensayos con los resultados obtenidos del diseño.</p>	<p>La aplicación de fibra de carbono CFRP para el reforzamiento a flexión de vigas experimentales de concreto armado, basadas en un diseño estructural de este refuerzo, cumple con los requisitos de resistencia debido a sobrecargas.</p> <p>VARIABLES</p> <p>VARIABLE INDEPENDIENTE “X” (causa): Cantidad y forma de colocado de la fibra de carbono CFRP como reforzamiento de vigas.</p> <p>VARIABLE DEPENDIENTE “Y” (Efecto): Resistencia de diseño de vigas de concreto armado.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseño a Flexión de Vigas de Concreto Armado. 2. Acciones que originan mayor demanda de carga. 3. Reforzamiento de Estructuras. 4. Procedimiento para el Diseño en Flexión del Reforzamiento de vigas con láminas de fibra de carbono CFRP según el ACI 440.2R-08. 	<p>TIPO DE INVESTIGACIÓN: Investigación Aplicada. TIPO DE DISEÑO: Experimental. DISEÑO GENERAL: Transversal</p> <p>POBLACIÓN La población son las vigas sismorresistentes diseñadas para resistir una cantidad determinada de cargas pero que necesitarán soportar aún más, por lo que tendrán que ser reforzadas.</p> <p>MUESTRA La cantidad de muestras se seleccionó siguiendo un MUESTREO NO PROBABILÍSTICO, POR CRITERIO.</p> <p>TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS - La Observación: Se realizaron ensayos, basado en el comportamiento que tienen las muestras y los resultados finales a obtener. - La Medición: Se realizaron la medición de la carga aplicada, así como de las deformaciones de las vigas a través del tiempo.</p> <p>INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS Los instrumentos usados fueron: - Test y Pruebas Normalizadas: Las pruebas en las vigas, básicamente, fueron realizadas usando procedimientos Estándares que finalmente se ajustaron para las pruebas con reforzamiento CFRP. - Observación estructurada: Se elaboró una guía de observación donde se anotaron los valores de deformación y cargas a través del tiempo.</p>

**REFORZAMIENTO POR FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO CON LÁMINAS
CFRP PARA SOBRECARGA 500 Kg/m²**



Acero de Refuerzo: 2 ϕ 1/4 "
As = 63.339 mm²

Longitud de la viga $L = 1.45$ m
Ancho de la viga $b = 150$ mm
Peralte de la viga $h = 200$ mm
Peralte efectivo $d = 185$ mm
 $f_c = 57.534$ N/mm²
 $f_y = 411.879$ N/mm²
 $a = 3.556$ mm
 $M_n = 4.780$ KN-m
 $\phi M_n = 4.302$ KN-m

A. Datos obtenidos del Análisis Estructural:

Momento Flector	cargas existentes	cargas esperadas
Momento debido a la Carga Muerta MDL	1.790 KN-m	1.790 KN-m
Momento debido a la Carga Viva MLL	0.751 KN-m	1.879 KN-m
Momento por Servicio (MDL + MLL)	2.541 KN-m	3.669 KN-m
Momento Amplificado (1.40MDL + 1.70MLL)	3.783 KN-m	5.700 KN-m

B. Propiedades del Sistema de Reforzamiento FRP indicados por el proveedor

Esesor por lámina, t_f 0.165 mm
Resistencia última a la tensión, f_{fu}^* 3800 N/mm²
Deformación de rotura, ϵ_{fu}^* 0.0167
Módulo de Elasticidad de las láminas FRP, E_f 227000 N/mm²

C. Diseño del Refuerzo CFRP según ACI 440.2R-08

1. Cálculo de las propiedades de diseño del sistema CFRP

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-3. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_{fu} = C_E \epsilon_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-4. ACI 440.2R-08})$$

donde:

f_{fu} : Resistencia a la tracción máxima de diseño del CFRP

ϵ_{fu} : Deformación de rotura de diseño del CFRP

C_E : Factor de Reducción por Medio Ambiente, según la tabla 9.1 del ACI 440.2R-08:

Para exposiciones en interiores: $C_E = 0.95$ (Para Fibra de Carbono)

$$f_{fu} = 3610 \text{ N/mm}^2 \quad \epsilon_{fu} = 0.015865$$

2. Propiedades de los materiales

2.1. Módulo de Elasticidad del Concreto E_c :

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

2.2. Módulo de Elasticidad del Acero E_s :

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

2.3. Área del refuerzo A_f : $A_f = n * t_f * w_f$

$$n = 1 \quad (\# \text{ láminas})$$

$$t_f = 0.165 \text{ mm} \quad (\text{espesor de la lámina})$$

$$w_f = 50 \text{ mm} \quad (\text{ancho de la lámina})$$

$$A_f = 8.25 \text{ mm}^2$$

3. Determinación de la Deformación Unitaria existente en la fibra inferior ϵ_{bi}

$$\epsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(d_f - kd)}{I_{cr}E_c}$$

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)}$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} * A_s * (d - kd)^2$$

donde:

$$M_{DL} = 1.790 \text{ KN-m}$$

$$d_f = 200 \text{ mm}$$

$$d = 185 \text{ mm}$$

$$E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

$$\rho_s = 0.002282471$$

$$k = 0.1477$$

$$I_{cr} = 09.85E+06 \text{ mm}^4$$

$\epsilon_{bi} = 0.000880$

4. Determinación de la Deformación Unitaria de Diseño del sistema CFRP

$$\epsilon_{jd} = 0.41 \sqrt{\frac{f'_c}{nE_f t_f}} \leq 0.9\epsilon_{fu} \quad (\text{Ec. 10-2. ACI 440.2R-08})$$

$\epsilon_{jd} = 0.01607 \leq 0.0143$	mejorar
---------------------------------------	---------

5. Estimación de "c", la profundidad del eje neutro.

$$c = 15.32 \text{ mm} \quad (\text{Empezamos asumiendo que } c = 0.20d, \text{ luego se mejora este valor})$$

6. Determinación de la deformación unitaria efectiva en el reforzamiento CFRP

$$\epsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \epsilon_{bi} \leq \epsilon_{jd}$$

(Ec. 10-3. ACI 440.2R-08)

$$\epsilon_{fe} = 0.03528 \leq 0.01607$$

El CFRP controla la falla

entonces:

$$\epsilon_{fe} = 0.01607$$

$$\epsilon_c = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \left(\frac{c}{d_f - c} \right)$$

$$\epsilon_c = 0.00141$$

7. Cálculo de la deformación unitaria en el refuerzo de acero existente

$$\epsilon_s = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (\text{Ec. 10-10. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_s = 0.01557$$

8. Cálculo del esfuerzo en el acero de refuerzo y en el CFRP

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \quad (\text{Ec. 10-11. ACI 440.2R-08}) \quad 3114 \text{ MPa} \leq 412 \text{ MPa}$$

entonces: **fs = 412 MPa**

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (\text{Ec. 10-9. ACI 440.2R-08}) \quad f_{fe} = 3648 \text{ MPa}$$

9. Cálculo de la fuerza interna resultante y revisión del equilibrio

$$\varepsilon'_c = \frac{1.7f'_c}{E_c} \quad \varepsilon'_c = 0.002744$$

$$\alpha_1 = \frac{3\varepsilon'_c \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3\beta_1 \varepsilon'^2_c} \quad \alpha_1 = 0.606$$

$$\beta_1 = \frac{4\varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6\varepsilon'_c - 2\varepsilon_c} \quad \beta_1 = 0.701$$

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} \quad (\text{Ec. 10-12. ACI 440.2R-08}) \quad c = 15.32 \text{ mm}$$

10. Cálculo de los momentos resistentes del acero y del FRP

$$M_{ns} = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{ns} = 4.686 \text{ KN-m}$$

$$M_{nf} = A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{nf} = 5.857 \text{ KN-m}$$

11. Cálculo del momento resistente por flexión de la sección

$$\varphi M_n = \varphi [M_{ns} + \Psi_f M_{nf}] \quad \Psi_f = 0.85$$

$$(\text{Ec. 10-13. ACI 440.2R-08}) \quad \varphi = 0.9 \quad (10-5. \text{ ACI 440.2R-08})$$

$$\varphi M_n = 8.698 \text{ KN-m}$$

$$\varphi M_n \geq M_u$$

(Ec. 10-1. ACI 440.2R-08)

$$8.698 \text{ KN-m} \geq 5.700 \text{ KN-m}$$

Cumple con los requisitos de resistencia

12. Chequeo del esfuerzo de servicio en los refuerzos de acero y CFRP

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{d_f}{d} \right) \right)} - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)$$

donde:

$$\begin{aligned}\rho_s &= 0.00228 \\ \rho_f &= 0.0003 \\ E_c &= 35649.94 \text{ MPa} \\ E_s &= 200000 \text{ MPa} \\ E_f &= 227000 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$k = 0.1583$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3} \right) (d_f - kd)} \quad (\text{Ec. 10-14. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} \leq 0.80 f_y \quad (\text{Ec. 10-6. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} = 305.097 \text{ MPa} \leq 329.503 \text{ MPa}$$

Se encuentra dentro del límite

13. Chequeo del límite de rotura de fluencia por servicio del CFRP

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \left(\frac{d_f - kd}{d - kd} \right) - \varepsilon_{bi} E_f \quad f_{f,s} = 179.91 \text{ MPa}$$

(Ec. 10-15. ACI 440.2R-08)

Esfuerzo sostenido y cíclico por cargas de servicio recomendado: $0.55 f_{fu}$ (Para Fibra de Carbono
Tabla 10-1 ACI 440.2R)

$$f_{f,s} \leq 0.55 f_{fu} \quad (\text{Ec. 10-8. ACI 440.2R-08})$$

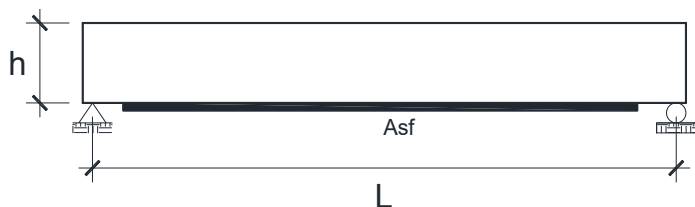
$$f_{f,s} = 179.91 \text{ MPa} \leq 1985.50 \text{ MPa}$$

El esfuerzo está dentro del límite recomendado

14. Refuerzo CFRP a colocar

Se colocará 1 lámina de refuerzo CFRP con un ancho igual a: 5.00 cm
y un espesor de: 0.165 mm

**REFORZAMIENTO POR FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO CON LÁMINAS
CFRP PARA SOBRECARGA 1000 Kg/m²**



Acero de Refuerzo: 2 ϕ 1/4 "
As = 63.339 mm²

Longitud de la viga $L = 1.45$ m
Ancho de la viga $b = 150$ mm
Peralte de la viga $h = 200$ mm
Peralte efectivo $d = 185$ mm
 $f_c = 57.534$ N/mm²
 $f_y = 411.879$ N/mm²
 $a = 3.556$ mm
 $M_n = 4.780$ KN-m
 $\phi M_n = 4.302$ KN-m

A. Datos obtenidos del Análisis Estructural:

Momento Flector	cargas existentes	cargas esperadas
Momento debido a la Carga Muerta MDL	1.790 KN-m	1.790 KN-m
Momento debido a la Carga Viva MLL	0.751 KN-m	3.758 KN-m
Momento por Servicio (MDL + MLL)	2.541 KN-m	5.549 KN-m
Momento Amplificado (1.40MDL + 1.70MLL)	3.783 KN-m	8.895 KN-m

B. Propiedades del Sistema de Reforzamiento FRP indicados por el proveedor

Esesor por lámina, t_f 0.165 mm
Resistencia última a la tensión, f_{fu}^* 3800 N/mm²
Deformación de rotura, ϵ_{fu}^* 0.0167
Módulo de Elasticidad de las láminas FRP, E_f 227000 N/mm²

C. Diseño del Refuerzo CFRP según ACI 440.2R-08

1. Cálculo de las propiedades de diseño del sistema CFRP

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-3. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_{fu} = C_E \epsilon_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-4. ACI 440.2R-08})$$

donde:

f_{fu} : Resistencia a la tracción máxima de diseño del CFRP

ϵ_{fu} : Deformación de rotura de diseño del CFRP

C_E : Factor de Reducción por Medio Ambiente, según la tabla 9.1 del ACI 440.2R-08:

Para exposiciones en interiores: $C_E = 0.95$ (Para Fibra de Carbono)

$$f_{fu} = 3610 \text{ N/mm}^2 \quad \epsilon_{fu} = 0.015865$$

2. Propiedades de los materiales

2.1. Módulo de Elasticidad del Concreto E_c :

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

2.2. Módulo de Elasticidad del Acero E_s :

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

2.3. Área del refuerzo A_f :

$$A_f = n * t_f * w_f$$

$$n = 1 \quad (\# \text{ láminas})$$

$$t_f = 0.165 \text{ mm} \quad (\text{espesor de la lámina})$$

$$A_f = 16.50 \text{ mm}^2$$

$$w_f = 100 \text{ mm} \quad (\text{ancho de la lámina})$$

3. Determinación de la Deformación Unitaria existente en la fibra inferior ϵ_{bi}

$$\epsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(d_f - kd)}{I_{cr}E_c}$$

donde:

$$M_{DL} = 1.790 \text{ KN-m}$$

$$d_f = 200 \text{ mm}$$

$$d = 185 \text{ mm}$$

$$E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

$$\rho_s = 0.002282471$$

$$k = 0.1477$$

$$I_{cr} = 09.85E+06 \text{ mm}^4$$

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)}$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} * A_s * (d - kd)^2$$

$$\epsilon_{bi} = \mathbf{0.000880}$$

4. Determinación de la Deformación Unitaria de Diseño del sistema CFRP

$$\epsilon_{jd} = 0.41 \sqrt{\frac{f'_c}{nE_f t_f}} \leq 0.9\epsilon_{fu} \quad (\text{Ec. 10-2. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_{jd} = \mathbf{0.01607} \leq \mathbf{0.0143} \quad \text{mejorar}$$

5. Estimación de "c", la profundidad del eje neutro.

$$c = 19.37 \text{ mm} \quad (\text{Empezamos asumiendo que } c = 0.20d, \text{ luego se mejora este valor})$$

6. Determinación de la deformación unitaria efectiva en el reforzamiento CFRP

$$\epsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \epsilon_{bi} \leq \epsilon_{jd}$$

(Ec. 10-3. ACI 440.2R-08)

$$\epsilon_{fe} = 0.02710 \leq 0.01607$$

El CFRP controla la falla

entonces:

$$\epsilon_{fe} = 0.01607$$

$$\epsilon_c = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \left(\frac{c}{d_f - c} \right)$$

$$\epsilon_c = 0.00182$$

7. Cálculo de la deformación unitaria en el refuerzo de acero existente

$$\epsilon_s = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (\text{Ec. 10-10. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_s = \mathbf{0.01554}$$

8. Cálculo del esfuerzo en el acero de refuerzo y en el CFRP

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \quad (\text{Ec. 10-11. ACI 440.2R-08}) \quad 3108 \text{ MPa} \leq 412 \text{ MPa}$$

entonces: **fs = 412 MPa**

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (\text{Ec. 10-9. ACI 440.2R-08}) \quad f_{fe} = 3648 \text{ MPa}$$

9. Cálculo de la fuerza interna resultante y revisión del equilibrio

$$\varepsilon'_c = \frac{1.7f'_c}{E_c} \quad \varepsilon'_c = 0.002744$$

$$\alpha_1 = \frac{3\varepsilon'_c \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3\beta_1 \varepsilon'^2_c} \quad \alpha_1 = 0.723$$

$$\beta_1 = \frac{4\varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6\varepsilon'_c - 2\varepsilon_c} \quad \beta_1 = 0.714$$

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} \quad (\text{Ec. 10-12. ACI 440.2R-08}) \quad c = 19.37 \text{ mm}$$

10. Cálculo de los momentos resistentes del acero y del FRP

$$M_{ns} = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{ns} = 4.646 \text{ KN-m}$$

$$M_{nf} = A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{nf} = 11.621 \text{ KN-m}$$

11. Cálculo del momento resistente por flexión de la sección

$$\varphi M_n = \varphi [M_{ns} + \Psi_f M_{nf}] \quad \Psi_f = 0.85$$

(Ec. 10-13. ACI 440.2R-08) $\varphi = 0.9$ (10-5. ACI 440.2R-08)

$\varphi M_n = 13.072 \text{ KN-m}$

$$\varphi M_n \geq M_u$$

(Ec. 10-1. ACI 440.2R-08)

$$13.072 \text{ KN-m} \geq 8.895 \text{ KN-m}$$

Cumple con los requisitos de resistencia

12. Chequeo del esfuerzo de servicio en los refuerzos de acero y CFRP

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{d_f}{d} \right) \right)} - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)$$

donde:

$$\begin{aligned}\rho_s &= 0.00228 \\ \rho_f &= 0.00059 \\ E_c &= 35649.94 \text{ MPa} \\ E_s &= 200000 \text{ MPa} \\ E_f &= 227000 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$k = 0.1680$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3} \right) (d_f - kd)} \quad (\text{Ec. 10-14. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} \leq 0.80 f_y \quad (\text{Ec. 10-6. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} = 412.691 \text{ MPa} \leq 329.503 \text{ MPa}$$

Mejorar

13. Chequeo del límite de rotura de fluencia por servicio del CFRP

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \left(\frac{d_f - kd}{d - kd} \right) - \varepsilon_{bi} E_f \quad f_{f,s} = 314.32 \text{ MPa}$$

(Ec. 10-15. ACI 440.2R-08)

Esfuerzo sostenido y cíclico por cargas de servicio recomendado: $0.55 f_{fu}$ (Para Fibra de Carbono
Tabla 10-1 ACI 440.2R)

$$f_{f,s} \leq 0.55 f_{fu} \quad (\text{Ec. 10-8. ACI 440.2R-08})$$

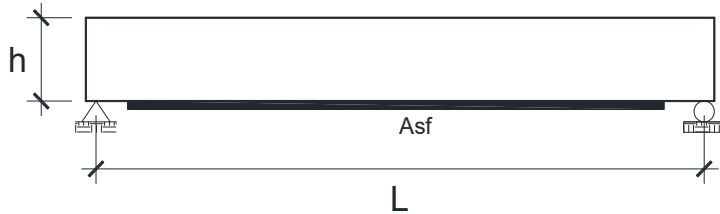
$$f_{f,s} = 314.32 \text{ MPa} \leq 1985.50 \text{ MPa}$$

El esfuerzo está dentro del límite recomendado

14. Refuerzo CFRP a colocar

Se colocará **1** lámina de refuerzo CFRP con un ancho igual a: **10.00 cm**
y un espesor de: **0.165 mm**

**REFORZAMIENTO POR FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO CON LÁMINAS
CFRP PARA SOBRECARGA 1500 Kg/m²**



Acero de Refuerzo: 2 φ 1/4 "
As = 63.339 mm²

Longitud de la viga $L = 1.45$ m
Ancho de la viga $b = 150$ mm
Peralte de la viga $h = 200$ mm
Peralte efectivo $d = 185$ mm
 $f_c = 57.534$ N/mm²
 $f_y = 411.879$ N/mm²
 $a = 3.556$ mm
 $M_n = 4.780$ KN-m
 $\phi M_n = 4.302$ KN-m

A. Datos obtenidos del Análisis Estructural:

Momento Flector	cargas existentes	cargas esperadas
Momento debido a la Carga Muerta MDL	1.790 KN-m	1.913 KN-m
Momento debido a la Carga Viva MLL	0.751 KN-m	5.638 KN-m
Momento por Servicio (MDL + MLL)	2.541 KN-m	7.550 KN-m
Momento Amplificado (1.40MDL + 1.70MLL)	3.783 KN-m	12.261 KN-m

B. Propiedades del Sistema de Reforzamiento FRP indicados por el proveedor

Esesor por lámina, $t_f = 0.165$ mm
Resistencia última a la tensión, $f_{fu}^* = 3800$ N/mm²
Deformación de rotura, $\epsilon_{fu}^* = 0.0167$
Módulo de Elasticidad de las láminas FRP, $E_f = 227000$ N/mm²

C. Diseño del Refuerzo CFRP según ACI 440.2R-08

1. Cálculo de las propiedades de diseño del sistema CFRP

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-3. ACI 440.2R-08})$$

$$\epsilon_{fu} = C_E \epsilon_{fu}^* \quad (\text{Ec. 9-4. ACI 440.2R-08})$$

donde:

f_{fu} : Resistencia a la tracción máxima de diseño del CFRP

ϵ_{fu} : Deformación de rotura de diseño del CFRP

C_E : Factor de Reducción por Medio Ambiente, según la tabla 9.1 del ACI 440.2R-08:

Para exposiciones en interiores: $C_E = 0.95$ (Para Fibra de Carbono)

$$f_{fu} = 3610 \text{ N/mm}^2 \quad \epsilon_{fu} = 0.015865$$

2. Propiedades de los materiales

2.1. Módulo de Elasticidad del Concreto E_c : _____

$$E_c = 4700\sqrt{f'c} \quad E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

2.2. Módulo de Elasticidad del Acero E_s :

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

2.3. Área del refuerzo A_f :

$$A_f = n * t_f * w_f \quad n = 1 \quad (\# \text{ láminas})$$

$$A_f = 24.75 \text{ mm}^2 \quad t_f = 0.165 \text{ mm} \quad (\text{espesor de la lámina})$$

$$w_f = 150 \text{ mm} \quad (\text{ancho de la lámina})$$

3. Determinación de la Deformación Unitaria existente en la fibra inferior ϵ_{bi}

$$\epsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(d_f - kd)}{I_{cr}E_c}$$

donde:

$$M_{DL} = 1.790 \text{ KN-m}$$

$$d_f = 200 \text{ mm}$$

$$d = 185 \text{ mm}$$

$$E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

$$\rho_s = 0.002282471$$

$$k = 0.1477$$

$$I_{cr} = 0.985 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c}\right)}$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} * A_s * (d - kd)^2$$

$\epsilon_{bi} = 0.000880$

4. Determinación de la Deformación Unitaria de Diseño del sistema CFRP

$$\epsilon_{jd} = 0.41 \sqrt{\frac{f'c}{nE_f t_f}} \leq 0.9\epsilon_{fu} \quad (\text{Ec. 10-2. ACI 440.2R-08})$$

$\epsilon_{jd} = 0.01607 \leq 0.0143$	mejorar
---------------------------------------	---------

5. Estimación de "c", la profundidad del eje neutro.

$$c = 22.96 \text{ mm} \quad (\text{Empezamos asumiendo que } c = 0.20d, \text{ luego se mejora este valor})$$

6. Determinación de la deformación unitaria efectiva en el reforzamiento CFRP

$$\epsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \epsilon_{bi} \leq \epsilon_{jd}$$

(Ec. 10-3. ACI 440.2R-08)

$$\epsilon_{fe} = 0.02225 \leq 0.01607$$

El CFRP controla la falla

entonces:

$$\epsilon_{fe} = 0.01607$$

$$\epsilon_c = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \left(\frac{c}{d_f - c} \right)$$

$$\epsilon_c = 0.00220$$

7. Cálculo de la deformación unitaria en el refuerzo de acero existente

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (\text{Ec. 10-10. ACI 440.2R-08})$$

$$\varepsilon_s = 0.01551$$

8. Cálculo del esfuerzo en el acero de refuerzo y en el CFRP

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \quad (\text{Ec. 10-11. ACI 440.2R-08}) \quad 3103 \text{ MPa} \leq 412 \text{ MPa}$$

entonces: **fs = 412 MPa**

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (\text{Ec. 10-9. ACI 440.2R-08}) \quad \mathbf{f_{fe} = 3648 \text{ MPa}}$$

9. Cálculo de la fuerza interna resultante y revisión del equilibrio

$$\varepsilon'_c = \frac{1.7f'_c}{E_c} \quad \varepsilon'_c = 0.002744$$

$$\alpha_1 = \frac{3\varepsilon'_c \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3\beta_1 \varepsilon'^2_c} \quad \alpha_1 = 0.807$$

$$\beta_1 = \frac{4\varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6\varepsilon'_c - 2\varepsilon_c} \quad \beta_1 = 0.727$$

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha_1 f'_c \beta_1 b} \quad (\text{Ec. 10-12. ACI 440.2R-08}) \quad \mathbf{c = 22.96 \text{ mm}}$$

10. Cálculo de los momentos resistentes del acero y del FRP

$$M_{ns} = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{ns} = 4.608 \text{ KN-m}$$

$$M_{nf} = A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad M_{nf} = 17.302 \text{ KN-m}$$

11. Cálculo del momento resistente por flexión de la sección

$$\varphi M_n = \varphi [M_{ns} + \Psi_f M_{nf}] \quad \Psi_f = 0.85$$

$$(\text{Ec. 10-13. ACI 440.2R-08}) \quad \varphi = 0.9 \quad (10-5. ACI 440.2R-08)$$

$$\varphi M_n = 17.384 \text{ KN-m}$$

$$\varphi M_n \geq M_u \quad (\text{Ec. 10-1. ACI 440.2R-08})$$

17.384 KN-m ≥ 12.261 KN-m

Cumple con los requisitos de resistencia

12. Chequeo del esfuerzo de servicio en los refuerzos de acero y CFRP

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{d_f}{d}\right)\right)} - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)$$

donde:

$$\rho_s = 0.00228$$

$$\rho_f = 0.00089$$

$$E_c = 35649.94 \text{ MPa}$$

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$E_f = 227000 \text{ MPa}$$

$$k = 0.1770$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3}\right)\right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3}\right) (d - kd) + A_f E_f \left(d_f - \frac{kd}{3}\right) (d_f - kd)} \quad (\text{Ec. 10-14. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} \leq 0.80 f_y \quad (\text{Ec. 10-6. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{s,s} = 503.222 \text{ MPa} \leq 329.503 \text{ MPa}$$

Mejorar

13. Chequeo del límite de rotura de fluencia por servicio del CFRP

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s}\right) \left(\frac{d_f - kd}{d - kd}\right) - \varepsilon_{bi} E_f \quad f_{f,s} = 427.70 \text{ MPa}$$

(Ec. 10-15. ACI 440.2R-08)

Esfuerzo sostenido y cíclico por cargas de servicio recomendado: 0.55 f_{tu} (Para Fibra de Carbono Tabla 10-1 ACI 440.2R)

$$f_{f,s} \leq 0.55 f_{fu} \quad (\text{Ec. 10-8. ACI 440.2R-08})$$

$$f_{f,s} = 427.70 \text{ MPa} \leq 1985.50 \text{ MPa}$$

El esfuerzo está dentro del límite recomendado

14. Refuerzo CFRP a colocar

Se colocará 1 lámina de refuerzo CFRP con un ancho igual a: 15.00 cm
y un espesor de: 0.165 mm