

UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



**LA METAHEURÍSTICA COLONIA DE HORMIGAS EN LA
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTA DE VEHÍCULOS EN
LA CIUDAD DE HUARAZ**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA

AUTOR

Bach. LOMOTE VEGA Johnson Kamerlingh

ASESOR

Mag. GARRIDO ANGULO Henry Ángel

HUARAZ – PERÚ

2021

FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN, CONDUCENTES A
OPTAR TÍTULOS PROFESIONALES Y GRADOS ACADÉMICOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

1. Datos del autor:

Apellidos y Nombres: _____

Código de alumno: _____

Teléfono: _____

E-mail: _____

D.N.I. n°: _____

(En caso haya más autores, llenar un formulario por autor)

2. Tipo de trabajo de investigación:

Tesis

Trabajo de Suficiencia Profesional

Trabajo Académico

Trabajo de Investigación

Tesinas (presentadas antes de la publicación de la Nueva Ley Universitaria 30220 – 2014)

3. Para optar el Título Profesional de:

4. Título del trabajo de investigación:

5. Facultad de: _____

6. Escuela o Carrera: _____

7. Línea de Investigación (*): _____

8. Sub-línea de Investigación (*): _____

() Según resolución de aprobación del proyecto de tesis*

9. Asesor:

Apellidos y nombres _____ D.N.I n°: _____

E-mail: _____ ID ORCID: _____

10. Referencia bibliográfica: _____

11. Tipo de acceso al Documento:

Acceso público* al contenido completo.

Acceso restringido** al contenido completo

Si el autor eligió el tipo de acceso abierto o público, otorga a la Universidad Santiago Antúnez de Mayolo una licencia no exclusiva, para que se pueda hacer arreglos de forma en la obra y difundirlo en el Repositorio Institucional, respetando siempre los Derechos de Autor y Propiedad Intelectual de acuerdo y en el Marco de la Ley 822.

En caso de que el autor elija la segunda opción, es necesario y obligatorio que indique el sustento correspondiente:



12. Originalidad del archivo digital

Por el presente dejo constancia que el archivo digital que entrego a la Universidad, como parte del proceso conducente a obtener el título profesional o grado académico, es la versión final del trabajo de investigación sustentado y aprobado por el Jurado.

Firma del autor

13. Otorgamiento de una licencia *CREATIVE COMMONS*

Para las investigaciones que son de acceso abierto se les otorgó una licencia Creative Commons, con la finalidad de que cualquier usuario pueda acceder a la obra, bajo los términos que dicha licencia implica.



El autor, por medio de este documento, autoriza a la Universidad, publicar su trabajo de investigación en formato digital en el Repositorio Institucional, al cual se podrá acceder, preservar y difundir de forma libre y gratuita, de manera íntegra a todo el documento.

Según el inciso 12.2, del artículo 12º del Reglamento del Registro Nacional de Trabajos de Investigación para optar grados académicos y títulos profesionales - RENATI “Las universidades, instituciones y escuelas de educación superior tienen como obligación registrar todos los trabajos de investigación y proyectos, incluyendo los metadatos en sus repositorios institucionales precisando si son de acceso abierto o restringido, los cuales serán posteriormente recolectados por el Recolector Digital RENATI, a través del Repositorio ALICIA”.

14. Para ser verificado por la Dirección del Repositorio Institucional

Seleccione la
Fecha de Acto de sustentación:

Huaraz,

Firma: _____





Varillas William Eduardo
Asistente en Informática y Sistemas
- UNASAM -

***Acceso abierto:** uso lícito que confiere un titular de derechos de propiedad intelectual a cualquier persona, para que pueda acceder de manera inmediata y gratuita a una obra, datos procesados o estadísticas de monitoreo, sin necesidad de registro, suscripción, ni pago, estando autorizada a leerla, descargarla, reproducirla, distribuirla, imprimirla, buscarla y enlazar textos completos (Reglamento de la Ley No 30035).

**** Acceso restringido:** el documento no se visualizará en el Repositorio.





ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

AV. CENTENARIO N° 200 – TELÉFONO (043) 640020 ANEXO 1913
HUARAZ – ANCASH – PERÚ

"Año del Bicentenario del Perú: 200 años de Independencia"

ACTA DIGITAL DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 003

Los Miembros del Jurado de la Revisión y Sustentación de Tesis de la Escuela Académico Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias, designados mediante Resolución de Consejo de Facultad N° 058- 2021-UNASAM-FC, se reunieron el día viernes 12 de noviembre de 2021, a horas 04:00 p.m. en la Plataforma Microsoft Teams-Auditorio virtual de la Facultad de Ciencias en acto público para evaluar la Sustentación de Tesis, presentado por el:

Bachiller : **LOMOTE VEGA JOHNSON KAMERLINGH**

Tesis Titulada : **“LA METAHEURÍSTICA COLONIA DE HORMIGAS EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTA DE VEHÍCULOS EN LA CIUDAD DE HUARAZ”.**

Después de la Sustentación y las respuestas a las preguntas, el Jurado lo declara **APTO** para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, con el calificativo de **quince** (15).

En señal de conformidad y para constancia, firmamos la presente ACTA, siendo las diecisiete horas con veinte minutos del mismo día y año.

Huaraz, 12 de noviembre de 2021.

Dr. Jonhson Diomedes VALDERRAMA ARTEAGA
PRESIDENTE

M.Sc. Andrea Rosario PARI SOTO
SECRETARIA

Mag. Eli MONZÓN BRICEÑO
VOCAL

Mag. Henry Ángel GARRIDO ANGULO
ASESOR



MIEMBROS DEL JURADO



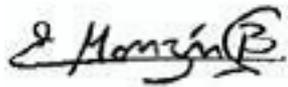
Dr. VALDERRAMA ARTEAGA Jonhson Diómedes

(PRESIDENTE)



Mag. PARI SOTO Andrea Rosario

(SECRETARIA)



Mag. MONZÓN BRICEÑO Eli

(VOCAL)

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecer a dios por darme vida, salud y fortaleza para seguir luchando constantemente en este mundo competente y así sacar adelante a mi familia ya que ellos son los pilares fundamentales para mi formación profesional.

Un agradecimiento especial a los docentes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - UNASAM, de la Facultad de Ciencias y la Escuela Profesional de Matemática, por brindarme sus conocimientos que hoy me sirvieron mucho para desarrollar con satisfacción mi trabajo de investigación.

Un agradecimiento especial al Mg. GARRIDO ANGULO Henry Ángel por su dedicación y apoyo incondicional para desarrollar y culminar mi tesis, así también incrementar mis conocimientos matemáticos y mi formación profesional.

DEDICATORIA

A Lomote Chiquian César y Vega Bernaldo Lidia mis padres, mis amigos y colegas que siempre me aconsejaron para seguir adelante.

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo aplicar la metodología metaheurística colonia de hormigas para mejorar el problema de ruta de vehículos en la ciudad de Huaraz.

El estudio está orientado a un problema de rutas sobre el recojo de visitantes desde los hoteles de la ciudad de Huaraz, lugar donde se encuentran hospedados, hacia el lugar de parqueo para ser trasladados a los destinos turísticos en la región de Ancash; resuelto mediante la utilización de la metaheurística colonia de hormigas, inspirada en el comportamiento de las hormigas y la emisión de la sustancia de feromona en la búsqueda de sus alimentos; haciendo una simulación de hormigas artificiales y el uso de la probabilidad, para determinar el diseño de un sistema de rutas de recorrido mínimo de la variable de longitud. Se realizó un estudio descriptivo no experimental y cuantitativo en base a 6 puntos-vértices, entre el lugar de parqueo y los 5 hoteles. El análisis del estudio a un caso práctico, revela que considerando todos los puntos-vértices de los que se sale y regresa a un mismo punto-vértice en el marco de la teoría del problema del agente viajero, se generan 720 rutas, como posibilidades de estudio, y si se fijara un punto-vértice se generan 120 rutas posibles, siendo aun así un estudio relativamente arduo; 46 rutas de este último caso resultaron ser todas posibles y diferentes. El resultado final de la ruta de recorrido mínimo es la combinación 1234561 con 3909 m.

Palabras clave: *Modelo matemático, ruta, visitante, algoritmo, colonia de hormigas.*

ABSTRACT

The present research aims to apply the ant colony metaheuristic methodology to improve the vehicle route problem in the city of Huaraz.

The research study is oriented to a routing problem on the collection of visitors installed from hotels in the city of Huaraz to a parking place, it will be transported to tourist destinations in the Ancash region using the metaheuristic ant colony which inspired by the behavior of ants and the emission of the pheromone substance when they leave in search of their food; it allows to simulate with artificial ants and the probability, in order to design a minimum route system by means the length. A descriptive, non-experimental and quantitative study was carried out based on 6 vertex-points, between the parking place and 5 hotels. The analysis of the study resulting from the application to a practical case reveals that considering all the vertex-points starting and ending in the same vertex-point and in the theoretical framework of the traveling salesman problem, 720 routes were generated, as possibilities study, and if a vertex-point were established 120 possible routes were generated, even so, it is relatively arduous; 46 routes in the latter case would all turn out to be different. The final result of the minimum travel route is the combination 1234561 with 3909 m.

Keywords: *Mathematical model, route, tourist, algorithm, ant colony*

ÍNDICE GENERAL

	Página
Agradecimiento	iii
Dedicatoria	iv
Resumen	v
Abstract	vi
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Justificación	17
1.2 Planteamiento del problema	18
1.3 Objetivos	18
1.4 Hipótesis	19
II. MATERIALES Y MÉTODOS	20
2.1. Variables	20
2.2. Operacionalización de las variables	20
2.3 Definición operacional	20
III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	20
3.1. Tipo de estudio	20
3.2. Diseño de la investigación	20
3.3 Población	20
3.4 Técnicas e instrumentos y recolección de datos	21
IV. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	22
4.1 Descripción del trabajo	22
4.2 Presentación del resultado	38
4.3 Discusión de resultados	96

V. CONCLUSIONES	100
VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
ANEXOS	105

I. INTRODUCCIÓN

Las metodologías de resolución de problemas en las ciencias constituyen herramientas valiosas, pues permiten resolver una parte y un aspecto de los problemas que se plantean en especial, en la ciencia matemática. Una de las metodologías directas de resolución de problemas lo constituyen los algoritmos que de manera natural y formal es construido por la inteligencia humana, pero nada es superior a la combinación ser humano más algoritmo y no todos los problemas pueden ser atendidos por los algoritmos. En ese mismo sentido, en la presente investigación se atiende a otro enfoque de metodología de solución denominadas metaheurísticas, éstas están orientadas a resolver problemas esencialmente en el campo de la optimización aunado de los modelos matemáticos; en general, éstos constituyen mecanismos alternativos especiales de la matemática. Una de ellas, es el caso, del sistema de colonia de hormigas, una metaheurística que representa a un fenómeno de comportamiento social de vida animal, es decir, de unos insectos conocidos como hormigas en el marco de un mecanismo natural de la ciencia biológica, motivo de inspiración, y en especial del comportamiento de las hormigas, con una significancia social especial, de su labor comunitario y colaborativo observando su manera de actuar de estos no siempre pequeños insectos; su sistema de convivencia y supervivencia resultan tener un comportamiento singular, y porque no decir de modelo y de lección para el hombre. La ciencia matemática tiene, en una de sus características especiales, ese privilegio de descubrir y rescatar modos de subsistencia de otros seres vivos de la naturaleza que el ser humano necesita conocer, estudiar y afrontar en el día a día, que también va sujeto a afrontar diversas problemáticas en su entorno y hábitat; por ello, se busca comprometer una relación entre la metodología de estudio cual es el sistema de colonia de hormigas con la actividad turística en la región de Ancash; la visita de los turistas nacionales como extranjeros o simplemente visitantes a los destinos turísticos hacen de la ciudad de Huaraz un centro receptor de los visitantes y que a través de la práctica de esta actividad productiva permite generar una buena parte de ingresos a la región y por ende a la ciudad de Huaraz, y que a su vez compromete las necesidades y atenciones de otras actividades complementarias propias de un problema de servicios turísticos.

Una buena práctica adecuada de la prestación de servicios en la actividad turística permite el crecimiento progresivo de visita y satisfacción del visitante y desde luego de un mayor número de visitantes a la región Ancash. Esta actividad hace que los visitantes a los destinos turísticos posiblemente requieran de una guía o diseño de rutas; esto puede lograrse con la ayuda de algunas teorías matemáticas, entre ellas la teoría de grafos y el problema de rutas de vehículos, y propiamente de un modelo matemático. La metodología de resolución, sistema de algoritmo colonia de hormigas permiten diseñar el recorrido de rutas ordenando en cierta manera el recojo de los visitantes de los lugares de hospedaje u hoteles desde y hacia el parqueo o lugar de salida desde la ciudad de Huaraz, lugar que concentra la partida de los buses hacia los destinos turísticos de la región Ancash. Al implementar un diseño de rutas al problema de la actividad turística, por ejemplo, en esos casos, permite reducir distancias (que significan propiamente longitudes, tiempos o costes) de recojo de los visitantes. Por ello, el diseño de rutas que se pretende plantear debe constituir una ruta eficiente, en términos de menores distancias de recorrido que sirva incluso de guía para el recojo de los visitantes, y puedan ser trasladados luego a algunos de los principales destinos turísticos, Chavín de Huántar, los Nevados de Pastoruri, Laguna de Llanganuco, entre otros. El aporte de la investigación está orientado en brindar una propuesta de conjunto de rutas al problema de recojo de visitantes instalados en los hoteles en la ciudad de Huaraz, por medio de un modelo matemático de los tipos de problema de rutas de vehículos, y que la solución sea dada con la utilización del Algoritmo Colonia de Hormigas.

En los hallazgos relacionados a la investigación, Saad y Nada (2008) establece que el funcionamiento de un algoritmo ACO puede ser resumido como un conjunto de agentes asincrónicos y concurrentes que se mueve a través de estados generando soluciones parciales; estos movimientos son resultantes a una política de decisión local estocástica basado en dos parámetros, los caminos y la atracción; en cada movimiento, cada hormiga incrementalmente construye una solución al problema cuando una hormiga completa su recorrido, o cumple un recorrido durante una fase de construcción; la hormiga evalúa la solución y modifica los caminos evaluados sobre los componentes utilizados en su solución

donde la información que proporciona la feromona direcciona la búsqueda de las futuras hormigas.

Dorigo, Di Caro y Stutzle (2000) determina que actualmente la gran mejora de problemas abordados por ACO es estática y por problemas de optimización combinatorial bien definidos, y que pueden competir con otros algoritmos, con frecuencia aún en problemas especializados.

Bell y McMullen (2004) establece que la aproximación de colonias múltiples provee una alternativa para tener una jerarquización de hormigas, y que algún algoritmo más avanzado puede ser elaborado a partir de una nueva técnica, además de proveer una presentación comparativa versus los métodos tradicionales.

Junjie (2006) concluye que ACO es una técnica de optimización que se propone resolver variados problemas complejos de la optimización combinatorial; por el éxito alcanzado del ACO se distingue claramente que pueden encontrar buenos resultados en el marco del 1% de óptimos conocidos en problemas a lo más medianos en tamaños.

Dorigo y Stutzle (2000) determina que el algoritmo ACO es un conjunto de métodos que resuelven un amplio número de aplicaciones con un confiabilidad y aceptabilidad científica.

Garrido (2010) concluye que los problemas de ruteo pueden ser extendidos a propósitos multicriterios dando una mejor amplitud a la visión problemática acorde a la realidad aunado de ciertas características de análisis.

Desde la propuesta de Dantzing y Ramser (1959) para resolver el problema de rutas de vehículos conocido con las siglas en inglés (VRP), muchos investigadores han tratado de entender, interpretar y resolver este problema. La teoría sobre el problema de rutas surge hace más de medio siglo, cuando se propuso un modelo matemático para el problema del viajante de comercio. A partir de ahí, numerosos investigadores se han dedicado de lleno a estos problemas y la búsqueda de su solución generando diversas metodologías. Un caso particular de los problemas de rutas son los problemas con recogida y entrega de mercancía donde cantidades de unos o varios productos son transportadas en diferentes localizaciones. Estos problemas tienen numerosas aplicaciones en el mundo real. En las últimas décadas se han incorporado el uso de ordenadores para resolverlos y los algoritmos utilizados son de vital

importancia para obtener buenos resultados. Esto justifica la dedicación de la comunidad científica al estudio de estos algoritmos y metaheurísticas. La planificación de las rutas de distribución es uno de los principales problemas con que se enfrentan diariamente las empresas distribuidoras; los enfoques desarrollados hasta el momento para resolver este problema, ya incluso incorporan el carácter multiobjetivo que se desprende del mismo: satisfacción del cliente con un tiempo mínimo, lograr hacer que la distribución de bienes o servicios sea lo más eficiente y flexible posible. Un rol importante para obtener esto juega las actividades de transporte y dentro de éstas lo fundamental a desarrollar es la planificación de las rutas de distribución en un tiempo mínimo. Este trabajo está orientado a analizar el problema de rutas en cierta variante, y formular un modelo matemático, y estudiar un caso práctico sobre el transporte del recojo de los visitantes desde los hoteles en su visita a los destinos turísticos de la ciudad de Huaraz en la región de Ancash.

El diseño de las rutas de transporte es una actividad que mantiene el gran interés e importancia en las últimas décadas actuales, en que investigadores y científicos se han preocupado en la tarea de desarrollar un conjunto de algoritmos y metaheurísticas para obtener su solución, ya sea utilizando métodos tradicionales de optimización, u otras, en la presente investigación interesará analizar y evaluar la metodología colonia de hormigas.

En los problemas de transporte, el Problema del Viajante es uno de los más conocidos; plantea que existe un viajante que debe recorrer un conjunto de ciudades desde una ciudad origen pasando una y una sola vez por cada una de ellas regresando al origen una vez que todas sean visitadas, minimizando la distancia o el tiempo recorrido. Estos problemas en diferentes contextos, aparecen en la práctica de las actividades comerciales donde se desea satisfacer la demanda de un grupo de clientes, considerando un conjunto lógico de restricciones; la utilización del problema del viajante es impracticable dado que este problema no considera el conjunto de restricciones que limitan la posibilidad de visitar a todos los clientes en un recorrido, así como no recoge verdaderamente las problemáticas de transporte que se presentan en la realidad.

En caso de estudio de la investigación tiene que ver con la atención del recojo de los visitantes, ya sea nacionales como extranjeros en su visita a destinos turísticos dentro de zonas urbanas de una ciudad, como centros receptores, el propósito es

recoger y retornar a su lugar de origen (lugar de hospedaje u hotel), y en general todos aquellos generados en actividades urbanas de transporte que requieran atención especial para su cumplimiento y satisfacción.

Esta problemática de recojo y entrega de objetos en general, y en particular de personas, o como es el caso de visitantes, en diferentes temáticas ha sido estudiado a nivel de pregrado por profesionales y docentes de la Escuela Profesional de Matemática de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Asimismo, es significativamente importante resaltar estudios similares a nivel de postgrado utilizando la optimización de varias funciones objetivos (optimización vectorial) en el recojo de visitantes en la ciudad de Huaraz. Estos casos están enmarcados en un conjunto especial, denominado problema de rutas de vehículos, propuestos en distintos modelos matemáticos según sea el caso, utilizando también un conjunto de metodologías de resolución de problemas. Es aún oportuno hacer una nueva propuesta de metodología de resolución del problema, y al menos de mejora a esta problemática existente y vigente del problema de rutas mediante el uso de la metodología heurística sistema colonia de hormigas. En el recojo de visitantes, es importante también tener en cuenta ciertos parámetros y variables, como la cantidad de visitantes, la topografía del ámbito geográfico, el ancho y estado de las vías dado el tamaño del vehículo recolector y la facilidad de acceso, distancias de transporte, capacidad de carga de los vehículos de recojo, distancia al lugar de recojo o entrega de disposición final.

Un mal diseño de rutas de recojo o de entrega, trae como consecuencia evidentemente malos resultados a un sistema de recojo; entre los que se pueden citar: la planificación inadecuada del personal, la reducción de las coberturas del servicio de recojo en diferentes puntos de la ciudad de Huaraz, entre otros.

1.1 DEFINICIONES CONCEPTUALES

1.1.1 MÉTRICAS USUALES

Definición 1.- Sea \mathbb{R}^n de n – uplas de números reales, la métrica inducida por la recta, siendo los puntos $x = (x_1; x_2; \dots; x_n) \in \mathbb{R}^n$, $y = (y_1; y_2; \dots; y_n) \in \mathbb{R}^n$, se tienen:

La métrica suma $D_2 = d_{\text{suma}}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$d_{\text{suma}}(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

La distancia euclidiana $D_3 = d_u: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$d_u(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^2}$$

El par (\mathbb{R}^n, d) se llama espacio métrico de dimensión n .

Proposición 1.- sean (X, d) , un espacio métrico y x, y, z, w en X , entonces se

cumple que $|d(x, z) - d(y, w)| \leq d(x, y) + d(z, w)$.

En particular, se cumple que $|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y)$.

1.1.2 NORMA

Definición 2.- Una norma en un espacio vectorial V , es una función real dado

por la aplicación $\|\cdot\|: V \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ tal que

$$x \in V \rightarrow \|x\| \in \mathbb{R}_0^+$$

y sean $x, y \in V$ y para todo $\lambda \in \mathbb{R}$ se cumple que:

- $\|x\| \geq 0$ (positividad)
- $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ (desigualdad triangular)
- $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$ (homogeneidad)
- $\|x\| = 0$, si y solo si $x = 0$ (separación)

El número denotado por $\|x\|$ es llamado norma del vector x en X .

Definición 3.- Un espacio normado es el par $(V, \|\cdot\|)$, donde V es un espacio vectorial y $\|\cdot\|$ es una norma en V .

Ejemplo. (Espacio normado usual) El espacio vectorial real \mathbb{R}^n , cuyos elementos son $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

y si se elige la norma usual dado por: $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$,

se verifican todos los axiomas de la norma, y que es equivalente a la métrica dado por:

$$d(x, y) = \|x - y\| = \left(\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Definición 4.- Sea X un espacio normado en un espacio arbitrario n -dimensional. Una funcional lineal continua en X es una función lineal $f: X \rightarrow \mathbb{R}$, siendo f continua en X .

1.1.3 GRAFOS

La teoría de grafos comprende el estudio de diversos problemas especialmente aquellos de la optimización combinatoria; el grafo es una abstracción útil para modelar diversas situaciones reales y concretas como por ejemplo: el problema de rutas de vehículos habiendo alcanzado importancia mayor en la teoría de redes, en el campo de las ciencias de la computación y las telecomunicaciones.

El pionero en proponer diagramas, ahora grafos, que consistían en el uso de puntos y líneas, fue el matemático *König* de origen alemán, que en 1936 desarrolló un estudio sistemático de la teoría de grafos y sus propiedades. *Euler*, fue otro matemático que abordó el célebre problema de los siete puentes de Königsberg en 1736, y que significó el origen de la teoría de grafos.

Definición 5.- Un grafo $G=(V,E)$ es una par ordenado en la que V es un conjunto con al menos un elemento llamado vértice denotados por x, y y E es un conjunto con elementos llamados aristas, conformado por pares no ordenados de vértices denotados por (x,y) , tales que sí $(x,y) \in E$, entonces decimos que x e y son vértices adyacentes; se representa mediante una línea no orientada que una a dichos vértices.

Definición 6.- El orden de un grafo G , denotado por $o(V)$, es la cardinalidad del conjunto V . Por lo general se utiliza n para denotar el orden de G .

Definición 7.- La dimensión o tamaño del grafo G , denotado por $e(E)$, es la cardinalidad del conjunto E . Por lo general se utiliza m para denotar el tamaño de G .

Definición 8.- Dado un grafo $G=(V,E)$, entonces se dice que:

Aristas múltiples son aquellas aristas que aparecen repetidas en E .

Dos vértices son adyacentes si están unidos por una arista.

Dos aristas son adyacentes si tienen un vértice en común.

Una arista y un vértice son incidentes si el vértice es extremo de la arista dada.

Definición 9.- Un grafo $G=(V,E)$ es simple si a lo sumo una arista de E une dos vértices cualesquiera de V .

Definición 10.- Dado un grafo $G=(V,E)$, se llama grado de un vértice al número de aristas incidentes en él, contando los lazos o bucles como dos aristas. Se denota por $\deg(v)$ al grado del vértice v .

Proposición 2.- Dado un grafo $G=(V,E)$, se cumple que:

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$$

Demostración

Cada arista contribuye en a lo más 1 al grado de cada uno de los vértices en los cuales es incidente. Por lo tanto, si G tiene m aristas, debe tenerse la siguiente relación:

$$2m = d(v_1) + \dots + d(v_n)$$

Definición 11.- Un grafo $H = (V_H, E_H)$ es un subgrafo de un grafo $G = (V, E)$, si y sólo si cumple que $V_H \subseteq V$ y $E_H \subseteq E$.

Definición 12.- Un grafo $G = (V, E)$ es completo, si para cada par de vértices de V en el grafo G , siempre existe la unión de ellos mediante una arista.

Asimismo, se cumple que un grafo completo de n vértices tiene exactamente

$$\frac{n(n-1)}{2} \text{ aristas.}$$

Definición 13.- (Camino) Sea $G = (V, E)$ un grafo no vacío. Un camino es un subgrafo de G , si $P = (V_P, E_P)$ está en G tal que $V_P = \{v_0, v_1, \dots, v_k\}$ y $E_P = \{v_0v_1, v_1v_2, \dots, v_{k-1}v_k\}$ donde los v_i son diferentes. Los vértices v_0 y v_k asociados al camino P se llaman extremos de P .

Definición 14- (Grafo Conexo)

Un grafo $G = (V, E)$ es conexo, si cada par de vértices (u, v) existe al menos un camino que los une desde u hacia v .

Definición 15.- (Camino Hamiltoniano)

Un camino es Hamiltoniano, si contiene cada arista del grafo dado exactamente una sola vez.

Definición 16.- (Grafo Orientado)

Un dígrafo o grafo orientado $D=(V,E)$, consiste de un conjunto finito no vacío V cuyos elementos se llaman vértices y un conjunto finito E de pares ordenados de vértices y cuyos elementos llamaremos aristas.

Al par (u,v) en E también es denotado por w y se dice que u es el extremo o vértice inicial y que v es el extremo o vértice final.

Definición 17.- Dado un dígrafo $D=(V,E)$, se dice grado de entrada de un vértice al número de aristas que lo tienen por extremo final y se dice grado de salida de un vértice al número de aristas que lo tienen por extremo inicial.

Definición 18.- Dado un grafo $G=(V,E)$. Si $P = v_0v_1\dots v_{k-1}v_k$ es un camino en el grafo $G=(V,E)$ para $k \geq 3$, entonces el grafo C definido por $C = P + v_{k-1}v_0$ es denominado un ciclo. Se denota por C_n al ciclo de n vértices.

Observación 1: Un circuito es un camino cerrado en el que no se repiten aristas, es decir, una trayectoria cerrada donde el vértice inicial y el final de la trayectoria coinciden.

Definición 19.-(Ciclo Hamiltoniano) Dado un grafo no dirigido $G=(V,E)$, un ciclo Hamiltoniano en $G=(V,E)$, es un ciclo simple que visita todos los vértices una sola vez.

Teorema 1.- (Ore, 1960).- Si un grafo tiene $n \geq 3$ vértices y la suma de los grados de cualquier par de vértices no adyacentes es mayor o igual que n , entonces el grafo es Hamiltoniano.

Corolario 2.- (Dirac, 1952).- Si $G=(V,E)$ es un grafo de orden $n \geq 3$ y grado mínimo mayor o igual que $\frac{n}{2}$, entonces G es un grafo Hamiltoniano.

Definición 20.- (función de coste) Sea un grafo $G=(V,E)$, a la relación dado por $f : A \rightarrow R$ en G , tal que a cada arista e del grafo G se le asigna un único valor $f(e) > 0$, se le llama función de coste.

Definición 21.- (Grafo ponderado) Se dice que un grafo G es ponderado si sus aristas tienen asignado una función de coste. Si cada arista e tiene un valor numérico no negativo $u(e)$, llamado peso o longitud de e , se dice que el grafo G tiene peso. En este caso, cada camino P de G tendrá asociado un peso que será la suma de los pesos de las aristas que forman el camino P .

1.1.4 EL PROBLEMA DE RUTAS DE VEHÍCULOS (VRP)

El VRP (*Vehicle Routing Problem*) es un problema clásico de la optimización combinatoria, y en especial para la programación entera. En este tipo de problemas es, a menudo frecuente conseguir soluciones solo aproximadas, teniendo en consideración la enorme población de soluciones alternativas a un problema determinado, y en esos términos no pueden ser encontradas de modo bastante rápido por su naturaleza y propósito; usualmente este propósito se ha logrado aplicando métodos metaheurísticos, descubiertos en la naturaleza y sociedad misma, sea en las ciencias biológicas, ciencias sociales, ciencia física, entre otras; y que éstas a su vez dependen de otros mecanismos metodológicos como son las heurísticas.

El VRP cuenta con un amplio conjunto de variantes de problemas de ruteo. Desde los que son más simple hasta los más complejos, razón de que hoy en día siguen siendo aún materia de estudios e investigación. Según la literatura científica en este campo, Dantzig y Ramser (1959) estudiaron la aplicación real sobre el problema de la distribución de gasolina para estaciones de carburante. Uno de los propósitos de la función objetivo, es minimizar el coste total de operación (la distancia total recorrida, el tiempo total de transporte), o minimizar el tiempo de espera, o maximizar el beneficio, o maximizar el servicio al cliente, o minimizar la utilización de vehículos, equilibrar la utilización de los recursos, entre otros objetivos.

Definición 22.- El VRP consiste en encontrar un conjunto de rutas óptimas para realizar un reparto de una serie de objetos (demandas) a sus correspondientes destinos (clientes). Todos los objetos se encuentran inicialmente en un almacén (depósito) y los vehículos de transporte deben repartirlos de forma que se minimice el tiempo o coste de reparto.

Los elementos básicos del VRP, bajo el marco de una red de transporte son:

- Los vehículos
- Los clientes
- El depósito

Los Clientes

Un cliente necesariamente tiene una cierta demanda que deberá ser atendida por algún vehículo. En muchos casos, la demanda es un bien que ocupa lugar en los vehículos y es usual que un mismo vehículo no pueda satisfacer la demanda de todos los clientes en una misma ruta. Un caso equivalente al anterior ocurre cuando los clientes son proveedores y lo que se desea es recoger la mercadería y

transportarla hacia el depósito.

Los Depósitos

Tanto los vehículos como las mercaderías a distribuir (si las hubiera) suelen estar ubicadas en depósitos. Usualmente se exige que cada ruta comience y termine en un mismo depósito, aunque este no siempre podría ser el caso en algunas aplicaciones.

Los Vehículos

La capacidad de un vehículo podría tener varias dimensiones, como por ejemplo peso y volumen. Cuando en un mismo problema existen diferentes mercaderías, los vehículos podrían tener compartimentos, de modo que la capacidad del vehículo depende de la mercadería de que se trate.

Definición 23.- Un modelo matemático es una terna (S, Q, M) donde S representa a un sistema, Q representa al problema relacionado a S y M representa a un conjunto de relaciones matemáticas dado por $M = \{\sum_1 + \sum_2 + \dots + \sum_n\}$ (Velten, 2008).

1.1.5 Formulación del Modelo Matemático en el VRP simple

Definición 24.- El VRP simple, es el problema en la cual cada cliente $i, j \in V - \{0\}$ tiene asociada una demanda c_{ij} con m vehículos con capacidad homogénea.

El *flujo de vehículos con dos índices*, utiliza variables binarias x_{ij} de cero o uno para determinar si la arista (i, j) se utiliza o no en la solución.

El modelo matemático del VRP simple propuesto por Kara (1999), sobre la base de Miller-Tucker y Zemlin, se formuló de la siguiente manera:

$$(VRP) \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in V - \{0\}} x_{0j} \leq m \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V - \{0\}} x_{i0} \leq m \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad m \geq 1 \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad m \geq 1 \quad (5)$$

$$+ \text{restricciones de distancias} \quad (6)$$

$$+ \text{restricciones de eliminacion de subrutas} \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \quad (8)$$

Donde, (1) indica a la función objetivo que representa el costo total de la solución. La variable x_{ij} , toma el valor de uno cuando el vehículo atiende la ruta que va del cliente i al cliente j .

La restricción (2) y (3), restringen el uso de más m de vehículos.

La restricción (4) y (5) indican la restricción de grado que asegura que cada cliente es visitado exactamente una sola vez.

La restricción (6) es una forma implícita de las restricciones de costos entre cada para de lugares a ser visitados.

La restricción (7) son restricciones de eliminación de sub rutas.

La restricción (8) indica los valores binarios que toma la variable del problema.

Variantes del VRP

Las diferentes necesidades y situaciones problemáticas hacen que el problema del transporte de vehículos, tenga variantes en el VRP, entre las más conocidas se tienen:

- Problema con capacidades (Capacitated VRP - CVRP)
- Problema con ventanas de tiempo (VRP with Time Windows -VRPTW)
- Problema con múltiples depósitos (Multiple Depot VRP - MDVRP)

- Problema con entregas y devoluciones (VRP with Pickup and Delivery - VRPPD)
- Problema de entregas divididas con diferentes vehículos (Split Delivery VRP - SDVRP)
- Problema con diferentes valores al azar como el número de clientes, tiempo de servicio, tiempo de recorrido, etc. (Stochastic VRP - SVRP)
- Varios orígenes y varios destinos con valores conocidos de las disponibilidades y las necesidades (Problema de Transporte)
- Un origen y varios destinos (Rutas)

Representación gráfica de un caso de VRP, según la figura 1.

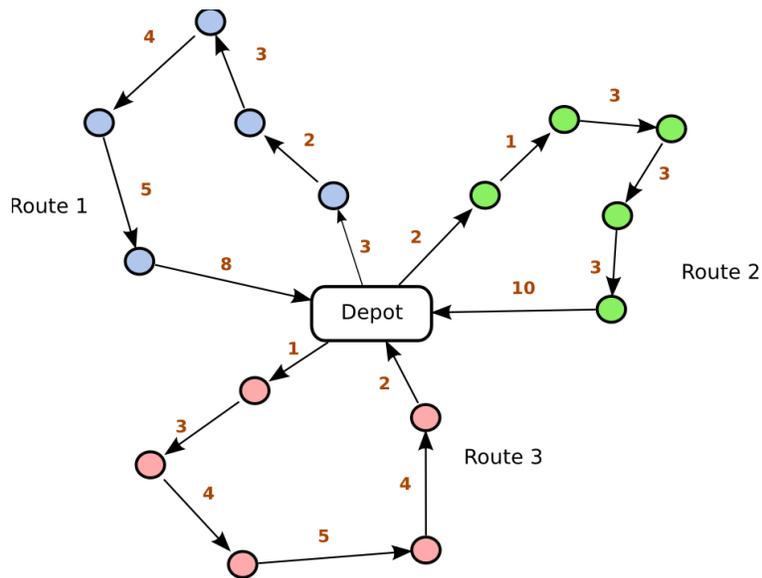


Figura 1. VRP, un depósito y varias rutas

Fuente: Google-imágenes

1.1.6 TÉCNICAS DE SOLUCIÓN DEL VRP

Las técnicas más comunes de resolución del VRP, de principio son los algoritmos, pero lo son también ahora las metaheurísticas, dado que los algoritmos - métodos exactos de resolución no garantizan encontrar una solución óptima en un tiempo razonable de cálculo computacional, aún más si el número de clientes es grande. Los llamados métodos de construcción que se construyen de forma gradual una solución factible a la vez que tratan de minimizar el coste, pero de por sí no tienen una fase de mejora. Entre éstos se encuentran:

- El Método de los ahorros de Clark y Wright (1964)
- El Método de emparejamientos
- La Heurística de mejora de multirutas

1.1.7 LAS METAHEURÍSTICAS

Definición 25.- Una metaheurística es una técnica de resolución iterativa que guía a una heurística subordinada combinando de forma inteligente diferentes técnicas de exploración del espacio de búsqueda, y utilizando estrategias de aprendizaje para estructurar la información con objeto de encontrar de forma eficiente la solución cercana al óptimo (*Osman y Laporte, 1996*).

Una metaheurística permite resolver un tipo de problema, utilizando parámetros dados que actúan sobre procedimientos heurísticos, genéricos y abstractos de una manera que se espera eficiencia. Las metaheurísticas generalmente se aplican a problemas que no tienen un algoritmo o heurística específica que dé una solución satisfactoria; o bien cuando no es posible implementar algún método óptimo.

Un conjunto de metaheurísticas descubiertas e inspiradas desde diferentes

ciencias son:

- Recocido simulado (Simulated Annealing, 1993) en la ciencia física.
- Algoritmos genéticos (Genetic Algorithms, 1960) en la ciencia biológica.
- Búsqueda tabú (Tabu Search, 1986) en la ciencia social.
- GRASP (1995)
- Algoritmo de colonia de hormigas (Ant Colony Algorithms, 1999) en la ciencia biológica.
- Búsqueda de la vecindad de variable (2003)

1.2 Justificación

La presente investigación está dirigida al área de matemática aplicada el cual beneficiará en su conocimiento a los estudiantes, investigadores e interesados, especialmente a aquellos que se encuentren involucrados directamente con la actividad turística, y por ende con la planificación de rutas de vehículos, y en general el problema de transporte.

Una buena distribución por parte de las empresas se ve reflejada en minimizar distancias de recorrido y por ende una ayuda para satisfacer la demanda de los clientes. El transporte es una actividad necesaria, es por eso que este trabajo servirá como apoyo a los órganos competentes y poder ofrecer una propuesta de solución en la atención de sus servicios.

1.3 Limitaciones de la investigación

La investigación está sujeta a las siguientes limitaciones:

- Se utiliza un modelo matemático básico de uno de los casos que contempla el problema de rutas de vehículos, esto es, considerando solo un depósito y varios destinos-hoteles en los que se instalan los visitantes.
- Los vehículos que son utilizados en el recojo de los visitantes se sujeta a un modelo matemático y todos ellos con la misma capacidad con pasajeros.

- Se considera un tipo del sistema algoritmo de hormigas – técnica Ant Q.
- Los destinos-hoteles tengan la misma capacidad de visitantes, para la adecuación del modelo matemático.
- Para el recojo de los visitantes de los hoteles, se ha elegido como punto de partida, la zona centro de la ciudad de Huaraz con la aplicación del sistema algoritmo de colonia de hormigas - técnica Ant Q.
- La investigación no toma en cuenta la problemática de las Agencias de Viajes Turístico como parte interviniente en la actividad turística.
- Se eligió el programa computacional Xpress Ive 64 bit, versión estudiante 8.12.3 2021.

1.4 Planteamiento del Problema

1.4.1 Formulación del Problema

El problema de investigación se formuló de la siguiente manera:

¿De qué manera la metodología metaheurística colonia de hormigas mejora el problema de ruta de vehículos en la ciudad de Huaraz?

1.5 Objetivo General

Aplicar la metodología metaheurística colonia de hormigas para mejorar el problema de ruta de vehículos en la ciudad de Huaraz.

1.5.1 Objetivo específicos

Los objetivos de la investigación son:

- adecuar un modelo matemático de los tipos de problema de ruta de vehículos para el caso práctico de estudio
- diseñar una red óptima que minimice las distancias de recorrido de los vehículos

- implementar computacionalmente la metaheurística colonia de hormigas para el problema de rutas generados.

1.6 Hipótesis

La hipótesis de la investigación fue formulada de la siguiente manera:

La metodología metaheurística colonia de hormigas determina distancias mínimas en el problema de rutas de vehículos en la ciudad de Huaraz.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 VARIABLES

2.1.1 Variable Independiente: Algoritmo Colonia de Hormiga

2.1.2 Variable Dependiente: Distancia de rutas

2.2 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Definición operacional	Variable que expresa el método de solución del problema de rutas	Es una medida que expresa a las longitudes, tiempos o costos en los problemas de optimización combinatoria
------------------------	---	---

Hipótesis	La metodología metaheurística colonia de hormigas determina distancias mínimas en el problema de rutas de vehículos en la ciudad de Huaraz.
-----------	---

III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Tipo de estudio

La investigación es de tipo aplicada en el marco de la optimización combinatoria.

3.2 El diseño de investigación

Es un diseño de soluciones univariado, dado que se manipula solo una variable independiente

3.3 Población y muestra

La población es lo mismo que la muestra, representado por un depósito y cinco hoteles que determina el problema de rutas.

3.4 Técnicas e instrumentos y recolección de datos

Se ha utilizado la técnica documental dado que se ha recopilado las evidencias de libros especializados, artículos de investigación y tesis de grado. Los instrumentos utilizados son. Fichas bibliográficas y videográficas.

3.5 Técnica de análisis y prueba de hipótesis

Ninguna en particular.

IV. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE CAMPO

4.1.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ACTUAL DE RECOJO DE VISITANTES TURÍSTICOS EN LA CIUDAD DE HUARAZ

El sistema actual de recojo de visitantes, se realiza a través de las empresas o agencias de servicios turísticos en la ciudad de Huaraz que cuentan con buses de tamaño mediano (coaster) que cuentan con una capacidad de hasta 30 pasajeros y que permite transportar a los visitantes desde la ciudad de Huaraz a los destinos turísticos. Los destinos turísticos existentes, unos se encuentran en el Callejón de Huaylas como son: la Quebrada de Llanganuco en la provincia de Huaylas y el Campo Santo en la provincia de Yungay, otro son los Nevados de Pastoruri en la provincia de Bolognesi. Indicar que, se cuenta con una zona de parqueo en el centro de la ciudad de Huaraz donde ocurren las salidas de los buses; la investigación contempla el servicio de recojo de los visitantes de los hoteles ubicados en la ciudad de Huaraz, y trasladarlos solo hasta la zona de parqueo, que es el lugar de donde parten los buses para el recojo de los visitantes, así como el lugar desde donde iniciarán su visita a los destinos turísticos en la región Áncash.

Esto, además, con el propósito de considerar una propuesta de atención que se debe tener a los visitantes turísticos a la ciudad de Huaraz.

4.1.2 SITUACIÓN ACTUAL DEL MANEJO DE RECOJO DE VISITANTES. ASPECTO TÉCNICO OPERATIVO

El proceso de los visitantes tanto nacionales como extranjeros, en la ciudad de Huaraz se manifiesta según las siguientes etapas consideradas en la figura 2:

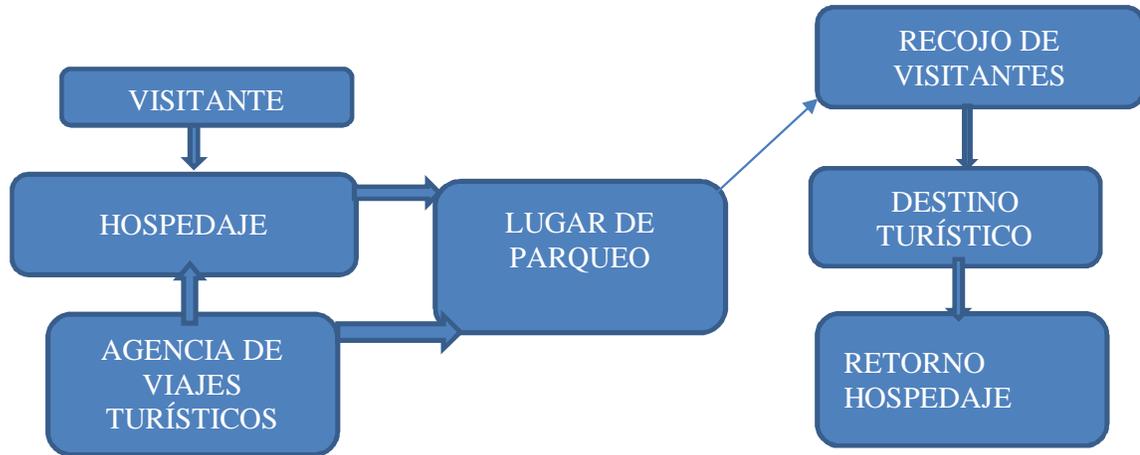


Figura 2. Flujo de arribos de visitantes a la ciudad de Huaraz y destino turístico

4.1.3 TIPOS DE VISITANTES A LOS DESTINOS TURÍSTICOS

Los visitantes a la ciudad de Huaraz en su visita a los destinos turísticos se pueden clasificar como:

- Visitantes locales
- Visitantes nacionales
- Visitantes extranjeros

4.1.4 RECOJO DE LOS VISITANTES EN LA CIUDAD DE HUARAZ

El recojo de los visitantes en la ciudad de Huaraz se realiza usualmente a través de los vehículos de transporte buses de tamaño mediano de capacidad de 30 pasajeros, de modo tal que puedan ser transportados cómodamente siguiendo las rutas establecidas. Esto a su vez, se realiza por administración directa de las Agencias de viajes turísticos. La prestación del servicio turístico se efectúa todos los días de la semana durante todo el año, con mayor incidencia los fines de semana, y con mayor demanda entre los meses de mayo a agosto de cada año.

Tabla 1. Vehículos de recojo de visitantes – Zona Centro de la ciudad de Huaraz

Tipo de Bus de transporte	Tamaño	Capacidad
Coaster	Mediano	30 pasajeros

4.1.5 TRANSPORTE

El transporte del recojo de los visitantes se realiza sin distinción de si son avenidas, jirones, pasajes y calles en la ciudad Huaraz.

4.1.6 DISPOSICIÓN INICIAL Y FINAL DEL RECOJO DE LOS VISITANTES

La totalidad de recojo de visitantes transportados para el ámbito de estudio, tiene como destino inicial y final en lugar de parqueo de la ciudad de Huaraz.

4.1.7 RECOJO DE LA INFORMACIÓN DE VISITANTES

El recojo de la información del número de visitantes en los lugares de hospedaje en la ciudad de Huaraz se dispone en la parte administrativa de cada uno de los hoteles.

4.1.8 METODOLOGÍA METAHEURÍSTICA DE SOLUCIÓN: ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS

El Algoritmo Colonia de Hormigas (Ant Colony Optimization, por las siglas en inglés ACO) es un procedimiento de resolución de problemas de la optimización combinatoria que actúa por medio de una técnica probabilística y un valor que simula la sustancia de feromona para solucionar problemas de rutas buscando obtener las mejores rutas en el VRP.

El sistema de colonia de hormigas, fue propuesto por Dorigo (1992) en su tesis de doctorado. El primer algoritmo surgió como un método para buscar el camino óptimo en un grafo, basado en el comportamiento de las hormigas cuando éstas buscan un camino entre la colonia y una fuente de alimentos. La idea original se ha diversificado para resolver una amplia clase de problemas numéricos, y como resultado, han surgido gran cantidad de problemas nuevos, basándose en diversos aspectos del comportamiento de las hormigas. Se observa en el mundo natural, que las hormigas en un inicio transitan de manera aleatoria, y una vez encontrado el alimento regresan a su colonia dejando un rastro de feromonas en la ruta recorrida. Si otras hormigas encuentran dicho rastro, es probable que estas no sigan caminando aleatoriamente, sino que estas sigan el rastro de las feromonas ya emanadas, regresando y reforzándolo si estas encuentran el alimento finalmente. Sin embargo, al paso del tiempo el rastro de feromonas comienza a evaporarse, reduciéndose así su fuerza de atracción. Cuanto más tiempo le tome a una hormiga viajar por el camino y regresar de vuelta otra vez, más tiempo tienen las feromonas para evaporarse. Un camino corto, en comparación, es recorrido más frecuentemente, y por lo tanto la densidad de feromonas se hace más grande en caminos cortos que en los largos. La evaporación de feromonas también tiene la ventaja de evitar convergencias a óptimos locales. Si no hubiese evaporación en absoluto, los caminos elegidos por la primera hormiga tenderían a ser excesivamente atractivos para las siguientes hormigas. En este caso, el espacio de búsqueda de soluciones sería limitado. De ese modo, cuando una hormiga encuentra un buen camino entre la colonia y la fuente de alimento, hay más posibilidades de que otras hormigas sigan

este camino y con una retroalimentación positiva se conduce finalmente a todas las hormigas a un solo camino. Evidentemente, la idea del algoritmo colonia de hormigas es imitar este comportamiento con “hormigas artificiales” caminando a través de un grafo que representa el problema en estudio.

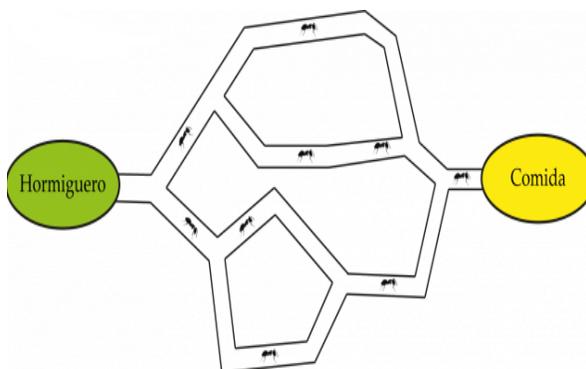


Figura 3. Rutas naturales de las hormigas en busca del alimento

Fuente: Google-imágenes

4.1.9 ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS

1. Una hormiga transita de manera aleatoria alrededor de la colonia.
2. Si esta encuentra una fuente de comida, retorna a la colonia de manera más o menos directa, dejando tras sí un rastro de feromonas.
3. Estas feromonas son atractivas, las hormigas más cercanas se verán atraídas por ellas y seguirán su pista de manera más o menos directa.
4. Regresando a la colonia estas hormigas habrán fortalecido dicha ruta.
5. Si existen dos rutas para que lleguen a la misma fuente de alimentos entonces, en una misma cantidad de tiempo dado, la ruta más corta será recorrida por más hormigas que la ruta más larga.

6. La ruta más corta habrá aumentado en cantidad de feromonas y por tanto empezará a ser más atractiva.
7. La ruta más larga irá desapareciendo debido a que las feromonas son volátiles.
8. Finalmente, todas las hormigas habrán determinado y escogido el camino más corto.

4.1.10 MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE RUTA

Sea una red de transporte dada, modelado a través de un grafo completo y ponderado $G = (V, E)$ que se genera a partir de la disposición del depósito de los vehículos ubicado en la zona de parqueo del centro de la ciudad de Huaraz; los lugares de hospedaje-hoteles ubicados de manera dispersa en la ciudad de Huaraz representan a los vértices del grafo; y los vehículos de recojo de visitantes que deben transitar desde el depósito a los hoteles y viceversa representan a las aristas. En este caso, el problema se plantea con un depósito (zona de parqueo, representado por el vértice 1 y $n = 5$ hoteles, es decir representado por a los vértices del $2, \dots, 6$.

Observación 2. Las posiciones del depósito y de los hoteles se realizaron con ayuda de un sistema cartográfico (mapa de la ciudad de Huaraz) y el programa de AutoCad 2018.

Cada arista ponderada expresada mediante una distancia (longitud) $(i, j) \in E$ representa el mejor camino para ir desde el hotel i hacia el hotel j en la red del transporte, y tiene asociado una distancia d_{ij} . El grafo considerado para el problema de estudio es de tipo simétrico. También, el grafo G es completo,

pues entre todo par de hoteles y el depósito o lugar de parqueo de la red de recojo siempre razonablemente existe un camino de por medio.

Formulación del Modelo Matemático

Para el recojo de los visitantes desde los hoteles, se cuenta con un conjunto de vehículos $Veh=(2,3,4,5,6)$ con una capacidad fija, el número de vehículos es considerado como una variable en el problema, conociendo la distancia de viaje d_{ij} el número de vehículos será minimizado cuando el servicio de vehículos efectúe el recojo, logrando reducir las distancias de transporte.

La formulación de este modelo implica la siguiente variable $x(i,j,k)$, variables de decisión, (i,j) en E , k en veh , donde $x(i,j,k)$ en $\{0,1\}$ y $x(i,j,k)=1$, si el vehículo k se dirige desde el hotel i al hotel j si y solamente si el hotel en la distancia d_{ij} es atendido por el vehículo k , y 0 en otros casos.

$$s.a : F_{vrp} = \text{Min} \sum_{k \in veh} \sum_{(i,j) \in hotel \times hotel} d_{ij} X_{ij}^k \quad (1)$$

$$\sum_{k \in veh} \sum_{j \in ubica} X_{ij}^k = 1, \forall i \in hotel \quad (2)$$

$$\sum_{k \in veh} \sum_{i \in ubica} X_{ij}^k = 1, \forall j \in hotel \quad (3)$$

$$\sum_{j \in ubica} X_{1j}^k = 1, \forall k \in veh \quad (4)$$

$$\sum_{i \in ubica} X_{ih}^k = \sum_{j \in ubica} X_{hj}^k, \forall h \in hotel \forall k \in veh \quad (5)$$

$$\sum_{j \in ubica} X_{1n+1}^k = 1, \forall k \in veh \quad (6)$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, (i,j) \in ubica \times ubica, \forall k \in veh \quad (7)$$

Donde, F_{vrp} es la ecuación 1 representa la función objetivo del problema, en este caso se minimiza la distancia recorrida total del traslado de los visitantes

a lugar del parqueo. La restricción 2 expresa que deben visitarse a todos los clientes (visitantes) en a lo sumo 5 itinerarios a partir de cada hotel y del mismo depósito, la conservación de flujo en el vértice se expresa a través de la inequación 3, la restricción 4 representa a la distancia del recorrido, las restricciones 5 y 6 están asociadas con la igualdad de los recorridos y finalización del recorrido. La restricción 7 hace referencia que valores de las variables de flujo del problema son a lo más binarias, es decir, 0 o 1.

4.1.11 PROPUESTA DEL RECOJO DE VISITANTES EN LA CIUDAD DE HUARAZ

Para el modelo matemático adecuado del VRP, se dispuso de la siguiente información:

- El depósito, PARQUEO San Martín, representa al punto 1.

Ubicación: Av. Luzuriaga (cuadra 7) y el Jr. San Martín.

Localización con el programa Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (580, 375)

- El conjunto de hoteles elegidos en la ciudad de Huaraz:

1.- Hotel CASABLANCA, representa al punto 2.

Ubicación: Jr. 27 de noviembre N° 138

Localización con el programa el Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (331,200)

2.- Hotel AMERICAN HUARAZ, representa al punto 3.

Ubicación: Av. Luzuriaga N° 479

Localización con el programa Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (373, 485)

3.- Hotel ANDINO, representa al punto 4.

Ubicación: Jr. Pedro Cochachin N° 357

Localización con el programa Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (1237, 1055)

4.- Hotel NOPAL, representa al punto 5.

Ubicación: Jr. Las Magnolias N° 879

Localización con el programa Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (1494,748)

5.- HOTEL TUMI I, representa al punto 6.

Ubicación: Jr. José de San Martín N° 1121

Localización con el programa Autocad-2020, en 2D distancia en metros: (1116,284).

La demanda de visitantes, es la cantidad de personas que pueden permanecer en cada uno de los hoteles, esto es variable, pero considerando a lo más 30 visitantes, coincidente con la capacidad del bus.

Las distancias (en metros) entre cada uno de los hoteles considerados, y el depósito de vehículos elegido se calculó en base al uso del Autocad-2020.

La tabla 2 muestra la información necesaria para el planteo y resolución del problema de recojo de visitantes en la ciudad de Huaraz.

Tabla 2. Datos de la ubicación de los hoteles y el depósito

DEPOT:	PUNTO	PUNTO	PUNTO	PUNTO	PUNTO	
PUNTO 1	2: C2	3: C3	4: C4	5: C5	6: C6	
POS	[580	[331	[373	[1237	[1494	[1116
	375]	200]	485]	1055]	748]	284]
Qcust (2)	14	13	15	20	15	

En cuanto a la capacidad de los vehículos de recojo de visitantes para el servicio de los vehículos de recojo, es la siguiente.

Tabla 3. Capacidad de los vehículos

CAP	30 visitantes
------------	----------------------

Asimismo, se muestra la información correspondiente a la variable distancia (metros) respecto del problema:

Tabla 4. Distancias del depósito a los hoteles (en metros)

DEP. /HOTELES	PUNTO	PUNTO	PUNTO	PUNTO	PUNTO	PUNTO
PUNTO 1	1	2: C2	3: C3	4: C4	5: C5	6: C6
PUNTO 1	0	403	456	1288	1348	543
PUNTO 2: C2		0	388	1691	1751	946
PUNTO 3: C3			0	1388	1479	834
PUNTO 4: C4				0	435	928
PUNTO 5: C5					0	752
PUNTO 6: C6						0

4.1.12 DESARROLLO Y SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTAS APLICANDO EL ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS

El modelo matemático adecuado al problema de rutas (un depósito y varios clientes) en el marco de los modelos existentes en el VRP se resuelve con la aplicación del algoritmo colonia de hormigas, el objetivo de resolver el problema de rutas, consiste en encontrar un conjunto de rutas de recorrido mínimo en un grafo completo y ponderado.

El algoritmo colonia de hormigas, en general, es relativamente simple y está basado en un conjunto de hormigas artificiales, cada una generando una posible ruta entre clientes. En cada iteración las hormigas artificiales eligen moverse desde el depósito-hormiguero a la visita a los clientes teniendo en cuenta las siguientes reglas:

En cada iteración t del algoritmo, con m hormigas se establecen distintas rutas en n etapas.

En cada paso, una hormiga artificial decide a que vértice dirigirse de entre los que se debe visitar, según la regla probabilística.

$$p_{ij}^k(t) = \frac{(\tau_{ij}^\alpha(t))(\eta_{ij}^\beta)}{\sum_{s \in N_i^k} (\tau_{ij}^\alpha(t))(\eta_{ij}^\beta)}, j \in N_i^k \quad (1)$$

Si en el vértice i la probabilidad con la que una hormiga artificial k -ésima decide moverse al vértice j , durante la iteración t está dado por:

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij}^\alpha + \sum_k \Delta\tau_{ij}^k \quad (2)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k \\ 0 \end{cases} \quad (3)$$

Una solución al problema de ruta consiste en disponer de un conjunto de vértices en el orden de visita de los vértices dados en el problema.

Los elementos básicos intervinientes en el Algoritmo son:

i, j : hoteles en el problema.

k : número de hormigas artificiales.

N_i^k : conjunto de hoteles vecinos de i no visitados aún por la hormiga k .

N_i : conjunto de hoteles vecinos de i .

τ_{ij} : concentración de feromona de las aristas que unen los hoteles i, j

ρ : coeficiente de evaporación dentro del rango $0 < \rho \leq 1$.

η_{ij} : información heurística en relación a la visibilidad a partir de un vértice,

que cumple $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$, donde d_{ij} es la distancia entre cada par de hoteles.

α y β : parámetros que establecen la importancia relativa de la feromona con respecto a la información heurística

$T^k(t)$: ruta realizada por la hormiga artificial k -ésima en la iteración t

$L^k(t)$: longitud de la ruta

$\Delta\tau_{ij}^k(t)$: cantidad de feromona que la hormiga artificial k deposita en cada arista que ha utilizado.

Observación 3. Cuando no se fija algún punto o vértice del grafo (incluye el depósito-hormiguero y los hoteles), el número de rutas total que se genera (todas las combinaciones posibles) se determina mediante el valor de la relación $n!$. Utilizando la información de la tabla 4, y agregando el depósito-hormiguero, se tendría $n = 6$, esto genera $6! = 720$ rutas.

En los problemas de rutas, se necesita fijar un punto-vértice y de acuerdo con la aplicación de la metaheurística colonia de hormigas, se denomina

depósito-hormiguero; en estas condiciones el número de rutas se determina mediante el valor de la relación $(n-1)!$ Si se elige n_1 , como el punto de depósito-hormiguero, por considerar un cierto orden, se tendría $(6-1)! = 120$ rutas en el desarrollo de la investigación, las cuales son

listadas a continuación:

- R001: $1234561=403+388+1388+435+752+543=3909$
R002: $1234651=403+388+1388+928+752+1348=5207$
R003: $1235461=403+388+1479+435+928+543=4176$
R004: $1235641=403+388+1479+752+928+1288=5238$
R005: $1236451=403+388+834+928+435+1348=4336$
R006: $1236541=403+388+834+752+435+1288=4100$
- R007: $1243561=403+1691+1388+1479+752+543=6256$
R008: $1243651=403+1691+1388+834+752+1348=6426$
R009: $1245361=403+1691+435+1479+834+543=5385$
R010: $1245631=403+1691+435+752+834+456=4571$
R011: $1246351=403+1691+928+834+1479+1348=6683$
R012: $1246531=403+1691+928+752+1479+456=5709$
- R013: $1253461=403+1751+1479+1388+928+543=6492$
R014: $1253641=403+1751+1479+834+928+1288=6683$
R015: $1254361=403+1751+435+1388+752+543=5272$
R016: $1254631=403+1751+435+928+752+456=4725$
R017: $1256341=403+1751+752+834+1388+1288=6416$
R018: $1256431=403+1751+752+928+1388+456=5678$
- R019: $1263451=403+946+834+1388+435+1348=5354$
R020: $1263541=403+946+834+1479+435+1288=5385$
R021: $1264351=403+946+928+1388+1479+1348=6492$
R022: $1264531=403+946+928+435+1479+456=4647$
R023: $1265341=403+946+752+1479+1388+1288=6256$
R024: $1265431=403+946+752+435+1388+456=4380$
- R025: $1324561=456+388+1691+435+752+543=4265$
R026: $1324651=456+388+1691+928+752+1348=5563$
R027: $1325461=456+388+1751+435+928+543=4501$
R028: $1325641=456+388+1751+752+928+1288=5563$
R029: $1326451=456+388+946+928+435+1348=4501$
R030: $1326541=456+388+946+752+435+1288=4265$
- R031: $1342561=456+1388+1691+1751+752+543=6581$
R032: $1342651=456+1388+1691+946+752+1348=6581$
R033: $1345261=456+1388+435+1751+946+543=5519$

R034: $1345621=456+1388+435+752+946+403=4380$
R035: $1346251=456+1388+928+946+1751+1348=6817$
R036: $1346521=456+1388+928+752+1751+403=5678$

R037: $1352461=456+1479+1751+1691+928+543=6848$
R038: $1352641=456+1479+1751+946+928+1288=6848$
R039: $1354261=456+1479+435+1691+946+543=5550$
R040: $1354621=456+1479+435+928+946+403=4647$
R041: $1356241=456+1479+752+946+1691+1288=6612$
R042: $1356421=456+1479+752+928+1691+403=5709$

R043: $1362451=456+834+946+1691+435+1348=5710$
R044: $1362541=456+834+946+1751+435+1288=5710$
R045: $1364251=456+834+928+1691+1751+1348=7008$
R046: $1364521=456+834+928+435+1751+403=4807$
R047: $1365241=456+834+752+1751+1691+1288=6772$
R048: $1365421=456+834+752+435+1691+403=4571$

R049: $1423561=1288+1691+388+1479+752+543=6141$
R050: $1423651=1288+1691+388+834+752+1348=6301$
R051: $1425361=1288+1691+1751+1479+834+543=7586$
R052: $1425631=1288+1691+1751+752+834+456=6772$
R053: $1426351=1288+1691+946+834+1479+1348=7586$
R054: $1426531=1288+1691+946+752+1479+456=6612$

R055: $1432561=1288+1388+388+1751+752+543=6110$
R056: $1432651=1288+1388+388+946+752+1348=6110$
R057: $1435261=1288+1388+1479+1751+946+543=7395$
R058: $1435621=1288+1388+1479+752+946+403=6256$
R059: $1436251=1288+1388+834+946+1751+1348=7555$
R060: $1436521=1288+1388+834+752+1751+403=6416$

R061: $1452361=1288+435+1751+388+834+543=5239$
R062: $1452631=1288+435+1751+946+834+456=5710$
R063: $1453261=1288+435+1479+388+946+543=5079$
R064: $1453621=1288+435+1479+834+946+403=5385$
R065: $1456231=1288+435+752+946+388+456=4265$
R066: $1456321=1288+435+752+834+388+403=4100$

R067: $1462351=1288+928+946+388+1479+1348=6377$
R068: $1462531=1288+928+946+1751+1479+456=6848$
R069: $1463251=1288+928+834+388+1751+1348=6537$
R070: $1463521=1288+928+834+1479+1751+403=6683$
R071: $1465231=1288+928+752+1751+388+456=5563$
R072: $1465321=1288+928+752+1479+388+403=5238$

R073: $1523461=1348+1751+388+1388+928+543=6346$
R074: $1523641=1348+1751+388+834+928+1288=6537$
R075: $1524361=1348+1751+1691+1388+834+543=7555$

R076: $1524631=1348+1751+1691+928+834+456=7008$
 R077: $1526341=1348+1751+946+834+1388+1288=7555$
 R078: $1526431=1348+1751+946+928+1388+456=6817$

R079: $1532461=1348+1479+388+1691+928+543=6377$
 R080: $1532641=1348+1479+388+946+928+1288=6377$
 R081: $1534261=1348+1479+1388+1691+946+543=7395$
 R082: $1534621=1348+1479+1388+928+946+403=6492$
 R083: $1536241=1348+1479+834+946+1691+1288=7586$
 R084: $1536421=1348+1479+834+928+1691+403=6683$

R085: $1542361=1348+435+1691+388+834+543=5239$
 R086: $1542631=1348+435+1691+946+834+456=5710$
 R087: $1543261=1348+435+1388+388+946+543=5048$
 R088: $1543621=1348+435+1388+834+946+403=5354$
 R089: $1546231=1348+435+928+946+388+456=4501$
 R090: $1546321=1348+435+928+834+388+403=4336$

R091: $1562341=1348+752+946+388+1388+1288=6110$
 R092: $1562431=1348+752+946+1691+1388+456=6581$
 R093: $1563241=1348+752+834+388+1691+1288=6301$
 R094: $1563421=1348+752+834+1388+1691+403=6416$
 R095: $1564231=1348+752+928+1691+388+456=5563$
 R096: $1564321=1348+752+928+1388+388+403=5207$

R097: $1623451=543+946+388+1388+435+1348=5048$
 R098: $1623541=543+946+388+1479+435+1288=5079$
 R099: $1624351=543+946+1691+1388+1479+1348=7395$
 R100: $1624531=543+946+1691+435+1479+456=5550$
 R101: $1625341=543+946+1751+1479+1388+1288=7395$
 R102: $1625431=543+946+1751+435+1388+456=5519$

R103: $1632451=543+834+388+1691+435+1348=5239$
 R104: $1632541=543+834+388+1751+435+1288=5239$
 R105: $1634251=543+834+1388+1691+1751+1348=7555$
 R106: $1634521=543+834+1388+435+1751+403=5354$
 R107: $1635241=543+834+1479+1751+1691+1288=7586$
 R108: $1635421=543+834+1479+435+1691+403=5385$

R109: $1642351=543+928+1691+388+1479+1348=6377$
 R110: $1642531=543+928+1691+1751+1479+456=6848$
 R111: $1643251=543+928+1388+388+1751+1348=6346$
 R112: $1643521=543+928+1388+1479+1751+403=6492$
 R113: $1645231=543+928+435+1751+388+456=4501$
 R114: $1645321=543+928+435+1479+388+403=4176$

R115: $1652341=543+752+1751+388+1388+1288=6110$
 R116: $1652431=543+752+1751+1691+1388+456=6581$
 R117: $1653241=543+752+1479+388+1691+1288=6141$

R118: $1653421=543+752+1479+1388+1691+403=6256$
R119: $1654231=543+752+435+1691+388+456=4265$
R120: $1654321=543+752+435+1388+388+403=3909$

De este modo, al evaluar las valoraciones totales de cada una de las 120 rutas que se inicia y termina en el vértice n_1 : depósito-hormiguero se observa que 74 rutas tienen las mismas valoraciones totales, quedando solamente 46 rutas de resultados totales distintos unas de otras a las cuales se deben evaluar mediante el algoritmo colonia de hormigas, también listados a continuación:

R001: $1234561=403+388+1388+435+752+543=3909$
R002: $1234651=403+388+1388+928+752+1348=5207$
R003: $1235461=403+388+1479+435+928+543=4176$
R004: $1235641=403+388+1479+752+928+1288=5238$
R005: $1236451=403+388+834+928+435+1348=4336$
R006: $1236541=403+388+834+752+435+1288=4100$
R007: $1243561=403+1691+1388+1479+752+543=6256$
R008: $1243651=403+1691+1388+834+752+1348=6426$
R009: $1245361=403+1691+435+1479+834+543=5385$
R010: $1245631=403+1691+435+752+834+456=4571$
R011: $1246351=403+1691+928+834+1479+1348=6683$
R012: $1246531=403+1691+928+752+1479+456=5709$
R013: $1253461=403+1751+1479+1388+928+543=6492$
R015: $1254361=403+1751+435+1388+752+543=5272$
R016: $1254631=403+1751+435+928+752+456=4725$
R017: $1256341=403+1751+752+834+1388+1288=6416$
R018: $1256431=403+1751+752+928+1388+456=5678$
R019: $1263451=403+946+834+1388+435+1348=5354$
R022: $1264531=403+946+928+435+1479+456=4647$
R024: $1265431=403+946+752+435+1388+456=4380$
R025: $1324561=456+388+1691+435+752+543=4265$
R026: $1324651=456+388+1691+928+752+1348=5563$
R027: $1325461=456+388+1751+435+928+543=4501$
R032: $1342651=456+1388+1691+946+752+1348=6581$
R033: $1345261=456+1388+435+1751+946+543=5519$
R035: $1346251=456+1388+928+946+1751+1348=6817$
R037: $1352461=456+1479+1751+1691+928+543=6848$
R039: $1354261=456+1479+435+1691+946+543=5550$
R041: $1356241=456+1479+752+946+1691+1288=6612$
R042: $1356421=456+1479+752+928+1691+403=5709$
R043: $1362451=456+834+946+1691+435+1348=5710$
R045: $1364251=456+834+928+1691+1751+1348=7008$
R046: $1364521=456+834+928+435+1751+403=4807$
R047: $1365241=456+834+752+1751+1691+1288=6772$
R049: $1423561=1288+1691+388+1479+752+543=6141$
R050: $1423651=1288+1691+388+834+752+1348=6301$

R051: $1425361=1288+1691+1751+1479+834+543=7586$
 R055: $1432561=1288+1388+388+1751+752+543=6110$
 R057: $1435261=1288+1388+1479+1751+946+543=7395$
 R059: $1436251=1288+1388+834+946+1751+1348=7555$
 R061: $1452361=1288+435+1751+388+834+543=5239$
 R063: $1453261=1288+435+1479+388+946+543=5079$
 R067: $1462351=1288+928+946+388+1479+1348=6377$
 R069: $1463251=1288+928+834+388+1751+1348=6537$
 R073: $1523461=1348+1751+388+1388+928+543=6346$
 R087: $1543261=1348+435+1388+388+946+543=5048$

4.2 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Una primera muestra de aplicación del algoritmo colonia de hormigas se realiza con los 6 vértices, con n_1 fijo que representa al vértice depósito-hormiguero y los vértices n_2, n_3, n_4, n_5, n_6 que representan a los hoteles en el problema.

Para la aplicación del Algoritmo, según la tabla nº4, fijando entonces el vértice $n_1=1$ y los valores de los parámetros se establecen previamente según los siguientes valores:

$$\alpha = 1 \text{ y } \beta = 2$$

$$\rho = 0.5$$

$$\tau_0 = 0.1$$

Número de hormigas artificiales $m = 5$

Número de hoteles $n = 5$

CASO 1: Una ruta ACO determinado al considerar las probabilidades mayores en cada uno de los caminos a recorrer.

1era Iteración: $t=1$

1era hormiga artificial $k=1$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

$$\text{Probabilidad: } p_{12}^1(1) = \frac{(\tau_{12}^1(1))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $\mathbf{p}_{12}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$\mathbf{p}_{12}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_1^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$\mathbf{p}_{12}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $\mathbf{p}_{12}^1(\mathbf{1}) \approx 0.397$

Probabilidad: $\mathbf{p}_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{13}^1(\mathbf{1}))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $\mathbf{p}_{13}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$\mathbf{p}_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$\mathbf{p}_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $\mathbf{p}_{13}^1(\mathbf{1}) \approx 0.310$

Probabilidad: $\mathbf{p}_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{14}^1(\mathbf{1}))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $\mathbf{p}_{14}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$\mathbf{p}_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^1(\mathbf{1}) \approx 0.039$

Probabilidad:
$$p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{15}^1(\mathbf{1}))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{15}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^1(\mathbf{1}) \approx 0.035$

Probabilidad:
$$p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{16}^1(\mathbf{1}))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{16}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^1(\mathbf{1}) \approx 0.219$

Inicia desde el punto 2

Probabilidad:
$$p_{23}^1(1) = \frac{(\tau_{23}^1(1))(\eta_{23}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{23}^1(1)$, se tiene:

$$p_{23}^1(2) = \frac{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{23}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{23}^1(1) \approx 0.787$

Probabilidad:
$$p_{24}^1(1) = \frac{(\tau_{24}^1(1))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^1(1)$, se tiene:

$$p_{24}^1(1) = \frac{\tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^1(1) \approx 0.041$

Probabilidad:
$$p_{25}^1(1) = \frac{(\tau_{25}^1(1))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{25}^1(1)$, se tiene:

$$p_{25}^1(1) = \frac{\tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^1(1) \approx 0.039$

Probabilidad: $p_{26}^1(1) = \frac{(\tau_{26}^1(1))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{26}^1(1)$, se tiene:

$$p_{26}^1(1) = \frac{\tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^1(1) \approx 0.133$

Inicia desde el punto 3

Probabilidad: $p_{34}^1(1) = \frac{(\tau_{34}^1(1))(\eta_{34}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{34}^1(1)$, se tiene:

$$p_{34}^1(1) = \frac{\tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2)}{\tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{34}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{34}^1(1) \approx 0.206$

Probabilidad:
$$p_{35}^1(1) = \frac{(\tau_{35}^1(1))(\eta_{35}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{35}^1(1)$, se tiene:

$$p_{35}^1(1) = \frac{\tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2)}{\tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{35}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{35}^1(1) \approx 0.225$

Probabilidad:
$$p_{36}^1(1) = \frac{(\tau_{36}^1(1))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{36}^1(1)$, se tiene:

$$p_{36}^1(1) = \frac{\tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}{\tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^1(1) \approx 0.569$

Inicia desde el punto 6

Probabilidad:
$$p_{64}^1(1) = \frac{(\tau_{64}^1(1))(\eta_{64}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(1))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5\}$$

Desarrollando la relación $p_{64}^1(1)$, se tiene:

$$p_{64}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{64}^1(\mathbf{1})(\eta_{64}^2)}{\tau_{64}^1(\mathbf{1})(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(\mathbf{1})(\eta_6^2)}$$

$$p_{64}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{64}^1(\mathbf{1}) \approx 0.396$

Probabilidad: $p_{65}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{65}^1(\mathbf{1}))(\eta_{65}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5\}$

Desarrollando la relación $p_{65}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{65}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{65}^1(\mathbf{1})(\eta_{65}^2)}{\tau_{64}^1(\mathbf{1})(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(\mathbf{1})(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{65}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{65}^1(\mathbf{1}) \approx 0.604$

Inicia desde el punto 5

Probabilidad: $p_{54}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{54}^1(\mathbf{1}))(\eta_{54}^2)}{\sum_{s \in \{4\}} (\tau_{5s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{4\}$

Desarrollando la relación $p_{54}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{54}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{54}^1(\mathbf{1})(\eta_{54}^2)}{\tau_{54}^1(\mathbf{1})(\eta_{54}^2)}$$

$$p_{54}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}$$

Luego, $p_{54}^1(1) \approx 1.000$

Inicia desde el punto 4

Probabilidad:
$$p_{41}^1(1) = \frac{(\tau_{41}^1(1))(\eta_{41}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{4s}^1(1))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{41}^1(1)$, se tiene:

$$p_{41}^1(1) = \frac{\tau_{41}^1(1)(\eta_{41}^2)}{\tau_{41}^1(1)(\eta_{41}^2)}$$

$$p_{41}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}$$

Luego, $p_{41}^1(1) = 1.000$

La ruta que se genera es: R006: 1236541=403+388+834+752+435+1288=4100

CASO 2: Una ruta ACO determinado al considerar el criterio de tomar las probabilidades menores en los caminos.

1era Iteración: $t=1$

1era hormiga artificial $k=1$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

Probabilidad:
$$p_{12}^1(1) = \frac{(\tau_{12}^1(1))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{12}^1(1)$, se tiene:

$$p_{12}^1(1) = \frac{\tau_1^1(1)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(1)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(1)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(1)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(1)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(1)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{12}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{12}^1(\mathbf{1}) \approx 0.397$

Probabilidad: $p_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{13}^1(\mathbf{1}))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{13}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^1(\mathbf{1}) \approx 0.310$

Probabilidad: $p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{14}^1(\mathbf{1}))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{14}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^1(\mathbf{1}) \approx 0.039$

Probabilidad:
$$p_{15}^1(1) = \frac{(\tau_{15}^1(1))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{15}^1(1)$, se tiene:

$$p_{15}^1(1) = \frac{\tau_{15}^1(1)(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(1)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(1)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(1)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(1)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(1)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^1(1) \approx 0.035$

Probabilidad:
$$p_{16}^1(1) = \frac{(\tau_{16}^1(1))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{16}^1(1)$, se tiene:

$$p_{16}^1(1) = \frac{\tau_{16}^1(1)(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(1)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(1)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(1)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(1)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(1)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^1(1) \approx 0.219$

Inicia desde el punto 5

Probabilidad:
$$p_{52}^1(1) = \frac{(\tau_{52}^1(1))(\eta_{52}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,6\}} (\tau_{5s}^1(1))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{52}^1(1)$, se tiene:

$$p_{52}^1(2) = \frac{\tau_{52}^1(1)(\eta_{52}^2)}{\tau_{52}^1(1)(\eta_{52}^2) + \tau_{53}^1(1)(\eta_{53}^2) + \tau_{54}^1(1)(\eta_{54}^2) + \tau_{56}^1(1)(\eta_{56}^2)}$$

$$p_{52}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{52}^1(1) \approx 0.042$

$$\text{Probabilidad: } p_{53}^1(1) = \frac{(\tau_{53}^1(1))(\eta_{53}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,6\}} (\tau_{5s}^1(1))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{53}^1(1)$, se tiene:

$$p_{53}^1(1) = \frac{\tau_{53}^1(1)(\eta_{53}^2)}{\tau_{52}^1(1)(\eta_{52}^2) + \tau_{53}^1(1)(\eta_{53}^2) + \tau_{54}^1(1)(\eta_{54}^2) + \tau_{56}^1(1)(\eta_{56}^2)}$$

$$p_{53}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{53}^1(1) \approx 0.072$

$$\text{Probabilidad: } p_{54}^1(1) = \frac{(\tau_{54}^1(1))(\eta_{54}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,6\}} (\tau_{5s}^1(1))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{54}^1(1)$, se tiene:

$$p_{54}^1(1) = \frac{\tau_{54}^1(1)(\eta_{54}^2)}{\tau_{52}^1(1)(\eta_{52}^2) + \tau_{53}^1(1)(\eta_{53}^2) + \tau_{54}^1(1)(\eta_{54}^2) + \tau_{56}^1(1)(\eta_{56}^2)}$$

$$p_{54}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{54}^1(1) \approx 0.664$

Probabilidad:
$$p_{56}^1(1) = \frac{(\tau_{56}^1(1))(\eta_{56}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,6\}} (\tau_{5s}^1(1))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{56}^1(1)$, se tiene:

$$p_{56}^1(1) = \frac{\tau_{56}^1(1)(\eta_{56}^2)}{\tau_{52}^1(1)(\eta_{52}^2) + \tau_{53}^1(1)(\eta_{53}^2) + \tau_{54}^1(1)(\eta_{54}^2) + \tau_{56}^1(1)(\eta_{56}^2)}$$

$$p_{56}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{56}^1(1) \approx 0.222$

Inicia desde el punto 2

Probabilidad:
$$p_{23}^1(1) = \frac{(\tau_{23}^1(1))(\eta_{23}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{23}^1(1)$, se tiene:

$$p_{23}^1(1) = \frac{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{23}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{23}^1(1) \approx 0.814$

Probabilidad:
$$p_{24}^1(1) = \frac{(\tau_{24}^1(1))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^1(1)$, se tiene:

$$p_{24}^1(1) = \frac{\tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^1(1) \approx 0.044$

Probabilidad: $p_{26}^1(1) = \frac{(\tau_{26}^1(1))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,4,6\}$

Desarrollando la relación $p_{26}^1(1)$, se tiene:

$$p_{26}^1(1) = \frac{\tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}{\tau_{23}^1(1)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^1(1) \approx 0.142$

Inicia desde el punto 4

Probabilidad: $p_{43}^1(1) = \frac{(\tau_{43}^1(1))(\eta_{43}^2)}{\sum_{s \in \{3,6\}} (\tau_{4s}^1(1))(\eta_{4s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,6\}$

Desarrollando la relación $p_{43}^1(1)$, se tiene:

$$p_{43}^1(1) = \frac{\tau_{43}^1(1)(\eta_{43}^2)}{\tau_{43}^1(1)(\eta_{43}^2) + \tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{43}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{43}^1(1) \approx 0.310$

Probabilidad:
$$p_{46}^1(1) = \frac{(\tau_{46}^1(1))(\eta_{46}^2)}{\sum_{s \in \{3,6\}} (\tau_{4s}^1(1))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{46}^1(1)$, se tiene:

$$p_{46}^1(1) = \frac{\tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}{\tau_{43}^1(1)(\eta_{43}^2) + \tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{46}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{46}^1(1) \approx 0.690$

Inicia desde el punto 3

Probabilidad:
$$p_{36}^1(1) = \frac{(\tau_{36}^1(1))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{6\}$$

Desarrollando la relación $p_{36}^1(1)$, se tiene:

$$p_{36}^1(1) = \frac{\tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}{\tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^1(1) \approx 1.000$

Inicia desde el punto 6

Probabilidad:
$$p_{61}^1(1) = \frac{(\tau_{61}^1(1))(\eta_{61}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{6s}^1(1))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{61}^1(1)$, se tiene:

$$p_{61}^1(1) = \frac{\tau_{61}^1(1)(\eta_{61}^2)}{\tau_{61}^1(1)(\eta_{61}^2)}$$

$$p_{61}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

$$\text{Luego, } p_{61}^1(1) = 1.000$$

La ruta que se genera es: R075: 1524361=1348+1751+1691+1388+834+543=7555

CASO 3: Una ruta ACO encontrada al considerar el criterio de tomar las probabilidades de los caminos mediante el uso de los números aleatorios.

HORMIGA ARTIFICIAL 1

1era Iteración: $t=1$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

$$\text{Probabilidad: } p_{12}^1(1) = \frac{(\tau_{12}^1(1))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{12}^1(1)$, se tiene:

$$p_{12}^1(1) = \frac{\tau_1^1(1)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(1)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(1)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(1)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(1)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(1)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{12}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

$$\text{Luego, } p_{12}^1(1) \approx 0.397$$

$$\text{Probabilidad: } p_{13}^1(1) = \frac{(\tau_{13}^1(1))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(1))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{13}^1(1)$, se tiene:

$$p_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{13}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^1(\mathbf{1}) \approx 0.310$

Probabilidad: $p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{14}^1(\mathbf{1}))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{14}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^1(\mathbf{1}) \approx 0.039$

Probabilidad: $p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{15}^1(\mathbf{1}))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{15}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^1(\mathbf{1}) \approx 0.035$

$$\text{Probabilidad: } p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{16}^1(\mathbf{1}))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{1s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{16}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(\mathbf{1})(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(\mathbf{1})(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(\mathbf{1})(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(\mathbf{1})(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(\mathbf{1})(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^1(\mathbf{1}) \approx 0.219$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.4331829, lo que indica que elegimos el vértice 3

Inicia desde el punto 3

$$\text{Probabilidad: } p_{32}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{32}^1(\mathbf{1}))(\eta_{32}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{3s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{32}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{32}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{32}^1(\mathbf{1})(\eta_{32}^2)}{\tau_{32}^1(\mathbf{1})(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(\mathbf{1})(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(\mathbf{1})(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(\mathbf{1})(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{32}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{32}^1(\mathbf{1}) \approx 0.724$

Probabilidad:
$$p_{34}^1(1) = \frac{(\tau_{34}^1(1))(\eta_{34}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{34}^1(1)$, se tiene:

$$p_{34}^1(1) = \frac{\tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2)}{\tau_{32}^1(1)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{34}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{34}^1(1) \approx 0.057$

Probabilidad:
$$p_{35}^1(1) = \frac{(\tau_{35}^1(1))(\eta_{35}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{35}^1(1)$, se tiene:

$$p_{35}^1(1) = \frac{\tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2)}{\tau_{32}^1(1)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{35}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{35}^1(1) \approx 0.062$

Probabilidad:
$$p_{36}^1(1) = \frac{(\tau_{36}^1(1))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(1))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{36}^1(1)$, se tiene:

$$p_{36}^1(1) = \frac{\tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}{\tau_{32}^1(1)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(1)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(1)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(1)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^1(\mathbf{1}) \approx 0.157$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.06573619, lo que indica que elegimos el vértice 2

Inicia desde el punto 2

$$\text{Probabilidad: } p_{24}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{24}^1(\mathbf{1}))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{2s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{24}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{24}^1(\mathbf{1})(\eta_{24}^2)}{\tau_{24}^1(\mathbf{1})(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(\mathbf{1})(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(\mathbf{1})(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^1(\mathbf{1}) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^1(\mathbf{1}) \approx 0.195$

$$\text{Probabilidad: } p_{25}^1(\mathbf{1}) = \frac{(\tau_{25}^1(\mathbf{1}))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(\mathbf{1}))(\eta_{2s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{25}^1(\mathbf{1})$, se tiene:

$$p_{25}^1(\mathbf{1}) = \frac{\tau_{25}^1(\mathbf{1})(\eta_{25}^2)}{\tau_{24}^1(\mathbf{1})(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(\mathbf{1})(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(\mathbf{1})(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^1(1) \approx 0.183$

Probabilidad: $p_{26}^1(1) = \frac{(\tau_{26}^1(1))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(1))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{26}^1(1)$, se tiene:

$$p_{26}^1(1) = \frac{\tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}{\tau_{24}^1(1)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(1)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(1)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^1(1) \approx 0.622$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.03820161, lo que indica que elegimos el vértice 4

Inicia desde el punto 4

Probabilidad: $p_{45}^1(1) = \frac{(\tau_{45}^1(1))(\eta_{45}^2)}{\sum_{s \in \{5,6\}} (\tau_{4s}^1(1))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{45}^1(1)$, se tiene:

$$p_{45}^1(1) = \frac{\tau_{45}^1(1)(\eta_{45}^2)}{\tau_{45}^1(1)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{45}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{45}^1(1) \approx 0.820$

Probabilidad:
$$p_{46}^1(1) = \frac{(\tau_{46}^1(1))(\eta_{46}^2)}{\sum_{s \in \{5,6\}} (\tau_{4s}^1(1))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{46}^1(1)$, se tiene:

$$p_{46}^1(1) = \frac{\tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}{\tau_{45}^1(1)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(1)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{46}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{46}^1(1) \approx 0.180$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.91541021, lo que indica que elegimos el vértice 6

Inicia desde el punto 6

Probabilidad:
$$p_{65}^1(1) = \frac{(\tau_{65}^1(1))(\eta_{65}^2)}{\sum_{s \in \{5\}} (\tau_{6s}^1(1))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{5\}$$

Desarrollando la relación $p_{65}^1(1)$, se tiene:

$$p_{65}^1(1) = \frac{\tau_{65}^1(1)(\eta_{65}^2)}{\tau_{65}^1(1)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{65}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{65}^1(1) = 1.000$

Elegir el camino a partir de un rango de probabilidad entre 0 y 1, significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 5

Inicia desde el punto 5

Probabilidad:
$$p_{51}^1(1) = \frac{(\tau_{51}^1(1))(\eta_{51}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{5s}^1(1))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{51}^1(1)$, se tiene:

$$p_{61}^1(1) = \frac{\tau_{61}^1(1)(\eta_{61}^2)}{\tau_{61}^1(1)(\eta_{61}^2)}$$

$$p_{51}^1(1) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}$$

Luego, $p_{51}^1(1) = 1.000$

Finalmente, del mismo modo, se elige el único y último camino teniendo igual un rango de probabilidad entre 0 y 1, que significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 1.

La ruta que se genera es: R026: 1324651=456+388+1691+928+752+1348=5563

HORMIGA ARTIFICIAL 2

2da Iteración: $t=2$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

$$\text{Probabilidad: } p_{12}^2(2) = \frac{(\tau_{12}^1(2))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(2))(\eta_{1s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{12}^2(2)$, se tiene:

$$p_{12}^2(2) = \frac{\tau_1^1(2)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(2)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}$$
$$p_{12}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{12}^2(2) \approx 0.397$

$$\text{Probabilidad: } p_{13}^2(2) = \frac{(\tau_{13}^1(2))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(2))(\eta_{1s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{13}^2(2)$, se tiene:

$$p_{13}^2(2) = \frac{\tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(2)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}$$
$$p_{13}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^2(2) \approx 0.310$

$$\text{Probabilidad: } p_{14}^2(2) = \frac{(\tau_{14}^1(2))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(2))(\eta_{1s}^2)}, \quad j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{14}^2(2)$, se tiene:

$$p_{14}^2(2) = \frac{\tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(2)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^2(2) \approx 0.039$

Probabilidad:
$$p_{15}^2(2) = \frac{(\tau_{15}^1(2))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(2))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{15}^2(2)$, se tiene:

$$p_{15}^2(2) = \frac{\tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(2)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^2(2) \approx 0.035$

Probabilidad:
$$p_{16}^2(2) = \frac{(\tau_{16}^1(2))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(2))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{16}^2(2)$, se tiene:

$$p_{16}^2(2) = \frac{\tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(2)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(2)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(2)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(2)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(2)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^2(2) \approx 0.219$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.57157012, lo que indica que elegimos el vértice 3

Inicia desde el punto 3

$$\text{Probabilidad: } p_{32}^2(2) = \frac{(\tau_{32}^1(2))(\eta_{32}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(2))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{32}^2(2)$, se tiene:

$$p_{32}^2(2) = \frac{\tau_{32}^1(2)(\eta_{32}^2)}{\tau_{32}^1(2)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(2)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(2)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(2)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{32}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{32}^2(2) \approx 0.724$

$$\text{Probabilidad: } p_{34}^2(2) = \frac{(\tau_{34}^1(2))(\eta_{34}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(2))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{34}^2(2)$, se tiene:

$$p_{34}^2(2) = \frac{\tau_{34}^1(2)(\eta_{34}^2)}{\tau_{32}^1(2)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(2)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(2)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(2)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{34}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{34}^2(2) \approx 0.057$

Probabilidad:
$$p_{35}^2(2) = \frac{(\tau_{35}^1(2))(\eta_{35}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(2))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{35}^2(2)$, se tiene:

$$p_{35}^2(2) = \frac{\tau_{35}^1(2)(\eta_{35}^2)}{\tau_{32}^1(2)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(2)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(2)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(2)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{35}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{35}^2(2) \approx 0.062$

Probabilidad:
$$p_{36}^2(2) = \frac{(\tau_{36}^1(2))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(2))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{36}^2(2)$, se tiene:

$$p_{36}^2(2) = \frac{\tau_{36}^1(2)(\eta_{36}^2)}{\tau_{32}^1(2)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(2)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(2)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(2)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^2(2) \approx 0.157$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.22832196, lo que indica que elegimos el vértice 2

Inicia desde el punto 2

Probabilidad:
$$p_{24}^2(2) = \frac{(\tau_{24}^1(2))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(2))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^2(2)$, se tiene:

$$p_{24}^2(2) = \frac{\tau_{24}^1(2)(\eta_{24}^2)}{\tau_{24}^1(2)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(2)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(2)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^2(2) \approx 0.195$

Probabilidad: $p_{25}^2(2) = \frac{(\tau_{25}^1(2))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(2))(\eta_{2s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{25}^2(1)$, se tiene:

$$p_{25}^2(2) = \frac{\tau_{25}^1(2)(\eta_{25}^2)}{\tau_{24}^1(2)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(2)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(2)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^2(2) \approx 0.183$

Probabilidad: $p_{26}^2(2) = \frac{(\tau_{26}^1(2))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(2))(\eta_{2s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{26}^2(2)$, se tiene:

$$p_{26}^2(2) = \frac{\tau_{26}^1(2)(\eta_{26}^2)}{\tau_{24}^1(2)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(2)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(2)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^2(2) \approx 0.622$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.42170216, lo que indica que elegimos el vértice 6

Inicia desde el punto 6

$$\text{Probabilidad: } p_{64}^2(2) = \frac{(\tau_{64}^1(2))(\eta_{64}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(2))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5\}$$

Desarrollando la relación $p_{64}^2(2)$, se tiene:

$$p_{64}^2(2) = \frac{\tau_{64}^1(2)(\eta_{64}^2)}{\tau_{64}^1(2)(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(2)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{64}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{64}^2(2) \approx 0.396$

$$\text{Probabilidad: } p_{65}^2(2) = \frac{(\tau_{65}^1(2))(\eta_{65}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(2))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5\}$$

Desarrollando la relación $p_{65}^2(2)$, se tiene:

$$p_{65}^2(2) = \frac{\tau_{65}^1(2)(\eta_{65}^2)}{\tau_{64}^1(2)(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(2)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{65}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{65}^2(2) \approx 0.604$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.99701147, lo que indica que elegimos el vértice 5

Inicia desde el punto 5

$$\text{Probabilidad: } p_{54}^2(2) = \frac{(\tau_{54}^1(2))(\eta_{54}^2)}{\sum_{s \in \{4\}} (\tau_{5s}^1(2))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{4\}$$

Desarrollando la relación $p_{54}^2(2)$, se tiene:

$$p_{54}^2(2) = \frac{\tau_{54}^1(2)(\eta_{54}^2)}{\tau_{54}^1(2)(\eta_{54}^2)}$$

$$p_{54}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}$$

Luego, $p_{54}^2(2) = 1.000$

Elegir el camino a partir de un rango de probabilidad entre 0 y 1, significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 4

Inicia desde el punto 4

$$\text{Probabilidad: } p_{41}^2(2) = \frac{(\tau_{41}^1(2))(\eta_{41}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{4s}^1(2))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{41}^2(2)$, se tiene:

$$p_{41}^2(2) = \frac{\tau_{41}^1(2)(\eta_{41}^2)}{\tau_{41}^1(2)(\eta_{41}^2)}$$

$$p_{41}^2(2) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}$$

Luego, $p_{41}^2(2) = 1.000$

Finalmente, del mismo modo, se elige el único y último camino teniendo igual un rango de probabilidad entre 0 y 1, que significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 1.

La ruta que se genera es: R030: 1326541=456+388+946+752+435+1288=4265

HORMIGA ARTIFICIAL 3

3ra Iteración: $t=3$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

$$\text{Probabilidad: } p_{12}^3(3) = \frac{(\tau_{12}^1(3))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(3))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{12}^3(3)$, se tiene:

$$p_{12}^3(3) = \frac{\tau_1^1(3)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(3)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{12}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{12}^3(3) \approx 0.397$

$$\text{Probabilidad: } p_{13}^3(3) = \frac{(\tau_{13}^1(3))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(3))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{13}^3(3)$, se tiene:

$$p_{13}^3(3) = \frac{\tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(3)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{13}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^3(3) \approx 0.310$

Probabilidad: $p_{14}^3(3) = \frac{(\tau_{14}^1(3))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(3))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{14}^3(3)$, se tiene:

$$p_{14}^3(3) = \frac{\tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(3)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^3(3) \approx 0.039$

Probabilidad: $p_{15}^3(3) = \frac{(\tau_{15}^1(3))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(3))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{15}^3(3)$, se tiene:

$$p_{15}^3(3) = \frac{\tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(3)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^3(3) \approx 0.035$

Probabilidad: $p_{16}^3(3) = \frac{(\tau_{16}^1(3))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(3))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{16}^3(3)$, se tiene:

$$p_{16}^3(3) = \frac{\tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(3)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(3)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(3)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(3)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(3)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^3(3) \approx 0.219$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.61727119, lo que indica que elegimos el vértice 3

Inicia desde el punto 3

Probabilidad: $p_{32}^3(3) = \frac{(\tau_{32}^1(3))(\eta_{32}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(3))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{32}^3(3)$, se tiene:

$$p_{32}^3(3) = \frac{\tau_{32}^1(3)(\eta_{32}^2)}{\tau_{32}^1(3)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(3)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(3)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(3)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{32}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{32}^3(3) \approx 0.724$

Probabilidad: $p_{34}^3(3) = \frac{(\tau_{34}^1(3))(\eta_{34}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(3))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{34}^3(3)$, se tiene:

$$p_{34}^3(3) = \frac{\tau_{34}^1(3)(\eta_{34}^2)}{\tau_{32}^1(3)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(3)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(3)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(3)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{34}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{34}^3(3) \approx 0.057$

Probabilidad: $p_{35}^3(3) = \frac{(\tau_{35}^1(3))(\eta_{35}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(3))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{35}^3(3)$, se tiene:

$$p_{35}^3(3) = \frac{\tau_{35}^1(3)(\eta_{35}^2)}{\tau_{32}^1(3)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(3)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(3)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(3)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{35}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{35}^3(3) \approx 0.062$

Probabilidad:
$$p_{36}^3(3) = \frac{(\tau_{36}^1(3))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{2,4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(3))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{36}^3(3)$, se tiene:

$$p_{36}^3(3) = \frac{\tau_{36}^1(3)(\eta_{36}^2)}{\tau_{32}^1(3)(\eta_{32}^2) + \tau_{34}^1(3)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(3)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(3)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^3(3) \approx 0.157$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.20015621, lo que indica que elegimos el vértice 2

Inicia desde el punto 2

Probabilidad:
$$p_{24}^3(3) = \frac{(\tau_{24}^1(3))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(3))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^3(3)$, se tiene:

$$p_{24}^3(3) = \frac{\tau_{24}^1(3)(\eta_{24}^2)}{\tau_{24}^1(3)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(3)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(3)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^3(3) \approx 0.195$

Probabilidad:
$$p_{25}^3(3) = \frac{(\tau_{25}^1(3))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(3))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{25}^3(3)$, se tiene:

$$p_{25}^3(3) = \frac{\tau_{25}^1(3)(\eta_{25}^2)}{\tau_{24}^1(3)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(3)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(3)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^3(3) \approx 0.183$

Probabilidad: $p_{26}^3(3) = \frac{(\tau_{26}^1(3))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(3))(\eta_{2s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{26}^3(3)$, se tiene:

$$p_{26}^3(3) = \frac{\tau_{26}^1(3)(\eta_{26}^2)}{\tau_{24}^1(3)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(3)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(3)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^3(3) \approx 0.622$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.65288059, lo que indica que elegimos el vértice 6

Inicia desde el punto 6

Probabilidad: $p_{64}^3(3) = \frac{(\tau_{64}^1(3))(\eta_{64}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(3))(\eta_{6s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5\}$

Desarrollando la relación $p_{64}^3(3)$, se tiene:

$$p_{64}^3(3) = \frac{\tau_{64}^1(3)(\eta_{64}^2)}{\tau_{64}^1(3)(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(3)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{64}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{64}^3(3) \approx 0.396$

Probabilidad: $p_{65}^3(3) = \frac{(\tau_{65}^1(3))(\eta_{65}^2)}{\sum_{s \in \{4,5\}} (\tau_{6s}^1(3))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5\}$

Desarrollando la relación $p_{65}^3(3)$, se tiene:

$$p_{65}^3(3) = \frac{\tau_{65}^1(3)(\eta_{65}^2)}{\tau_{64}^1(3)(\eta_{64}^2) + \tau_{65}^1(3)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{65}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{65}^3(3) \approx 0.604$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.25016841, lo que indica que elegimos el vértice 4

Inicia desde el punto 4

Probabilidad: $p_{45}^3(3) = \frac{(\tau_{45}^1(3))(\eta_{45}^2)}{\sum_{s \in \{5\}} (\tau_{4s}^1(3))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{5\}$

Desarrollando la relación $p_{45}^3(3)$, se tiene:

$$p_{45}^3(3) = \frac{\tau_{45}^1(3)(\eta_{45}^2)}{\tau_{45}^1(3)(\eta_{45}^2)}$$

$$p_{45}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}$$

Luego, $p_{45}^3(3) = 1.000$

Elegir el camino a partir de un rango de probabilidad entre 0 y 1, significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 5

Inicia desde el punto 5

$$\text{Probabilidad: } p_{51}^3(3) = \frac{(\tau_{51}^1(3))(\eta_{51}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{5s}^1(3))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{51}^3(3)$, se tiene:

$$p_{51}^3(3) = \frac{\tau_{51}^1(3)(\eta_{51}^2)}{\tau_{51}^1(3)(\eta_{51}^2)}$$

$$p_{51}^3(3) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}$$

Luego, $p_{51}^3(3) = 1.000$

Finalmente, del mismo modo, se elige el único y último camino teniendo igual un rango de probabilidad entre 0 y 1, que significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 1.

La ruta que se genera es: R029: 1326451=456+388+946+928+435+1348=4501

HORMIGA ARTIFICIAL $k=4$

4ta Iteración: $t=4$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

$$\text{Probabilidad: } p_{12}^4(4) = \frac{(\tau_{12}^1(4))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(4))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{12}^4(4)$, se tiene:

$$p_{12}^4(4) = \frac{\tau_1^1(4)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(4)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(4)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}$$
$$p_{12}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{12}^4(4) \approx 0.397$

$$\text{Probabilidad: } p_{13}^4(4) = \frac{(\tau_{13}^1(4))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(4))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{13}^4(4)$, se tiene:

$$p_{13}^4(4) = \frac{\tau_1^1(4)(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(4)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(4)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}$$
$$p_{13}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^4(4) \approx 0.310$

$$\text{Probabilidad: } p_{14}^4(4) = \frac{(\tau_{14}^1(4))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(4))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{14}^4(4)$, se tiene:

$$p_{14}^4(4) = \frac{\tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(4)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(4)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^4(4) \approx 0.039$

Probabilidad:
$$p_{15}^4(4) = \frac{(\tau_{15}^1(4))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(4))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{15}^4(4)$, se tiene:

$$p_{15}^4(4) = \frac{\tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(4)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(4)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^4(4) \approx 0.035$

Probabilidad:
$$p_{16}^4(4) = \frac{(\tau_{16}^1(4))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(4))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{16}^4(4)$, se tiene:

$$p_{16}^4(4) = \frac{\tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(4)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(4)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(4)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(4)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(4)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^4(4) \approx 0.219$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.19002379, lo que indica que elegimos el vértice 2

Inicia desde el punto 2

$$\text{Probabilidad: } p_{23}^4(4) = \frac{(\tau_{23}^1(4))(\eta_{23}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(4))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{23}^4(4)$, se tiene:

$$p_{23}^4(4) = \frac{\tau_{23}^1(4)(\eta_{23}^2)}{\tau_{23}^1(4)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(4)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(4)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(4)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{23}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{23}^4(4) \approx 0.787$

$$\text{Probabilidad: } p_{24}^4(4) = \frac{(\tau_{24}^1(4))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(4))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^4(4)$, se tiene:

$$p_{24}^4(4) = \frac{\tau_{24}^1(4)(\eta_{24}^2)}{\tau_{23}^1(4)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(4)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(4)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(4)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^4(4) \approx 0.041$

Probabilidad:
$$p_{25}^4(4) = \frac{(\tau_{25}^1(4))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(4))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{25}^4(4)$, se tiene:

$$p_{25}^4(4) = \frac{\tau_{25}^1(4)(\eta_{25}^2)}{\tau_{23}^1(4)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(4)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(4)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(4)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^4(4) \approx 0.039$

Probabilidad:
$$p_{26}^4(4) = \frac{(\tau_{26}^1(4))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(4))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{26}^4(4)$, se tiene:

$$p_{26}^4(4) = \frac{\tau_{26}^1(4)(\eta_{26}^2)}{\tau_{23}^1(4)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(4)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(4)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(4)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^4(4) \approx 0.133$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.26667059, lo que indica que elegimos el vértice 3

Inicia desde el punto 3

Probabilidad:
$$p_{34}^4(4) = \frac{(\tau_{34}^1(4))(\eta_{34}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(4))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{34}^4(4)$, se tiene:

$$p_{34}^4(4) = \frac{\tau_{34}^1(4)(\eta_{34}^2)}{\tau_{34}^1(4)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(4)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(4)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{34}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{34}^4(4) \approx 0.206$

Probabilidad: $p_{35}^4(4) = \frac{(\tau_{35}^1(4))(\eta_{35}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(4))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{35}^4(4)$, se tiene:

$$p_{35}^4(4) = \frac{\tau_{35}^1(4)(\eta_{35}^2)}{\tau_{34}^1(4)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(4)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(4)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{35}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{35}^4(4) \approx 0.225$

Probabilidad: $p_{36}^4(4) = \frac{(\tau_{36}^1(4))(\eta_{36}^2)}{\sum_{s \in \{4,5,6\}} (\tau_{3s}^1(4))(\eta_{3s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{36}^4(4)$, se tiene:

$$p_{36}^4(4) = \frac{\tau_{36}^1(4)(\eta_{36}^2)}{\tau_{34}^1(4)(\eta_{34}^2) + \tau_{35}^1(4)(\eta_{35}^2) + \tau_{36}^1(4)(\eta_{36}^2)}$$

$$p_{36}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}$$

Luego, $p_{36}^4(4) \approx 0.569$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.12820441, lo que indica que elegimos el vértice 4

Inicia desde el punto 4

$$\text{Probabilidad: } p_{45}^4(4) = \frac{(\tau_{45}^1(4))(\eta_{45}^2)}{\sum_{s \in \{5,6\}} (\tau_{4s}^1(4))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{45}^4(4)$, se tiene:

$$p_{45}^4(4) = \frac{\tau_{45}^1(4)(\eta_{45}^2)}{\tau_{45}^1(4)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(4)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{45}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{45}^4(4) \approx 0.820$

$$\text{Probabilidad: } p_{46}^4(4) = \frac{(\tau_{46}^1(4))(\eta_{46}^2)}{\sum_{s \in \{5,6\}} (\tau_{4s}^1(4))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{46}^4(4)$, se tiene:

$$p_{46}^4(4) = \frac{\tau_{46}^1(4)(\eta_{46}^2)}{\tau_{45}^1(4)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(4)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{46}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{46}^4(4) \approx 0.180$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.660016952, lo que indica que elegimos el vértice 5

Inicia desde el punto 5

$$\text{Probabilidad: } p_{56}^4(4) = \frac{(\tau_{56}^1(4))(\eta_{56}^2)}{\sum_{s \in \{6\}} (\tau_{5s}^1(4))(\eta_{5s}^2)}, j \in N_1^k = \{6\}$$

Desarrollando la relación $p_{56}^4(4)$, se tiene:

$$p_{56}^4(4) = \frac{\tau_{56}^1(4)(\eta_{56}^2)}{\tau_{56}^1(4)(\eta_{56}^2)}$$

$$p_{56}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{56}^4(4) = 1.000$

Elegir el camino a partir de un rango de probabilidad entre 0 y 1, significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 6

Inicia desde el punto 6

$$\text{Probabilidad: } p_{61}^4(4) = \frac{(\tau_{61}^1(4))(\eta_{61}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{6s}^1(4))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{61}^4(4)$, se tiene:

$$p_{61}^4(4) = \frac{\tau_{61}^1(4)(\eta_{61}^2)}{\tau_{61}^1(4)(\eta_{61}^2)}$$

$$p_{61}^4(4) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{61}^4(4) = 1.000$

Finalmente, del mismo modo, se elige el único y último camino teniendo igual un rango de probabilidad entre 0 y 1, que significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 1.

La ruta que se genera es: R001: 1234561=403+388+1388+435+752+543=3909

HORMIGA ARTIFICIAL $k=5$

5ta Iteración: $t=5$

Inicia desde el depósito-hormiguero: 1

Probabilidad: $p_{12}^5(5) = \frac{(\tau_{12}^1(5))(\eta_{12}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(5))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{12}^5(5)$, se tiene:

$$p_{12}^5(5) = \frac{\tau_1^1(5)(\eta_{12}^2)}{\tau_{12}^1(5)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{12}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{12}^5(5) \approx 0.397$

Probabilidad: $p_{13}^5(5) = \frac{(\tau_{13}^1(5))(\eta_{13}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(5))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{13}^5(5)$, se tiene:

$$p_{13}^5(5) = \frac{\tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2)}{\tau_{12}^1(5)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{13}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{13}^5(5) \approx 0.310$

Probabilidad: $p_{14}^5(5) = \frac{(\tau_{14}^1(5))(\eta_{14}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(5))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{14}^5(5)$, se tiene:

$$p_{14}^5(5) = \frac{\tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2)}{\tau_{12}^1(5)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{14}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{14}^5(5) \approx 0.039$

Probabilidad: $p_{15}^5(5) = \frac{(\tau_{15}^1(5))(\eta_{15}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(5))(\eta_{1s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{15}^5(5)$, se tiene:

$$p_{15}^5(5) = \frac{\tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2)}{\tau_{12}^1(5)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{15}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{15}^5(5) \approx 0.035$

Probabilidad: $p_{16}^5(5) = \frac{(\tau_{16}^1(5))(\eta_{16}^2)}{\sum_{s \in \{2,3,4,5,6\}} (\tau_{1s}^1(5))(\eta_{1s}^2)}, j \in N_1^k = \{2,3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{16}^5(5)$, se tiene:

$$p_{16}^5(5) = \frac{\tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}{\tau_{12}^1(5)(\eta_{12}^2) + \tau_{13}^1(5)(\eta_{13}^2) + \tau_{14}^1(5)(\eta_{14}^2) + \tau_{15}^1(5)(\eta_{15}^2) + \tau_{16}^1(5)(\eta_{16}^2)}$$

$$p_{16}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{403}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1288}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1348}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{543}\right)^2}$$

Luego, $p_{16}^5(5) \approx 0.219$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.214724342, lo que indica que elegimos el vértice 2

Inicia desde el punto 2

Probabilidad: $p_{23}^5(5) = \frac{(\tau_{23}^1(5))(\eta_{23}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(5))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{23}^5(5)$, se tiene:

$$p_{23}^5(5) = \frac{\tau_{23}^1(5)(\eta_{23}^2)}{\tau_{23}^1(5)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(5)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(5)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(5)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{23}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{23}^5(5) \approx 0.787$

$$\text{Probabilidad: } p_{24}^5(5) = \frac{(\tau_{24}^1(5))(\eta_{24}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(5))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{24}^5(5)$, se tiene:

$$p_{24}^5(5) = \frac{\tau_{24}^1(5)(\eta_{24}^2)}{\tau_{23}^1(5)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(5)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(5)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(5)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{24}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{24}^5(5) \approx 0.041$

$$\text{Probabilidad: } p_{25}^5(5) = \frac{(\tau_{25}^1(5))(\eta_{25}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(5))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{25}^5(5)$, se tiene:

$$p_{25}^5(5) = \frac{\tau_{25}^1(5)(\eta_{25}^2)}{\tau_{23}^1(5)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(5)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(5)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(5)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{25}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{25}^5(5) \approx 0.039$

$$\text{Probabilidad: } p_{26}^5(5) = \frac{(\tau_{26}^1(5))(\eta_{26}^2)}{\sum_{s \in \{3,4,5,6\}} (\tau_{2s}^1(5))(\eta_{2s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,4,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{26}^5(5)$, se tiene:

$$p_{26}^5(5) = \frac{\tau_{26}^1(5)(\eta_{26}^2)}{\tau_{23}^1(5)(\eta_{23}^2) + \tau_{24}^1(5)(\eta_{24}^2) + \tau_{25}^1(5)(\eta_{25}^2) + \tau_{26}^1(5)(\eta_{26}^2)}$$

$$p_{26}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1691}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{1751}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{946}\right)^2}$$

Luego, $p_{26}^5(5) \approx 0.133$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.723124326, lo que indica que elegimos el vértice 4

Inicia desde el punto 4

Probabilidad: $p_{43}^5(5) = \frac{(\tau_{43}^1(5))(\eta_{43}^2)}{\sum_{s \in \{3,5,6\}} (\tau_{4s}^1(5))(\eta_{4s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{43}^5(5)$, se tiene:

$$p_{43}^5(5) = \frac{\tau_{43}^1(5)(\eta_{43}^2)}{\tau_{43}^1(5)(\eta_{43}^2) + \tau_{45}^1(5)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(5)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{43}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{43}^5(5) \approx 0.075$

Probabilidad: $p_{45}^5(5) = \frac{(\tau_{45}^1(5))(\eta_{45}^2)}{\sum_{s \in \{3,5,6\}} (\tau_{4s}^1(5))(\eta_{4s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,5,6\}$

Desarrollando la relación $p_{45}^5(5)$, se tiene:

$$p_{45}^5(5) = \frac{\tau_{45}^1(5)(\eta_{45}^2)}{\tau_{43}^1(5)(\eta_{43}^2) + \tau_{45}^1(5)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(5)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{45}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{45}^5(5) \approx 0.759$

Probabilidad:
$$p_{46}^5(5) = \frac{(\tau_{46}^1(5))(\eta_{46}^2)}{\sum_{s \in \{3,5,6\}} (\tau_{4s}^1(5))(\eta_{4s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,5,6\}$$

Desarrollando la relación $p_{46}^5(5)$, se tiene:

$$p_{46}^5(5) = \frac{\tau_{46}^1(5)(\eta_{46}^2)}{\tau_{43}^1(5)(\eta_{43}^2) + \tau_{45}^1(5)(\eta_{45}^2) + \tau_{46}^1(5)(\eta_{46}^2)}$$

$$p_{46}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1388}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{435}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{928}\right)^2}$$

Luego, $p_{46}^5(5) \approx 0.166$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.990155116, lo que indica que elegimos el vértice 6

Inicia desde el punto 6

Probabilidad:
$$p_{63}^5(5) = \frac{(\tau_{63}^1(5))(\eta_{63}^2)}{\sum_{s \in \{3,5\}} (\tau_{6s}^1(5))(\eta_{6s}^2)}, j \in N_1^k = \{3,5\}$$

Desarrollando la relación $p_{63}^5(5)$, se tiene:

$$p_{63}^5(5) = \frac{\tau_{63}^1(5)(\eta_{63}^2)}{\tau_{63}^1(5)(\eta_{63}^2) + \tau_{65}^1(5)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{63}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{63}^5(5) \approx 0.449$

Probabilidad: $p_{65}^5(5) = \frac{(\tau_{65}^1(5))(\eta_{65}^2)}{\sum_{s \in \{3,5\}} (\tau_{6s}^1(5))(\eta_{6s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3,5\}$

Desarrollando la relación $p_{65}^5(5)$, se tiene:

$$p_{65}^5(5) = \frac{\tau_{65}^1(5)(\eta_{65}^2)}{\tau_{63}^1(5)(\eta_{63}^2) + \tau_{65}^1(5)(\eta_{65}^2)}$$

$$p_{65}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{834}\right)^2 + (0,1)\left(\frac{1}{752}\right)^2}$$

Luego, $p_{65}^5(5) \approx 0.551$

Para elegir el camino a seguir, generamos números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, obteniendo el valor de: 0.491881572, lo que indica que elegimos el vértice 5

Inicia desde el punto 5

Probabilidad: $p_{53}^5(5) = \frac{(\tau_{53}^1(5))(\eta_{53}^2)}{\sum_{s \in \{3\}} (\tau_{5s}^1(5))(\eta_{5s}^2)}$, $j \in N_1^k = \{3\}$

Desarrollando la relación $p_{53}^5(5)$, se tiene:

$$p_{53}^5(5) = \frac{\tau_{53}^1(5)(\eta_{53}^2)}{\tau_{53}^1(5)(\eta_{53}^2)}$$

$$p_{53}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{1479}\right)^2}$$

Luego, $p_{53}^5(5) = 1.000$

Elegir el camino a partir de un rango de probabilidad entre 0 y 1, significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 3

Inicia desde el punto 3

Probabilidad:
$$p_{31}^5(5) = \frac{(\tau_{31}^1(5))(\eta_{31}^2)}{\sum_{s \in \{1\}} (\tau_{3s}^1(5))(\eta_{3s}^2)}, j \in N_1^k = \{1\}$$

Desarrollando la relación $p_{31}^5(5)$, se tiene:

$$p_{31}^5(5) = \frac{\tau_{31}^1(5)(\eta_{31}^2)}{\tau_{31}^1(5)(\eta_{31}^2)}$$

$$p_{31}^5(5) = \frac{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}{(0,1)\left(\frac{1}{456}\right)^2}$$

Luego, $p_{31}^5(5) = 1.000$

Finalmente, del mismo modo, se elige el único y último camino teniendo igual un rango de probabilidad entre 0 y 1, que significa que para cualquier valor de números aleatorios en la hoja de cálculo Excel, se elegirá siempre el siguiente vértice, que es el vértice 1.

La ruta que se genera es: R012: 1246531=403+1691+928+752+1479+456=5709

De cualquier modo, la aplicación de la metaheurística Colonia de Hormigas termina encontrando una de las rutas determinadas previamente, en el marco de todas las

combinaciones posibles en relación al número de vértices establecidos en el problema.

De este modo, las rutas ACO que recorren las hormigas artificiales son:

$$R001: 1234561=403+388+1388+435+752+543=L^1(1)=3909m$$

$$R012: 1246531=403+1691+928+752+1479+456=L^2(1)=5709m$$

$$R026: 1324651=456+388+1691+928+752+1348=L^3(1)=5563m$$

$$R029: 1326451=456+388+946+928+435+1348=L^4(1)=4501m$$

$$R030: 1326541=456+388+946+752+435+1288=L^5(1)=4265m$$

Tabla 5. Iteraciones y probabilidad para las 5 hormigas

Hormiga k	1° probabilidad	2° probabilidad	3° probabilidad	4° probabilidad	5° probabilidad	6° probabilidad
1	0.310	0.724	0.195	0.180	1.000	1.000
2	0.310	0.724	0.622	0.604	1.000	1.000
3	0.310	0.724	0.622	0.396	1.000	1.000
4	0.397	0.787	0.206	0.820	1.000	1.000
5	0.397	0.041	0.166	0.551	1.000	1.000

PASO 2

Actualización de la concentración de feromona aplicada a todas las aristas del grafo

Para la primera hormiga artificial k=1, con la ruta R026: 1-3-2-4-6-5-1

Arista 1-3:

$$\tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta\tau_{13}(1), \text{ luego } \tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{456} \approx 0.0522$$

Arista 3-2:

$$\tau_{32}(1) = (1-0,5)0,2 + \Delta\tau_{32}(1), \text{ luego } \tau_{32}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{388} \approx 0.0526$$

Arista 2-4:

$$\tau_{24}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{24}(1), \text{ luego } \tau_{24}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1691} \approx 0,0506$$

Arista 4-6:

$$\tau_{46}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{46}(1), \text{ luego } \tau_{46}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{928} \approx 0,0511$$

Arista 6-5:

$$\tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{65}(1), \text{ luego } \tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{752} \approx 0,0513$$

Arista 5-1:

$$\tau_{51}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{51}(1), \text{ luego } \tau_{51}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1348} \approx 0,0507$$

Para la segunda hormiga artificial k=2, con la ruta R030: 1-3-2-6-5-4-1

Arista 1-3:

$$\tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{13}(1), \text{ luego } \tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{456} \approx 0,0522$$

Arista 3-2:

$$\tau_{32}(1) = (1-0,5)0,2 + \Delta \tau_{32}(1), \text{ luego } \tau_{32}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{388} \approx 0,0526$$

Arista 2-6:

$$\tau_{26}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{26}(1), \text{ luego } \tau_{26}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{946} \approx 0,0511$$

Arista 6-5:

$$\tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{65}(1), \text{ luego } \tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{752} \approx 0,0513$$

Arista 5-4:

$$\tau_{54}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{54}(1), \text{ luego } \tau_{54}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{435} \approx 0,0523$$

Arista 4-1:

$$\tau_{41}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{41}(1), \text{ luego } \tau_{41}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1288} \approx 0,0508$$

Para la tercera hormiga artificial k=3, con la ruta R029: 1-3-2-6-4-5-1

Arista 1-3:

$$\tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{13}(1), \text{ luego } \tau_{13}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{456} \approx 0,0522$$

Arista 3-2:

$$\tau_{32}(1) = (1-0,5)0,2 + \Delta \tau_{32}(1), \text{ luego } \tau_{32}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{388} \approx 0,0526$$

Arista 2-6:

$$\tau_{26}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{26}(1), \text{ luego } \tau_{26}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{946} \approx 0,0511$$

Arista 6-4:

$$\tau_{64}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{64}(1), \text{ luego } \tau_{64}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{928} \approx 0,0511$$

Arista 4-5:

$$\tau_{45}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{45}(1), \text{ luego } \tau_{45}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{435} \approx 0,0523$$

Arista 5-1:

$$\tau_{51}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{51}(1), \text{ luego } \tau_{51}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1348} \approx 0,0507$$

Para la cuarta hormiga artificial k=4, con la ruta R001: 1-2-3-4-5-6-1

Arista 1-2:

$$\tau_{12}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{12}(1), \text{ luego } \tau_{12}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{403} \approx 0,0523$$

Arista 2-3:

$$\tau_{23}(1) = (1-0,5)0,2 + \Delta \tau_{23}(1), \text{ luego } \tau_{23}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{388} \approx 0,0526$$

Arista 3-4:

$$\tau_{34}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{34}(1), \text{ luego } \tau_{34}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1388} \approx 0,0507$$

Arista 4-5:

$$\tau_{45}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{45}(1), \text{ luego } \tau_{45}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{435} \approx 0,0523$$

Arista 5-6:

$$\tau_{56}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{56}(1), \text{ luego } \tau_{56}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{752} \approx 0,0513$$

Arista 6-1:

$$\tau_{61}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{61}(1), \text{ luego } \tau_{61}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{543} \approx 0,0518$$

Para la quinta hormiga artificial k=5, con la ruta R012: 1-2-4-6-5-3-1

Arista 1-2:

$$\tau_{12}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{12}(1), \text{ luego } \tau_{12}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{403} \approx 0,0523$$

Arista 2-4:

$$\tau_{24}(1) = (1-0,5)0,2 + \Delta \tau_{24}(1), \text{ luego } \tau_{24}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1691} \approx 0,0506$$

Arista 4-6:

$$\tau_{46}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{46}(1), \text{ luego } \tau_{46}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{928} \approx 0,0511$$

Arista 6-5:

$$\tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{65}(1), \text{ luego } \tau_{65}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{752} \approx 0,0513$$

Arista 5-3:

$$\tau_{53}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{53}(1), \text{ luego } \tau_{53}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{1479} \approx 0,0507$$

Arista 3-1:

$$\tau_{31}(1) = (1-0,5)0,1 + \Delta \tau_{31}(1), \text{ luego } \tau_{31}(1) = (1-0,5)0,1 + \frac{1}{456} \approx 0,0522$$

Tabla 6. Concentración de feromona de las 5 hormigas artificiales utilizadas en el problema de rutas.

RUTAS	REGISTRO DE FEROMONAS POR ARISTAS SEGÚN LAS RUTAS						CONCENTRACIÓN	LONGITUD
							DE FEROMONA	(m)
R026	0.0522	0.0526	0.0506	0.0511	0.0513	0.0507	0.3085	5 563
R030	0.0522	0.0526	0.0511	0.0513	0.0523	0.0508	0.3103	4 265
R029	0.0522	0.0526	0.0511	0.0511	0.0523	0.0507	0.3100	4 501
R001	0.0523	0.0526	0.0507	0.0523	0.0513	0.0518	0.3110	3 909
R012	0.0523	0.0506	0.0511	0.0513	0.0507	0.0522	0.3082	5 709

Los valores de concentración de feromona de las hormigas artificiales registradas para las aristas de cada una de las 05 rutas, permite notar que la R001: 1-2-3-4-5-6-1 es la ruta con mayor concentración de feromona con una longitud de 3909 metros.

Esta RUTA R001, también constituye la ruta de menor recorrido, por tanto, es la ruta más eficiente para el problema de recojo de visitantes turísticos visitando los 5 hoteles en la zona centro urbana de la ciudad de Huaraz.

4.3 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La propuesta sobre el problema de rutas en la ciudad de Huaraz, conlleva a conocer y entender a un amplio número de problemas que generan precisamente rutas. Existen diversas actividades que están relacionadas al transporte en general, en particular de pasajeros, generado por distintos motivos. El estudio y análisis de la situación problemática se hace bastante complejo la prestación de servicios de recojo de visitantes turísticos desde los lugares de hospedajes – hoteles en la ciudad de Huaraz, siendo ésta, el centro receptor turístico, y ser trasladados al lugar del parqueo San Martín y luego, transportados a los diversos destinos turísticos de la región; la propuesta está dada bajo un marco de orden, considerando el punto 1: parqueo San Martín, el lugar de salida y retorno de los vehículos de transporte turístico. Considerando que, los vehículos tienen que llegar puntualmente a recoger a los visitantes turísticos desde los hoteles sin tener demora, caso contrario significaría otra variable. La incertidumbre en la información disponible sobre los visitantes a la ciudad de Huaraz origina desorden en la práctica de esta actividad y por ende un malestar principalmente

a quienes se les atiende, mientras los visitantes en los hoteles demoran para abordar el transporte.

El planeamiento del transporte de recojo de visitantes que arriban a la ciudad de Huaraz, involucra varias etapas secuenciales desde el caso simple de la aplicación del problema de rutas de vehículos determinando un conjunto de rutas que necesariamente siempre involucran un lugar fijo y otras varias y dispersadas, con variables de al menos distancias; otro aspecto, es la capacidad de los vehículos de recojo, que permite el recojo de los visitantes desde los hoteles puede ser variables, en función del tamaño de vehículo de transporte que se elija.

La solución de problemas normalmente está asociada inexorablemente a un proceso de búsqueda, salvo en problemas muy simples; la búsqueda de soluciones no puede realizarse en forma exhaustiva, porque demandaría mucho tiempo; los investigadores han desarrollado una gran cantidad de métodos alternativos de búsqueda que encuentren soluciones aceptables y en muchos casos inclusive óptimas. Lo mismo se aplica para solucionar problemas de optimización para los cuales se han desarrollado métodos aproximativos, a veces involucrando cierta aleatoriedad. Por ello es imperativo y necesario hacer un planeamiento del transporte en este servicio, teniendo en cuenta que el servicio de recojo de visitantes es un sector muy delicado y potencialmente en crecimiento.

En esta investigación se hace la propuesta de un conjunto de rutas que apoye la decisión que se debe tomar en la actividad de transporte de servicios de recojo de visitantes desde los lugares de hospedaje, utilizando herramientas científicas para

ofrecer una alternativa de solución al transporte de recojo de visitantes en nuestra ciudad que redundará en beneficio de los ciudadanos de la ciudad de Huaraz.

En el desarrollo de la investigación, las hormigas artificiales intercambian información de manera indirecta depositando feromonas en su recorrido, solamente una hormiga ubicada cerca de donde las feromonas fueron depositadas puede ser tomada en cuenta para los propósitos de un diseño de ruta. Este sistema está basado en la retroalimentación positiva (el depósito de feromonas atrae otras hormigas y estas fortalecerán dicha retroalimentación) y la retroalimentación negativa (disipación de la ruta por evaporación). Teóricamente, si la cantidad de feromonas fue la misma en todas las rutas durante todo el tiempo, ninguna ruta fue elegida. Sin embargo, debido a la retroalimentación, una ligera variación en una arista amplificará y entonces se permitirá elegir una ruta. El algoritmo se moverá de un estado inestable en el que ninguna arista es más fuerte que otra, a un estado estable donde una ruta está compuesta por las aristas más fuertes.

La filosofía básica del algoritmo implica el movimiento de una colonia de hormigas a través de los diferentes estados del problema influenciado por dos políticas de decisión a nivel local, rutas y atracción. De esta manera, cada hormiga artificial incrementalmente construye una solución del problema. Cuando una hormiga completa una solución, o durante la fase de construcción, las hormigas artificiales evalúan la solución y modifican el valor de la ruta sobre las componentes utilizadas en la solución. Esta información de feromonas dirigirá la búsqueda de futuras hormigas. La evaporación del rastro reduce todos los valores de los rastros evitando la posibilidad de caer en óptimos locales.

Un cliente distante tiene menor posibilidad de ser elegida, por ello cuanto más intenso es el rastro de feromonas de una arista entre dos clientes, mayor es la probabilidad de que esa arista sea elegida; Después de haber completado su recorrido, la hormiga deposita más feromonas en todas las aristas, si la distancia es pequeña; Después de cada iteración, algunas feromonas son evaporadas.

Para el caso práctico en estudio, el recojo de visitantes a la ciudad de Huaraz se puede cuestionar – ¿cuántos vehículos son necesarios para satisfacer la demanda del recojo de los visitantes, y más aún cómo hacerlo, y quizás algo que frecuentemente no se percibe, ¿cuántas y cuáles rutas seguir para cumplir de

manera eficiente el propósito del recojo de los visitantes? Responder a estas preguntas frecuentes no resulta fácil de responder dada las rutas que se generan. Se ha generado una ruta de recorrido mínimo al problema en estudio, y con aplicación del algoritmo colonia de hormigas; esto permite bajo las condiciones señaladas anteriormente que son posibles tomar decisión de la manera como en el servicio de transporte, en el marco de la actividad turística, se puede administrar la gestión de atención al visitante utilizando herramientas matemáticas como ayuda decisional.

Los estudios de transporte en ruteos con ayuda de herramientas científicas aún son muy incipientes en el país, por ello es muy necesario puedan ser abordados y ser extendidos en diversos escenarios de investigación (Garrido, 2010).

Olivera (2004) considera un conjunto de metaheurísticas, entre en ellas la de colonia de hormigas, que ha tenido una significancia mayor en las aplicaciones de problemas relacionados al transporte, y de acuerdo a la aplicación del caso de estudio, está extendido a un caso más general de lo tratado, pues aquí se hace referencia a los problemas de rutas de vehículos.

Barajas (2006) evalúa el estado del arte del problema de ruteo de vehículos, teniendo en cuenta que es la generalización del problema del agente viajero, y el mecanismo de su tratamiento se orienta a significar y trascender este tipo de problemas.

Precisamente Gambardella y Dorigo (1997) sientan las bases para el estudio del problema del agente viajero y su metodología metaheurística de solución, colonia de hormigas teniendo el enfoque de un biosistema, extendiendo el panorama de estudio de esta problemática.

Dorigo, Di Caro y Gambardella (1999) profundizan la importancia de la metaheurística colonia de hormigas, reconociendo el campo de la optimización discreta o entera y la simulación de una vida artificial, especialmente cuando se realiza la representación de los seres vivos en la naturaleza.

El ACO multinivel en sus diversas aplicaciones resuelve problemas de planeamiento de transportes en actividades forestales. Los parámetros de ACO son automáticamente configurados al evaluar un parámetro de dominio combinado a través de varios niveles (Lin, Contreras, Dai y Zhang, 2016). Así

como pueden ser las aplicaciones del ACO orientado a otras diversas actividades, siempre será muy útil y necesario en cuanto se refiera a las actividades de transporte.

El ACO siendo una metaheurística de aproximación que converge a las soluciones en un tiempo razonable en un determinado problema, puede ayudar también a encontrar buenas soluciones a algunos problemas que podrían ser incluso muy restringidos (Baeza, Ihle y Ortiz, 2017). Las medidas de distancias en los problemas de la optimización combinatoria, hace referencia que no solo son longitudes, son también tiempos o costos, esta riqueza de medidas conlleva a la posibilidad de atender variadas problemáticas, como por ejemplo los servicios turísticos, y la gran complejidad que conlleva atenderlos.

T Srinivas (2018) concluyó que el ACO contribuye a las soluciones de la necesidad de cadenas de abastecimiento en administración logística siendo una buena alternativa a través del uso de los VRP específicamente en las ciudades, determinando bajos costos y calculando las rutas más cortas. En este sentido, significa argumentos que la metaheurística colonia de hormigas está plenamente validada por sus resultados investigativos.

El mTSP Problema del Agente Viajero múltiple es aplicado a trabajos en equipos con una misión utilizando una estrategia max-min para trabajar juntos en la búsqueda de la solución óptima, según Li-Chih y Tai-Wen (2019). Esto da pie, a que la problemática de los servicios turísticos aun siendo una actividad muy compleja de cumplir, permite dar margen a atender diversas nuevas atenciones, posiblemente con detalles y especificaciones.

Según Li-Chih Lu (2019), “el VRP se simplifica a través de las soluciones del tipo mTSP, ACO y propiamente a las hormigas que forman equipos simulando misiones y combinando estrategias trabajando juntas para optimizar la solución, teniendo como meta reducir la distancia total”; esto significa los propósitos del algoritmo colonia de hormigas siempre son determinar soluciones óptimas o eficientes, o en todo caso suficientes.

El ACO integra también rutas de tráfico dinámico para la conexión de vehículos donde son modelados como una hormiga, concluye Nguyen y Jung (2021). Esto es el mecanismo natural y trascendente del algoritmo colonia de hormigas, así como la naturaleza de la emisión de la sustancia de feromona, que según su

incidencia determinará los caminos que permitan determinar el recorrido final con la mínima distancia.

Finalmente, en relación al número de puntos-vértices tomados en número de 06, la determinación de la disposición de 720 rutas tienen una significancia relativamente alta y demanda de mayor tiempo; en el marco de la optimización combinatoria resulta muy tedioso evaluar cada una de ellas; sin embargo, como es la naturaleza en el problema del agente viajero, los ruteos ocurren eligiendo y fijando un punto-vértice, lo que disminuye en cierta parte el espacio de soluciones alternativas a un número de 120 rutas; aun resultando laborioso. Realizando las combinaciones de ruteos correspondientes, se generan coincidencias de valores totales en los ruteos, haciendo que 76 rutas resulten tener igual valoración y solo 46 de ellas tengan valores diferentes.

V. CONCLUSIONES

Se hace la propuesta de la adecuación de un modelo matemático al problema en estudio sobre recojo de los visitantes en los hoteles en la ciudad Huaraz en el marco del VRP.

El 5.89% de los hoteles equivalente a 05 de ellos fueron considerados como la muestra de investigación, son del conjunto de hoteles que cuentan con muchos años desde su instalación en la ciudad de Huaraz, y que estratégicamente se encuentran bien ubicados para el estudio y aplicación de la metaheurística colonia de hormigas.

El 4,16% del espacio de soluciones alternativas de rutas equivalente a 05 rutas, son producto de la aplicación de la metaheurística colonia de hormigas, y que aún con la aplicación la misma, los resultados no son siempre todos los menores en cuanto a su longitud.

El uso de los números aleatorios después de las probabilidades obtenidas en el proceso de la aplicación de la metaheurística colonia de hormigas, no garantiza que coincidan con la mejor de las probabilidades resultantes.

La mayor concentración de la sustancia de feromona y hormigas artificiales juega un rol determinante en la mejora de los caminos que generan la ruta y al final contribuyen a la elección de la ruta de recorrido mínimo, en el caso de la aplicación fue la R001 con 3909 m.

Se ha adecuado en un programa computacional el diseño de rutas del recojo de visitantes en la ciudad de Huaraz utilizando el programa Xpress Ive 8.12 como lenguaje de programación.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barajas, N. (2006). Estado del arte del problema de ruteo de vehículos. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- Baeza, D., Ihle, C., Ortiz, J. (2017). A comparison between ACO and Dijkstra algorithms for optimal ore concentrate pipeline routing. Advanced Laboratory for Geostatistical (ALGES), University of Chile, Santiago, Chile.
- Bell, Mc Mullen. (2004). Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem. Department of Operational Sciences. Air Force Institute of Technology. Wake University, USA.
- Dantzig G, Ramser J. (1959). The Truck Dispatching Problem. Management Science, Vol. 6, No. 1. USA. pp. 80-91.
- Dorigo, M., Di Caro, G. (1999). Ant Colony Optimization: A new meta-heuristic. IRIDIA. Université Libre de Bruxelles, Belgium.
- Dorigo, M., Di Caro, G., Gambardella, L. (1999). Ant Algorithms for discrete optimization artificial life. Management Science.
- Dorigo, M. Di Caro, G., Stutzle, L. (2000). Special issue on “Ant Algorithms”. Management Science. Guest editorial. Brussels, Belgium.
- Gambardella, L., Dorigo, M. (1997). Ant colonies for the travelling salesman problema. Biosystem, Management Science, Belgium.
- Garrido, H. (2010). Planeamiento del transporte de clientes turísticos en Huaraz bajo un enfoque multicriterio. Escuela de Postgrado. Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, pág. 72-73, Ancash, Perú.
- Junjie, P., Dingwei, W. (2006). An Ant Colony Optimization Algorithm for Multiple Travelling Salesman Problem. School of Information Science and Engineering. Northeastern University, Shenyang, China.
- Kara, I. (1999). On the Miller-Tucker y Zemlin based formulations for the distance constrained Vehicle Routing Problems. Department Industrial Engineering Baskent University, Türkiye.
- Li-Chih L., Tai-Wen, Y. (2019). Mission-oriented ant-team ACO for min-max MTSP. Department of Computer Science and Engineering, Tatung University, N°40. Taipei, Taiwan.
- Lin, P., Contreras, M., Dai, R., Zhang, J. (2016). A multinivel ACO approach for solving forest transportation planning problems with environmental constraints.

Department of Mathematics, Statistic and Computer Science, University of Wisconsin-Stout, Menomonie, USA.

- Nguyen, T., Jung, J. (2021). Ant colony optimization-based traffic routing with intersection negotiation for connected vehicles. Department of Computer Engineering, Chung-Ang University, Dongjak, Republic of Korea.
- Osman, I., Laporte, G. (1996). Metaheuristic: A bibliography. Institute of Mathematics and Statistics, Universidad of Kent, Canterbury, Canada.
- Olivera A. (2004). Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos. Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay.
- Saad., Nada. (2008). Ant Colony Optimization. Department of Management Information Systems. College Economics and Business. Al-Zaytoonah University of Jordan.
- T Srinivas, R. (2018). An Evaluation of ACO and GA TSP in a Supply Chain Network. School of Engineering, Amrita Vishwavidyapeetham, India.
- Velten, K. (2008). Principios de Modelamiento Matemático para Científicos e Ingenieros. Editorial Springer, Alemania.

Direcciones electrónicas

Carbajal, J. (2020). *Algoritmo colonia de hormigas*

[Algoritmo de colonia de hormigas en Python - YouTube](#)

Métodos de optimización (2015). *Colonia hormigas 1*

[Colonia Hormigas 1 - YouTube](#)

ANEXOS

1. PROGRAMA MOSEL XPRESS: PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO

```
(!*****  
Mosel ACO Problems  
=====  
file vrp.mos  
.....  
TYPE: Symmetric vehicle routing problem  
FEATURES: MIP problem, ACO algorithm;  
DESCRIPTION: A travel tour starts from point 1, visits all  
the other points: hotels and then comes back to the starting point 1.  
The distances between the hotels are symmetric. In which  
order should the hotels be visited to minimize the total  
distance covered?  
PROGRAM: `Applications of optimization with Xpress-MP',  
*****!)  
model "Route planning"  
uses "mmxprs", "mmsvg"  
forward procedure break_subtour  
forward procedure print_sol  
forward procedure draw_sol  
declarations  
NHOTELS = 6  
HOTELS = 1..NHOTELS ! Hotels  
DIST: array(HOTELS,HOTELS) of integer ! Distance between hotels  
NEXTC: array(HOTELS) of integer ! Next hotel after i in the solution  
X,Y: array(HOTELS) of integer ! x-y-coordinates for solution drawing  
travel: array(HOTELS,HOTELS) of mpvar ! 1 if goes from i to j  
end-declarations  
initializations from 'ACO.dat'  
DIST [X,Y] as 'POS'
```

```

end-initializations
forall(i,j in HOTELS | i<j) DIST(j,i):=DIST(i,j)
! Objective: total distance
TotalDist:= sum(i,j in HOTELS | i<>j) DIST(i,j)*travel(i,j)
! Visit every city once
forall(i in HOTELS) OneVisitI(i):= sum(j in HOTELS | i<>j) travel(i,j) = 1
forall(j in HOTELS) OneVisitJ(j):= sum(i in HOTELS | i<>j) travel(i,j) = 1
forall(i,j in HOTELS | i<>j) travel(i,j) is_binary
! Solve the problem
minimize(TotalDist)
! Eliminate subtours
break_subtour
svgwaitclose("Close browser window to terminate model execution.", 1)
!-----
procedure break_subtour
declarations
    TOUR,SMALLEST,ALLHOTELS: set of integer
end-declarations
forall(i in HOTELS)
    NEXTC(i):= integer(round(getsol(sum(j in HOTELS) j*travel(i,j) )))
! Print the current solution
print_sol
draw_sol
! Get (sub)tour containing city 1
TOUR:={}
first:=1
repeat
    TOUR+={first}
    first:=NEXTC(first)
until first=1
size:=getsize(TOUR)

```

```

! Find smallest subtour
if size < NHOTELS then
SMALLEST:=TOUR
if size>2 then
ALLHOTELS:=TOUR
forall(i in HOTELS) do
if(i not in ALLHOTELS) then
TOUR:={}
first:=i
repeat
TOUR+={first}
first:=NEXTC(first)
until first=i
ALLHOTELS+=TOUR
if getsize(TOUR)<size then
SMALLEST:=TOUR
size:=getsize(SMALLEST)
end-if
if size=2 then
break
end-if
end-if
end-do
end-if

! Add a subtour breaking constraint
sum(i in SMALLEST) travel(i,NEXTC(i)) <= getsize(SMALLEST) - 1

! Optionally, also use these additional constraints
! Also exclude the inverse subtour
if SMALLEST.size>2 then
sum(i in SMALLEST) travel(NEXTC(i),i) <= getsize(SMALLEST) - 1
end-if

```

```
! A stronger subtour elimination constraint
  sum(i in SMALLEST, j in HOTELS-SMALLEST) travel(i,j) >= 1 !)
```

```
! Re-solve the problem
```

```
  minimize(TotalDist)
```

```
! Closing the graphical display will interrupt the algorithm
```

```
  if not svgclosing then break_subtour; end-if
```

```
end-if
```

```
end-procedure
```

```
!-----
```

```
! Print the current solution
```

```
procedure print_sol
```

```
  declarations
```

```
    ALLHOTELS: set of integer
```

```
  end-declarations
```

```
  writeln("Total distance: ", getobjval)
```

```
  ALLHOTELS:={}
```

```
  forall(i in HOTELS) do
```

```
    if(i not in ALLHOTELS) then
```

```
      write(i)
```

```
      first:=i
```

```
      repeat
```

```
        ALLHOTELS+={first}
```

```
        write(" - ", NEXTC(first))
```

```
        first:=NEXTC(first)
```

```
      until first=i
```

```
      writeln
```

```
    end-if
```

```
  end-do
```

```
end-procedure
```

```
!-----
```

```
! Draw the current solution
```

```

procedure draw_sol
declarations
ALLHOTELS: set of integer
end-declarations

svgerase

minx:=min(i in HOTELS) X(i); miny:= min(i in HOTELS) Y(i)
svgsetgraphviewbox(minx-10, miny-10,
max(i in HOTELS) X(i)+20-minx, max(i in HOTELS) Y(i)+20-miny)

! Draw the tour(s)
ALLHOTELS:={}; ct:=0
forall(i in HOTELS) do
if(i not in ALLHOTELS) then
svgaddgroup("T"+ct, "Tour "+(ct+1))
first:=i
repeat
ALLHOTELS+={first}
svgaddline(X(first), Y(first), X(NEXTC(first)), Y(NEXTC(first)))
first:=NEXTC(first)
until first=i
ct+=1
end-if
end-do

! Draw the hotels
svgaddgroup("C", "Hotels", SVG_BLACK)
forall(i in HOTELS) svgaddtext(X(i), Y(i), text(i))
svgaddtext(minx-5,miny-5, "Tour length: "+getobjval)
svgsetgraphscale(1)
svgrefresh

!Uncomment to pause at every iteration:
if ct>1 then svgpause; end-if

end-procedure

```

end-model

2. PROGRAMA XPRESS – VERSIÓN 8.12

The screenshot shows the Xpress IVE 64-bit interface. The central window displays the following GAMS code:

```

declarations
NHOTELS = 6
HOTELS = 1..NHOTELS / Hotels
DIST: array(HOTELS,HOTELS) of integer / Distance between hotels
NEXTC: array(HOTELS) of integer / Next hotel after i in the solution
X,Y: array(HOTELS) of integer / x-y-coordinates for solution drawing
travel: array(HOTELS,HOTELS) of mpvar / 1 if goes from i to j
end-declarations

initializations from 'ACO.dat'
DIST [X,Y] as 'POS'
end-initializations

forall(i,j in HOTELS | i<>j) DIST(i,j)=DIST(j,i)

/ Objective: total distance
TotalDist:= sum(i,j in HOTELS | i<>j) DIST(i,j)*travel(i,j)

/ Visit every city once
forall(i in HOTELS) OneVisitI(i):= sum(j in HOTELS | i<>j) travel(i,j) = 1
forall(j in HOTELS) OneVisitJ(j):= sum(i in HOTELS | i<>j) travel(i,j) = 1

forall(i,j in HOTELS | i<>j) travel(i,j) is_binary

/ Solve the problem
minimize (TotalDist)
break_subtour

/ Eliminate subtours
break_subtour
    
```

The right-hand panel shows the following status information:

Presolved	
Rows(constants):	18
Columns(variables):	30
Nonzero elements:	78
Global entities:	30
Sets:	0
Set members:	0

Global search summary:

Global search	
Algorithm:	Simplex dual
Simplex iterations:	14
Objective:	3909
Status:	Unfinished
Time:	0.0s

Time overheads:

Progress graph:	0.2s
Writing output:	0.0s
Feasible:	0.0s
Updating status:	0.2s

Information panel:

```

C:\vpress\bin\ACO.mos compiled successfully
Model version 5.6.1
Model(s) in use: remim version 2.2.7, mmjbs version 2.20.0, mmjystem version 2.10.1, mmprj version 3.2.1, mmarow version 1.1.0, mmive version 1.25.6
Started running C:\vpress\bin\ACO
    
```

3. SOLUCIÓN ALGORITMO SIMPLEX DUAL AL CASO DE ESTUDIO

The screenshot shows the same Xpress IVE 64-bit interface, but with the 'Output/Input' window open on the right. The output displays the optimal solution path and total distance:

```

Total distance: 3732
1 - 6 - 1
2 - 3 - 2
4 - 5 - 4
Total distance: 3038
1 - 2 - 3 - 6 - 1
4 - 5 - 4
Total distance: 3362
1 - 3 - 2 - 1
4 - 5 - 6 - 4
Total distance: 3794
1 - 4 - 5 - 6 - 1
2 - 3 - 2
Total distance: 3909
1 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1
Close browser window to terminate model execution
    
```

The 'Status' panel on the right shows:

No matrix is available	
Algorithm:	Simplex dual
Simplex iterations:	14
Objective:	3909
Status:	Unfinished
Time:	0.0s

Information panel:

```

C:\vpress\bin\ACO.mos compiled successfully
Model version 5.6.1
Model(s) in use: remim version 2.2.7, mmjbs version 2.20.0, mmjystem version 2.10.1, mmprj version 3.2.1, mmarow version 1.1.0, mmive version 1.25.6
Started running C:\vpress\bin\ACO
    
```

4. RUTA DE RECOJO DE VISITANTES A LA CIUDAD DE HUARAZ

